

2025-2026 学年七年级数学下学期期末考试

强化卷·全解全析版

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 新教材沪教版七年级下册全册。

一、选择题 (本题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。)

1. 根据不等式的性质, 下列变形正确的是 ()

- A. 若 $2x+1 < x$, 则 $x < 1$ B. 若 $a > b$, 则 $c-a > c-b$
- C. 若 $-\frac{1}{2}a > 2$, 则 $a < 4$ D. 若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$

【答案】D

【分析】本题考查不等式的性质。利用不等式的性质逐项判断即可。

【详解】解: 若 $2x+1 < x$, 则 $x < -1$, 则选项 A 不符合题意,

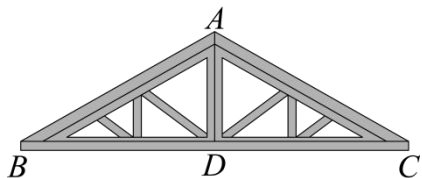
若 $a > b$, 则 $c-a < c-b$, 则选项 B 不符合题意,

若 $-\frac{1}{2}a > 2$, 则 $a < -4$, 则选项 C 不符合题意,

若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$, 则选项 D 符合题意,

故选: D.

2. 在如图的房屋人字梁架中, $AB = AC$, 点 D 在 BC 上, 下列条件不能说明 $AD \perp BC$ 的是 ()



- A. $\angle ADB = \angle ADC$ B. $\angle B = \angle C$ C. $BD = CD$ D. AD 平分 $\angle BAC$

【答案】B

【分析】本题考查三线合一, 根据三线合一, 进行判断即可。

【详解】解：当 $\angle ADB = \angle ADC$ 时，

$\therefore$ 点 D 在 BC 上，

$\therefore \angle ADB + \angle ADC = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ ，

$\therefore AD \perp BC$ ；故选项 A 不符合题意；

$\therefore AB = AC$ ，

$\therefore \angle B = \angle C$ ，不能得到 $AD \perp BC$ ；故选项 B 符合题意；

$\therefore AB = AC$ ，

$\therefore$ 当 $BD = CD$ 或 AD 平分 $\angle BAC$ 时， $AD \perp BC$ ；故选项 C，D 均不符合题意；

故选 B

3. 下列命题是真命题的有（ ）

①同一平面内，如果直线 $a \perp b$ ， $b \parallel c$ ，则 $a \parallel c$ ；

②三角形的任意两边之和大于第三边；

③全等三角形对应边上的高相等；

④面积相等的两三角形全等.

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】B

【分析】本题考查了命题的判断，熟练掌握平行与垂直的性质，三角形三边关系，全等三角形的性质是解题的关键.

逐一判断命题真假：①利用平行与垂直的性质；②三角形三边关系；③全等三角形的性质；④通过反例说明.

【详解】① $\because a \perp b$ ， $b \parallel c$ ，

$\therefore a \perp c$ ，故 $a \parallel c$ 错误，为假命题；

②三角形的任意两边之和大于第三边，正确，为真命题；

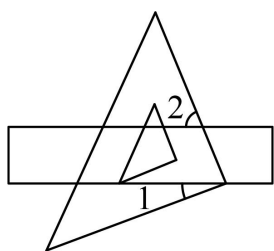
③全等三角形对应边上的高相等，正确，为真命题；

④面积相等的两三角形不一定全等（如底为 4 高为 3 与底为 6 高为 2 的三角形面积均为 6 但不全等），故为假命题；

综上，真命题有 2 个，

故选：B.

4. 如图，将直尺与三角尺叠放在一起，如果 $\angle 1 = 25^\circ$ ，那么 $\angle 2$ 的度数为 ()



- A. 55° B. 65° C. 75° D. 85°

【答案】B

【分析】根据两直线平行，同位角相等可知 $\angle 3 = \angle 2$ ，根据余角的定义可以求出 $\angle 3 = \angle 2 = 65^\circ$ 。

【详解】解：如下图所示，

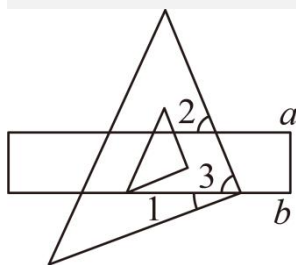
$\because a \parallel b$,

$\therefore \angle 3 = \angle 2$,

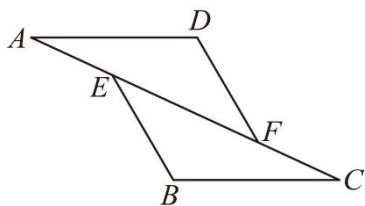
$\because \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$, $\angle 1 = 25^\circ$,

$\therefore \angle 3 = 90^\circ - \angle 1 = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$,

$\therefore \angle 3 = \angle 2 = 65^\circ$.



