

2025-2026 学年七年级下学期期末数学模拟试卷

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

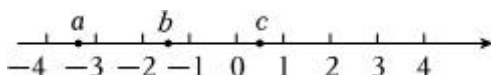
注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版新教材七年级数学下册全部内容。

第一部分 (选择题 共 18 分)

一、选择题: 本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分。在每小题给出的选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 实数 a , b , c 在数轴上的对应点的位置如图所示, 则正确的结论是()



- A. $a \cdot c > 0$ B. $a + c > 0$ C. $|b| > |c|$ D. $a > b$

【答案】C

【解析】解: 由数轴可知, $-4 < a < -3$, $-2 < b < -1$, $0 < c < 1$,

$\therefore a \cdot c < 0$, A 错误, 不符合题意;

$a + c < 0$, B 错误, 不符合题意;

$|b| > |c|$, C 正确, 符合题意;

$a < b$, D 错误, 不符合题意.

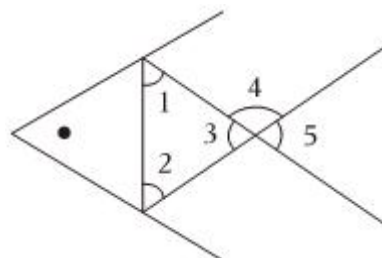
故选: C.

根据数轴的定义可得, a 、 b 、 c 的取值范围, 分别判断各选项是否正确.

本题考查实数, 掌握实数的运算是解题的关键.

2. 如图, 小明设计的“年年有余”图案中, $\angle 1$ 的内错角是()

- A. $\angle 2$



B. $\angle 3$

C. $\angle 4$

D. $\angle 5$

【答案】 C

【解析】 解：由图知 $\angle 1$ 的内错角是 $\angle 4$.

故选： C.

根据内错角的定义可得答案.

本题主要考查了同位角，内错角，同旁内角的定义，同位角：两条直线被第三条直线所截，如果两个角分别在两条直线的同一方，并且都在第三条直线的同侧，那么这样的一对角叫做同位角，内错角：两条直线被第三条直线所截，如果两个角都在两条直线之间，并且分别在第三条直线的两侧，那么这样的一对角叫做内错角，同旁内角：两条直线被第三条直线所截如果两个角都在两条直线之间，并且都在第三条直线的同一旁，那么这样的一对角叫做同旁内角.

3.有下列长度的三条线段，能组成三角形的是()

A. 3, 4, 5

B. 3, 3, 7

C. 3, 6, 2

D. 2, 4, 2

【答案】 A

【解析】 A、三条线段从小到大排列为 3, 4, 5,

$$\because 3 + 4 = 7 > 5,$$

$\therefore$ 能组成三角形，符合题意；

B、三条线段从小到大排列为 3, 3, 7,

$$\because 3 + 3 = 6 < 7,$$

$\therefore$ 不能组成三角形，不符合题意；

C、三条线段从小到大排列为 2, 3, 6,

$$\because 2 + 3 = 5 < 6,$$

$\therefore$ 不能组成三角形，不符合题意；

D、三条线段从小到大排列为 2, 2, 4,

$$\because 2 + 2 = 4,$$

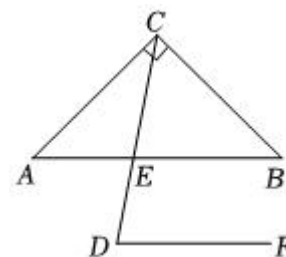
$\therefore$ 不能组成三角形，不符合题意.

故选：A.

根据三角形三边关系即可判断能否组成三角形.

本题考查的是三角形的三边关系，熟知三角形任意两边之和大于第三边是解题的关键.

4.如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 40^\circ$ ， $DF \parallel AB$ ，连接 CD 交 AB 于点 E ，若 $\angle D = 70^\circ$ ，则 $\angle ACD$ 的度数为()



- A. 30°
- B. 35°
- C. 40°
- D. 45°

【答案】A

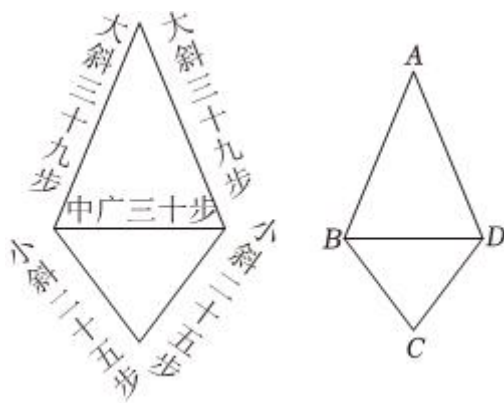
【解析】解： $\because DF \parallel AB$ ， $\angle D = 70^\circ$ ， $\angle A = 40^\circ$ ，
 $\therefore \angle BEC = \angle D = 70^\circ$ ，
 $\because \angle BEC$ 是 $\triangle AEC$ 的外角，
 $\therefore \angle ACD = \angle BEC - \angle A = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$ ，

故选：A.

先由平行线性得到同位角相等，即 $\angle BEC = \angle D = 70^\circ$ ，再根据 $\angle BEC$ 是 $\triangle AEC$ 的一个外角，由三角形外角性质代值求解即可得到答案.

本题考查的是平行线的性质、三角形外角的性质，熟练掌握以上知识是解决问题的关键.

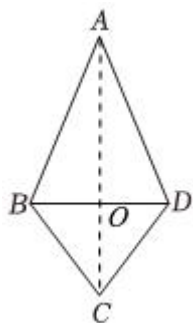
5.我国南宋数学家秦九韶的著作《数书九章》中有一道问题：“有两尖田一段，其尖长不等，两大斜三十九步，两小斜二十五步，中广三十步.欲知其积几何？”其大意为：如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB = AD = 39$ 步， $CB = CD = 25$ 步， $BD = 30$ 步，则四边形 $ABCD$ 的面积为()



- A. 820 平方步 B. 840 平方步 C. 860 平方步 D. 900 平方步

【答案】B

【解析】解：如图，连接AC，交BD于点O，



$\because AB = DA = 39$ 步, $CB = CD = 25$ 步, $BD = 30$ 步,

$\therefore AC$ 是 BD 的垂直平分线,

$\therefore BO = DO = \frac{1}{2}BD = 15$ (步).

