

2025-2026 学年七年级下学期期中模拟卷

数学·全解全析

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版(五四制)七年级下册 一元一次不等式、相交线与平行线、三角形内角和。

第一部分 (选择题 共 12 分)

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列不等式的解集中, 不包括 -2025 的是 ()

- A. $x < -2026$ B. $x \geq -2025$ C. $x \leq -2025$ D. $x \geq -2026$

【答案】A

【分析】本题考查了一元一次不等式的解集, 依题意, 结合每个选项的 x 的解集进行判断, 即可作答。【详解】解: A、 $x < -2026$ 不包括 -2025 , 故该选项符合题意;B、 $x \geq -2025$ 包括 -2025 , 故该选项不符合题意;C、 $x \leq -2025$ 包括 -2025 , 故该选项不符合题意;D、 $x \geq -2026$ 包括 -2025 , 故该选项不符合题意;

故选: A.

2. 如果 $a < b$, 那么下列不等式正确的是 ()

- A. $a + c > b + c$ B. $a - 2 < b - 2$ C. $-\frac{a}{2} < -\frac{b}{2}$ D. $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$

【答案】B

【详解】解: $\because a < b$, $\therefore a + c < b + c$, A 错误;

$a-2 < b-2$ ，B 正确；

$\therefore$ 不等式两边同时乘或除以同一个负数，不等号方向改变，

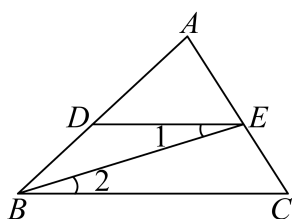
$\therefore$ 由 $a < b$ ，两边同乘 $-\frac{1}{2}$ ，得 $-\frac{a}{2} > -\frac{b}{2}$ ，C 错误；

$\therefore$ 不等式两边同时乘或除以同一个正数，不等号方向不变，

$\therefore$ 由 $a < b$ ，两边同除以 3，得 $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$ ，D 错误；

综上，正确答案是 B.

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D ， E 分别在边 AB ， AC 上，连结 DE ， BE ，若 $\angle 1 = \angle 2$ ，则下列结论中，正确的是（ ）



A. $\angle ADE = \angle C$

B. $\angle ADE = \angle ABE$

C. $\angle AED = \angle C$

D. $\angle BEC + \angle C = 180^\circ$

【答案】C

【分析】本题考查平行线的性质与判定，熟练运用平行线的性质定理和判定定理是解题的关键，利用平行线的性质定理和判定定理逐项判断即可得出答案.

【详解】解： $\because \angle 1 = \angle 2$ ，

$\therefore DE \parallel BC$ ，

$\therefore \angle ADE = \angle ABC, \angle AED = \angle C, \angle DEC + \angle C = 180^\circ$ ，

故选：C.

4. 下列各组线段能组成一个三角形的是（ ）

A. 2cm, 2cm, 4cm

B. 2cm, 3cm, 6cm

C. 5cm, 8cm, 12cm

D. 4cm, 7cm, 11cm

【答案】C

【分析】本题考查构成三角形的条件，根据三角形三边关系，任意两边之和必须大于第三边，只需检查两个较小边的和是否大于最大边即可判断.

【详解】解：A. 两个较小边为 2cm 和 2cm，和为 4cm，等于最大边 4cm， $\therefore$ 不能组成三角形，不合题意；

B. 两个较小边为 2cm 和 3cm，和为 5cm，小于最大边 6cm， $\therefore$ 不能组成三角形，不合题意；

C. 两个较小边为 5cm 和 8cm，和为 13cm，大于最大边 12cm， $\therefore$ 能组成三角形，符合题意；

D. 两个较小边为 4cm 和 7cm，和为 11cm，等于最大边 11cm， $\therefore$ 不能组成三角形，不合题意；

故选：C.

5. 如图 1，已知 AB 是一块平面镜，光线 PO 在平面镜 AB 上经点 O 反射后，形成反射光线 OQ 我们称 PO 为入射光线， OQ 为反射光线. 镜面反射有如下性质：入射光线与平面镜的夹角等于反射光线与平面镜的夹角，即 $\angle 1 = \angle 2$. 如图 2， OM 和 ON 是两块平面镜，入射光线 AB 经过两次反射后，得到反射光线 CD . 则下列判断错误的是 ()

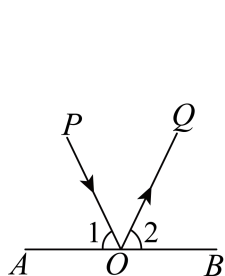


图1

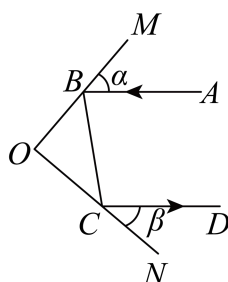


图2

A. 若 $AB \perp BC$ ，则 $\alpha = 45^\circ$

B. 若 $\alpha = \beta$ ，则 $AB \parallel CD$

C. 若 $AB \parallel CD$ ，则 $\alpha + \beta = 90^\circ$

D. 若 $OM \perp ON$ ，则 $AB \parallel CD$

【答案】B

【分析】 本题考查了平行线的判定和性质，掌握平行线的性质和判定是解题的关键. 根据反射的性质和平行线的性质和判定逐项判断即可.

