

2025 学年度第二学期期中七年级

数学试卷

(考试时间: 90 分钟 满分 100 分)

一、单选题 (每题 3 分, 共 18 分)

1. 下列不等式的解法中, 正确的是 ()

- A. $-x \geq -5$, 两边同乘 -1 , 得 $x \geq 5$
- B. $-x \leq -5$, 两边同乘 -1 , 得 $x \leq 5$
- C. $2x \geq -6$, 两边同时除以 -2 , 得 $x \leq 3$
- D. $-2x \geq -6$, 两边同时除以 -2 , 得 $x \leq 3$

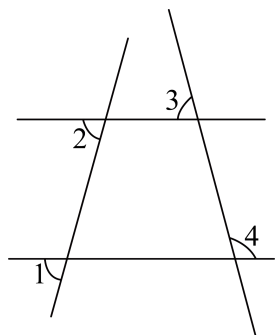
【答案】D

【解析】

【分析】根据不等式的基本性质, 进行求解即可.

- 【详解】解: A. $-x \geq -5$, 两边同乘 -1 , 得 $x \leq 5$, 故 A 错误;
- B. $-x \leq -5$, 两边同乘 -1 , 得 $x \geq 5$, 故 B 错误;
- C. $2x \geq -6$, 两边同时除以 2 , 得 $x \geq -3$, 故 C 错误;
- D. $-2x \geq -6$, 两边同时除以 -2 , 得 $x \leq 3$, 故 D 正确.

2. 如图, 已知 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = 65^\circ$, 那么 $\angle 4$ 的度数是 ()



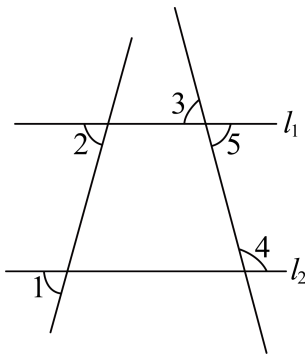
- A. 65°
- B. 95°
- C. 105°
- D. 115°

【答案】D

【解析】

【分析】根据 $\angle 1 = \angle 2$, 可得直线平行, 再由直线平行的性质求解即可.

【详解】解: 记直线 l_1, l_2 , 与 $\angle 5$, 如图,



$$\because \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore l_1 \parallel l_2,$$

$$\therefore \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ,$$

$$\because \angle 3 = \angle 4,$$

$$\therefore \angle 4 = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ.$$

3. 下列语句是命题的是 ()

- A. 画线段 CD
- B. 内错角相等吗
- C. 用量角器画 $\angle AOC = 90^\circ$
- D. 对顶角相等

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查的是命题与定理，判断一件事情的语句，叫做命题.
根据命题的概念判断即可.

【详解】 解： A、画线段 CD ，没有做出判断，不是命题，不符合题意；
B、内错角相等吗，没有做出判断，不是命题，不符合题意；
C、用量角器画 $\angle AOC = 90^\circ$ ，没有做出判断，不是命题，不符合题意；
D、对顶角相等，做出了判断，是命题，符合题意.

故选： D.

4. 已知如果两条平行线被第三条直线所截，那么下列说法正确的是 ()

- A. 截得的一对同旁内角相等
- B. 截得的一对同旁内角的角平分线互相平行
- C. 截得的一对内错角的角平分线互相平行
- D. 截得的一对同位角的角平分线互相垂直

【答案】 C

【解析】

【分析】根据平行线的性质，结合图形分析平分角之后得到的角之间的位置关系，运用平行线的判定判断是否平行；若不平行，则进一步探究其特殊性.

【详解】解：A、两直线平行，同旁内角互补，故该选项说法错误，不符合题意；

B、两直线平行，同旁内角互补，其角平分线分得的不同的两角互余，从而推出两条角平分线相交成 90° 角，即互相垂直，故该选项说法错误，不符合题意；

C、两直线平行，内错角相等，其角平分线分得的角也相等；根据内错角相等，两直线平行可判断角平分线互相平行，故该选项说法正确，符合题意；

D、两直线平行，同位角相等，其角平分线分得的角也相等；根据同位角相等，两直线平行可判断角平分线互相平行，而不是互相垂直，故该选项说法错误，不符合题意.

5. 下列长度的三条线段，能组成三角形的是（ ）

A. 3, 4, 8

B. 5, 6, 11

C. 2, 2, 3

D. 10, 5, 5

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查三角形三边的关系，即任意两边之和大于第三边.通过计算各选项中线段的长度和，判断是否满足条件.

根据三角形的三边关系来逐一进行判断求解.

【详解】解：A.因为 $3+4=7<8$ ，所以不能组成三角形，故此项不符合题意；

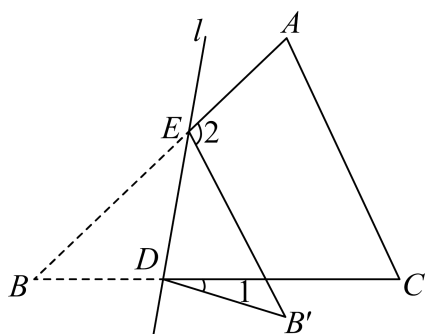
B.因为 $5+6=11$ ，所以不能组成三角形，故此项不符合题意；

C.因为 $2+2=4>3$ ，所以能组成三角形，故此项符合题意；

D.因为 $5+5=10$ ，所以不能组成三角形，此项不符合题意.

