

2025 学年第二学期期中检测七年级数学试卷

一、选择题 (本大题共有 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 如果 $x > y$, 下列各式中正确的是 ()

A. $-2026x > -2026y$

B. $|2026x| > |2026y|$

C. $2026 - 2x > 2026 - 2y$

D. $x - 2026 > y - 2026$

【答案】D

【解析】

【分析】根据不等式的基本性质逐一判断即可得到正确结果.

【详解】解: A、 $\because x > y$, 不等式两边同时乘负数 -2026 , 不等号方向改变, $\therefore -2026x < -2026y$, A 错误;

B、举反例: 若 $x = 1, y = -2$, 满足 $x > y$, 此时 $|2026x| = 2026, |2026y| = 4052$, $|2026x| < |2026y|$, B 错误;

C、 $\because x > y$, 不等式两边同时乘 -2 , 不等号方向改变, 得 $-2x < -2y$, 不等式两边同时加 2026 , 不等号方向不变, $\therefore 2026 - 2x < 2026 - 2y$, C 错误;

D、 $\because x > y$, 不等式两边同时减 2026 , 不等号方向不变, $\therefore x - 2026 > y - 2026$, D 正确.

2. 以下列长度的各组线段为边, 能够组成三角形的是 ()

A. 2, 4, 6

B. 3, 4, 6

C. 10, 4, 6

D. 5, 2, 2

【答案】B

【解析】

【分析】根据三角形三边关系“任意两边之和大于第三边”, 只需比较较短两条边的和与最长边的大小, 即可判断能否组成三角形;

【详解】解: A: 最长边为 6, $\because 2 + 4 = 6$, 不满足两边之和大于第三边, $\therefore$ 不能组成三角形;

B: 最长边为 6, $\because 3 + 4 = 7 > 6$, 满足三角形三边关系, $\therefore$ 能组成三角形;

C: 最长边为 10, $\because 4 + 6 = 10$, 不满足两边之和大于第三边, $\therefore$ 不能组成三角形;

D: 最长边为 5, $\because 2 + 2 = 4 < 5$, 不满足两边之和大于第三边, $\therefore$ 不能组成三角形.

3. 下列说法中, 正确的是 ()

A. 不等式 $2x < -8$ 的解集是 $x < 4$

B. $x = 0$ 是不等式 $2x < -8$ 的一个解

C. 不等式 $2x < -8$ 的整数解有无数个

D. 不等式 $2x < -8$ 的正整数解有 3 个

【答案】C

【解析】

【分析】先求出不等式 $2x < -8$ 的解集，再结合不等式的解、解集的概念逐一判断选项即可.

【详解】解：解不等式 $2x < -8$ 得 $x < -4$,

A、该不等式解集为 $x < -4$ ，不是 $x < 4$ ，A 错误；

B、把 $x = 0$ 代入不等式，得 $2 \times 0 = 0 > -8$ ，不满足不等式，因此 $x = 0$ 不是该不等式的解，B 错误；

C、不等式解集为 $x < -4$ ，小于 -4 的整数有无数个，因此不等式的整数解有无数个，C 正确；

D、所有正整数都大于 0，且 $0 > -4$ ，因此不等式没有正整数解，D 错误.

4. 判断命题“如果 $n < 1$ ，那么 $n^2 - 3 < 0$ ”是假命题，只需举出一个反例. 反例中的 n 可以为 ()

A. 2

B. 0

C. -1

D. -3

【答案】D

【解析】

【分析】举反例判断假命题，反例需满足命题的条件 $n < 1$ ，且不满足命题的结论 $n^2 - 3 < 0$ ，据此逐一判断选项即可；

【详解】解：反例需满足命题条件，不满足命题结论，

选项 A 中 $n = 2$ ，不满足条件 $n < 1$ ，不符合要求；

选项 B 中 $n = 0$ ，满足 $n < 1$ ，且 $n^2 - 3 = 0^2 - 3 = -3 < 0$ ，满足结论，不符合要求；

选项 C 中 $n = -1$ ，满足 $n < 1$ ，且 $n^2 - 3 = (-1)^2 - 3 = -2 < 0$ ，满足结论，不符合要求；

选项 D 中 $n = -3$ ，满足 $n = -3 < 1$ ，且 $n^2 - 3 = (-3)^2 - 3 = 6 > 0$ ，不满足结论 $n^2 - 3 < 0$ ，符合反例要求，

$\therefore$ 反例中的 n 可以为 -3 .

5. 下列语句中真命题的个数是 ()

①两个锐角的和是钝角；

②经过直线外一点，有且只有一条直线与该直线平行；

③两条直线被第三条直线所截，截得的同位角相等；

④在同一平面内不相交的两条线段必平行；

⑤点到直线的距离是指直线外一点到这条直线的垂线的长；

⑥三角形的一个外角大于任何一个内角；

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】A

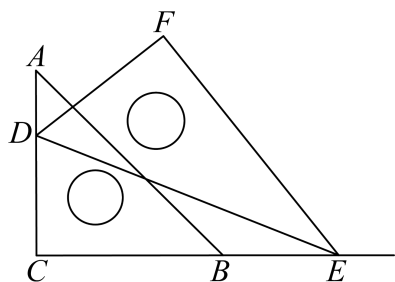
【解析】

【分析】本题需根据初中相关几何概念逐一判断每个命题的真假，统计真命题的个数即可得到答案。

【详解】解：①若两个锐角分别为 20° 和 30° ，和为 50° 仍是锐角，不是钝角， $\therefore$ ①是假命题；②经过直线外一点，有且只有一条直线与该直线平行，这是平行公理， $\therefore$ ②是真命题；③只有两条平行直线被第三条直线所截，同位角才相等，题目未说明两直线平行， $\therefore$ ③是假命题；④同一平面内，不相交的两条线段延长后可能相交，平行的定义针对直线，线段不相交不一定平行， $\therefore$ ④是假命题；⑤点到直线的距离是直线外一点到这条直线的垂线段的长，垂线是直线，没有确定长度， $\therefore$ ⑤是假命题；⑥钝角三角形中，钝角的外角是锐角，小于该钝角，三角形外角大于的是与它不相邻的内角， $\therefore$ ⑥是假命题；

综上，真命题共 1 个.