【详解】 解：A、 $\because AB \perp BC$,

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

$\therefore \angle OBC = \alpha = 45^\circ$ ，正确，故此选项不符合题意；

B、 $\because \angle OBC = \alpha$,

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - 2\alpha,$$

$$\because \angle OCB = \beta,$$

$$\therefore \angle BCD = 180^\circ - 2\beta,$$

$$\because \alpha = \beta,$$

$\therefore \angle ABC = \angle BCD$ ，不能得出 $AB \parallel CD$ ，原结论错误，故此选项符合题意；

C. $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180^\circ,$$

$$\because \angle OBC = \alpha, \angle OCB = \beta, \angle ABC + 2\alpha + \angle BCD + 2\beta = 360^\circ,$$

$\therefore a + \beta = 90^\circ$ ，正确，故此选项不符合题意；

D、 $\because OM \perp ON$ ，

$\therefore \angle O = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle OBC + \angle OCB = 90^\circ$ ，

$\therefore a + \beta = 90^\circ$ ，

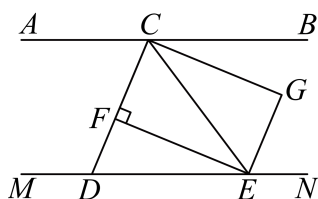
$\therefore \angle ABC = 180^\circ - 2a$ ， $\angle BCD = 180^\circ - 2\beta$ ，

$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180^\circ - 2a + 180^\circ - 2\beta = 360^\circ - 2(a + \beta) = 360^\circ - 2 \times 90^\circ = 180^\circ$ ，

$\therefore AB \parallel CD$ ，正确，故此选项不符合题意；

故选：B.

6. 如图，已知 $AB \parallel MN$ ，点 C 在 AB 上，点 D, E 在 MN 上，连接 CD, CE ， $\angle DCE = \angle CDE$ ， $EF \perp CD$ ， $EG \parallel CD$ ， CG 平分 $\angle BCE$ 。给出下列结论：① EG 平分 $\angle CEN$ ；② $EF \parallel CG$ ；③ $\angle G = 90^\circ$ ；④ $\angle CDM - \angle CEF = 90^\circ$ 。上述结论中，正确的是（ ）



A. ①②

B. ③④

C. ①②③

D. ①②③④

【答案】D

【分析】利用平行线的判定与性质、角平分线和垂直定义可判断①②③；结合三角形的内角和定理可判断④，进而可得答案.

【详解】解： $\because EG \parallel CD$ ，

$\therefore \angle GEN = \angle CDE$ ， $\angle GEC = \angle DCE$ ， $\angle G + \angle DCG = 180^\circ$ ，

$\because \angle DCE = \angle CDE$ ，

$\therefore \angle GEC = \angle GEN$ ，

$\therefore EG$ 平分 $\angle CEN$ ，故①正确；

$\because AB \parallel MN$ ，

$\therefore \angle ACD = \angle CDE = \angle DCE$ ，

$\because EG$ 平分 $\angle CEN$ ，

$\therefore \angle BCG = \angle GCE$ ，

$\therefore 2\angle DCE + 2\angle GCE = 180^\circ$ ，则 $\angle DCE + \angle GCE = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle DCG = \angle DCE + \angle GCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle G = 180^\circ - \angle DCG = 90^\circ, \text{ 故③正确;}$$

$$\therefore EF \perp CD,$$

$$\therefore \angle CFE = \angle DFE = \angle DCG = 90^\circ,$$

$$\therefore EF \parallel CG, \text{ 故②正确;}$$

$$\therefore \angle DCE = 180^\circ - \angle CFE - \angle CEF = 90^\circ - \angle CEF, \quad \angle DCE = \angle CDE,$$

$$\therefore \angle CDM = 180^\circ - \angle CDE = 180^\circ - (90^\circ - \angle CEF) = 90^\circ + \angle CEF,$$

$$\therefore \angle CDM - \angle CEF = 90^\circ, \text{ 故④正确,}$$

综上, 正确的是①②③④.

第二部分 (非选择题 共 88 分)

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 3 分, 满分 36 分)

7. 若 $a > b$, 则 $-2a$ _____ $-2b$. (填“>”或“<”)

【答案】<

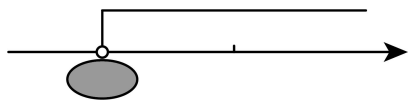
【分析】本题考查不等式的性质, 根据不等式两边同时乘以一个负数变号判断即可.

【详解】解: $\because a > b$,

$\therefore$ 不等式两边同时乘以 -2 得 $-2a < -2b$,

故答案为: <.

8. 如图, 小雨把不等式 $3x + 3 > 2x$ 的解集表示在数轴上, 则阴影部分盖住的数字是_____.



【答案】-3

【分析】本题考查解一元一次不等式, 用数轴表示不等式的解集, 掌握解一元一次不等式的步骤是解题关键. 求出该不等式的解集, 再在数轴上表示出来, 即可确定阴影部分盖住的数字.

【详解】解: $3x + 3 > 2x$,

$$3x - 2x > -3,$$

解得: $x > -3$.

所以阴影部分盖住的数字是 -3 .

故答案为: -3 .

9. 不等式组 $\begin{cases} 1+2x < 5 \\ \frac{x-1}{2} \leq 2 \end{cases}$ 的解集是_____.

【答案】 $x < 2$

【分析】 本题考查了一元一次不等式组的解法，解题的关键是分别解出每个不等式的解集，再找出它们的公共部分.

先解第一个不等式 $1+2x < 5$ ，通过移项、系数化为1，求出解集；再解第二个不等式 $\frac{x-1}{2} \leq 2$ ，通过去分母、移项，求出解集；最后根据“同小取小，同大取大，大小小大中间找”的原则确定不等式组的解集.