5. 如图，点 E 、 F 在线段 AC 上， $AE = CF$ ， $\angle A = \angle C$ ，下列条件中不能判断 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$ 的是 ()



- A. $BE = DF$ B. $BE \parallel DF$ C. $\angle D = \angle B$ D. $AD = BC$

【答案】A

【分析】本题考查了三角形全等的判定方法，在 $\triangle ADF$ 与 $\triangle CBE$ 中， $AF = CE$ ， $\angle A = \angle C$ ，所以结合全等三角形的判定方法逐项分析，即可求解。

【详解】解： $\because AE = CF$ ， $EF = EF$ ，

$\therefore AF = CE$ ，

A、添加 $BE = DF$ ，由 $\angle A = \angle C$ ， $AF = CE$ ， $BE = DF$ ，不能判定 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$ ，故本选项符合题意；

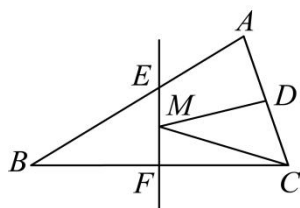
B、添加 $BE \parallel DF$ ，可得到 $\angle BEC = \angle AFD$ ，由 $\angle A = \angle C$ ， $AF = CE$ ， $\angle BEC = \angle AFD$ ，可证明 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$ (ASA)，故本选项不合题意；

C、添加 $\angle D = \angle B$ ，由 $\angle D = \angle B$ ， $\angle A = \angle C$ ， $AF = CE$ ，可证明 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$ (AAS)，故本选项不合题意；

D、添加 $AD = BC$ ，由 $AD = BC$ ， $\angle A = \angle C$ ， $AF = CE$ ，可证明 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$ (SAS)，故本选项不合题意；

故选：A.

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = BC$ ，直线 EF 为线段 BC 的垂直平分线， D 为 AC 的中点， M 为直线 EF 上任意一点. 若 $AC = 5$ ， $\triangle ABC$ 面积为 20，则 $CM + MD$ 的最小值为 ()



A. 6

B. 7

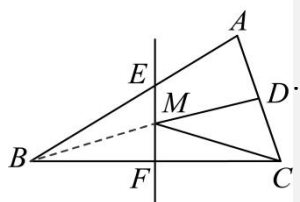
C. 8

D. 9

【答案】C

【分析】连接 BM ，由线段的垂直平分线的性质得 $BM = CM$ ， $CM + MD$ 转化为 $BM + MD$ ，当 B, M, D 共线时 $BM + MD = BD$ ，由等腰三角形三线合一得 $BD \perp AC$ ，根据 $\triangle ABC$ 面积求出 BD 即可.

【详解】解：连接 BM ，



$\therefore$ 直线 EF 为线段 BC 的垂直平分线，

$\therefore BM = CM$ ，

$\therefore CM + MD = BM + MD \geq BD$ ，当 B, M, D 共线时等号成立，

$\therefore D$ 为 AC 的中点， $AB = BC$ ，

$\therefore BD \perp AC$ ，

$\therefore AC = 5$ ， $\triangle ABC$ 面积为 20，

$\therefore \frac{1}{2}BD \times 5 = 20$ ，

$\therefore BD = 8$ ，

$\therefore CM + MD$ 的最小值为 8.

二、填空题 (本题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分)

7. “3 与 x 的和不大于 1” 用不等式可表示为_____.

【答案】

$$3+x \leq 1$$

【详解】解: “3 与 x 的和不大于 1” 用不等式表示为 $3+x \leq 1$.

8. 命题“等腰三角形两腰上的高线相等”的逆命题是_____命题(填“真”或“假”)

【答案】真

【分析】正确的命题即为真命题, 把一个命题的条件和结论互换就得到它的逆命题.