故选：C.

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 40^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 沿直线 l 翻折，点 B 落在点 B' 的位置，则 $\angle 2 - \angle 1$ 的度数是（ ）



A. 90°

B. 80°

C. 50°

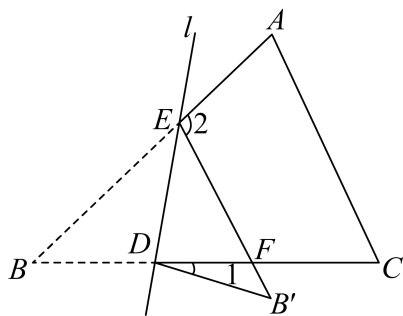
D. 40°

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了折叠问题，三角形外角的性质等知识点，熟练掌握折叠的性质及三角形外角的性质是解题的关键. 设 $B'E$ 与 BC 交于点 F ，由折叠的性质可得 $\angle B' = \angle B = 40^\circ$ ，由三角形外角的性质可得 $\angle 2 = \angle B + \angle EFB = \angle B + \angle B' + \angle 1 = 40^\circ + \angle 1$ ，由此即可求出 $\angle 2 - \angle 1$ 的度数.

【详解】解：如图，设 $B'E$ 与 BC 交于点 F ，



由折叠的性质可得： $\angle B' = \angle B = 40^\circ$ ，

由三角形外角的性质可得：

$$\angle 2 = \angle B + \angle EFB = \angle B + \angle B' + \angle 1 = 40^\circ + 40^\circ + \angle 1 = 80^\circ + \angle 1,$$

$$\therefore \angle 2 - \angle 1 = 80^\circ,$$

故选：B.

二、填空题（每题 2 分，共 24 分）

7. 根据题意列不等式： x 与 y 的 3 倍的和不大 于 10: _____.

【答案】 $x + 3y \leq 10$

【解析】

【分析】本题考查了列不等式，根据 x 与 y 的 3 倍的和不大 于 10 得出 $x + 3y \leq 10$ ，即可作答.

【详解】解： $\because x$ 与 y 的 3 倍的和不大 于 10

$$\therefore x + 3y \leq 10.$$

8. 若 $(m-1)x^{|m|} + 3 > 0$ 是关于 x 的一元一次不等式，则 $m =$ _____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】根据一元一次不等式的定义可知 $m-1 \neq 0, |m|=1$ ，从而可求得 m 的值.

【详解】解： $\because (m-1)x^{|m|} + 3 > 0$ 是关于 x 的一元一次不等式，

$$\therefore m-1 \neq 0, |m|=1.$$

解得: $m = -1$.

故答案为: -1 .

【点睛】 本题主要考查的是一元一次不等式的定义, 掌握一元一次不等式的特点是解题的关键.

9. 已知关于 x 的方程 $3k-4x=-9$ 的解是非负数, 则 k 的最小值为_____.

【答案】 -3

【解析】

【分析】 本题主要考查解一元一次方程及一元一次不等式, 列出关于 k 的不等式求出 k 的取值范围是解题关键.

把 k 看作已知数表示出方程的解, 根据解为非负数, 确定出 k 的范围, 即可得出答案.

【详解】 解: $3k-4x=-9$

$$\text{解得: } x = \frac{3k+9}{4},$$

$$\text{由题意得: } \frac{3k+9}{4} \geq 0,$$

$$\text{解得: } k \geq -3,$$

$\therefore k$ 的最小值为 -3 .

故答案为: -3 .

10. 已知不等式 $ax-3>2x$ 与 $x>3$ 的解集相同, 则 a 的值为_____.

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查的是不等式的性质, 不等式的解法, 根据不等式 $ax-3>2x$ 与 $x>3$ 的解集相同, 可得 $\frac{3}{a-2}=3$, 再进一步可得答案.

【详解】 解: $\because ax-3>2x$,

$$\therefore (a-2)x>3,$$

$\therefore$ 不等式 $ax-3>2x$ 与 $x>3$ 的解集相同,

$$\therefore x>\frac{3}{a-2},$$

$$\therefore \frac{3}{a-2}=3,$$

$$\text{解得: } a=3,$$

解得: $a=3$, 经检验符合题意;

故答案为：3

11. 若不等式组 $\begin{cases} x < 2-a \\ x > 3 \end{cases}$ 无解，则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $a \geq -1$

【解析】

【分析】根据不等式组无解的判定规则，列出关于 a 的一元一次不等式，求解即可得到 a 的取值范围.

【详解】解： $\because$ 不等式组 $\begin{cases} x < 2-a \\ x > 3 \end{cases}$ 无解，

$$\therefore 2-a \leq 3,$$

$$\text{移项得 } -a \leq 3-2,$$

$$\text{合并同类项得 } -a \leq 1,$$

$$\text{解得 } a \geq -1.$$

12. 命题：“如果两个角是对顶角，那么它们相等.” 的逆命题是_____.