【详解】 解： $\begin{cases} 1+2x < 5 \text{ ①} \\ \frac{x-1}{2} \leq 2 \text{ ②} \end{cases}$

解不等式①，移项得 $2x < 5-1$ ，即 $2x < 4$ ，解得 $x < 2$.

解不等式②，去分母得 $x-1 \leq 4$ ，移项得 $x \leq 4+1$ ，即 $x \leq 5$.

则不等式组的解集为 $x < 2$ 与 $x \leq 5$ 的公共部分，即 $x < 2$.

故答案为： $x < 2$.

10. 根据题意写出不等式： m 的2倍与 n 的和不大于3：_____.

【答案】 $2m+n \leq 3$

【分析】 先将题目中的文字描述转化为代数式，再根据“不大于”的含义确定不等关系，即可写出对应不等式.

【详解】 解：根据题意， m 的2倍可表示为 $2m$.

m 的2倍与 n 的和可表示为 $2m+n$.

“不大于3”的含义是小于或等于3.

因此可得不等式 $2m+n \leq 3$.

11. 小七同学骑自行车上学、放学，已知他上学的平均速度是10km/h，放学回家的平均速度是12km/h，来回一趟的时间不少于1h，设小七家和学校的距离是 x km，根据题意，列出不等式是_____.

【答案】 $\frac{x}{10} + \frac{x}{12} \geq 1$

【分析】 本题考查了由实际问题抽象出一元一次不等式，找准数量关系，正确列出一元一次不等式是解题的关键.

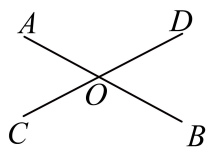
设小七家和学校的距离是 x km，根据时间=路程÷速度，即可得出关于 x 的一元一次不等式，此题得解.

【详解】 解：小七家和学校的距离是 x km，

依题意，得 $\frac{x}{10} + \frac{x}{12} \geq 1$.

故答案为: $\frac{x}{10} + \frac{x}{12} \geq 1$.

12. 如图, 直线 AB 和 CD 相交于点 O , 若 $\angle AOC = 40^\circ$, 那么两条直线夹角为 _____ $^\circ$.

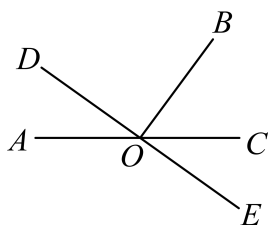


【答案】 40 或 140

【分析】 本题考查了邻补角, 根据图形即可解答.

【详解】解: 如图, 直线 AB 和 CD 相交于点 O , 若 $\angle AOC = 40^\circ$, 那么两条直线夹角为 40° 或 $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$,
故答案为: 40 或 140.

13. 如图, 若 $\angle AOD = 36^\circ$, $BO \perp DE$, 垂足为 O , 则 $\angle BOC =$ _____ 度.



【答案】 54

【分析】 本题考查了垂直的定义, 对顶角, 角的和差计算, 熟练掌握各知识点并灵活运用是解题的关键.
根据垂直得到 $\angle BOE = 90^\circ$, 再由对顶角相等得到 $\angle AOD = \angle EOC = 36^\circ$, 然后由 $\angle BOC = \angle BOE - \angle EOC$ 即可求解.

【详解】解: $\because BO \perp DE$,

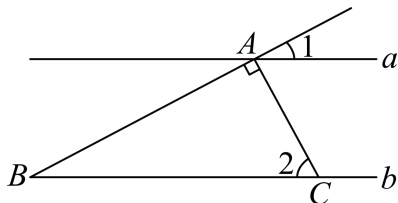
$$\therefore \angle BOE = 90^\circ,$$

$$\because \angle AOD = \angle EOC = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = \angle BOE - \angle EOC = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ,$$

故答案为: 54.

14. 如图, 直线 $a \parallel b$, $AC \perp AB$, 若 $\angle 1 = 40^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 _____.

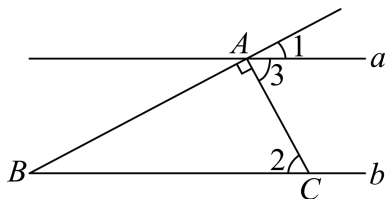


【答案】 50° / 50 度

【分析】 本题考查了平行线的性质, 垂直的定义. 先根据垂直的定义和已知求出 $\angle 3$ 的度数, 再根据平行线

的性质即可得解.

【详解】解：如图，



$$\because AC \perp AB,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\because \angle 1 = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ,$$

$$\because \text{直线 } a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 50^\circ,$$

故答案为： 50° .

15. 将“同角的补角相等”改写成“如果...那么....”的形式：_____.

【答案】如果两个角是同一个角的补角，那么这两个角相等

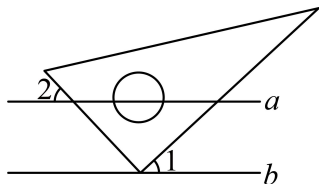
【分析】本题考查了命题与定理：判断一件事情的语句，叫做命题. 许多命题都是由题设和结论两部分组成，题设是已知事项，结论是由已知事项推出的事项，把一个命题写成“如果...那么...”形式是解决问题的关键. 把命题的题设和结论，写成“如果...那么...”的形式即可.

【详解】解：把命题“同角的补角相等”改写成“如果...那么...”的形式为：

如果两个角是同一个角的补角，那么这两个角相等；

故答案为：如果两个角是同一个角的补角，那么这两个角相等.