【详解】解: 等腰三角形两腰上的高线相等的逆命题是如果一个三角形两条边上的高线相等, 那么这个三角形是等腰三角形, 是真命题.

故答案为真.

【点睛】本题考查互逆命题的知识, 两个命题中, 如果第一个命题的条件是第二个命题的结论, 而第一个命题的结论又是第二个命题的条件, 那么这两个命题叫做互逆命题. 其中一个命题称为另一个命题的逆命题.

9. 设三角形三边长分别为 3、8、 $a+1$, 则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $4 < a < 10$

【分析】根据三角形三边关系, 即任意两边之差小于第三边, 任意两边之和大于第三边, 列出不等式, 解不等式即可得到 a 的取值范围.

【详解】解: $\because$ 三角形的三边长分别为 3、8、 $a+1$,

$$\therefore 8-3 < a+1 < 8+3,$$

整理得: $5 < a+1 < 11$,

$$\therefore 4 < a < 10.$$

10. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x > m \\ 2x \leq 6 \end{cases}$ 有且只有 3 个整数解, 则 m 的取值范围为_____.

【答案】 $0 \leq m < 1$

【分析】本题主要考查了一元一次不等式组的整数解. 先对不等式组进行求解, 再根据不等式组有且只有 3 个整数解确定 m 的取值范围即可.

【详解】解: $\begin{cases} x > m \\ 2x \leq 6 \end{cases}$,

解不等式 $2x \leq 6$ 可得, $x \leq 3$;

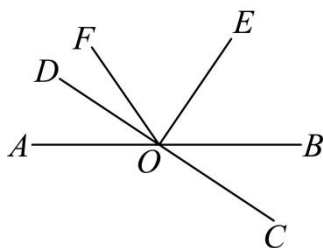
$\therefore$ 该不等式组的解集为 $m < x \leq 3$.

$\therefore$ 不等式组有且只有 3 个整数解，即 3, 2, 1,

$\therefore 0 \leq m < 1$.

故答案为: $0 \leq m < 1$.

11. 如图，直线 AB 与 CD 相交于点 O ， $\angle AOD = 20^\circ$ ， $\angle DOF : \angle FOB = 1:7$ ，射线 OE 平分 $\angle BOF$ ，则 $\angle EOC =$ _____.



【答案】 90° / 90 度

【分析】 本题考查角平分线，邻补角以及对顶角. 设 $\angle DOF = \alpha$ ，则 $\angle FOB = 7\alpha$ ，利用平角的定义列式，计算求得 $\alpha = 20^\circ$ ，据此求解即可.

【详解】 解: $\because$ 射线 OE 平分 $\angle BOF$,

$$\therefore \angle BOE = \angle FOE = \frac{1}{2} \angle BOF,$$

由于 $\angle DOF : \angle FOB = 1:7$,

设 $\angle DOF = \alpha$ ，则 $\angle FOB = 7\alpha$,

又 $\because \angle AOD = 20^\circ$, $\angle AOD + \angle DOF + \angle FOB = 20^\circ + \alpha + 7\alpha = 180^\circ$,

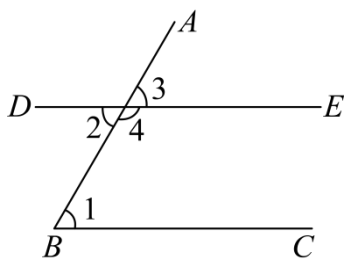
解得 $\alpha = 20^\circ$ ，则 $\angle FOB = 140^\circ$,

$$\therefore \angle BOE = \angle FOE = \frac{1}{2} \angle BOF = 70^\circ, \quad \angle BOC = \angle AOD = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle EOC = \angle BOE + \angle BOC = 90^\circ,$$

故答案为: 90° .

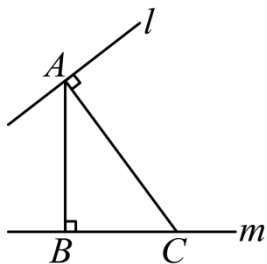
12. 如图，不添加辅助线，请写出一个能判定 $DE \parallel BC$ 的条件_____.



【答案】 $\angle 1 = \angle 2$ (答案不唯一)

【详解】 解: 若 $\angle 1 = \angle 2$ ，那么 $DE \parallel BC$ (内错角相等，两直线平行).