6. 将一副三角板按如图所示的方式摆放，点 D 在边 AC 上，点 E 在边 CB 的延长线上 $AB \parallel EF$ ， $\angle C = \angle F = 90^\circ$ ，则 $\angle CED$ 的度数是（ ）

A. 10° B. 15° C. 20° D. 25°

【答案】B

【解析】

【分析】由平行线的性质推出 $\angle ABC = \angle BEF = 45^\circ$ ，求出 $\angle CED = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$ 。【详解】解： $\because AB \parallel EF$ ， $\therefore \angle ABC = \angle BEF = 45^\circ$ ， $\because \angle DEF = 30^\circ$ ， $\therefore \angle CED = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$ 。

二、填空题（本大题共有 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 用不等式表示“ x 的2倍与 y 的 $\frac{3}{4}$ 和不大于6”_____.

【答案】

$$2x + \frac{3}{4}y \leq 6$$

【解析】

【详解】解： x 的2倍为 $2x$ ， y 的 $\frac{3}{4}$ 为 $\frac{3}{4}y$ ，

则 x 的2倍与 y 的 $\frac{3}{4}$ 的不大于6用不等式表示为： $2x + \frac{3}{4}y \leq 6$.

8. 不等式 $x - 6 > 3x$ 的解集是_____.

【答案】

$$x < -3$$

【解析】

【分析】按照移项、合并同类项、系数化为1的步骤计算即可得到解集；

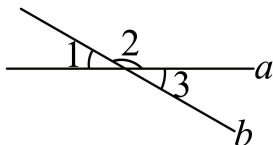
【详解】解： $x - 6 > 3x$ ，

移项，得 $x - 3x > 6$ ，

合并同类项，得 $-2x > 6$ ，

系数化为1，得 $x < -3$.

9. 如图，直线 a 、 b 相交， $\angle 1 + \angle 3 = 80^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ _____度.



【答案】140

【解析】

【分析】本题主要考查了对顶角的性质，掌握对顶角相等成为解题的关键.

先根据对顶角相等和已知条件求得 $\angle 1$ ，再根据平角的性质列式计算即可.

【详解】解： $\because \angle 1 + \angle 3 = 80^\circ$ ， $\angle 1 = \angle 3$ （对顶角相等），

$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ.$$

故答案为：140.

10. 如果一个三角形的三个外角的度数之比是15:11:10，那么与之对应的三个内角的度数之比是_____.

【答案】

3:7:8

【解析】

【分析】先根据三角形外角和为 360° 求出三个外角的度数，再根据邻补角的性质求出与之对应的三个内角的度数，再求出比值即可.

【详解】解：∵ 三角形的三个外角之比为 $15:11:10$ ，

∴ 设三个外角的度数分别为 $15x$ ， $11x$ ， $10x$ ，

由三角形外角和为 360° 得： $15x+11x+10x=360^\circ$ ，

解得 $x=10^\circ$ ，

因此三个外角的度数分别为 $15 \times 10^\circ = 150^\circ$ ， $11 \times 10^\circ = 110^\circ$ ， $10 \times 10^\circ = 100^\circ$ ，

与之对应的三个内角的度数分别为： $180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$ ， $180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$ ， $180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ ，

所以三个内角的度数之比为 $30^\circ:70^\circ:80^\circ=3:7:8$.

11. 在三角形 ABC 中， $AB=5$ ， $AC=3$ ， $BC=x$ ，则 x 的取值范围为_____.

【答案】 $2 < x < 8$

【解析】

【分析】本题考查了三角形的三边关系，做题的关键是掌握三角形中任意两边之和大于第三边，两边之差小于第三边. 利用三角形三边关系得出 x 的取值范围.

【详解】解：∵ 在三角形 ABC 中， $AB=5$ ， $AC=3$ ， $BC=x$ ，

∴ $5-3 < x < 5+3$ ，

即 $2 < x < 8$.

故答案为： $2 < x < 8$.

12. 在 ABC 中，已知 $\angle A = \angle B + \angle C$ ，那么 ABC 的形状_____.

【答案】 直角三角形

【解析】

【分析】根据 $\angle A = \angle B + \angle C$ 和三角形内角和求出 $\angle A$ 的度数，即可得出答案.

【详解】解：∵ $\angle A = \angle B + \angle C$ ， $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，

∴ $\angle A = 90^\circ$ ，

∴ ABC 是直角三角形.

故答案为： 直角三角形.

【点睛】本题主要考查了三角形内角和定理的应用和三角形形状的判定，根据题意求出 $\angle A = 90^\circ$ ，是解题

的关键.

13. 已知等腰三角形的两边长分别为 1 和 2, 那么这个三角形的周长为_____.

【答案】 5

【解析】

【分析】 题目给出等腰三角形有两条边长为 1 和 2, 而没有明确腰、底分别是多少, 所以要进行讨论, 还要应用三角形的三边关系验证能否组成三角形.

【详解】 解: $\because 1+1=2$,

$\therefore$ 腰的长不能为 1, 只能为 2,

$\therefore$ 等腰三角形的周长 $=2 \times 2+1=5$,

故答案为: 5.