$\therefore AO = \sqrt{AD^2 - DO^2} = 36$ (步), $CO = \sqrt{CD^2 - DO^2} = 20$ (步),

$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD}$

$$= \frac{1}{2}BD \cdot AO + \frac{1}{2}BD \cdot CO$$

$$= \frac{1}{2} \times 30 \times 36 + \frac{1}{2} \times 30 \times 20$$

$$= 540 + 300$$

$$= 840 \text{ (步)}.$$

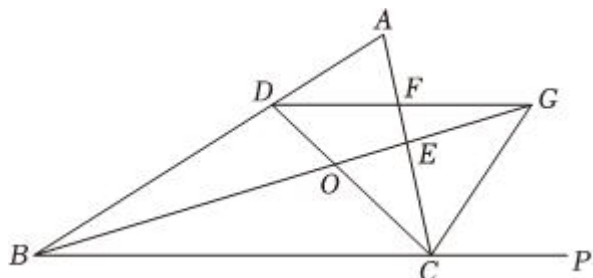
故选：B.

先连接AC，交BD于点O，可得AC是BD的垂直平分线，进而得出 $BO = DO = \frac{1}{2}BD = 15$ 步，再根据

勾股定理求出 $AO = 36$ 步, $CO = 20$ 步, 然后根据 $S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD}$ 得出答案.

本题考查的是三角形的面积, 熟记三角形的面积公式是解题的关键.

6. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 的两条角平分线 BE , CD 相交于点 O , CG 是 $\triangle ABC$ 外角 $\angle ACP$ 的平分线, BE 的延长线与 CG 交于点 G , 连接 DG 交 AC 于点 F , 若 $DG \parallel BC$, 有下列结论:



- ① $DC \perp GC$;
- ② $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$;
- ③ 点 G 到直线 AB , 直线 BC , 直线 AC 的距离相等;
- ④ $BD = 2FC$.

其中正确的结论个数是()

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

【答案】D

【解析】解: $\because CD$ 平分 $\angle ACB$, CG 平分 $\angle ACP$,

$$\therefore \angle ACD = \frac{1}{2}\angle ACB, \angle ACG = \frac{1}{2}\angle ACP,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle ACG = \frac{1}{2}(\angle ACB + \angle ACP) = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ,$$

$$\text{即 } \angle DCG = 90^\circ,$$

$\therefore DC \perp GC$, 所以①正确;

$\because$ 角平分线 BE , CD 相交于点 O ,

$$\therefore \angle OBC = \frac{1}{2}\angle ABC, \angle OCB = \frac{1}{2}\angle ACB,$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - \angle OBC - \angle OCB = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB),$$

$$\because \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A,$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A, \text{ 所以②正确;}$$

$\because BG$ 平分 $\angle ABC$,
 $\therefore$ 点 G 到 BA 和 BC 的距离相等,
 $\because CG$ 平分 $\angle ACP$,
 $\therefore$ 点 G 到 CA 和 CP 的距离相等,
 $\therefore$ 点 G 到直线 AB , 直线 BC , 直线 AC 的距离相等, 所以③正确;
 $\because BG$ 平分 $\angle ABC$,
 $\therefore \angle DBG = \angle CBG$,
 $\because DG \parallel BC$,
 $\therefore \angle DGB = \angle CBG$,
 $\therefore \angle DBG = \angle DGB$,
 $\therefore DB = DG$,
 同理可得 $FD = FC$, $FC = FG$,
 $\therefore DG = 2FC$,
 $\therefore BD = 2FC$, 所以④正确.

综上, 正确的结论有①②③④, 共 4 个.

故选: D.

利用角平分线的定义和平角的定义可计算出 $\angle DCG = 90^\circ$, 则可对①进行判断; 根据角平分线的定义和三角形内角和定理可对②进行判断; 根据角平分线的性质可对③进行判断; 根据角平分线的定义和平行线的性质证明 $\angle DBG = \angle DGB$, 则 $DB = DG$, 同样方法证明 $FD = FC$, $FC = FG$, 于是可对④进行判断.

本题考查了角平分线的性质: 角的平分线上的点到角的两边的距离相等. 也考查了平行线的性质、等腰三角形的判定等.

第二部分 (非选择题 共 82 分)

二、填空题: 本题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分.

7. 满足 $6x + 3 < 11x - 4$ 的最小整数是 ____ .

【答案】 2.

【解析】解: $6x + 3 < 11x - 4$,

$$6x - 11x < -4 - 3,$$

$$-5x < -7,$$

$$x > \frac{7}{5}$$

所以不等式的最小整数解是 2.

先根据不等式的性质和一元一次不等式的解法求解不等式，在不等式解集范围内确定符合要求的解即可.

本题主要考查一元一次不等式的解法，解决本题的关键是要熟练掌握一元一次不等式的解法.

8.命题“如 $a = b$ ，那么 $|a| = |b|$ ”的逆命题是___命题. (填“真”或“假”)

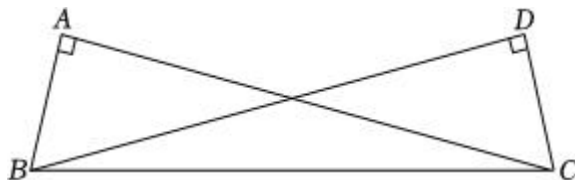
【答案】假

【解析】解：命题“如 $a = b$ ，那么 $|a| = |b|$ ”的逆命题是如果 $|a| = |b|$ ，那么 $a = b$ ，是假命题，故答案为：假.

根据逆命题的概念写出原命题的逆命题，判断真假即可.

本题考查的是命题的逆命题、以及命题的真假判断，两个命题中，如果第一个命题的条件是第二个命题的结论，而第一个命题的结论又是第二个命题的条件，那么这两个命题叫做互逆命题. 其中一个命题称为另一个命题的逆命题.