13. 如图, 点 A 在直线 l 上, 点 B, C 在直线 m 上, $AB \perp m$, $AC \perp l$, 垂足分别为 B, A , $AB = 4$, $BC = 3$, $AC = 5$, 则点 A 到直线 m 的距离为_____.



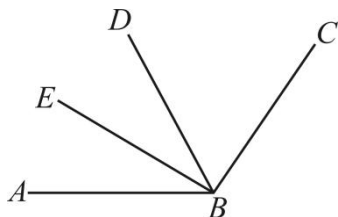
【答案】 4

【分析】 根据点到直线的距离定义, 进行判断即可.

【详解】 解: $\because AB \perp m$, $AB = 4$,

$\therefore$ 点 A 到直线 m 的距离为线段 AB 的长, 即点 A 到直线 m 的距离为 4.

14. 如图, 已知 BD 平分 $\angle ABC$, BE 平分 $\angle ABD$, 若 $\angle DBE = 31^\circ$, 则 $\angle ABC =$ _____.



【答案】 124°

【分析】 本题考查与角平分线有关的计算, 根据角平分线的定义, 进行求解即可.

【详解】 解: $\because BD$ 平分 $\angle ABC$, BE 平分 $\angle ABD$,

$$\therefore \angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC, \angle DBE = \frac{1}{2} \angle ABD,$$

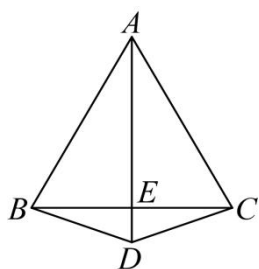
$$\therefore \angle DBE = \frac{1}{4} \angle ABC,$$

$$\because \angle DBE = 31^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 124^\circ;$$

故答案为: 124°

15. 如图, $AB = AC$, $DB = DC$, 连接 AD , 交 BC 于点 E . 若 $\angle ABC = 60^\circ$, $BE = 8\text{cm}$, 则 $AB =$ _____.



【答案】 16cm

【分析】 本题考查了垂直平分线的判定、等边三角形的判定，熟练掌握相关知识点是解题的关键.

根据垂直平分线的判定可知 AD 是 BC 的垂直平分线，则有 $BC = 2BE = 16\text{cm}$ ，再证明 ABC 是等边三角形，即可求解.

【详解】 解： $\because AB = AC$ ， $DB = DC$ ，

$\therefore AD$ 是 BC 的垂直平分线，

$\therefore CE = BE = 8\text{cm}$ ，

$\therefore BC = 2BE = 16\text{cm}$ ，

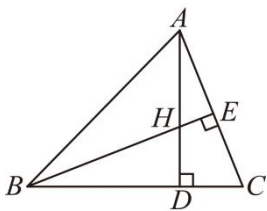
$\because AB = AC$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，

$\therefore ABC$ 是等边三角形，

$\therefore AB = BC = 16\text{cm}$.

故答案为： 16cm .

16. 如图， $\triangle ABC$ 中， H 是高 AD 、 BE 的交点，且 $BH = AC$ ，则 $\angle ABC =$ _____.



【答案】 $45^\circ/45$ 度

【分析】 根据三角形高的定义，利用“ AAS ”先证得 $\triangle HBD \cong \triangle CAD$ ，根据全等三角形的对应边相等、等边对等角和三角形的内角和定理即可求得 $\angle ABC$ 的度数.

【详解】 解： $\because AD$ 、 BE 是 $\triangle ABC$ 的高，

$\therefore \angle ADC = \angle BDH = \angle BEC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle C + \angle CAD = 90^\circ$ ， $\angle C + \angle HBD = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CAD = \angle HBD$ ，

在 $\triangle HBD$ 和 $\triangle CAD$ 中，

$$\begin{cases} \angle HBD = \angle CAD \\ \angle BDH = \angle ADC \\ BH = AC \end{cases}$$

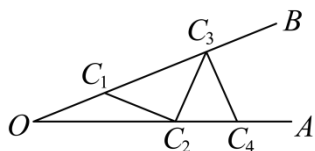
$\therefore \triangle HBD \cong \triangle CAD (AAS)$ ，

$\therefore BD = AD$ ，

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BAD = 45^\circ.$$

17. 如图, 点 C_1, C_3 在射线 OB 上, 点 C_2, C_4 在射线 OA 上, 满足 $OC_1 = C_1C_2 = C_2C_3 = C_3C_4$, 且 $C_3C_4 \perp OB$, 则 $\angle AOB$ 的度数为_____.