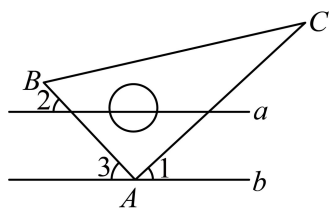
16. 如图，直线 $a \parallel b$ ，将三角板的直角顶点放在直线 b 上，如果 $\angle 1 = 43^\circ$ ，那么 $\angle 2$ 的度数是_____.



【答案】 47°

【分析】本题考查了平行线的性质，由 $a \parallel b$ ，则 $\angle 2 = \angle 3$ ，然后通过 $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ 即可求解，熟练掌握两直线平行，同位角相等是解题的关键.

【详解】解：如图，



$$\because a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ,$$

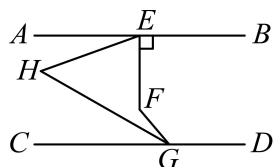
$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\because \angle 1 = 43^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 47^\circ,$$

故答案为: 47° .

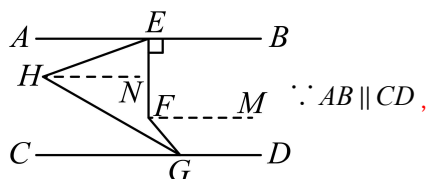
17. 如图, 已知 $AB \parallel CD$, $FE \perp AB$ 于点 E , 点 G 在直线 CD 上, 且位于直线 EF 的右侧. 若 $\angle AEH = \angle FGH = 20^\circ$, $\angle H = 50^\circ$, 则 $\angle EFG$ 的度数是_____.



【答案】 140°

【分析】 过点 H 作 $HN \parallel AB$, 过点 F 作 $FM \parallel AB$, 推出 $HN \parallel AB \parallel CD$, $FM \parallel AB \parallel CD$, 再根据平行线的性质求出 $\angle CGH$ 的度数, 得出 $\angle CGF$ 的度数, 再根据平行线的性质分别求出 $\angle MFE$ 、 $\angle MFG$ 的度数, 即可得解.

【详解】 解: 过点 H 作 $HN \parallel AB$, 过点 F 作 $FM \parallel AB$,



$$\therefore HN \parallel AB \parallel CD, \quad FM \parallel AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle AEH = \angle EHN = 20^\circ,$$

$$\because \angle EHG = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle NHG = 30^\circ,$$

$$\because HN \parallel CD,$$

$$\therefore \angle CGH = \angle NHG = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle FGH = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle CGF = 50^\circ,$$

$$\therefore FM \parallel CD,$$

$$\therefore \angle MFG = \angle CGF = 50^\circ,$$

$$\therefore FM \parallel AB,$$

$$\therefore \angle BEF + \angle MFE = 180^\circ,$$

$$\therefore FE \perp AB,$$

$$\therefore \angle BEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MFE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EFG = \angle MFG + \angle MFE = 50^\circ + 90^\circ = 140^\circ.$$

18. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 4x-3 \geq 2x-5 \\ x+2 < m+6 \end{cases}$ 有且只有 4 个整数解, 则常数 m 的取值范围是_____.

【答案】 $-2 < m \leq -1$

【分析】 本题主要考查了根据一元一次不等式组的整数解个数求参数, 解题的关键是掌握解一元一次不等式组的步骤以及解的情况.

先解不等式组, 得到 x 的取值范围, 再根据整数解的个数列出关于 m 的不等式组, 求解即可.

【详解】 解: 解不等式 $4x-3 \geq 2x-5$, 得 $x \geq -1$;

解不等式 $x+2 < m+6$, 得 $x < m+4$.

所以不等式组的解集为 $-1 \leq x < m+4$.

因为有且只有 4 个整数解, 所以整数解为 $-1, 0, 1, 2$,

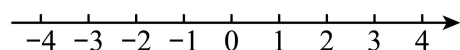
因此 $2 < m+4 \leq 3$,

解得 $-2 < m \leq -1$.

故答案为: $-2 < m \leq -1$.

三、解答题 (本大题共 8 题, 满分 52 分)

19. (本题 6 分) 解不等式 $\frac{2x+1}{3} - 3 < \frac{x-5}{2}$, 并把它的解集表示在数轴上.



【答案】 $x < 1$, 数轴表示见解析

【分析】本题考查的是解一元一次不等式，根据解一元一次不等式基本步骤：去括号、移项、合并同类项、系数化为1可得不等式的解集，然后在数轴上表示出来即可.

【详解】解： $\frac{2x+1}{3}-3<\frac{x-5}{2}$,

去分母得， $2(2x+1)-18<3(x-5)$,

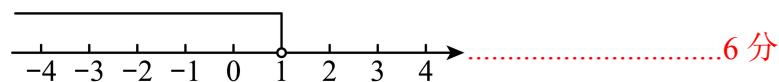
去括号得， $4x+2-18<3x-15$,2分

移项得， $4x-3x<-15+18-2$,

合并同类项得： $x<1$,

即不等式的解集为 $x<1$5分

将不等式的解集在数轴上表示为：



20. (本题6分) 解不等式组： $\begin{cases} x+2(1-2x) \geq -4 \\ \frac{3+5x}{2} > x-1 \end{cases}$.

【答案】 $-\frac{5}{3} < x \leq 2$

【分析】本题考查解一元一次不等式组，先分别求出每个不等式的解集，然后确定一元一次不等式组的解集即可. 解题的关键是掌握一元一次不等式组的解集确定的原则：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到.