【点睛】 本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系; 已知没有明确腰和底边的题目一定要想到两种情况, 分类进行讨论, 还应验证各种情况是否能构成三角形进行解答, 这点非常重要, 也是解题的关键.

14. 把命题“相等的角是对顶角”改写成“如果…, 那么…”的形式是_____.

【答案】 如果两个角相等, 那么两个角是对顶角.

【解析】

【分析】 对顶角相等的条件是两个角是对顶角, 结论是两角相等, 据此即可改写成“如果…, 那么…”的形式.

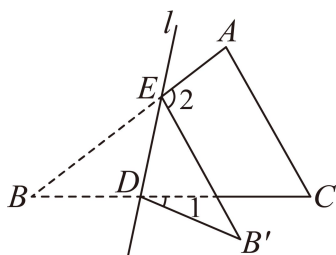
【详解】 解: $\because$ 原命题的条件是: “相等的角”, 结论是: “这两个角是对顶角”,

$\therefore$ 命题“相等的角是对顶角”写成“如果, 那么”的形式为: “如果两个角相等, 那么两个角是对顶角”

故答案为如果两个角相等, 那么两个角是对顶角.

【点睛】 本题考查了确定一个命题的条件与结论的方法是首先把这个命题写成: “如果…, 那么…”的形式, 难度适中.

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 37^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 沿直线 l 翻折, 点 B 落在点 B' 的位置, 则 $\angle 2 - \angle 1$ 的度数是_____.



【答案】

74° ##74 度

【解析】

【分析】先根据折叠的性质可得， $\angle BED = \angle B'ED = \frac{180 - \angle 2}{2}$ ， $\angle BDE = \angle B'DE$ ，再根据三角形的外角性质可得 $\angle CDE = \angle B + \angle BED$ ，则可得 $\angle BDE$ 和 $\angle B'DE$ 的大小，据此建立等式，化简求解即可得.

【详解】解：由折叠的性质得， $\angle BED = \angle B'ED = \frac{180^\circ - \angle 2}{2}$ ， $\angle BDE = \angle B'DE$ ，

$$\therefore \angle CDE = \angle B + \angle BED,$$

$$\therefore \angle CDE = 37^\circ + \frac{180^\circ - \angle 2}{2} = 127^\circ - \frac{1}{2}\angle 2.$$

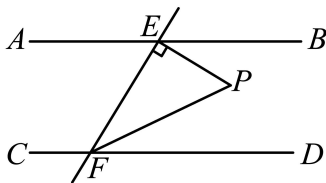
$$\therefore \angle BDE = 180^\circ - \angle CDE = 180 - \left(127^\circ - \frac{1}{2}\angle 2\right) = 53^\circ + \frac{1}{2}\angle 2,$$

$$\angle B'DE = \angle CDE + \angle 1 = 127^\circ - \frac{1}{2}\angle 2 + \angle 1.$$

$$\therefore 53^\circ + \frac{1}{2}\angle 2 = 127^\circ - \frac{1}{2}\angle 2 + \angle 1.$$

$$\therefore \angle 2 - \angle 1 = 127^\circ - 53^\circ = 74^\circ.$$

16. 如图，已知 $AB \parallel CD$ ，直线 EF 与 AB 、 CD 分别相交于点 E 、 F ， $EP \perp EF$ ， $\angle EFD$ 的平分线与 EP 相交于点 P ，且 $\angle BEP = 30^\circ$ ，那么 $\angle EFP$ 的度数为_____.



【答案】 30°

【解析】

【分析】根据垂直的性质可得 $\angle PEF = 90^\circ$ ，在根据平行线的性质可得 $\angle DFE = 60^\circ$ ，再根据角平分线的定义得出答案；

【详解】解： $\because EP \perp EF$ ，

$$\therefore \angle PEF = 90^\circ,$$

$$\because \angle BEP = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF = \angle BEP + \angle FEP = 120^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD$$

$$\therefore \angle BEF + \angle DFE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle DFE = 60^\circ,$$

$$\therefore EP \text{ 平分 } \angle DFE$$

$$\therefore \angle EFP = 30^\circ$$

【点睛】此题综合运用了平行线的性质、角平分线的定义和垂直的定义，熟练掌握相关知识是解题的关键.

17. 当三角形中一个内角 α 是另一个内角的 3 倍时，我们称此三角形为“特征三角形”，其中 α 称为“特征角”，如果一个“特征三角形”有一个内角为 50° ，那么这个“特征三角形”的最小内角的度数为_____.

【答案】

$$\left(\frac{50}{3}\right)^\circ \text{ 或 } 32.5^\circ$$

【解析】

【分析】根据“特征三角形”“特征角”的定义，对已知的 50° 内角分情况讨论，结合三角形内角和定理计算，排除不符合三角形内角和定理的情况，比较得到最小内角；

【详解】解：根据定义，特征三角形中特征角满足 $\alpha = 3\beta$ ，其中 β 为另一个内角，结合三角形内角和定理，分三种情况讨论：①当 50° 为特征角 α 时，

$$\therefore \alpha = 50^\circ = 3\beta,$$

$$\therefore \beta = \left(\frac{50}{3}\right)^\circ,$$

$$\text{第三个内角为 } 180^\circ - 50^\circ - \left(\frac{50}{3}\right)^\circ = \left(\frac{340}{3}\right)^\circ,$$

$$\therefore \left(\frac{50}{3}\right)^\circ < 50^\circ < \left(\frac{340}{3}\right)^\circ,$$

$$\therefore \text{此时最小内角为 } \left(\frac{50}{3}\right)^\circ;$$

②当 50° 为内角 β 时，

$$\therefore \alpha = 3\beta = 150^\circ,$$

$$\therefore \alpha + \beta = 150^\circ + 50^\circ = 200^\circ > 180^\circ, \text{ 不符合三角形内角和定理，舍去该情况；}$$