【答案】 如果两个角相等，那么它们是对顶角

【解析】

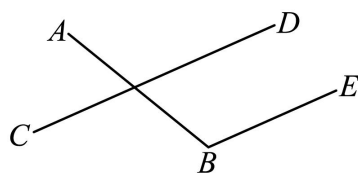
【分析】该题考查了逆命题，逆命题是通过交换原命题的条件和结论得到的.

【详解】解：原命题“如果两个角是对顶角，那么它们相等”的条件是“两个角是对顶角”，结论是“它们相等”.

交换条件和结论，得到逆命题“如果两个角相等，那么它们是对顶角”.

故答案为：如果两个角相等，那么它们是对顶角.

13. 如图， $CD \parallel BE$ ，如果 $\angle ABE = 120^\circ$ ，那么直线 AB 、 CD 的夹角是_____度.



【答案】 60

【解析】

【分析】设 AB 与 CD 交于点 F ，由 $CD \parallel BE$ ，利用“两直线平行，同旁内角互补”可求出 $\angle BFD$ 的度数，此题得解.

【详解】设 AB 与 CD 交于点 F ，如图，

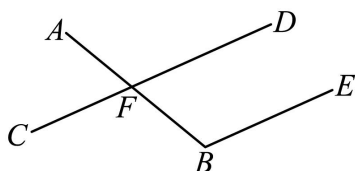
$$\because CD \parallel BE,$$

$$\therefore \angle ABE + \angle BFD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BFD = 180^\circ - \angle ABE = 60^\circ,$$

故填：60.



【点睛】此题考查平行线的性质，由平行证得同旁内角互补，由此求得夹角的度数.

14. 若一个三角形的三个内角度数之比为1:3:4，则这个三角形是_____.

【答案】直角三角形

【解析】

【分析】首先根据题意，可得：这个三角形的最大的角的度数占三角形的内角和的 $\frac{4}{1+3+4}$ ；然后根据三角形的内角和是 180° ，用180乘这个三角形的最大的角的度数占三角形的内角和的分率，求出最大的角的度数是多少，判断出这个三角形是什么三角形即可．此题主要考查了三角形的内角和定理，解答此题的关键是求出这个三角形的最大的角的度数是多少．

【详解】解：依题意

$\therefore$ 一个三角形的三个内角度数之比为1:3:4

$$\begin{aligned} \therefore 180^\circ \times \frac{4}{1+3+4} \\ &= 180^\circ \times \frac{1}{2} \\ &= 90^\circ \end{aligned}$$

$\therefore$ 这个三角形的最大的角的度数是 90° ，

$\therefore$ 这个三角形是直角三角形．

故答案为：直角三角形．

15. 已知一等腰三角形的两边长分别为1cm和3cm，则此三角形的周长为_____cm.

【答案】7

【解析】

【分析】题目给出等腰三角形有两条边长为1cm和3cm，而没有明确腰、底分别是多少，所以要进行讨论，还要应用三角形的三边关系验证能否组成三角形．

【详解】解：当腰长是 1cm 时，因为 $1+1<3$ ，不符合三角形的三边关系，舍去；

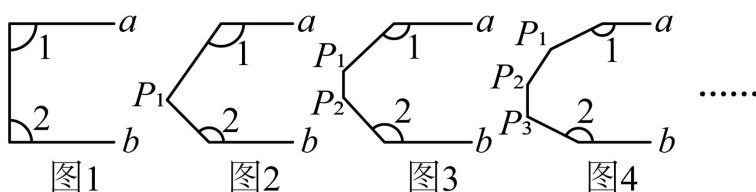
当腰长是 3cm 时，因为 $1+3>3$ ，符合三角形三边关系，此时周长是 $1+3+3=7$ (cm)。

故答案为：7。

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系；已知没有明确腰和底边的题目一定要想到两种情况，分类进行讨论，还应验证各种情况是否能构成三角形进行解答，这点非常重要，也是解题的关键。

16. 观察下列图形：若 $a \parallel b$ ，在第 1 个图中，可得 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，则按照以上规律，

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle P_1 + \angle P_2 + \angle P_3 + \dots + \angle P_n = \underline{\hspace{2cm}}^\circ.$$



【答案】 $(n+1) \times 180$

【解析】

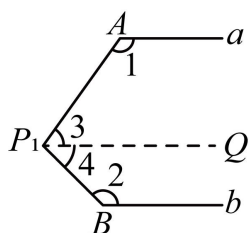
【分析】本题考查的是平行线的性质，根据题意作出辅助线，利用两直线平行，同旁内角互补是解答此题的关键。分别过 P_1 、 P_2 、 P_3 作直线 a 的平行线 P_1E, P_2F, P_3G ，由平行线的性质可得出：

$$\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ, \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ, \angle 7 + \angle 8 = 180^\circ, \angle 4 + \angle 2 = 180^\circ \text{ 于是得到 } \angle 1 + \angle P_1 + \angle 2 = 2 \times 180^\circ,$$

$$\angle 1 + \angle P_1 + \angle P_2 + \angle 2 = 3 \times 180^\circ, \angle 1 + \angle P_1 + \angle P_2 + \angle P_3 + \angle 2 = 4 \times 180^\circ, \text{ 根据规律得到结果}$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle P_1 + \dots + \angle P_n = (n+1) \times 180^\circ.$$