【答案】 22.5°

【分析】 设 $\angle AOB = x$, 根据等腰三角形的性质和三角形外角的性质, 依次推导 $\angle C_1C_2O$ 、 $\angle C_2C_1C_3$ 、 $\angle C_2C_3C_1$ 、 $\angle C_3C_2C_4$ 、 $\angle C_3C_4C_2$ 的度数 (用 x 表示), 最后利用垂直定义和三角形内角和定理 (或外角性质) 建立方程求解即可.

【详解】 解: 设 $\angle AOB = x$

$$\because OC_1 = C_1C_2$$

$$\therefore \angle C_1C_2O = \angle C_1OC_2 = x$$

$$\therefore \angle C_2C_1C_3 = \angle C_1OC_2 + \angle C_1C_2O = 2x$$

$$\because C_1C_2 = C_2C_3$$

$$\therefore \angle C_2C_3C_1 = \angle C_2C_1C_3 = 2x$$

$$\therefore \angle C_3C_2C_4 = \angle C_2OC_3 + \angle OC_3C_2 = x + 2x = 3x$$

$$\because C_2C_3 = C_3C_4$$

$$\therefore \angle C_3C_4C_2 = \angle C_3C_2C_4 = 3x$$

$$\because C_3C_4 \perp OB$$

$$\therefore \angle OC_3C_4 = 90^\circ$$

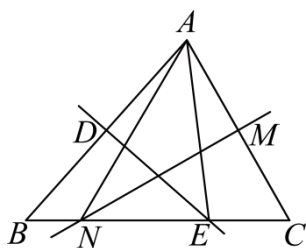
$$\text{在 } \triangle OC_3C_4 \text{ 中, } \angle AOB + \angle OC_3C_4 + \angle OC_4C_3 = \angle 180^\circ$$

$$\text{即 } x + 90^\circ + 3x = 180^\circ$$

$$\text{解得 } x = 22.5^\circ$$

故 $\angle AOB$ 的度数为 22.5° .

18. 如图, $\triangle ABC$ 中, 边 AB 、 AC 的垂直平分线分别交 BC 于点 E 、 N , 若 $\angle BAC = 70^\circ$, 则 $\angle EAN =$ _____ $^\circ$.



【答案】 40

【分析】 根据线段垂直平分线的性质推出 $AE = BE$, $AN = CN$, 得到 $\angle BAE = \angle B$, $\angle CAN = \angle C$, 因此 $\angle BAE + \angle CAN = \angle B + \angle C = 110^\circ$, 得到 $\angle BAC + \angle EAN = 110^\circ$, 即可求出 $\angle EAN$ 的度数.

【详解】 解: $\because DE$ 垂直平分 AB , MN 垂直平分 AC ,

$$\therefore AE = BE, \quad AN = CN,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle B, \quad \angle CAN = \angle C,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle CAN = \angle B + \angle C = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle CAE + \angle EAN = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle EAN = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle EAN = 110^\circ - 70^\circ = 40^\circ.$$

三、解答题 (本题共 7 小题, 共 64 分)

19. (本小题 8 分) 解不等式 (组):

$$(1) \frac{2x-4}{3} > x+1$$

$$(2) \begin{cases} 3+x > 2(x-1) \\ 6(x-1) \geq 3+4x \end{cases}$$

【答案】 (1) $x < -7$

(2) $4.5 \leq x < 5$

【分析】 本题考查的是解一元一次不等式 (组), 熟练掌握一元一次不等式组的解法是解答本题的关键.

(1) 去分母, 去括号, 移项, 合并, 系数化为 1, 即可求出解;

(2) 分别求出各不等式的解集, 再求出其公共解集即可.

【详解】 (1) 解: $\frac{2x-4}{3} > x+1$

去分母得: $2x-4>3x+3$

移项得: $-x>3+4$

合并同类项得: $-x>7$

系数化为 1 得: $x<-7$;

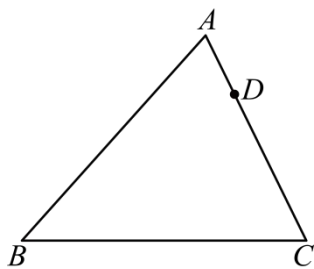
(2) 解:
$$\begin{cases} 3+x>2(x-1) \textcircled{1} \\ 6(x-1)\geq 3+4x \textcircled{2} \end{cases}$$

解不等式①得 $x<5$

解不等式②得 $x\geq 4.5$

$\therefore$ 不等式组的解集为 $4.5\leq x<5$.