9.如图所示， $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ，如果利用AAS证明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，那么需要添加的一个直接条件是___ . (写出一种即可)



【答案】 $\angle ABC = \angle DCB$ (答案不唯一)

【解析】解：需要添加的一个直接条件是 $\angle ABC = \angle DCB$,

理由：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中，

$$\begin{cases} \angle A = \angle D = 90^\circ \\ \angle ABC = \angle DCB, \\ BC = CB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB (AAS),$

故答案为： $\angle ABC = \angle DCB$ (答案不唯一).

根据“角角边”判定定理即可得到答案.

本题考查的知识点是全等三角形的判定，解题关键是熟练掌握全等三角形的判定方法.

10.2026年,大同文旅迎来爆发式增长.依托云冈石窟、大同古城等核心IP,叠加沉浸式演艺、文创IP“佛小伴”及春节民俗活动引爆市场,全市文旅营收规模持续走高,增速领跑全省.入境游热度以735%增速领跑全国,重点景区游客接待量与门票收入双增,既彰显了古都文化魅力,也为资源型城市转型注入强劲动能.某文创工作室定制了3000份周边徽章,每份成本为10元.包装运输过程中,有4%的徽章因磕碰损坏无法售卖.为保障工作室运营,需确保至少20%的利润,设徽章的销售单价为x元/份,则可列不等式为:_____.

【答案】 $3000 \times (1 - 4\%)x \geq 3000 \times 10 \times (1 + 20\%)$

【解析】解: 设徽章的销售单价为x元/份,

由题意可得可正常售卖的徽章数量为 $3000 \times (1 - 4\%)$ 份, 总销售额为 $3000 \times (1 - 4\%)x$ 元.

$\therefore$ 总成本为 3000×10 元.

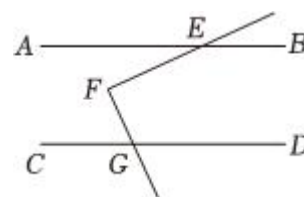
$\therefore 3000 \times (1 - 4\%)x \geq 3000 \times 10 \times (1 + 20\%).$

故答案为: $3000 \times (1 - 4\%)x \geq 3000 \times 10 \times (1 + 20\%).$

先求出可正常售卖的徽章数量, 再根据总销售额不低于总成本的 $(1 + 20\%)$ 的不等关系列出不等式.

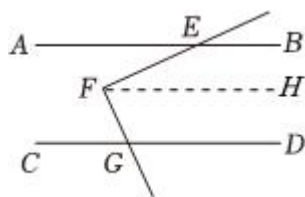
本题考查由实际问题抽象出一元一次不等式, 正确进行计算是解题关键.

11.如图, 直线 $AB \parallel CD$, 点E, G分别在直线AB, CD上且 $EF \perp FG$.若 $\angle AEF = 25^\circ$, 则 $\angle CGF$ 的度数是_____.



【答案】 65°

【解析】解: 过点F作 $FH \parallel AB$,



$\therefore FH \parallel AB$,

$\therefore \angle EFH = \angle AEF = 25^\circ$.

$\therefore EF \perp FG$,

$\therefore \angle EFG = 90^\circ$,

$\therefore \angle HFG = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$.

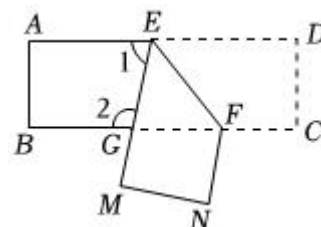
$$\therefore \angle CGF = \angle HFG = 65^\circ.$$

故答案为: 65° .

过点 F 作 $FH \parallel AB$, 由 $AB \parallel CD$ 得 $FH \parallel CD$; 根据平行线的内错角相等得 $\angle EFH = \angle AEF = 25^\circ$; 由 $EF \perp FG$ 得 $\angle EFG = 90^\circ$, 故 $\angle HFG = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$; 再由 $FH \parallel CD$ 即可解答.

本题考查了平行线的性质, 熟练掌握该知识点是关键.

12. 如图, 将一张长方形纸片进行折叠, 若 $\angle 2 - \angle 1 = 40^\circ$, 则 $\angle EFB$ 的度数为 ____.



【答案】 55°

【解析】 解: 由翻折得 $\angle DEF = \angle MEF$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是长方形,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle EFB = \angle DEF$,

$\because \angle 2 - \angle 1 = 40^\circ$,

$\therefore \angle 1 = 70^\circ$, $\angle 2 = 110^\circ$,

$\therefore \angle DEF = \angle MEF = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ$,

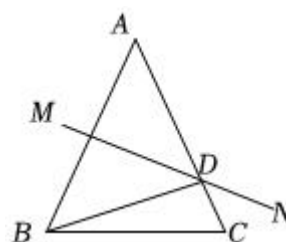
$\therefore \angle EFB = 55^\circ$,

故答案为: 55° .

由翻折的性质得 $\angle DEF = \angle MEF$, 再根据长方形的性质得出 $AD \parallel BC$, 由平行线的性质得出 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle EFB = \angle DEF$, 结合已知求出 $\angle 1$ 的度数, 再根据邻补角互补即可求出 $\angle DEF$ 的度数, 从而得解.

本题考查了翻折问题, 平行线的性质, 熟练掌握这些知识点是解题的关键.

13. 如图, $AB = AC$, AB 的垂直平分线 MN 交 AC 于点 D , 连接 BD , 若 $\angle C = 64^\circ$, 则 $\angle DBC$ 的度数为 ____.



【答案】 12

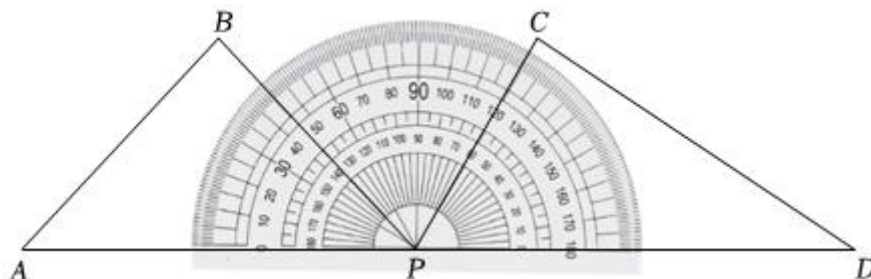
【解析】解：根据等腰三角形的性质可知： $\angle C = \angle ABC = 64^\circ$ ，则 $\angle A = 180^\circ - \angle C - \angle ABC = 52^\circ$ ，
 $\therefore MN$ 是 AB 的垂直平分线，
 $\therefore AD = DB$ ，
 $\therefore \angle A = \angle ABD = 52^\circ$ ，
 $\therefore \angle DBC = 12^\circ$ 。

故答案为： 12.