③ 当 50° 为第三个内角时，

$$\therefore \alpha + \beta + 50^\circ = 180^\circ, \text{ 且 } \alpha = 3\beta,$$

$$\therefore 4\beta = 130^\circ,$$

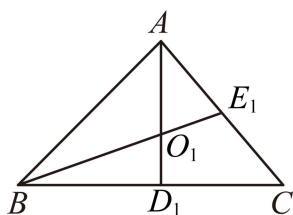
$$\text{解得: } \beta = 32.5^\circ, \alpha = 97.5^\circ,$$

$$\therefore 32.5^\circ < 50^\circ < 97.5^\circ,$$

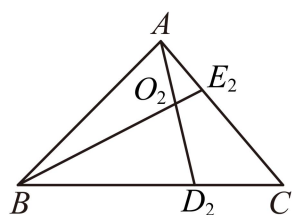
$\therefore$ 此时最小内角为 32.5° ;

综上, 这个“特征三角形”的最小内角的度数为 $\left(\frac{50}{3}\right)^\circ$ 或 32.5° ,

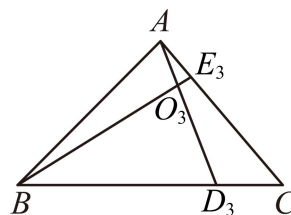
18. 设 ABC 的面积为 1. 如图①, E_1, D_1 分别是 AC, BC 的中点, BE_1, AD_1 相交于点 O_1 , $\triangle BO_1D_1$ 与 $\triangle AO_1E_1$ 的面积差记为 S_1 ; 如图②, E_2, D_2 分别是 AC, BC 的 3 等分点, BE_2, AD_2 相交于点 O_2 , $\triangle BO_2D_2$ 与 $\triangle AO_2E_2$ 的面积差记为 S_2 ; 如图③, E_3, D_3 分别是 AC, BC 的 4 等分点, BE_3, AD_3 相交于点 O_3 , $\triangle BO_3D_3$ 与 $\triangle AO_3E_3$ 的面积差记为 $S_3 \cdots$ 依此类推, 则 S_{2026} 的值为_____.



图①



图②



图③

【答案】 $\frac{2025}{2027}$

【解析】

【分析】由题意可得 $S_1 = S_{\triangle BO_1D_1} - S_{\triangle AO_1E_1} = S_{\triangle BCE_1} - S_{\triangle ACD_1}$, 再根据点 D_1, E_1 的位置, 表示出相应的三角形的面积, 从而可得出相应的规律, 即可求解.

【详解】解: 由题意得: $S_1 = S_{\triangle BO_1D_1} - S_{\triangle AO_1E_1} = S_{\triangle BCE_1} - S_{\triangle ACD_1}$,

$\therefore E_1, D_1$ 分别是 AC, BC 的中点,

$$\therefore S_{\triangle BCE_1} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}, \quad S_{\triangle ACD_1} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore S_1 = S_{\triangle BCE_1} - S_{\triangle ACD_1} = 0.$$

$$\text{同理可得: } S_2 = S_{\triangle BCE_2} - S_{\triangle ACD_2} = \frac{2}{3}S_{\triangle ABC} - \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}.$$

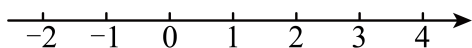
$$\text{则 } S_3 = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}, \quad S_4 = \frac{4}{5} - \frac{1}{5}, \quad \cdots,$$

$$\therefore S_n = \frac{n}{n+1} - \frac{1}{n+1} = \frac{n-1}{n+1}.$$

$$\therefore S_{2026} = \frac{2026-1}{2026+1} = \frac{2025}{2027}.$$

三、简答题 (本大题共有 5 题, 第 19 题满分 5 分, 第 20 题满分 6 分, 第 21 题满分 7 分, 第 22 题满分 8 分, 第 23 题满分 6 分)

19. 解不等式: $5(2x-3)+5 < 3(x+6)$, 并把它解集在数轴上表示出来.



【答案】 $x < 4$, 在数轴上表示见详解

【解析】

【分析】 先求出不等式的解集, 再在数轴上表示即可.

【详解】 解: $5(2x-3)+5 < 3(x+6)$,

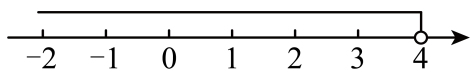
$$\therefore 10x-15+5 < 3x+18,$$

$$\therefore 10x-3x < 18-5+15,$$

$$\therefore 7x < 28,$$

$$\therefore x < 4,$$

把它的解集在数轴上表示出来如图:



20. 求不等式组: $\begin{cases} 2x - \frac{1}{3} \leq 3 - \frac{5-x}{3} \text{ ①} \\ 3x - 8 < 2(3x-1) \text{ ②} \end{cases}$ 的整数解.

【答案】

-1, 0, 1

【解析】

【分析】 先分别解出两个一元一次不等式的解集, 再求出不等式组的公共解集, 最后找出公共解集内的整数即可;

【详解】 解: 解不等式①: $2x - \frac{1}{3} \leq 3 - \frac{5-x}{3}$,

两边同乘 3 得 $6x-1 \leq 9-(5-x)$,

整理得 $6x-1 \leq 4+x$,

移项合并得 $5x \leq 5$,

解得 $x \leq 1$;

解不等式② $3x - 8 < 2(3x - 1)$,

去括号得 $3x - 8 < 6x - 2$,

移项合并得 $-3x < 6$,

解得 $x > -2$,

所以不等式组的解集为 $-2 < x \leq 1$,

因此该不等式组的整数解为 $-1, 0, 1$.