【详解】解：如图，过 P_1 作 $P_1Q \parallel a$ ，

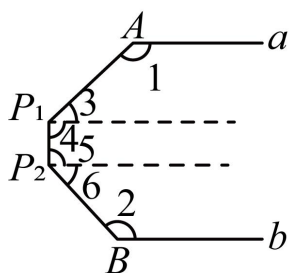


$$\because a \parallel b$$

$$\therefore P_1Q \parallel b$$

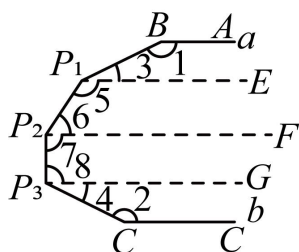
$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ, \angle 4 + \angle 2 = 180^\circ$$

$$\therefore \angle 1 + \angle AP_1B + \angle 2 = 360^\circ$$



同理可得， $\angle 1 + \angle AP_1P_2 + \angle P_1P_2B + \angle 2 = 3 \times 180^\circ$ ，

如图，分别过 P_1 、 P_2 、 P_3 作直线 a 的平行线 P_1E, P_2F, P_3G ，



$\therefore AB \parallel CD$ ，

$\therefore AB \parallel P_1E \parallel P_2F \parallel P_3G$ 。

由平行线的性质可得出： $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ, \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ, \angle 7 + \angle 8 = 180^\circ, \angle 4 + \angle 2 = 180^\circ$

$\therefore$ 第 1 个图中： $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，

第 2 个图中： $\angle 1 + \angle P_1 + \angle 2 = 2 \times 180^\circ$ ，

第 3 个图中： $\angle 1 + \angle P_1 + \angle P_2 + \angle 2 = 3 \times 180^\circ$ ，

第 4 个图中： $\angle 1 + \angle P_1 + \angle P_2 + \angle P_3 + \angle 2 = 4 \times 180^\circ$ ，

……，

$\therefore$ 第 n 个图中： $\angle 1 + \angle 2 + \angle P_1 + \dots + \angle P_n = (n+1) \times 180^\circ$ 。

故答案为： $(n+1) \times 180$ 。

17. 定义：如果一个三角形一边长为 m ，另一条边长为 $2m$ ，那么我们把这个三角形叫做“特征三角形”，其中长为 m 的边叫作“特征边”。已知在特征三角形 ABC 中， $AC = 4, BC = 6$ ，边 AB 是特征边，那么边 AB 的长为_____。

【答案】3

【解析】

【分析】本题考查了新定义，掌握三角形三边关系：任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边

是解题的关键.

先根据三角形三边关系求出 $2 < AB < 10$, 再根据“特征边”的定义分类讨论求解即可.

【详解】解: 由题意得, $BC - AC < AB < AC + BC$,

$\therefore 2 < AB < 10$,

若 $2m = AC = 4$, 则 $m = 2$ (舍);

若 $2m = BC = 6$, 则 $m = 3$,

$\therefore$ 边 AB 的长为 3,

故答案为: 3.

18. 阅读: 我们知道 $|a| = \begin{cases} a (a \geq 0) \\ -a (a < 0) \end{cases}$, 于是解不等式 $|x-3| \leq 4$, 我们可以分两种情况去掉绝对值符号,

转化为我们熟悉的不等式, 按上述思路, 我们有以下解法:

解: ①当 $x-3 \geq 0$, 即 $x \geq 3$ 时, $x-3 \leq 4$, 解得 $x \leq 7$, 所以 $3 \leq x \leq 7$;

②当 $x-3 < 0$, 即 $x < 3$ 时, $-(x-3) \leq 4$, 解得 $x \geq -1$, 所以 $-1 \leq x < 3$.

所以原不等式的解集为 $-1 \leq x \leq 7$.

根据以上思想, 不等式 $|x-1| \leq 2$ 的解集是_____.

【答案】 $-1 \leq x \leq 3$

【解析】

【分析】仿照示例, 首先进行分类讨论, 去掉绝对值符号, 再解不等式, 得到解集

【详解】解: $|x-1| \leq 2$,

当 $x-1 \geq 0$ 时, $x \geq 1$,

$\therefore x-1 \leq 2$, 解得 $x \leq 3$,

$\therefore 1 \leq x \leq 3$;

当 $x-1 < 0$ 时, $x < 1$,

$\therefore -(x-1) \leq 2$, 解得 $x \geq -1$,

$\therefore -1 \leq x < 1$,

$\therefore$ 原不等式的解集为 $-1 \leq x \leq 3$.

三、简答题 (第 19、20、22 题每题 5 分, 第 21、23、24、25 题每题 6 分, 第 26 题 7 分, 第 27 题 12 分, 共 58 分)

19. 解不等式: $\frac{x+7}{2} \leq 3(x-1)+4$.

