

2025-2026 学年七年级数学下学期期末考试

(考试时间：90 分钟 试卷满分：100 分)

一、选择题 (本题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。)

1. 若 $x < y$ ，则下列不等式不正确的是 ()

A. $x+5 < y+5$

B. $x-1 < y-1$

C. $\frac{x}{2} < \frac{y}{2}$

D. $-2x < -2y$

【答案】D

【分析】本题考查了不等式的基本性质，熟记其性质是解题的关键。

根据不等式的性质进行判断即可。

【详解】解：A: $\because x < y$,

$\therefore x+5 < y+5$ ，故该选项不等式变形正确，不合题意；

B: $\because x < y$,

$\therefore x-1 < y-1$ ，故该选项不等式变形正确，不合题意；

C: $\because x < y$,

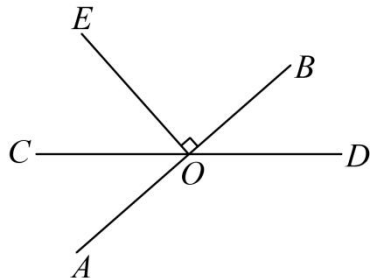
$\therefore \frac{x}{2} < \frac{y}{2}$ ，故该选项不等式变形正确，不合题意；

D: $\because x < y$,

$\therefore -2x > -2y$ ，故该选项不等式变形不正确，符合题意。

故选：D。

2. 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 O ， $OE \perp AB$ 于点 O ，若 $\angle EOC = 60^\circ$ ，则 $\angle BOD$ 的度数为 ()



A. 150°

B. 120°

C. 60°

D. 30°

【答案】D

【分析】本题考查了平角的定义，由平角的定义得 $\angle BOD = 180^\circ - \angle EOC - \angle BOE$ ，即可求解。理解定义是

解题的关键.

【详解】解：∵ $OE \perp AB$ ，
∴ $\angle BOE = 90^\circ$ ，
∴ $\angle BOD = 180^\circ - \angle EOC - \angle BOE$
 $= 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ$
 $= 30^\circ$ ，

故选：D.

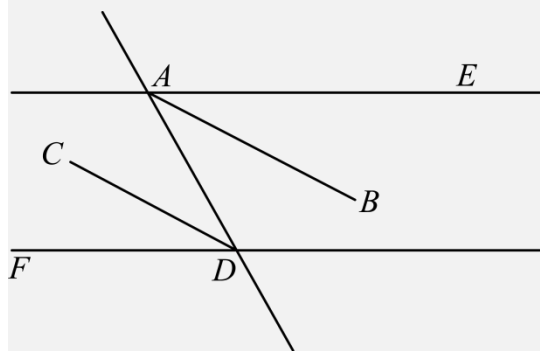
3. 下列说法错误的是（ ）

- A. 过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行
- B. 两条平行线被第三条直线所截，内错角的角平分线互相平行
- C. 同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线平行
- D. 同旁内角相等，两直线平行

【答案】D

【分析】本题主要考查了平行线的性质与判定，角平分线的定义，根据平行线的性质与判定定理逐一判断即可得到答案.

【详解】解：A、过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行，原说法正确，不符合题意；
B、两条平行线被第三条直线所截，内错角的角平分线互相平行，原说法正确，不符合题意；由 $AE \parallel DF$ 可得 $\angle DAE = \angle ADF$ ，再由角平分线的定义可得 $\angle ADC = \angle DAB$ ，则 $AB \parallel CD$ ；

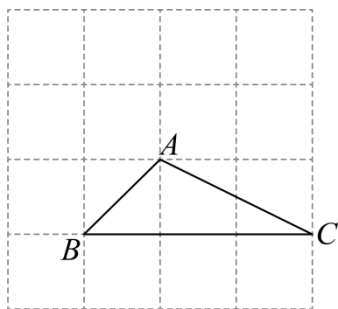


C、同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线平行，原说法正确，不符合题意；

D、同旁内角互补，两直线平行，原说法错误，符合题意；

故选：D.