20. (本小题 8 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AC 上一点($CD>AD$), 连接 BD , 求作 $\triangle DEF$ (点 E 在线段 CD 上; 点 F 在线段 AC 的右侧), 使得 $\triangle DEF\cong\triangle DAB$ (保留作图痕迹, 不写作法, 标明各顶点字母); 并简要说明其中道理.



【答案】作图和说明见详解

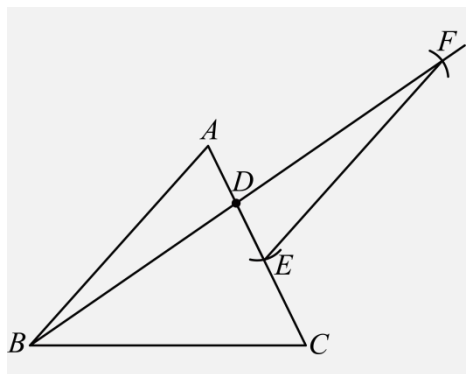
【分析】本题考查了作图-复杂作图, 全等三角形的判定与性质, 在 DC 上截取 $DE=DA$, 延长 BD , 在 BD 的延长线上截取 $DF=DB$, 连接 EF , 则 $\triangle DEF$ 即为所求, 再根据全等三角形的判定证明即可.

【详解】解: 如图所示, 在 DC 上截取 $DE=DA$, 延长 BD , 在 BD 的延长线上截取 $DF=DB$, 连接 EF , 在 $\triangle DEF$ 和 $\triangle DAB$ 中,

$$\begin{cases} DE=DA \\ \angle EDF=\angle ADB, \\ DF=DB \end{cases}$$

$\therefore \triangle DEF\cong\triangle DAB(\text{SAS}),$

则 $\triangle DEF$ 即为所求.



21. (本小题 8 分) 新能源汽车行业已进入从“高速扩张”向“高质量发展”转型的关键阶段. 李叔叔购买了一辆新能源汽车, 现在面临充电方案的选择, 经过调查, 有两种方案:

第一种方案 (家用充电): 安装家用充电桩所需费用为 1750 元, 电费每度 0.5 元;

第二种方案 (公用充电): 仅有电费, 电费每度 1.2 元.

请问该车充电总量为多少度时, 选择方案一所需充电总费用较少?

【答案】 该车充电总量大于 2500 度时, 选择方案一所需充电总费用较少

【分析】 设这辆新能源汽车的充电总量为 x 度, 根据题意, 列出不等式进行求解即可.

【详解】 解: 设这辆新能源汽车的充电总量为 x 度,

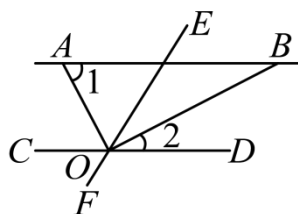
由题意, 得

$$0.5x + 1750 < 1.2x,$$

解得 $x > 2500$;

答: 该车充电总量大于 2500 度时, 选择方案一所需充电总费用较少.

22. (本小题 8 分) 如图, 直线 $AB \parallel CD$, 直线 EF 与 CD 交于点 O , OA 和 OB 分别平分 $\angle COE$ 和 $\angle DOE$. 求证: $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$.



【答案】 见详解

【分析】 本题考查了角平分线, 平行线的性质, 熟练掌握各知识点是解题的关键. 由角平分线可得

$\angle AOC = \frac{1}{2} \angle COE$, $\angle 2 = \frac{1}{2} \angle DOE$. 由题意知, $\angle AOC + \angle 2 = \frac{1}{2} \angle COE + \frac{1}{2} \angle DOE = 90^\circ$. 由 $AB \parallel CD$ 可得 $\angle AOC = \angle 1$, 进而结论得证;