【答案】 $x \geq 1$

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次不等式的解法，熟练掌握解一元一次不等式的步骤是解答本题的关键．按照去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为1的步骤求出不等式的解集即可．

【详解】 解: $\because \frac{x+7}{2} \leq 3(x-1)+4$

$$\therefore x+7 \leq 6(x-1)+8$$

$$\therefore x+7 \leq 6x-6+8$$

$$\therefore x-6x \leq -6+8-7$$

$$\therefore -5x \leq -5$$

$$\therefore x \geq 1$$

则原不等式的解集为 $x \geq 1$

20. 解不等式组 $\begin{cases} -2x+3 \geq -1 \\ \frac{x+2}{2} > -1 \end{cases}$ ，并将解集在数轴上表示出来，并写出解集的非负整数解.

【答案】 不等式组的解集为 $-4 < x \leq 2$ ，非负整数解为 0,1,2

【解析】

【分析】 先分别求出两个不等式的解集，再求出不等式组的公共解集，将解集表示在数轴上，最后找出解集中符合要求的非负整数即可．

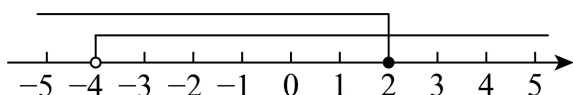
【详解】 解: $\begin{cases} -2x+3 \geq -1 \text{①} \\ \frac{x+2}{2} > -1 \text{②} \end{cases}$,

解不等式①得: $x \leq 2$

解不等式②得: $x > -4$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-4 < x \leq 2$,

在数轴上表示如下:



所以解集的非负整数解为 $0, 1, 2$.

21. 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x - y = m - 1 \text{ ①} \\ x + y = -3m + 7 \text{ ②} \end{cases}$, 若方程组的解满足 $x - 2y < 9$, 求 m 的最大整数值.

【答案】 4

【解析】

【分析】 本题考查解二元一次方程组, 求一元一次不等式的整数解, 先求出二元一次方程组的解, 将解代入不等式中, 求出不等式的解集, 进而求出 m 的最大整数值即可.

【详解】 解: $\begin{cases} x - y = m - 1 \text{ ①} \\ x + y = -3m + 7 \text{ ②} \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} x = -m + 3 \\ y = -2m + 4 \end{cases}$,

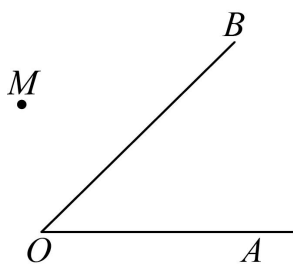
$\therefore x - 2y < 9$,

$\therefore -m + 3 - 2(-2m + 4) < 9$,

解得: $m < \frac{14}{3}$,

$\therefore m$ 的最大整数值为 4.

22. 按要求作图, 并填空.



(1) 过点 M 作直线 OA 的垂线和平行线, 分别交直线 OA , OB 于点 C , D ;

(2) 点 M 到直线 OA 的距离是线段_____的长度.

【答案】 (1) 见解析 (2) MC

【解析】

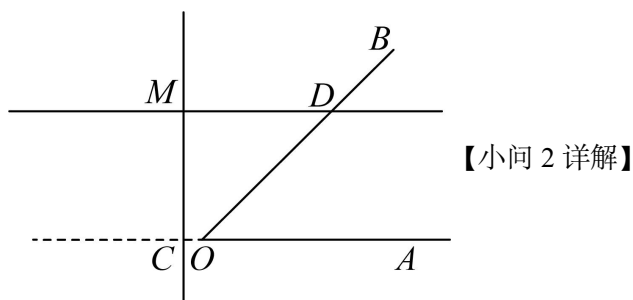
【分析】 本题考查了画平行线, 垂线, 点到直线的距离;

(1) 根据要求画出图形即可.

(2) 根据点到直线的距离的定义判断即可.

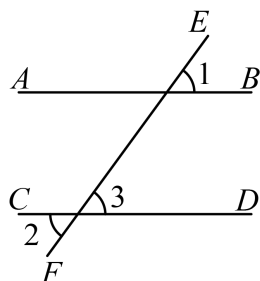
【小问 1 详解】

解: 如图所示, MC, MD 即为所求;



解: 点 M 到直线 OA 的距离是线段 MC 的长度.

23. 如图, 已知 $\angle 1 = \angle 2$, 请完成下面的填空.



解: 因为 $\angle 2 = \angle 3$ (_____)

又因为 $\angle 1 = \angle 2$ (已知)

所以 $\angle 1 = \angle 3$ (_____)

所以 _____ $\parallel$ _____ (_____, 两直线平行)

【答案】对顶角相等, $\angle 3$, 等量代换, AB , CD , 同位角相等

【解析】

【分析】本题考查的是平行线的判定, 根据对顶角相等, 等量代换和平行线的判定定理进行证明即可. 掌握平行线的判定定理是解题的关键.