【详解】解： $\begin{cases} x+2(1-2x) \geq -4 \text{ ①} \\ \frac{3+5x}{2} > x-1 \text{ ②} \end{cases}$,

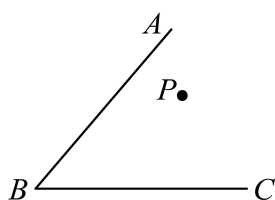
解不等式①，得： $x \leq 2$,2分

解不等式②，得： $x > -\frac{5}{3}$,】4分

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $-\frac{5}{3} < x \leq 2$6分

21. (本题6分) 按下列要求画图并填空：

如图，点P为 $\angle ABC$ 内部一点.



(1)过点P画射线 $PE \parallel AB$ ，交BC于E.

(2)过点 P 画线段 $PF \perp BC$ ，交 BC 于 F 。

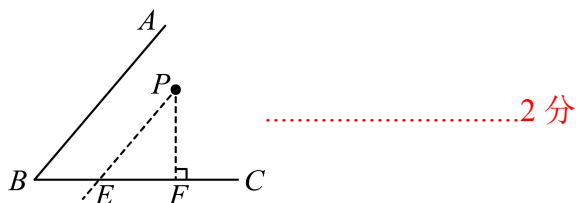
(3)点 E 到直线 PF 的距离是线段_____的长。

【答案】(1)见解析

(2)见解析

(3) EF

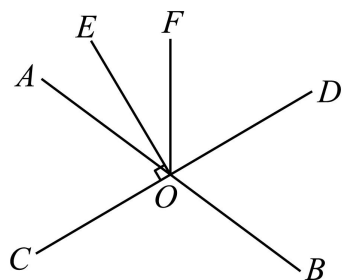
【详解】(1) 解：射线 $PE \parallel AB$ ，交 BC 于 E ，如图所示：



(2) 解：线段 $PF \perp BC$ ，交 BC 于 F ，如图所示；4 分

(3) 解：由 $PF \perp EF$ 可得点 E 到直线 PF 的距离是线段 EF 的长。6 分

22. (本题 6 分) 如图，直线 AB 与 CD 交于点 O ， $OE \perp CD$ ， OF 平分 $\angle AOD$ 。



(1)若 $\angle EOF = 36^\circ$ ，求 $\angle AOC$ 的度数；

(2)若 $\angle EOF$ 比 $\angle AOE$ 大 12° ，求 $\angle BOD$ 的度数。

【答案】(1) 72°

(2) 68°

【分析】(1) 由垂线的定义可得 $\angle DOE = 90^\circ$ ，即可得出 $\angle DOF = 54^\circ$ ，由角平分线的定义得出 $\angle AOD = 2\angle DOF = 108^\circ$ ，再利用邻补角计算即可得出答案；

(2) 由题意得出 $\angle EOF = \angle AOE + 12^\circ$ ，表示出 $\angle AOF = 2\angle AOE + 12^\circ$ ，根据角平分线的定义得出 $\angle DOF = \angle AOF = 2\angle AOE + 12^\circ$ ，结合 $\angle EOF + \angle DOF = 90^\circ$ 求出 $\angle AOE = 22^\circ$ ，再求出 $\angle BOD$ 的度数，即可得解。

【详解】(1) 解： $\because OE \perp CD$ ，

$\therefore \angle DOE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle DOF = \angle DOE - \angle EOF = 54^\circ$ 。

$\because OF$ 平分 $\angle AOD$ ，

$$\therefore \angle AOD = 2\angle DOF = 108^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = 180^\circ - \angle AOD = 72^\circ. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 解: $\because \angle EOF$ 比 $\angle AOE$ 大 12° ,

$$\therefore \angle EOF = \angle AOE + 12^\circ,$$

$$\therefore \angle AOF = \angle AOE + \angle EOF = \angle AOE + \angle AOE + 12^\circ = 2\angle AOE + 12^\circ.$$

$\because OF$ 平分 $\angle AOD$,

$$\therefore \angle DOF = \angle AOF = 2\angle AOE + 12^\circ.$$

$$\because \angle EOF + \angle DOF = 90^\circ,$$

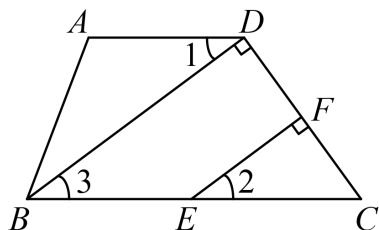
$$\therefore \angle AOE + 12^\circ + 2\angle AOE + 12^\circ = 90^\circ,$$

解得 $\angle AOE = 22^\circ$,

$$\therefore \angle AOF = 2\angle AOE + 12^\circ = 56^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = 180^\circ - 2\angle AOF = 68^\circ. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

23. (本题 6 分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A + \angle ABC = 180^\circ$, $BD \perp CD$ 于点 D , $EF \perp CD$ 于点 F , 试说明 $\angle 1 = \angle 2$. 请补全证明过程, 即在横线处填上结论或理由.



解: $\because \angle A + \angle ABC = 180^\circ$ (已知),

$\therefore AD \parallel BC$ (_____),

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ (_____),

又 $\because BD \perp CD, EF \perp CD$ (已知),

$\therefore BD \parallel$ _____ (同一平面内垂直于同一直线的两直线平行),

$\therefore \angle 2 = \angle 3$ (_____),

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (等量代换)

【答案】同旁内角互补, 两直线平行; 两直线平行, 内错角相等; EF ; 两直线平行, 同位角相等

【分析】本题考查平行线的性质和判定, 掌握平行线的性质和判定是解题的关键.

由 $\angle A + \angle ABC = 180^\circ$ 得到 $AD \parallel BC$, 进而得到 $\angle 1 = \angle 3$, 证明出 $BD \parallel EF$, 得到 $\angle 2 = \angle 3$, 即可证明.