先根据等腰三角形的性质求得 $\angle ABC$ 的度数，再利用三角形内角和定理求出 $\angle A$ 的度数，紧接着利用线段垂直平分线定理得到 $AD = BD$ ，从而得出 $\angle A = \angle ABD$ 的度数，最后利用角度和差关系求得结果。

本题考查了等腰三角形的性质，三角形内角和定理及线段垂直平分线的性质。熟练掌握以上知识点是关键。

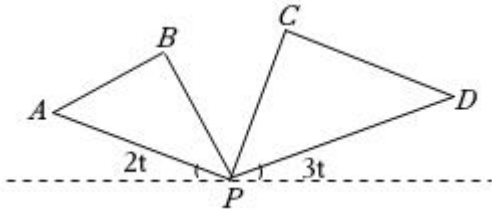
14.在一副三角尺中 $\angle BPA = 45^\circ$ ， $\angle CPD = 60^\circ$ ， $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ，将它们按如图所示摆放在量角器上，边 PD 与量角器的 0° 刻度线重合，边 AP 与量角器的 180° 刻度线重合.将三角尺 PCD 绕点 P 以每秒 3° 速度逆时针旋转，同时三角尺 ABP 绕点 P 以每秒 2° 的速度顺时针旋转，当三角尺 PCD 的 PC 边与 180° 刻度线重合时两块三角尺都停止运动，则当运动时间 $t = \underline{\quad}$ 秒时， CD 与三角尺 ABP 的一边平行。



【答案】 6 或 15 或 33

【解析】解：根据题意，分三种情况讨论：①当 $AP \parallel CD$ 时，②当 $AB \parallel CD$ 时，③当 $BP \parallel CD$ 时，据此画图分析如下：

①I 当 $AP \parallel CD$ 时， $\angle APD + \angle D = 180^\circ$ ，



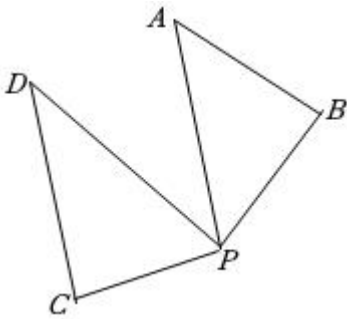
$$\because \angle D = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle APD = 150^\circ,$$

$$\therefore 180^\circ - 5t = 150^\circ,$$

$$\therefore t = 6.$$

II 当 $AP \parallel CD$ 时, $\angle C + \angle APC = 180^\circ$,

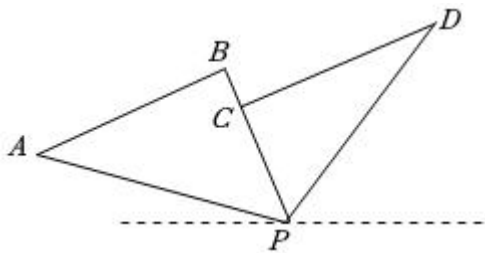


$$\therefore \angle APC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle APD = 30^\circ = 5t - 180^\circ,$$

$$\therefore t = 42 > 40 \text{ (舍去)}$$

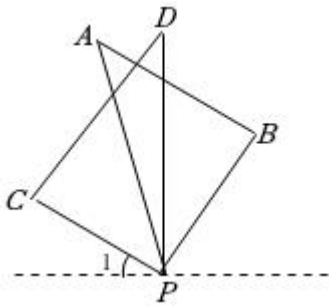
② 当 $AB \parallel CD$ 时,



$$\angle APD = 60^\circ + 45^\circ = 105^\circ = 180^\circ - 5t,$$

$$\therefore t = 15.$$

③ 当 $BP \parallel CD$ 时,



$$\because \angle C + \angle BPC = 180^\circ, \angle C = 90^\circ, \angle APB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle APC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 2t - 45^\circ, \angle 1 = 180^\circ - 60^\circ - 3t,$$

$$\therefore 180^\circ - 60^\circ - 3t = 2t - 45^\circ,$$

解得 $t = 33$;

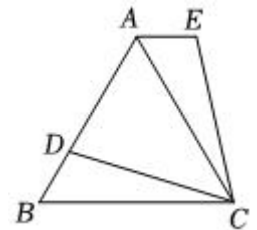
综上所述, 当运动时间 $t = 6$ 或 15 或 33 秒时, CD 与三角尺 ABP 的一边平行.

故答案为: 6 或 15 或 33 .

①当 $AP \parallel CD$ 时, ②当 $AB \parallel CD$ 时, ③当 $BP \parallel CD$ 时, 分三种情况分别讨论.

本题考查了平行线的性质, 旋转的知识, 解题关键把所有的情况都分析出来, 注意结果是否符合题意, 这也是学生很容易忽略的地方.

15. 如图, D 是等边三角形 ABC 中 AB 边上任意一点, 以点 C 为中心, 把 $\triangle CBD$ 顺时针旋转 60° 得到 $\triangle CAE$. 若 $AE \perp CE$, 则 $\angle BCD = \underline{\hspace{1cm}}$.



【答案】 30° .

【解析】 解: $\because AE \perp CE$,

$$\therefore \angle AEC = 90^\circ,$$

$\because \triangle CBD$ 顺时针旋转 60° 得到 $\triangle CAE$,

$$\therefore \angle BDC = \angle AEC = 90^\circ,$$

$\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

$$\therefore \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = 30^\circ.$$

故答案为: 30° .

先由垂直的定义得到 $\angle AEC = 90^\circ$, 再根据旋转的性质得到 $\angle BDC = \angle AEC = 90^\circ$, 然后根据等边三角形的性质得到 $\angle BCD = 30^\circ$.