【详解】解: 因为 $\angle 2 = \angle 3$ (对顶角相等),

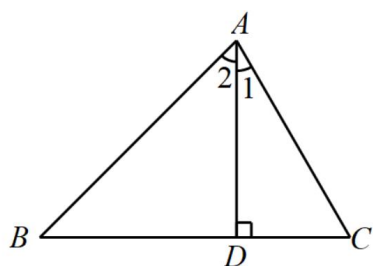
又因为 $\angle 1 = \angle 2$ (已知),

所以 $\angle 1 = \angle 3$ (等量代换),

所以 $AB \parallel CD$ (同位角相等, 两直线平行).

故答案为: 对顶角相等, $\angle 3$, 等量代换, AB , CD , 同位角相等.

24. 如图, 在 ABC 中, $AD \perp BC$, 垂足为点 D , $\angle C = 2\angle 1$, $\angle 2 = \frac{3}{2}\angle 1$, 求 $\angle B$ 的度数.



【答案】 45°

【解析】

【分析】 根据垂直的定义和三角形内角和定理计算即可.

【详解】 $\because AD \perp BC$,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle C + \angle 1 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 2\angle 1,$$

$$\therefore \angle C = 60^\circ, \angle 1 = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \frac{3}{2}\angle 1,$$

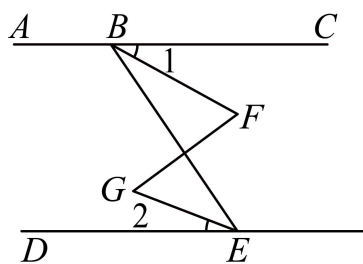
$$\therefore \angle 2 = \frac{3}{2}\angle 1 = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle B + \angle ADB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle 2 - \angle ADB = 45^\circ.$$

【点睛】 本题考查的是三角形内角和定理，掌握三角形的内角和等于 180° 是解题的关键.

25. 如图，已知 $\angle ABE + \angle DEB = 180^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，求证： $\angle F = \angle G$.



【答案】 见解析

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的判定和性质，熟记平行线的判定和性质定理，以及角度的等量代换是解题关键. 根据平行线的判定得出 $AC \parallel ED$ ，根据平行线的性质得出 $\angle CBE = \angle DEB$ ，求出 $\angle FBE = \angle GEB$ ，根据平行线的判定得出 $BF \parallel EG$ 即可.

【详解】 证明： $\because \angle ABE + \angle DEB = 180^\circ$,

$\therefore AC \parallel ED$,
 $\therefore \angle CBE = \angle DEB$,
 $\because \angle 1 = \angle 2$,
 $\therefore \angle CBE - \angle 1 = \angle DEB - \angle 2$,
 即 $\angle FBE = \angle GEB$,
 $\therefore BF \parallel EG$,
 $\therefore \angle F = \angle G$.

26. “抖空竹”是国家级非物质文化遗产. “抖空竹”的一个瞬间如图 1 所示, 将图 1 抽象成一个数学问题:



图1

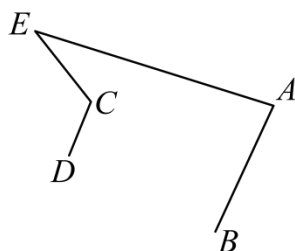


图2

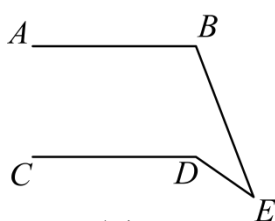


图3

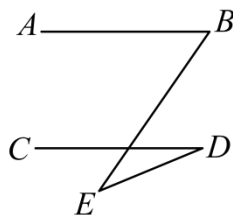


图4

- (1) 如图 2, 若 $AB \parallel CD$, $\angle EAB = 75^\circ$, $\angle ECD = 110^\circ$, 求 $\angle E$ 的度数.
- (2) 【拓展延伸】已知 $AB \parallel CD$, 点 E 为 AB, CD 之外任意一点.
- ①如图 3, 探究 $\angle BED$ 与 $\angle B, \angle D$ 之间的数量关系, 并说明理由;
- ②如图 4, 探究 $\angle CDE$ 与 $\angle B, \angle BED$ 之间的数量关系, 请直接写出结果.

【答案】(1) 35°

(2) ① $\angle BED = \angle D - \angle B$; ② $\angle B = \angle BED + \angle CDE$

【解析】

【分析】本题主要考查了平行线的判定和性质, 熟练掌握平行线的判定和性质是解决此题的关键.

(1) 过点 E 作 $EF \parallel CD$, 则 $EF \parallel CD \parallel AB$, 根据平行线的性质可知 $\angle FEA = 105^\circ$, $\angle FEC = 70^\circ$, 进

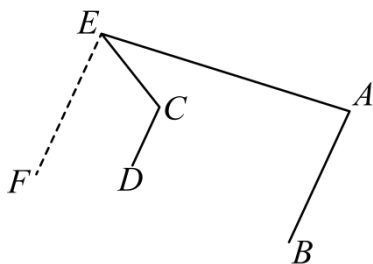
而可求解;

(2) ① 过点 E 作 $EF \parallel CD$, 则 $EF \parallel CD \parallel AB$, 根据平行线的性质可得 $\angle B + \angle FEB = 180^\circ, \angle D + \angle FED = 180^\circ$, 进而得到结果;

② 过点 E 作 $EF \parallel CD$, 则 $EF \parallel CD \parallel AB$, 根据平行线的性质可得 $\angle B = \angle FEB, \angle D = \angle FED$, 进而得到结论.