【详解】解: $\because \angle A + \angle ABC = 180^\circ$ (已知),

$\therefore AD \parallel BC$ (同旁内角互补, 两直线平行),1 分

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ (两直线平行, 内错角相等),2 分

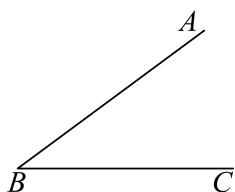
又 $\because BD \perp CD, EF \perp CD$ (已知),

$\therefore BD \parallel EF$ (同一平面内垂直于同一直线的两直线平行),4 分

$\therefore \angle 2 = \angle 3$ (两直线平行, 同位角相等),6 分

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (等量代换)

24. (本题 6 分) 如图, 已知 $\angle ABC = (2x + 24)^\circ$, 请你再画一个 $\angle DEF = (3y + 36)^\circ$, 使 $DE \parallel AB$, $EF \parallel BC$, 且 DE 交 BC 边与点 P .



(1) 探究: $\angle ABC$ 与 $\angle DEF$ 有怎样的数量关系? 并说明理由.

(2) 在 (1) 的条件下, 若 $x - 3y = 6$, 求 x 、 y 的值.

【答案】 (1) $\angle ABC$ 与 $\angle DEF$ 相等或互补, 理由见解析

(2) $x = 6$, $y = 0$ 或 $x = 42$, $y = 12$

【分析】 本题考查了平行线的性质, 解二元一次方程组, 根据题意画出图形是解答此题的关键, 解答此题时要注意分两种情况讨论;

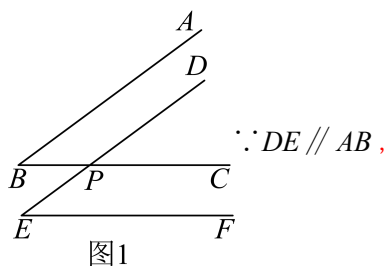
(1) 先画图, 分两种情况讨论, 再分别根据平行线的性质证明即可;

(2) 根据 $\angle ABC$ 与 $\angle DEF$ 相等或互补, 可以得到关于 x , y 的二元一次方程, 再结合 $x - 3y = 6$, 可以得到两个关于 x , y 的二元一次方程组, 分别求解即可;

【详解】 (1) 解: $\angle ABC$ 与 $\angle DEF$ 相等或互补.....1 分

理由如下:

如图 1,



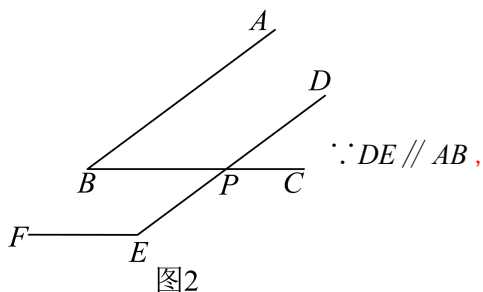
$\therefore \angle ABC = \angle DPC$,

$\because EF \parallel BC$,

$\therefore \angle DEF = \angle DPC$,

$\therefore \angle ABC = \angle DEF$,2分

如图2,



$\therefore \angle ABC + \angle DPB = 180^\circ$,

$\because EF \parallel BC$,

$\therefore \angle DEF = \angle DPB$,

$\therefore \angle ABC + \angle DEF = 180^\circ$,

综上所述, $\angle ABC$ 与 $\angle DEF$ 相等或互补;3分

(2) $\because \angle ABC$ 与 $\angle DEF$ 相等或互补,

$\therefore 2x + 24 = 3y + 36$ 或 $2x + 24 + 3y + 36 = 180$,

$\therefore x - 3y = 6$,

$\therefore \begin{cases} 2x + 24 = 3y + 36 \\ x - 3y = 6 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2x + 24 + 3y + 36 = 180 \\ x - 3y = 6 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} x = 6 \\ y = 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 42 \\ y = 12 \end{cases}$,6分

$\therefore x = 6, y = 0$ 或 $x = 42, y = 12$.

25. (本题8分) 已知 $AB \parallel CD$, 点E在AB上, 点F在CD上, 点Q为射线EF上一点.

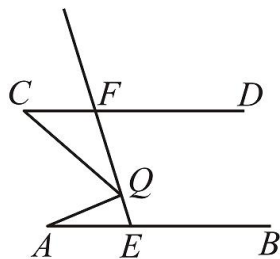


图1

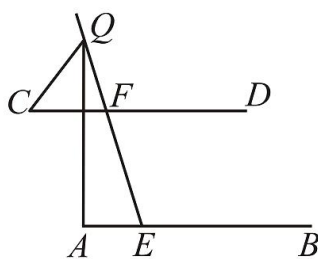


图2

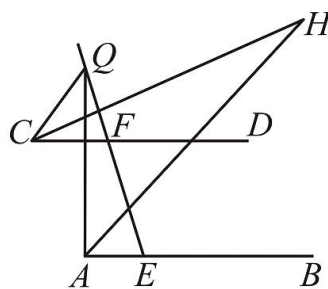


图3

(1)如图 1, 若 $\angle A = 22^\circ$, $\angle C = 35^\circ$, 则 $\angle AQC = \underline{\quad}$.

(2)如图 2, 当点 Q 在线段 EF 的延长线上时, 请写出 $\angle A$ 、 $\angle C$ 和 $\angle AQC$ 三者之间的数量关系, 并说明理由.

(3)如图 3, AH 平分 $\angle QAB$, CH 交 AH 于点 H .