21. 关于 x 的不等式组
$$\begin{cases} \frac{x+3}{2} \geq x+m \\ 3+4(x-1) > -9 \end{cases}$$

(1) 当 $m=1$ 时, 解该不等式组;

(2) 若该不等式组有解, 但无整数解, 则 m 的取值范围是_____.

【答案】 (1) $-2 < x \leq 1$

(2) $2 < m < \frac{5}{2}$

【解析】

【分析】 (1) 将 $m=1$ 代入不等式组, 求出两个不等式的解集, 再求交集即可;

(2) 同 (1) 求出不等式组的解集为 $-2 < x \leq 3-2m$, 由该不等式组有解但无整数解, 可得 $-2 < 3-2m < -1$, 解不等式组即可求出 m 的取值范围.

【小问 1 详解】

解: 当 $m=1$ 时, 不等式组为
$$\begin{cases} \frac{x+3}{2} \geq x+1 & \text{①} \\ 3+4(x-1) > -9 & \text{②} \end{cases}$$

解不等式①得, $x \leq 1$,

解不等式②得, $x > -2$,

故不等式组的解集为: $-2 < x \leq 1$.

【小问 2 详解】

解:
$$\begin{cases} \frac{x+3}{2} \geq x+m & \text{①} \\ 3+4(x-1) > -9 & \text{②} \end{cases}$$

解不等式①得, $x \leq 3-2m$,

解不等式②得, $x > -2$,

故不等式组的解集为: $-2 < x \leq 3 - 2m$,

$\because$ 该不等式组有解, 但无整数解,

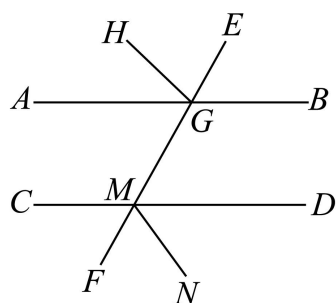
$\therefore -2 < 3 - 2m < -1$,

解得, $2 < m < \frac{5}{2}$,

故答案为: $2 < m < \frac{5}{2}$.

【点睛】本题考查解一元一次不等式组, 解题的关键是读懂题意, 根据“该不等式组有解, 但无整数解”得到关于 m 的不等式组.

22. 如图, 已知 GH 、 MN 分别平分 $\angle AGE$ 、 $\angle DMF$, 且 $\angle AGH = \angle DMN$, 试说明 $AB \parallel CD$ 的理由.



解: 因为 GH 平分 $\angle AGE$ (已知),

所以 $\angle AGE = 2\angle AGH$ (_____)

同理 $\angle \underline{\hspace{1cm}} = 2\angle DMN$

因为 $\angle AGH = \angle DMN$ (已知)

所以 $\angle AGE = \angle \underline{\hspace{1cm}}$ (_____)

又因为 $\angle AGE = \angle FGB$ (_____)

所以 $\angle \underline{\hspace{1cm}} = \angle FGB$ (_____)

所以 $AB \parallel CD$ (_____).

【答案】角平分线的定义, DMF , DMF , 等量代换, 对顶角相等, DMF , 等量代换, 同位角相等, 两直线平行.

【解析】

【分析】根据角平分线的定义和等量关系可得 $\angle AGE = \angle DMF$, 再根据对顶角相等和等量关系可得 $\angle DMF = \angle FGB$, 再根据平行线的判定推出即可.

【详解】因为 GH 平分 $\angle AGE$ (已知),
所以 $\angle AGE = 2\angle AGH$ (角平分线的定义),

同理 $\angle DMF = 2\angle DMN$,

因为 $\angle AGH = \angle DMN$ (已知),

所以 $\angle AGE = \angle DMF$ (等量代换),

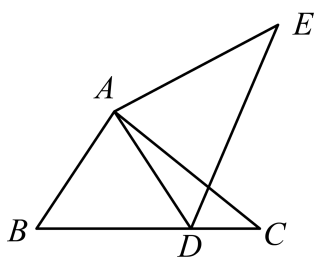
又因为 $\angle AGE = \angle FGB$ (对顶角相等),

所以 $\angle DMF = \angle FGB$ (等量代换),

所以 $AB \parallel CD$ (同位角相等, 两直线平行).

【点睛】 本题考查了平行线的判定、对顶角相等、角平分线的定义等知识点, 注意: ①同位角相等, 两直线平行, ②内错角相等, 两直线平行, ③同旁内角互补, 两直线平行.

23. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, 且点 D 在 BC 上, 求证: $\angle BAD = \angle EDC$.



【答案】 见解析

【解析】

【分析】 根据全等三角形的性质得到 $\angle B = \angle ADE$, 根据三角形外角的性质可得 $\angle B + \angle BAD = \angle ADE + \angle EDC$, 由此即可得到 $\angle BAD = \angle EDC$.

【详解】 证明: $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$,

$\therefore \angle B = \angle ADE$.

$\because \angle ADC = \angle B + \angle BAD = \angle ADE + \angle EDC$,

$\therefore \angle BAD = \angle EDC$.

【点睛】 本题主要考查了全等三角形的性质, 三角形外角的性质, 熟知全等三角形对应角相等是解题的关键.