【小问 1 详解】

解: 过点 E 作 $EF \parallel CD$,



$$\because AB \parallel CD$$

$$\therefore EF \parallel CD \parallel AB$$

$$\therefore \angle EAB + \angle FEA = 180^\circ, \angle ECD + \angle FEC = 180^\circ$$

$$\because \angle EAB = 75^\circ, \angle ECD = 110^\circ$$

$$\therefore \angle FEA = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ, \angle FEC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ,$$

$$\because \angle FEC + \angle AEC = \angle FEA$$

$$\therefore \angle AEC = 105^\circ - 70^\circ = 35^\circ,$$

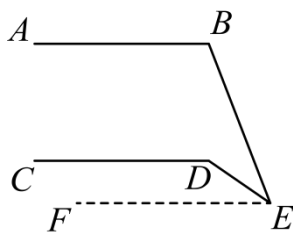
$$\text{即 } \angle E = 35^\circ,$$

故答案为: 35° .

【小问 2 详解】

$$\textcircled{1} \angle BED = \angle D - \angle B,$$

理由如下: 过点 E 作 $EF \parallel CD$, 则 $EF \parallel CD \parallel AB$,



$$\therefore \angle B + \angle FEB = 180^\circ, \angle D + \angle FED = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle FEB = \angle D + \angle FED,$$

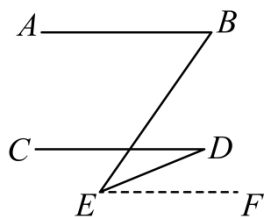
$$\because \angle FEB = \angle BED + \angle FED,$$

$$\therefore \angle B + \angle BED + \angle FED = \angle D + \angle FED,$$

$$\therefore \angle BED = \angle D - \angle B;$$

$$\textcircled{2} \angle B = \angle BED + \angle CDE,$$

理由如下：过点 E 作 $EF \parallel CD$ ，则 $EF \parallel CD \parallel AB$ ，



$$\therefore \angle B = \angle FEB, \angle CDE = \angle FED$$

$$\because \angle FEB = \angle BED + \angle FED$$

$$\therefore \angle B = \angle BED + \angle FED$$

$$\therefore \angle B = \angle BED + \angle CDE.$$

27. 如图， $CD \parallel AB$ ，现将一块含 30° 的三角板 EFG 按如图 1 放置， $\angle G = 90^\circ$ ， $\angle EFG = 30^\circ$ ，使点 E 、 F 分别在直线 CD 、 AB 上，设 $\angle GFB = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$)。

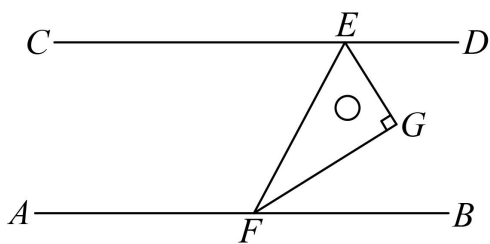


图 1

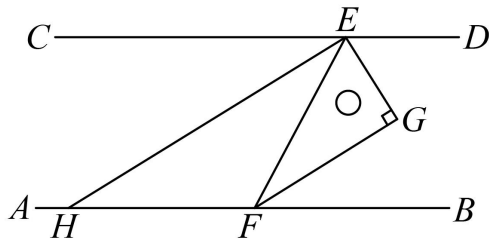


图 2

(1) 求 $\angle DEG + \angle GFB$ 的度数；

(2) 如果 $\angle CEF$ 的角平分线 EH 交直线 AB 于点 H ，如图 2.

①当 $EH \parallel FG$ 时，求 α 的度数；

②在①的条件下，如果点 P 是射线 EC 上的一点，将三角板 EFG 绕着点 E 以每秒 1° 的速度进行顺时针旋转，同时射线 PC 绕着点 P 以每秒 4° 的速度进行顺时针旋转，射线 PC 旋转一周后停止转动，同时三角板 EFG 也停止转动。当旋转多少时间时， CP 与 $\triangle EFG$ 的一边平行？

【答案】 (1) 90°

(2) ① 30° ；②当旋转 20 秒或 40 秒或 50 秒或 80 秒时， CP 与 $\triangle EFG$ 的一边平行.

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质，一元一次方程的应用，添加辅助线是解题的关键，第 3 问是动点问题，找到模型即可解答.

(1) 先作辅助线构造平行，然后根据平行线的性质即可解答；

(2) ①利用两次平行线的性质，找到等量关系，②动点问题，先把图形画出来，然后数形结合找到角之间的数量关系，列出方程，从而求出 t .