①若 CH 平分 $\angle QCD$, 求 $\angle AQC$ 和 $\angle AHC$ 的数量关系.

②若 $\angle QCH : \angle DCH = 1:3$, $\angle HCD = 33^\circ$, $\angle AHC = 25^\circ$, 直接写出 $\angle AQC$ 的度数为 $\underline{\quad}$.

【答案】 (1) 57°

(2)数量关系: $\angle A - \angle C = \angle AQC$, 理由见解析

(3)① $\angle AHC = \frac{1}{2} \angle AQC$, ② $\angle AQC = 72^\circ$

【分析】 (1) 过点 Q 作 $QH \parallel AB$, 进而利用两直线平行, 内错角相等解答即可;

(2) 过点 Q 作 $MN \parallel CD$, 进而利用两直线平行, 内错角相等解答即可;

(3) ①过点 H 作 $PH \parallel CD$, 根据平行线的性质和角平分线的定义解答即可;

②根据①的结论, 利用角的关系解答即可.

【详解】 (1) 解: 过点 Q 作 $QH \parallel AB$,

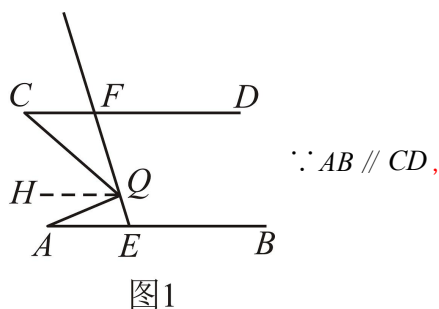


图1

$\therefore QH \parallel AB \parallel CD$,

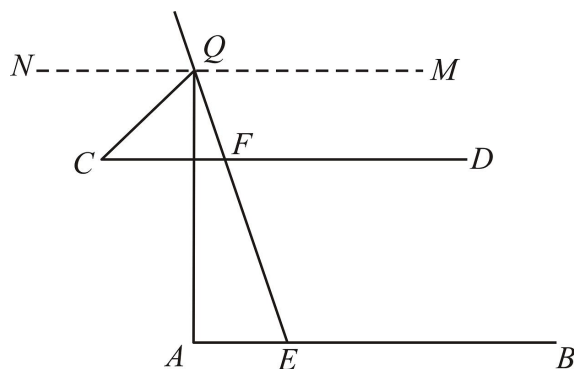
$\therefore \angle C = \angle CQH = 35^\circ$, $\angle A = \angle HQA = 22^\circ$,

$\therefore \angle AQC = \angle CQH + \angle HQA = 35^\circ + 22^\circ = 57^\circ$,

故答案为: 57° ;2 分

(2) 数量关系: $\angle A - \angle C = \angle AQC$,

证明: 过点 Q 作 $MN \parallel CD$,



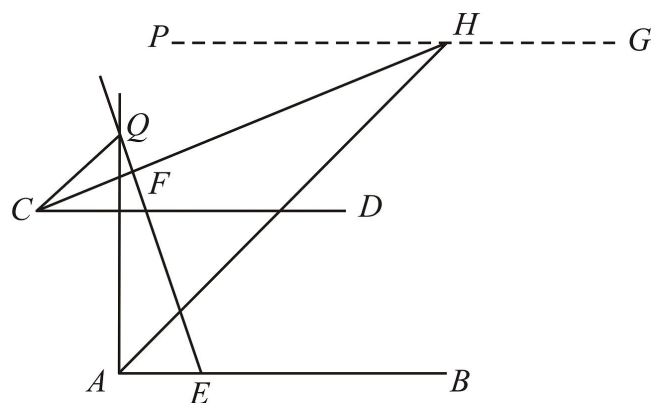
$\because AB \parallel CD,$

$\therefore AB \parallel MN,$

$\therefore \angle NQC = \angle C, \angle MQA = 180^\circ - \angle A,$

$\therefore \angle AQC = 180^\circ - \angle NQC - \angle MQA = \angle A - \angle C. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(3) ①过点 H 作 $PG \parallel CD,$



$\because AB \parallel CD,$

$\therefore AB \parallel PH,$

$\therefore \angle PHC = \angle HCD, \angle GHA = 180^\circ - \angle HAB,$

$\therefore \angle AHC = \angle HAB - \angle HCD.$

又 $\because AH$ 平分 $\angle CAB, CH$ 平分 $\angle QCD,$

$\therefore \angle HAB = \frac{1}{2} \angle QAB, \angle HCD = \frac{1}{2} \angle QCD$

$\therefore \angle AHC = \frac{1}{2} (\angle QAB - \angle QCD)$

由 (2) 可得 $\angle AHC = \frac{1}{2} \angle AQC. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

② $\angle AQC = 72^\circ$, 理由如下:

$\because \angle QCH : \angle DCH = 1:3, \angle HCD = 33^\circ, \angle AHC = 25^\circ,$

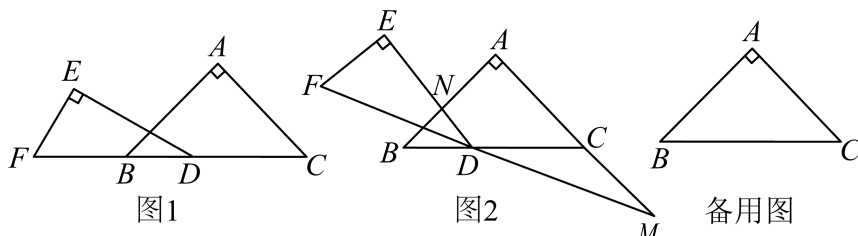
$\therefore \angle QCH = 11^\circ, \angle DCH = 33^\circ,$

$\therefore \angle HAB = 33^\circ + 25^\circ = 58^\circ,$

$\therefore \angle AQC = 58^\circ \times 2 - 44^\circ = 72^\circ,$

故答案为： 72° 8 分

26. (本题 8 分) 一副直角三角板如图 1 放置, $\angle A = \angle E = 90^\circ$, $\angle F = 60^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, 它们的斜边在同一直线上, D 为 BC 边上一点, 三角板 DEF 绕点 D 按顺时针方向旋转 α ($0^\circ < \alpha \leq 60^\circ$).