四、解答题 (本大题共有 3 题, 第 24 题满分 8 分, 第 25 题满分 6 分, 第 26 题满分 8 分)

24. 某工厂计划生产 A、B 两种产品共 10 件, 其生产成本和利润如表:

	A 种产品	B 种产品
成本 (万元/件)	2	5
利润 (万元/件)	1	3

(1) 若工厂计划投入资金不多于 44 万元，且获利多于 20 万元，问工厂有哪几种生产方案？

(2) 在 (1) 的条件下，哪种生产方案获利最大？并求出最大利润.

【答案】 (1) 方案 1: 生产 A 产品 2 件，B 产品 8 件；方案 2: 生产 A 产品 3 件，B 产品 7 件；方案 3: 生产 A 产品 4 件，B 产品 6 件

(2) 生产 A 产品 2 件，B 产品 8 件获利最大，最大利润为 26 万元

【解析】

【分析】 (1) 设生产 A 种产品 x 件，则生产 B 种产品 $(10-x)$ 件，根据“工厂计划投入资金不多于 44 万元，且获利多于 20 万元”列不等式组求解即可；

(2) 根据 (1) 中方案分别计算利润，比较即可；

【小问 1 详解】

解：设生产 A 种产品 x 件，则生产 B 种产品 $(10-x)$ 件 (x 为非负整数)，

根据题意可得：
$$\begin{cases} 2x+5(10-x) \leq 44 \\ x+3(10-x) > 20 \end{cases}$$

解得： $2 \leq x < 5$ ，

$\therefore x$ 为整数，

$\therefore x = 2, 3, 4$ ，

对应三种生产方案：方案 1: 生产 A 产品 2 件，B 产品 8 件；

方案 2: 生产 A 产品 3 件，B 产品 7 件；

方案 3: 生产 A 产品 4 件，B 产品 6 件；

【小问 2 详解】

解：方案 1: 总利润 $= 2 + 3 \times (10 - 2) = 26$ (万元)，

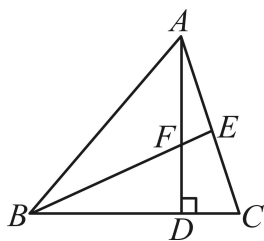
方案 2: 总利润 $= 3 + 3 \times (10 - 3) = 24$ (万元)，

方案 3: 总利润 $= 4 + 3 \times (10 - 4) = 22$ (万元)，

$\therefore 22 < 24 < 26$ ，

$\therefore$ 生产 A 产品 2 件，B 产品 8 件获利最大，最大利润为 26 万元.

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 是高， BE 是角平分线，它们相交于点 F ， $\angle BAD = 44^\circ$ ， $\angle DAC = 20^\circ$ ，求 $\angle BEC$ 的度数.



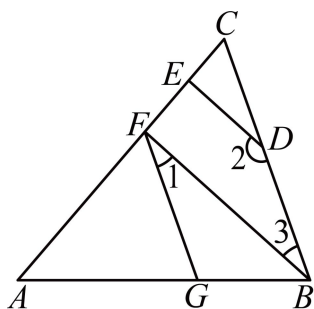
【答案】 87°

【解析】

【分析】 根据三角形内角和定理，垂线和角平分线的定义可得 $\angle ABC = 46^\circ$, $\angle ABE = \frac{1}{2}\angle ABC = 23^\circ$ ，根据三角形外角的性质可得 $\angle AFE = \angle ABF + \angle BAD$, $\angle BEC = \angle AFE + \angle DAC$ ，由此即可求解。

【详解】 解： $\because AD$ 是高， $\angle BAD = 44^\circ$ ，
 $\therefore \angle ABC = 90^\circ - \angle BAD = 46^\circ$ ，
 $\because BE$ 是角平分线，
 $\therefore \angle ABF = \frac{1}{2}\angle ABC = 23^\circ$ ，
 $\therefore \angle AFE = \angle ABF + \angle BAD = 23^\circ + 44^\circ = 67^\circ$ ，
 $\because \angle DAC = 20^\circ$ ，
 $\therefore \angle BEC = \angle AFE + \angle DAC = 67^\circ + 20^\circ = 87^\circ$ 。

26. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 上，点 G 在边 AB 上，点 E 、 F 在边 AC 上， $\angle AGF = \angle ABC = 65^\circ$ ， $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ 。



- (1) 试判断 BF 与 DE 的位置关系，并说明理由；
- (2) 若 $DE \perp AC$ ， $\angle 2 = 140^\circ$ ，求 $\angle A$ 的度数。

【答案】 (1) BF 与 DE 的位置关系为互相平行，理由见解析

(2) 65°

【解析】

【分析】 此题考查了平行线的判定和性质、三角形内角和定理、三角形外角的性质等知识。

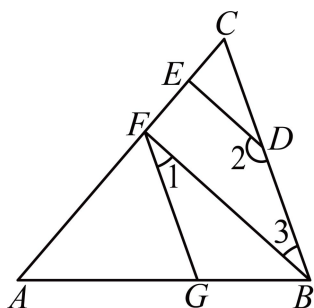
(1) 根据同位角相等两直线平行得到 $FG \parallel CB$ 则 $\angle 1 = \angle 3$ ，等量代换得到 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ，即可证明

$BF \parallel DE$;

(2) 根据三角形外角的性质得到 $\angle C$ ，根据三角形内角和定理即可求出 $\angle A$ 。

【小问 1 详解】

BF 与 DE 的位置关系为互相平行。



证明: $\because \angle AGF = \angle ABC = 65^\circ$

$\therefore FG \parallel CB$

$\therefore \angle 1 = \angle 3$

又 $\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$

$\therefore DE \parallel BF$

【小问 2 详解】

$\because DE \perp AC$, $\angle 2 = 140^\circ$,

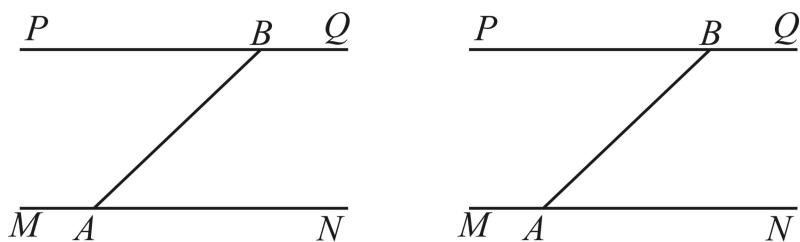
$\therefore \angle C = \angle 2 - \angle CED = 140^\circ - 90^\circ = 50^\circ$