【小问 1 详解】

解：如图 1，过点 G ，作 $GM \parallel AB$ ，

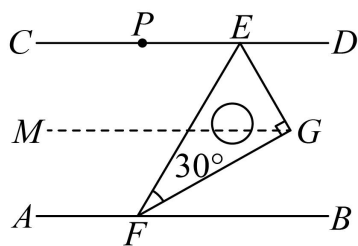


图 1

$\because CD \parallel AB, MG \parallel AB,$

$\therefore CD \parallel MG,$

$\therefore \angle MGF = \angle BFG, \angle DEG = \angle EGM,$

$\therefore \angle DEG + \angle BFG = \angle EGM + \angle MGF = \angle EGF = 90^\circ,$

$\therefore \angle DEG + \angle BFG = 90^\circ;$

【小问 2 详解】

解：① $\because EH \parallel FG,$

$\therefore \angle GFB = \angle EHF = \alpha,$

$\because HE$ 平分 $\angle CEF,$

$\therefore \angle CEH = \angle FEH,$

又 $\because CD \parallel AB,$

$\therefore \angle CEH = \angle EHF = \alpha, \angle CEF = \angle EFB = 2\alpha,$

$\therefore 2\alpha = 30^\circ + \alpha,$

解得 $\alpha = 30^\circ;$

【点睛】 ②如图 2，当 $PC' \parallel EG$ 时，延长 GE 至点 Q ,

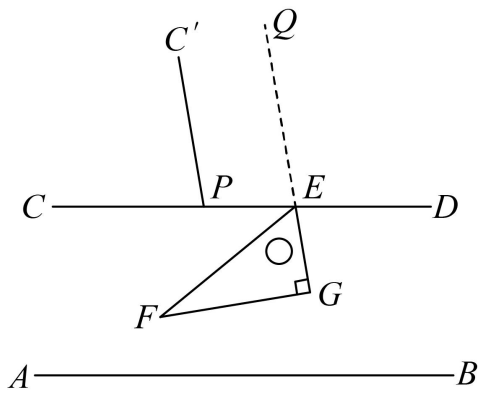


图 2

$$\because PC' \parallel GQ,$$

$$\therefore \angle CPC' = \angle CEQ,$$

$$\because \angle CEQ = \angle DEG,$$

$$\therefore \angle CPC' = \angle DEG,$$

$$\text{由题意知, } \angle CPC' = (4t)^\circ,$$

$$\text{由①得 } \angle DEG = 90^\circ - \alpha + t = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ + t^\circ,$$

$$\therefore (4t)^\circ = 60^\circ + t^\circ,$$

$$\text{解得: } t = 20;$$

当 $PC' \parallel EF$ 时,

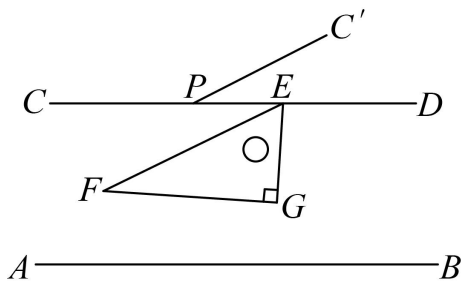


图 3

$$\therefore \angle CPC' = \angle DEF,$$

$$\text{由题意知得 } \angle DEE = \angle DEG + \angle FEG = 120^\circ + t^\circ,$$

$$\therefore (4t)^\circ = 120^\circ + t^\circ,$$

$$\text{解得 } t = 40;$$

如图 4, 当 $PC' \parallel FG$ 时, 延长 GF 交 CE 于点 T , 过点 G 作 $GV \parallel CD$,

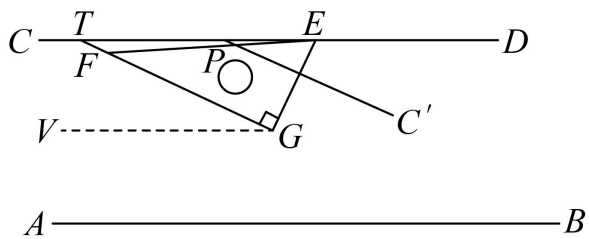


图 4

$$\therefore \angle VGE = \angle DEG = 60^\circ + t^\circ,$$

$$\therefore \angle FGE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle VGT = t^\circ - 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ETG = \angle VGT = t^\circ - 30^\circ,$$

$$\therefore PC' \parallel FG,$$

$$\therefore \angle DPC' = \angle ETG = t^\circ - 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DPC' = (4t)^\circ - 180^\circ,$$

$$\therefore (4t)^\circ - 180^\circ = t^\circ - 30^\circ,$$

解得: $t = 50$;

如图 4, 当 $PC' \parallel EG$ (第二次) 时,

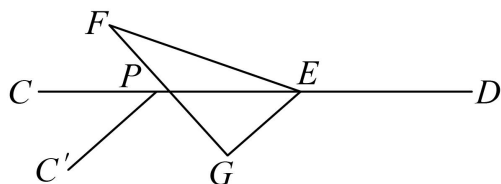


图 5

则 $\angle CPC' = \angle CEG$,

$$\therefore 360^\circ - (4t)^\circ = 180^\circ - (60^\circ + t^\circ),$$

解得: $t = 80$;

综上, 当旋转 20 秒或 40 秒或 50 秒或 80 秒时, CP 与 $\triangle EFG$ 的一边平行.