本题考查了旋转的性质: 对应点到旋转中心的距离相等; 对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角; 旋转前、后的图形全等. 也考查了等边三角形的性质.

16. 两个大小不同的等边三角形三角板按图①所示摆放. 将两个三角板抽象成如图②所示的 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$, 点 B 、 C 、 D 依次在同一条直线上, 连结 CE . 给出下面四个结论:

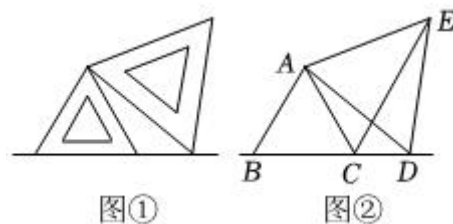
① $\triangle ABD \cong \triangle ACE$;

② $\angle ACE = 60^\circ$;

③ $AB \parallel CE$;

④ $BD = DE$.

上述结论中, 正确结论的序号有 ____.



【答案】①②③

【解析】解: $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形,

$\therefore AB = AC, AD = AE, \angle BAC = \angle DAE = \angle B = 60^\circ$,

$\therefore \angle BAC + \angle CAD = \angle DAE + \angle CAD$, 即 $\angle BAD = \angle CAE$,

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE, \\ AD = AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE (SAS)$, 故结论①正确;

$\because \triangle ABD \cong \triangle ACE$,

$\therefore \angle ACE = \angle B = 60^\circ$, 故结论②正确;

$\because \angle BAC = \angle ACE = 60^\circ$,

$\therefore AB \parallel CE$, 故结论③正确;

$\because \triangle ABD \cong \triangle ACE$,

$\therefore BD = CE$,

$\because$ 根据已知条件不能得出 $CE = DE$,

$\therefore$ 不能得出 $BD = DE$, 故结论④错误.

综上, 正确结论的序号有①②③,

故答案为: ①②③.

利用等边三角形的性质得到对应边和角的相等, 得证 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$, 再根据全等三角形的性质和平行线的判定定理来判断其他结论是否正确.

本题主要考查等边三角形的性质、全等三角形的判定与性质以及平行线的判定, 掌握其相关知识点是解题的关键.

17. 等腰三角形一腰上的中线, 将三角形的周长分成两部分, 分别是 12 与 15, 则腰长为 ____ .

【答案】 8 或 10.

【解析】 解: ①若腰长和腰长的一半的和是 12, 则腰长为 8,

底边长为 $15 - \frac{1}{2} \times 8 = 11$,

能组成三角形,

②若腰长和腰长的一半的和是 15, 则腰长为 10,

底边长为 $12 - \frac{1}{2} \times 10 = 7$,

能组成三角形,

综上所述, 该等腰三角形的腰长是 8 或 10.

故答案为: 8 或 10.

分腰长和腰长的一半的和是 12 和 15 两种情况求出腰长, 再求出底边, 然后根据三角形的任意两边之和大于第三边判断是否能组成三角形, 从而得解.

本题考查了等腰三角形的性质, 三角形的三边关系, 难点在于分情况讨论并利用三边关系判断是否能组成三角形.

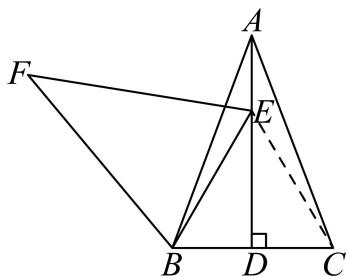
18. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 40^\circ$, $AD \perp BC$ 于 D , $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转得到 $\triangle FBE$, 点 C 的对应点 E 落在 AD 上, 则 $\angle CBF$ 的度数是 ____.

【答案】 130°

【解析】 本题考查了旋转的性质：对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角；旋转前、后的图形全等；也考查了等腰三角形的性质.

连接 CE ，如图，根据等腰三角形的性质得到 AD 垂直平分 BC ，根据等腰三角形的性质和三角形内角和定理可计算出 $\angle ABC = \angle ACB = 70^\circ$ ，再根据旋转的性质得到 $BE = BC$ ， $\angle FBE = \angle ABC = 70^\circ$ ，则可判断 $\triangle BCE$ 为等边三角形，所以 $\angle CBE = 60^\circ$ ，然后计算 $\angle CBE + \angle FBE$ 即可.

【详解】 解：连接 CE ，如图，



$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAC) = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ,$$

$$\because AD \perp BC,$$

$$\therefore BD = CD, \text{ 即 } AD \text{ 垂直平分 } BC,$$

$$\therefore BE = CE,$$

$$\because \triangle ABC \text{ 绕点 } B \text{ 逆时针旋转得到 } \triangle FBE, \text{ 点 } C \text{ 的对应点 } E \text{ 落在 } AD \text{ 上},$$

$$\therefore BE = BC, \angle FBE = \angle ABC = 70^\circ,$$

$$\therefore BE = CE = BC,$$

$$\therefore \triangle BCE \text{ 为等边三角形},$$

$$\therefore \angle CBE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CBF = \angle CBE + \angle FBE = 60^\circ + 70^\circ = 130^\circ.$$

故答案为： 130° .

三、解答题： 本题共 7 小题， 共 58 分。 解答应写出文字说明、 证明过程或演算步骤。

19.(本小题 8 分)计算： 求不等式组
$$\begin{cases} \frac{2x-1}{3} - \frac{5x+1}{2} \leq 1 \text{ ①} \\ 5x-1 < 3(x+1) \text{ ②} \end{cases}$$
 的解集.

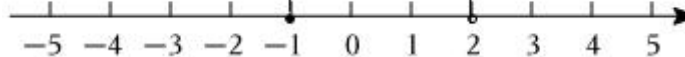
解不等式①得_____，

解不等式②得_____，

将不等式①②的解集表示在数轴上如图所示：



所以，原不等式组的解集为_____，

【答案】 $x \geq -1$; $x < 2$; ; $-1 \leq x < 2$.

【解析】解：解不等式①得： $x \geq -1$,

解不等式②得： $x < 2$,

将不等式①②的解集表示在数轴上如图所示：



所以，原不等式组的解集为 $-1 \leq x < 2$.