又 $\because \angle ABC = 65^\circ$,

$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle ABC - \angle C = 180^\circ - 65^\circ - 50^\circ = 65^\circ$

五、综合题 (本大题共 1 题, 满分 10 分)

27. 长江汛期即将来临, 防汛指挥部在一危险地带两岸各安置了一探照灯, 便于夜间查看江水及两岸河堤的情况. 如图, 灯 A 发出的光线自 AM 顺时针旋转至 AN 便立即回转, 灯 B 发出的光线自 BQ 顺时针旋转至 BP 便立即回转, 两灯不停交叉照射巡视. 若灯 A 转动的速度是 $3^\circ/\text{秒}$, 灯 B 转动的速度是 $1^\circ/\text{秒}$. 忽略光线的粗细, 并假定这一带长江两岸河堤是平行的, 即 $PQ \parallel MN$, 且 $\angle BAN = 45^\circ$



备用图

(1) 若两灯同时转动 100 秒，此时两灯发出的光线所在直线的位置关系是；_____（填“平行”或“垂直”或“相交”）

(2) 设灯 A 转动 t 秒，请用含 t 的式子表示以下的角；

当 $0 < t < 60$ 时，光线与 AM 所成的角为度；

当 $60 < t < 120$ 时，光线与 AM 所成的角为度；

当 $120 < t < 180$ 时，光线与 AM 所成的角为度；

(3) 若灯 B 先转动 40 秒，灯 A 才开始转动，在灯 B 发出的光线第一次到达 BP 之前，灯 A 转动几秒时，两灯光线所在直线互相平行？

(4) 若两灯同时开始转动，在灯 A 发出的光线第一次到达 AN 之前，其发出的光线与灯 B 发出的光线交于点 C，过 C 作 $CD \perp AB$ 交 AB 于点 D，探究在转动过程中， $\angle BAC$ 与 $\angle BCD$ 始终满足怎样的等量关系。

【答案】 (1) 相交 (2) $3^\circ t, (360^\circ - 3^\circ t), (3^\circ t - 360^\circ)$

(3) 当灯 A 转动 20 秒或 80 秒时，两灯光线所在直线互相平行

(4) $\angle BAC = 3\angle BCD$

【解析】

【分析】 (1) 根据题意得到从 AM 到 AN 所需的时间为 60（秒），从 BQ 到 BP 所需的时间为 180（秒），结合图形求解即可；

(2) 根据运动时间，数形结合分析即可求解；

(3) 灯 B 先转动 40 秒，此时 $\angle QBQ_1 = 40^\circ$ ，则 BQ 转动到 BP 处所需时间为 140（秒），结合题意，分类讨论即可求解；

(4) 根据题意得到 $0 < t < 60$ ， $\angle MAC = 3^\circ t$ ， $\angle CAN = 180^\circ - 3^\circ t$ ，根据平行线的性质，角的和差关系列式求解即可。

【小问 1 详解】

解：灯 A 发出的光线自 AM 顺时针旋转至 AN 便立即回转，灯 B 发出的光线自 BQ 顺时针旋转至 BP 便立

即回转，灯 A 转动的速度是 $3^\circ/\text{秒}$ ，灯 B 转动的速度是 $1^\circ/\text{秒}$ ，

$\therefore$ 从 AM 到 AN 所需的时间为 $180 \div 3 = 60$ (秒)，从 BQ 到 BP 所需的时间为 $180 \div 1 = 180$ (秒)，

当两灯同时转动 100 秒时， AM 到 AN 并逆时针转动了 $100 - 60 = 40$ (秒)，其度数为 $3^\circ \times 40 = 120^\circ$ ， BQ 转动的度数为 $1^\circ \times 100 = 100^\circ$ ，

$\therefore$ 点 M 在点 M_1 的位置，点 Q 在点 Q_1 的位置，则 $\angle M_1AN = 120^\circ$ ， $\angle QBQ_1 = 100^\circ$ ，

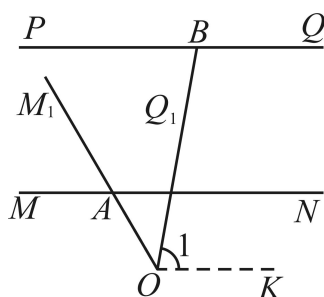
如图所示，设两灯发出的光线所在直线交于点 O ，过点 O 作 $OK \parallel PQ$ ，

$\therefore PQ \parallel MN$ ，

$\therefore PQ \parallel MN \parallel OK$ ，

$\therefore \angle AOK = \angle M_1AN = 120^\circ$ ， $\angle 1 = 180^\circ - \angle QBQ_1 = 80^\circ$ ，