(1) 当 $\alpha =$ _____ 时, $DF \parallel AC$; 当 $\alpha =$ _____ 时, $DE \perp AB$;

(2) 设 DE 交 AB 边于点 N , DF 交直线 AC 于点 M , 记 $\angle CMD$ 为 $\angle 1$, $\angle BND$ 为 $\angle 2$.

① 如图 2, 当 $\alpha = 30^\circ$, 求 $\angle 2 - \angle 1$ 的值;

② 当 $3\angle 1 + \angle 2 < 160^\circ$ 时, 求 α 的取值范围.

【答案】 (1) 45° ; 15°

(2) ① 60° ; ② $20^\circ < \alpha \leq 60^\circ$ 且 $\alpha \neq 45^\circ$

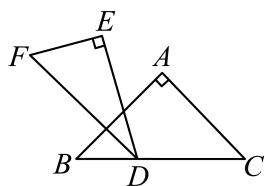
【分析】 本题考查平行线的性质, 两种三角板的角度, 一元一次不等式的几何应用等知识, 找出 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 与 α 的关系是解题的关键.

(1) 先分别画出符合条件的情况, 再根据平行线的性质分别求出 α 即可;

(2) ① 分别求出 $\angle 2$ 和 $\angle 1$, 再做差即可;

② 分当 $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ 时、当 $\alpha = 45^\circ$ 时和当 $45^\circ < \alpha \leq 60^\circ$ 时三种情况分析, 求出 $\angle 2$ 和 $\angle 1$, 根据 $3\angle 1 + \angle 2 < 160^\circ$ 列出不等式并求解, 最后综合三种情况即可得解.

【详解】 (1) 如下图所示,

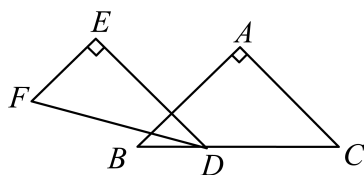


要使得 $DF \parallel AC$,

则 $\angle BDF = \angle C = 45^\circ$,

$\therefore$ 当 $\alpha = 45^\circ$ 时, $DF \parallel AC$;

如下图所示,



要使得 $DE \perp AB$,

则 $DE \parallel AC$,

$$\therefore \angle BDE = \angle C = 45^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle EDF = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BDF = \angle BDE - \angle EDF = 15^\circ,$$

即当 $\alpha = 15^\circ$ 时, $DE \perp AB$,

故答案为: $45^\circ, 15^\circ$;3 分

$$(2) \text{ ①} \because \alpha = 30^\circ, \text{ 即 } \angle BDF = 30^\circ, \angle EDF = 30^\circ$$

$$\therefore \angle CDM = \angle BDF = 30^\circ, \angle BDN = \angle BDF + \angle EDF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle BND = 180^\circ - \angle B - \angle BDN = 75^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle ACB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BCM = 180^\circ - \angle ACB = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle CMD = 180^\circ - \angle BCM - \angle CDM = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 - \angle 1 = 60^\circ; \text{5 分}$$

②当 $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ 时,

同理: $\because \angle BDF = \alpha, \angle EDF = 30^\circ$

$$\therefore \angle CDM = \angle BDF = \alpha, \angle BDN = \angle BDF + \angle EDF = \alpha + 30^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle BND = 180^\circ - \angle B - \angle BDN = 105^\circ - \alpha,$$

$$\text{又} \because \angle ACB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BCM = 180^\circ - \angle ACB = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle CMD = 180^\circ - \angle BCM - \angle CDM = 45^\circ - \alpha,$$

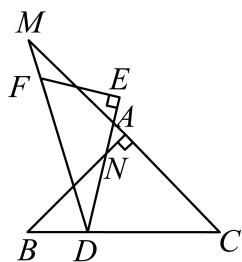
$$\therefore 3\angle 1 + \angle 2 = 3(45^\circ - \alpha) + (105^\circ - \alpha) = 240^\circ - 4\alpha < 160^\circ$$

解得: $\alpha > 20^\circ$,

$$\therefore 20^\circ < \alpha < 45^\circ, \text{6 分}$$

当 $\alpha = 45^\circ$, $FD \parallel AC$, 此时不合题意;

当 $45^\circ < \alpha \leq 60^\circ$ 时, DF 的延长线与 CA 的延长线无交点, 如下图所示:



同理可得: $\angle 2 = 105^\circ - a$,

$\because \angle BDF = a$,

$\therefore \angle CDM = 180^\circ - a$,

$\therefore \angle 1 = \angle CMD = 180^\circ - \angle C - \angle CDM = a - 45^\circ$,

$\therefore 3\angle 1 + \angle 2 = 3(a - 45^\circ) + (105^\circ - a) = 2a - 30^\circ < 160^\circ$,

解得: $a < 95^\circ$,

$\therefore 45^\circ < a \leq 60^\circ$,

综上所述: a 的取值范围是 $20^\circ < a \leq 60^\circ$ 且 $a \neq 45^\circ$8 分