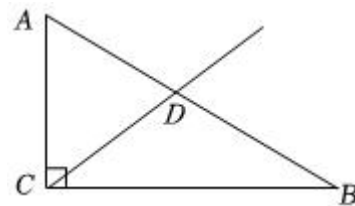
故答案为： $x \geq -1$; $x < 2$; $-1 \leq x < 2$.

分别求出各不等式的解集，在数轴上表示出来，取其公共部分即可得出不等式组的解集.

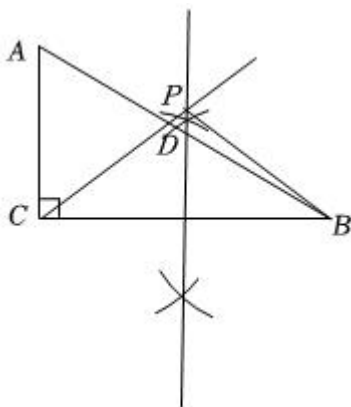
本题考查的是解一元一次不等式组，在数轴上表示不等式的解集，熟知以上知识是解题的关键.

20.(本小题 8 分)

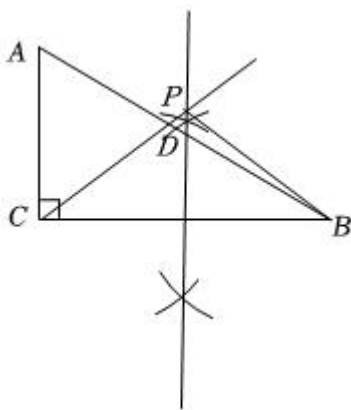
如图，在 $Rt \triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，射线 CD 平分 $\angle ACB$. 请用尺规作图法在射线 CD 上作一点 P ，连接 BP ，使得 $\triangle PCB$ 是等腰直角三角形，且 BC 为斜边. (不写作法，保留作图痕迹)



【答案】如图，点 P 即为所求.



【解析】解：作 BC 的垂直平分线交射线 CD 于点 P ，如图，点 P 即为所求.



$\because$ 射线 CD 平分 $\angle ACB$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle BCP = \frac{1}{2} \angle ACB = 45^\circ,$$

由图可知 $PC = PB$ ，

$$\therefore \angle CBP = \angle BCP = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CPB = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle PCB$ 是等腰直角三角形，且 BC 为斜边.

作 BC 的垂直平分线交射线 CD 于点 P ，则 $PC = PB$ ，易得 $\angle CBP = \angle BCP = 45^\circ$ ， $\angle CPB = 90^\circ$ ，则点 P 即为所求.

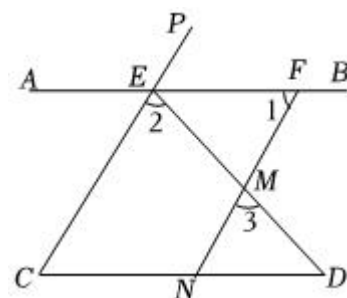
本题考查作图—复杂作图，解题的关键是掌握相关知识的灵活运用.

21.(本小题 8 分)

如图，已知点 E 、 F 在直线 AB 上，点 N 在线段 CD 上， ED 与 FN 交于点 M ， $\angle C = \angle 1$ ， $\angle 2 = \angle 3$.

(1)求证： $AB \parallel CD$ ；

(2)若 $\angle D = 48^\circ$ ， $\angle EMF = 80^\circ$ ，求 $\angle AEP$ 度数.



【答案】 $\because \angle 2 = \angle 3$,

$\therefore CE \parallel NF$ (同位角相等，两直线平行),

$\therefore \angle C = \angle DNF$ (两直线平行，同位角相等),

$\because \angle C = \angle 1$,

$\therefore \angle DNF = \angle 1$,

$\therefore AB \parallel CD$ (内错角相等，两直线平行) 128°

【解析】(1)证明: $\because \angle 2 = \angle 3$,

$\therefore CE \parallel NF$ (同位角相等，两直线平行),

$\therefore \angle C = \angle DNF$ (两直线平行，同位角相等),

$\because \angle C = \angle 1$,

$\therefore \angle DNF = \angle 1$,

$\therefore AB \parallel CD$ (内错角相等，两直线平行);

(2)解: $\because CE \parallel FN$, $\angle EMF = 80^\circ$,

$\therefore \angle 2 = \angle EMF = 80^\circ$ (两直线平行，内错角相等),

又 $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle FED = \angle D = 48^\circ$,

$\therefore \angle AEP = \angle 2 + \angle FED = 80^\circ + 48^\circ = 128^\circ$.

(1)根据平行线的判定与性质证明即可;

(2)根据平行线的性质得到 $\angle 2 = \angle EMF = 80^\circ$, $\angle FED = \angle D = 48^\circ$, 即可求解.

本题考查了平行线的判定与性质, 关键是相关性质和定理的熟练掌握.

22.(本小题 8 分)

$$\text{已知不等式组} \begin{cases} -3(x-2) \leq a-x \text{①}, \\ \frac{2x+1}{3} \geq x-1 \text{②}. \end{cases}$$

(1)若该不等式组的解集为 $2 \leq x \leq 4$, 求 a 的值;

(2)若该不等式组无解, 求 a 的取值范围.

【答案】(1)解: 解不等式①, 得 $x \geq \frac{6-a}{2}$, 解不等式②, 得 $x \leq 4$,

$\therefore$ 不等式组的解集是 $2 \leq x \leq 4$, $\therefore \frac{6-a}{2} = 2$, 解得 $a = 2$.

(2)解不等式①, 得 $x \geq \frac{6-a}{2}$, 解不等式②, 得 $x \leq 4$,

$\therefore$ 不等式组无解, $\therefore \frac{6-a}{2} > 4$, 解得 $a < -2$.

【解析】1. 略

2. 略

23.(本小题 8 分)

如图 1, $AC = BC$, $CD = CE$, $\angle ACB = \angle DCE = \alpha$, AD 、 BE 相交于点 M , 连接 CM .