4. 如图，在 4×4 方形网格中，与 ABC 有一条公共边且全等（不与 ABC 重合）的格点三角形（顶点在格点上的三角形）共有（ ）



A. 4 个

B. 3 个

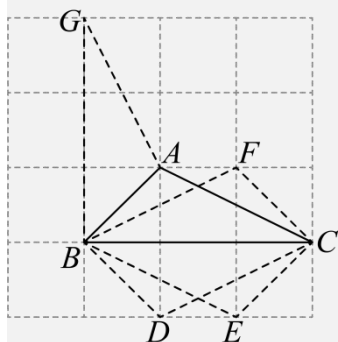
C. 2 个

D. 1 个

【答案】 A

【分析】 本题主要考查了全等三角形的判定，利用方格的特点和全等三角形的判定正确作图是解题的关键。根据方格的特点和全等三角形的判定结合轴对称图形作图即可解答。

【详解】 解： 如图：



以 BC 为公共边可以画出 $\triangle BDC, \triangle BEC, \triangle BFC$ 三个三角形和原三角形全等；

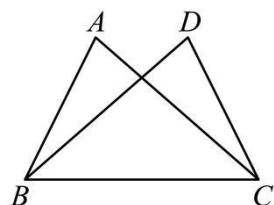
以 AB 为公共边可以画出 $\triangle ABG$ 一个三角形和原三角形全等；

以 AC 为公共边不能画出三角形与原三角形全等，

所以一共可以画出 4 个三角形和原三角形全等。

故选： A.

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DCB$ 中，已知 $\angle ABC = \angle DCB$ ，添加一个条件，不一定能得到 $\triangle ABC \cong \triangle DCE$ 的是 ()



A. $AB = DC$

B. $AC = DB$

C. $\angle A = \angle D$

D. $\angle ABD = \angle DCA$

【答案】 B

【分析】 本题主要考查全等三角形的判定，掌握边边边，边角边，角边角，角角边，斜边直角边判定三角

形全等是关键. 根据全等三角形的判定方法逐一分析即可.

【详解】解: 根据题意, $\angle ABC = \angle DCB, BC = CB$,

A、添加 $AB = DC$, 可以运用边角边证明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$, 不符合题意;

B、添加 $AC = DB$, 不能运用边边角证明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$, 符合题意;

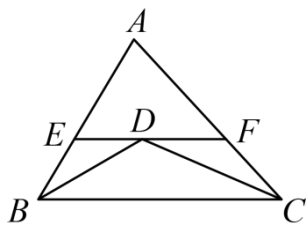
C、添加 $\angle A = \angle D$, 可以运用角角边证明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$, 不符合题意;

D、添加 $\angle ABD = \angle DCA$, 则 $\angle ABC - \angle ABD = \angle DCB - \angle DCA$, 即 $\angle CBD = \angle BCA$,

结合题意, 可以运用角边角证明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$, 不符合题意;

故选: B.

6. 如图, $\angle B$, $\angle C$ 的平分线相交于点 D , 过点 D 作 $EF \parallel BC$, 交 AB 于点 E , 交 AC 于点 F , 下列结论中: ① $BE = DE$; ② $DF = ED$; ③ $\angle BDC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$; ④ $\triangle AEF$ 周长 $= AB + AC$, 正确的有 ()



A. ①②

B. ①②④

C. ①③④

D. ①②③④

【答案】C

【分析】由 $\triangle ABC$ 中, $\angle B$ 与 $\angle C$ 的平分线交于点 D , $EF \parallel BC$, 易证得 $\triangle BED$ 和 $\triangle CFD$ 都是等腰三角形, 继而可得 $EF = BE + CF$, 又由 $\triangle AEF$ 的周长为: $AE + EF + AF = AE + BE + CF + AF = AB + AC$; 即可得 $\triangle AEF$ 的周长等于 AB 与 AC 的和.