【详解】 证明: $\because OA$ 和 OB 分别平分 $\angle COE$ 和 $\angle DOE$,

$$\therefore \angle AOC = \frac{1}{2} \angle COE, \angle 2 = \frac{1}{2} \angle DOE,$$

$$\because \angle COE + \angle DOE = 180^\circ,$$

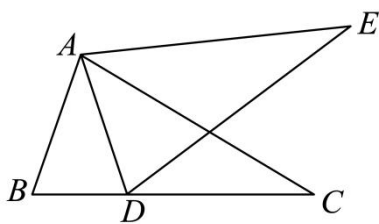
$$\therefore \angle AOC + \angle 2 = \frac{1}{2} \angle COE + \frac{1}{2} \angle DOE = \frac{1}{2} (\angle COE + \angle DOE) = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle 1,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ.$$

23. (本小题 10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中, $AB = AD$, $AC = AE$, $\angle BAD = \angle CAE$.



(1) 求证: $\angle ABC = \angle ADE$.

(2) 若 $\angle BAD = 40^\circ$, 求 $\angle EDC$ 的度数.

【答案】 (1) 见解析

(2) 40°

【分析】 本题主要考查了全等三角形性质和判定, 三角形内角和定理, 解题的关键在于熟练掌握相关知识.

(1) 根据角的运算得到 $\angle BAC = \angle DAE$, 证明 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, 利用全等三角形性质求解, 即可解题;

(2) 利用全等三角形性质得到 $\angle E = \angle C$, 再结合三角形内角和定理, 以及“8”字形得到 $\angle EDC = \angle CAE$, 最后进行等量代换求解, 即可解题.

【详解】 (1) 证明: $\because \angle BAD = \angle CAE$,

$$\therefore \angle BAD + \angle DAC = \angle CAE + \angle DAC,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE,$$

$$\because AB = AD, AC = AE,$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE (SAS),$$

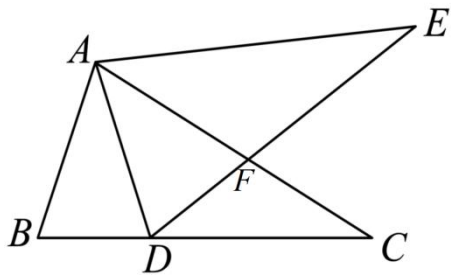
$$\therefore \angle ABC = \angle ADE;$$

(2) 解: $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$,

$$\therefore \angle E = \angle C,$$

记 AC 交 DE 于点 F ,

有 $\angle AFE = \angle DFC$,

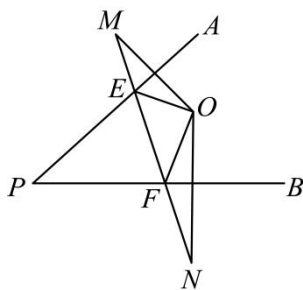


$$\therefore \angle EDC = \angle CAE,$$

$$\because \angle BAD = 40^\circ, \quad \angle BAD = \angle CAE,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle CAE = \angle BAD = 40^\circ.$$

24. (本小题 10 分) 如图, 已知点 O 是 $\angle APB$ 内的一点, M, N 分别是点 O 关于 PA, PB 的对称点, 连接 MN , 与 PA, PB 分别相交于点 E, F , 已知 $MN = 10\text{cm}$.



(1) 求 $\triangle OEF$ 的周长;

(2) 连接 PM, PN , 若 $\angle APB = 30^\circ$, 判定 $\triangle PMN$ 的形状, 并说明理由.

【答案】 (1) 10cm

(2) 等边三角形, 理由见解析

【分析】 本题考查的是轴对称的性质, 熟记轴对称的性质是解本题的关键.

(1) 根据轴对称的性质可得 $EM = EO$, $FN = FO$, 再结合三角形的周长公式可得答案;

(2) 根据轴对称的性质可得 $\angle APM = \angle APO$, $\angle BPN = \angle BPO$, 再结合角的和差运算可得 $\angle MPN = 2\angle APB = 60^\circ$, 进而可结论.