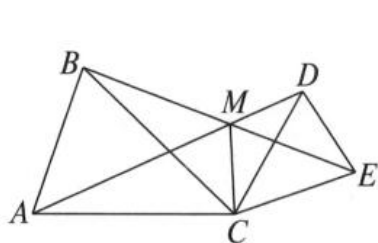


图 1

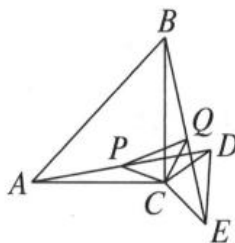


图 2

(1)求证: $BE = AD$;

(2)用含 α 的式子表示 $\angle AMB$ 的度数; (直接写出结果)

(3)当 $\alpha = 90^\circ$ 时, 取 AD 、 BE 的中点分别为点 P 、 Q , 连接 CP 、 CQ 、 PQ , 如图 2, 判断 $\triangle CPQ$ 的形状, 并加以证明.

【答案】(1)证明: $\because \angle ACB = \angle DCE = \alpha$,

$$\therefore \angle ACD = \angle BCE.$$

$$\text{在} \triangle ACD \text{ 和 } \triangle BCE \text{ 中, } \begin{cases} CA = CB, \\ \angle ACD = \angle BCE, \\ CD = CE, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE (SAS). \therefore BE = AD.$$

$$(2) \text{解: } \because \triangle ACD \cong \triangle BCE, \therefore \angle CAD = \angle CBE.$$

$$\text{在} \triangle ABC \text{ 中, } \because \angle BAC + \angle ABC = 180^\circ - \alpha,$$

$$\therefore \angle BAM + \angle ABM = 180^\circ - \alpha.$$

$$\therefore \text{在} \triangle ABM \text{ 中, } \angle AMB = 180^\circ - (180^\circ - \alpha) = \alpha.$$

$$(3) \text{解: } \triangle CPQ \text{ 为等腰直角三角形.}$$

$$\text{证明: 由(1)可得 } BE = AD.$$

$$\because AD、BE \text{ 的中点分别为点 } P、Q, \therefore AP = BQ.$$

$$\because \triangle ACD \cong \triangle BCE, \therefore \angle CAP = \angle CBQ.$$

$$\text{在} \triangle ACP \text{ 和 } \triangle BCQ \text{ 中, } \begin{cases} CA = CB, \\ \angle CAP = \angle CBQ, \\ AP = BQ, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACP \cong \triangle BCQ (SAS).$$

$$\therefore CP = CQ, \text{ 且 } \angle ACP = \angle BCQ.$$

$$\text{又} \because \angle ACP + \angle PCB = 90^\circ, \therefore \angle BCQ + \angle PCB = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle PCQ = 90^\circ. \therefore \triangle CPQ \text{ 为等腰直角三角形.}$$

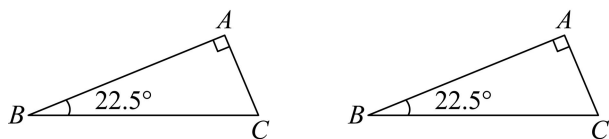
【解析】 1. 略

2. 略

3. 略

24. (本小题 8 分)

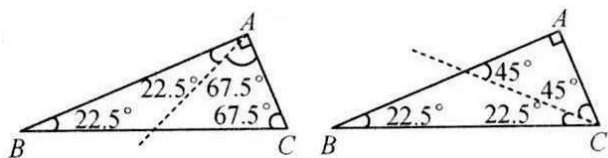
(1)操作实践: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $\angle B = 22.5^\circ$, 请画出一条直线把 $\triangle ABC$ 分割成两个等腰三角形, 并标出分割成两个等腰三角形底角的度数; (要求用两种不同的分割方法)



(2)分类探究: 在 $\triangle ABC$ 中, 最小内角 $\angle B = 24^\circ$, 若 $\triangle ABC$ 被一直线分割成两个等腰三角形, 请画出相应示意图并写出 $\triangle ABC$ 最大内角的所有可能值;

(3)猜想发现: 若一个三角形能被一直线分割成两个等腰三角形, 需满足什么条件? (请你至少写出两个条件, 不需证明)

【答案】解: (1)如图所示:



(2)设分割线为 AD , 相应的角度如图所示:

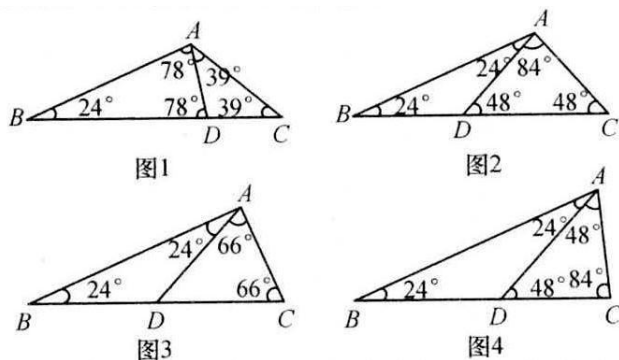


图 1 的最大角为 $39^\circ + 78^\circ = 117^\circ$, 图 2 的最大角为 $24^\circ + 84^\circ = 108^\circ$, 图 3 的最大角为 $24^\circ + 66^\circ = 90^\circ$, 图 4 的最大角为 84° , 故 $\triangle ABC$ 最大内角的可能值是 117° 或 108° 或 90° 或 84° .

(3)若一个三角形能被一直线分割成两个等腰三角形, 需满足的条件如下:

- ①该三角形是直角三角形;
- ②该三角形有一个角是最小角的 2 倍;
- ③该三角形有一个角是最小角的 3 倍.

【解析】见答案.

25.(本小题 10 分)

八年级数学兴趣小组在一次活动中进行了探究试验活动, 请你和他们一起活动吧.

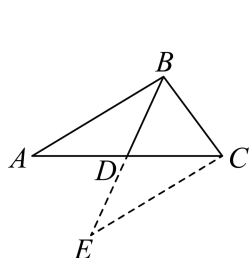


图1

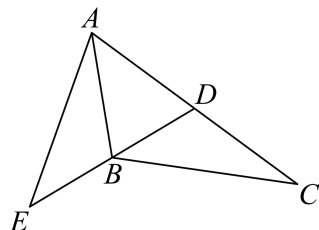


图2

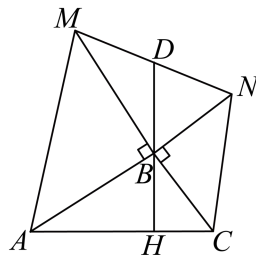


图3

【初步探索】

如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $AB = 4, BC = 2$, 求 AC 边上的中线 BD 的取值范围.