$\therefore \angle AOB = 120^\circ - 80^\circ = 40^\circ$ ，



$\therefore$ 此时两灯发出的光线所在直线的位置关系是相交；

【小问 2 详解】

解：灯 A 转动的速度是 $3^\circ/\text{秒}$ ，从 AM 到 AN 所需的时间为 60 (秒)，

设灯 A 转动 t 秒，

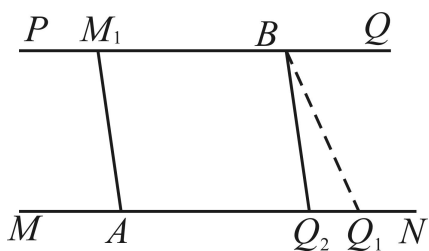
$\therefore$ 当 $0 < t < 60$ 时，光线与 AM 所成的角为 $3^\circ t$ 度；

当 $60 < t < 120$ 时，光线与 AM 所成的角为 $180^\circ - 3^\circ(t - 60^\circ) = 360^\circ - 3^\circ t$ ；

当 $120 < t < 180$ 时，光线与 AM 所成的角为 $3^\circ(t - 120^\circ) = 3^\circ t - 360^\circ$ ；

【小问 3 详解】

解：如图所示，设灯 A 转动时间为 m 秒，当 $0 < m < 60$ 时， BQ_1 转动到 BQ_2 时 $BQ_2 \parallel AM_1$ ，



$$\because PQ \parallel MN,$$

$$\therefore \angle QBQ_2 = \angle BQ_2A = 40^\circ + 1^\circ \cdot m,$$

$$\because BQ_2 \parallel AM_1,$$

$$\therefore \angle BQ_2A = \angle MAM_1 = 3^\circ \cdot m, \text{ 即 } 40 + m = 3m,$$

$$\text{解得: } m = 20,$$

即灯 A 转动 20 秒时, 两灯光线所在直线互相平行;

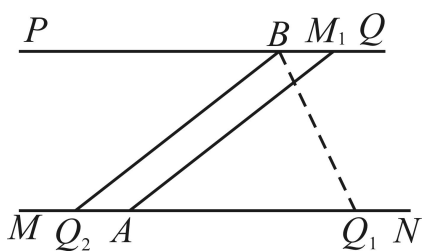
如图所示, 当 $60 < m < 120$ 时, BQ 转动到 BQ_2 时 $BQ_2 \parallel AM_1$,

$$\because PQ \parallel MN,$$

$$\therefore \angle QBQ_2 = \angle BQ_2M = 40^\circ + 1^\circ \cdot m,$$

$$\because BQ_2 \parallel AM_1,$$

$$\therefore \angle BQ_2M = \angle MAM_1 = 360^\circ - 3^\circ m,$$



$$40^\circ + 1^\circ m = 360^\circ - 3^\circ m,$$

$$\text{解得: } m = 80,$$

即灯 A 转动 80 秒时, 两灯光线所在直线互相平行;

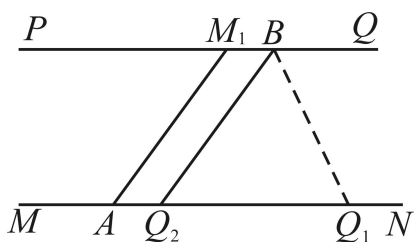
如图所示, 当 $120 < m < 140$ 时, BQ 转动到 BQ_2 时 $BQ_2 \parallel AM_1$,

$$\because PQ \parallel MN,$$

$$\therefore \angle QBQ_2 = \angle BQ_2M = 40^\circ + 1^\circ \cdot m,$$

$$\because BQ_2 \parallel AM_1,$$

$$\therefore \angle BQ_2M = \angle MAM_1 = 3^\circ m - 360^\circ,$$



$$\therefore 3^\circ m - 360^\circ = 40^\circ + 1^\circ m,$$

解得: $m = 200 > 140$, 不符合题意, 舍去;

综上所述, 当灯 A 转动 20 秒或 80 秒时, 两灯光线所在直线互相平行;

【小问 4 详解】

解: 两灯同时开始转动, 在灯 A 发出的光线第一次到达 AN 之前, 设灯 A 转动 t 秒,

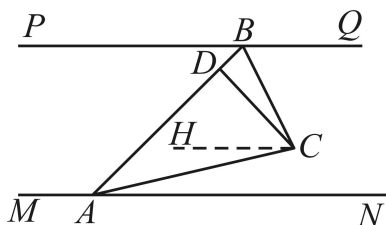
$$\therefore 0 < t < 60, \angle MAC = 3^\circ t, \angle CAN = 180^\circ - 3^\circ t,$$

$$\because \angle BAN = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BAN - \angle CAN = 45^\circ - (180^\circ - 3^\circ t) = 3^\circ t - 135^\circ,$$

$$\therefore t = \frac{\angle BAC + 135^\circ}{3^\circ},$$

如图所示, 过点 C 作 $CH \parallel QP$,



$$\because PQ \parallel MN,$$

$$\therefore PQ \parallel CH \parallel MN,$$

$$\therefore \angle HCA = \angle CAN = 180^\circ - 3^\circ t, \angle QBC = \angle BCH = 1^\circ t,$$

$$\therefore \angle BCA = \angle HCA + \angle BCH = \angle CAN + \angle QBC = 180^\circ - 3^\circ t + 1^\circ t = 180^\circ - 2^\circ t,$$

$$\because CD \perp AB, \text{ 即 } \angle ADC = \angle BDC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = 90^\circ - \angle BAC = 90^\circ - (3^\circ t - 135^\circ) = 225^\circ - 3^\circ t,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle BCA - \angle ACD = 180^\circ - 2^\circ t - (225^\circ - 3^\circ t) = t - 45^\circ,$$

$$\therefore t = \angle BCD + 45^\circ,$$

$$\therefore \frac{\angle BAC + 135^\circ}{3^\circ} = \angle BCD + 45^\circ,$$

整理得, $\angle BAC = 3\angle BCD$.