【详解】 (1) 解: $\because M, N$ 分别是点 O 关于 PA, PB 的对称点,

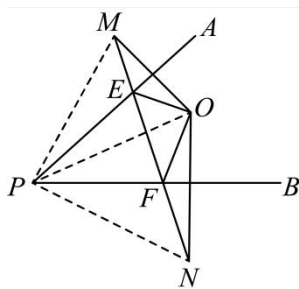
$\therefore PA$ 垂直平分 MO , PB 垂直平分 ON

$$\therefore EM = EO, \quad FN = FO$$

$$\therefore EO + EF + FO = EM + EF + FN = MN$$

$$\because MN = 10\text{cm}$$

$\therefore \triangle OEF$ 的周长为 10cm



(2) 等边三角形，理由如下：

连接 OP

$\because M, N$ 分别是点 O 关于 PA, PB 的对称点，

$\therefore PA$ 垂直平分 MO, PB 垂直平分 ON ，

$\therefore PM = PO, PN = PO$ ，

$\therefore \angle APM = \angle APO, \angle BPN = \angle BPO$ ，

$\because \angle APB = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle MPN = \angle APM + \angle APO + \angle BPN + \angle BPO$ ，

$\therefore \angle MPN = 2(\angle APO + \angle BPO) = 2\angle APB = 60^\circ$ ，

又 $PM = PO, PN = PO$ ，

$\therefore PM = PN$ ，

$\therefore \triangle PMN$ 是等边三角形.

25. (本小题 12 分) 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 是直线 BC 上一点，连接 AD ，以 AD 为边向右作 $\triangle ADE$ ，使得 $AD = AE$ ， $\angle DAE = \angle BAC$ ，连接 CE 。

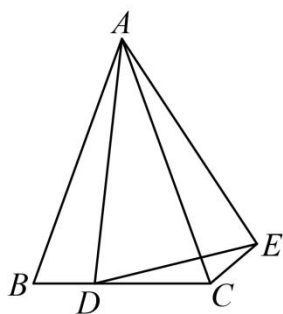
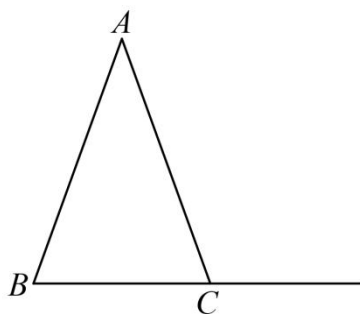


图 1



备用图

(1) 如图 1，当点 D 在 BC 边上时，

① 求证： $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ；

② 若 $\angle BAC = 40^\circ$ 时，则 $\angle DCE = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ；

(2) 当点 D 在 BC 的延长线上时，请判断 $\angle BAC$ 与 $\angle DCE$ 的数量关系，并说明理由。

【答案】(1)①见解析②140;

(2) $\angle BAC = \angle DCE$, 理由见解析

【分析】(1) 证 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$, 推出 $\angle DCE = 180^\circ - \angle BAC$, 代入求出即可求出即可;

(2) 由已知条件可得证出, $\triangle ABD \cong \triangle ACE$, 推出 $\angle B = \angle 2$, 根据三角形外角性质即可得证.

【详解】(1) ① $\because \angle BAC = \angle DAE$,

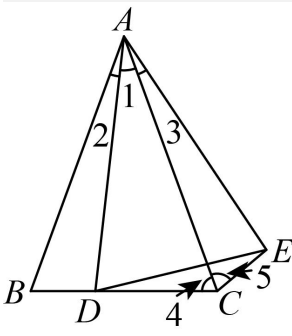
$\therefore \angle BAC - \angle 1 = \angle DAE - \angle 1$, 即 $\angle 2 = \angle 3$.

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,
$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle 2 = \angle 3 \\ AD = AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE (SAS)$.

② $\therefore \angle B = \angle 5$,

$\therefore \angle BAC + \angle DCE = \angle BAC + \angle 4 + \angle 5 = \angle BAC + \angle 4 + \angle B = 180^\circ$,



$\therefore \angle DCE = 180^\circ - \angle BAC$,

当 $\angle BAC = 40^\circ$ 时, $\angle DCE = 180^\circ - \angle BAC = 140^\circ$.

故答案为: 140.

(2) $\angle BAC = \angle DCE$.

$\because \angle BAC = \angle DAE$,

$\therefore \angle BAC + \angle 1 = \angle DAE + \angle 1$, 即 $\angle BAD = \angle CAE$.

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,
$$\begin{cases} AB = AC, \\ \angle BAD = \angle CAE, \\ AD = AE, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE (SAS)$,

$\therefore \angle B = \angle 2$,

$\therefore \angle BAC + \angle B + \angle 3 = 180^\circ$, $\angle DCE + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$,

$\therefore \angle BAC = \angle DCE$