以下是小聪同学思考的解决方法: 先延长 BD 至点 E , 使 $DE = BD$, 然后连接 CE , 利用三角形全等将边 AB 转化到 CE , 最后在 $\triangle DEC$ 中利用三角形三边关系即可求出中线 BD 的取值范围.

(1) 在这个过程中, 小聪同学证明三角形全等用到的判定方法是____; 若线段 BD 的长度为整数, 则 $BD =$ ____;

(2) 【灵活应用】如图 2, BD 是 $\triangle ABC$ 的中线, 延长 DB 到点 E , 连接 AE , 使 $AE = BC$, 求证: $\angle AEB = \angle DBC$;

(3) 【拓展提升】如图 3, 在 $\triangle ABC$ 中, 分别以 AB, BC 作等腰直角三角形 $\triangle ABM$ 和 $\triangle BCN$, 其中 $\angle ABM = \angle CBN = 90^\circ$, 连接 MN , 点 D 是 MN 的中点, 连接 DB , 延长 DB 与 AC 相交于点 H , $BD = 6, BH = 2$. 试判断 BD 与 AC 的数量关系, 并求出 $\triangle ABC$ 的面积.

【答案】(1) SAS; 2

(2) 证明: 如图: 延长 BD 到点 F , 使 $DF = BD$, 连接 AF .

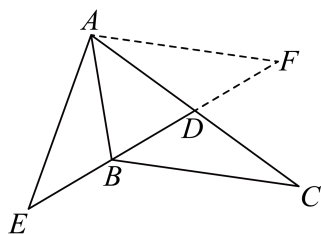


图2

$\because BD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,

$\therefore AD = CD$,

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle CDB$ 中,

$$\begin{cases} AD = CD \\ \angle ADF = \angle CDB \\ DB = DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CDB (SAS).$

$\therefore AF = BC, \angle DBC = \angle F,$

$\because AE = BC,$

$\therefore AF = AE,$

$\therefore \angle F = \angle AEB,$

又 $\because \angle DBC = \angle F,$

$\therefore \angle AEB = \angle DBC.$

(3)如图 3: 延长 BD 到点 E , 使 $DE = BD = 6$, 连接 ME .

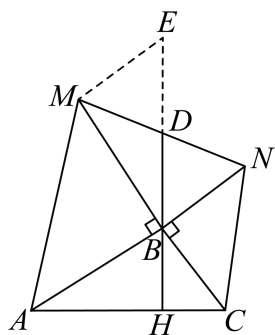


图3

$\because$ 点 D 是 MN 的中点,

$\therefore MD = ND.$

在 $\triangle BDN$ 和 $\triangle EDM$ 中,

$$\begin{cases} BD = DE \\ \angle BDN = \angle EDM, \\ MD = ND \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDN \cong \triangle EDM (SAS).$

$\therefore BN = EM, \angle DME = \angle DNB,$

$\therefore BN \parallel EM.$

$\because \triangle BCN$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore \angle CBN = 90^\circ, \quad BN = BC, \quad \angle BCN = 45^\circ,$$

$$\therefore EM = BC.$$

$$\because \angle ABM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle MBN = 180^\circ.$$

又 $\because BN \parallel EM$,

$$\therefore \angle MBN + \angle BME = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BME.$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BME$ 中,

$$\begin{cases} AB = BM \\ \angle ABC = \angle BME, \\ BC = EM \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BME (SAS).$$

$$\therefore AC = BE, \quad \angle MBE = \angle CAB,$$

$$\because BE = 2BD,$$

$$\therefore AC = 2BD.$$

$$\because BD = 6,$$

$$\therefore AC = 2 \times 6 = 12.$$

$$\because \angle ABM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MBE + \angle ABH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAB + \angle ABH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AHB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积为 } \frac{1}{2} AC \cdot BH = \frac{1}{2} \times 12 \times 2 = 12.$$

【解析】 1.

如图 1: 先延长 BD 至点 E , 使 $DE = BD$, 连接 CE , 易证 $\triangle ADB \cong \triangle CDE (SAS)$ 可得 $CE = AB = 4$, $BD = DE$, 再在 $\triangle BCE$ 中利用三角形的三边关系可得 $2 < BE < 6$, 进而得到 $1 < BD < 3$, 再结合已知条件即可解答;

如图 1: 先延长 BD 至点 E , 使 $DE = BD$, 连接 CE ,

$\because BD$ 是边 AC 上的中线,

$\therefore AD = CD$,

$\because DE = BD, \angle ADB = \angle EDC$,

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle CDE (SAS)$,

$\therefore CE = AB = 4$,

在 $\triangle BCE$ 中, $CE - BC < BE < CE + BC$,

$\therefore 2 < BE < 6$, 即 $2 < 2BD < 6$,

$\therefore 1 < BD < 3$,

$\because$ 线段 BD 的长度为整数,

$\therefore BD = 2$.

故答案为: $SAS, 2$.

2.

延长 BD 到点 F , 使 $DF = BD$, 连接 AF . 易证 $\triangle ADF \cong \triangle CDB (SAS)$ 可得 $AF = BC, \angle DBC = \angle F$, 进而得到 $AF = AE$, 再根据等边对等角可得 $\angle F = \angle AEB$, 最后根据等量代换即可解答;

3.

延长 BD 到点 E , 使 $DE = BD = 6$, 连接 ME . 易证 $\triangle BDN \cong \triangle EDM (SAS)$ 可得 $BN = EM$ 、

$\angle DME = \angle DNB$, 再证明 $\triangle ABC \cong \triangle BME (SAS)$ 可得 $AC = BE$ 、 $\angle MBE = \angle CAB$, 即 $AC = 2BD$; 再说明 $\angle AHB = 90^\circ$, 最后运用三角形的面积公式求解即可.