【详解】解: $\because EF \parallel BC$,

$\therefore \angle EDB = \angle DBC$, $\angle FDC = \angle DCB$,

$\because \triangle ABC$ 中, $\angle B$ 与 $\angle C$ 的平分线交于点 D ,

$\therefore \angle EBD = \angle DBC$, $\angle FCD = \angle DCB$,

$\therefore \angle EBD = \angle EDB$, $\angle FCD = \angle FDC$,

$\therefore BE = DE$, $CF = DF$, 故①正确;

DF 与 ED 不一定相等, 故②错误;

$\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B$ 和 $\angle C$ 的平分线相交于点 D ,

$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle BCD = \frac{1}{2}\angle ACB$,

$$\therefore \angle DBC + \angle DCB = \frac{1}{2} \angle ABC + \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB) = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle A) = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A,$$

$$\therefore \angle BDC = 180^\circ - (\angle DBC + \angle DCB) = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A, \text{ 故③正确;}$$

$\therefore \triangle AEF$ 的周长为:

$$AE + EF + AF = AE + ED + DF + AF = AE + EB + FC + AF = AB + AC, \text{ 故④正确;}$$

综上, 正确的有①③④.

二、填空题 (本题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分)

7. 用不等式表示“ x 的 3 倍与 20 的和小于 7”为_____

【答案】

$$3x + 20 < 7$$

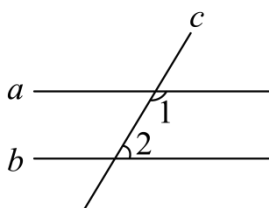
【分析】 根据题意提取数量关系, 抓住关键词“小于”确定不等关系, 将文字语言转化为数学不等式即可.

【详解】 解: 由题意可得, x 的 3 倍表示为 $3x$,

与 20 的和表示为 $3x + 20$,

小于 7 即 $3x + 20 < 7$.

8. 如图, $a \parallel b$, 若 $\angle 1 = 2\angle 2$, 则 $\angle 2$ 的度数为_____度.



【答案】 60

【分析】 由平行线的性质证明 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, 结合 $\angle 1 = 2\angle 2$ 可得答案.

【详解】 解: $\because$ 直线 $a \parallel b$,

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\because \angle 1 = 2\angle 2,$$

$$\therefore 3\angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 60^\circ.$$

9. 等腰三角形的顶角的度数是 48° , 则底角的度数是_____度.

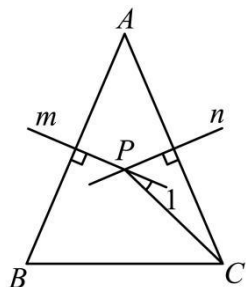
【答案】 66

【分析】 此题考查了等腰三角形的性质, 三角形内角和, 解题的关键是掌握等腰三角形的两底角相等. 等腰三角形的顶角的度数是 48° , 根据三角形内角和为 180° 和等腰三角形的两底角相等列式计算即可.

【详解】解：等腰三角形的顶角的度数是 48° ，由等腰三角形的性质可得：底角为 $\frac{1}{2}(180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ$ ；

故答案为：66．

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，直线 m ， n 分别是 AB 、 AC 的垂直平分线， m ， n 交于点 P ，连接 CP ．若 $\angle 1 = 21^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数为_____．

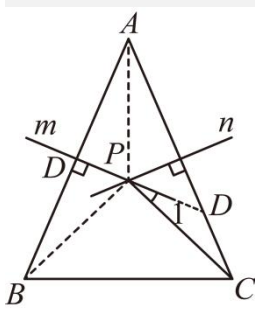


【答案】 67°

【分析】 本题考查等腰三角形的性质、线段垂直平分线的性质，熟练掌握线段垂直平分线的性质是解题的关键．

连接 PA 、 PB 、 PC ，设直线 m 交 AC 于点 D ，设 $\angle PAC = \alpha$ ，根据线段垂直平分线的性质得到 $PA = PB = PC$ 、 $\angle PCA = \angle PAC = \alpha$ ，进而得到 PA 是线段 BC 的垂直平分线，根据等腰三角形的性质得到 $\angle PAB = \angle PAC = \alpha$ ，进而得到 $\angle BAC = 2\alpha$ ，再根据 $\angle PDA = 21^\circ + \alpha$ 和 $\angle PDA + \angle BAC = 90^\circ$ ，得到 $\alpha = 23^\circ$ ，则 $\angle BAC = 46^\circ$ ，从而得出 $\angle B$ 的度数．

【详解】解：连接 PA 、 PB 、 PC ，设直线 m 交 AC 于点 D ，如图：



设 $\angle PAC = \alpha$

$\because$ 直线 m ， n 分别是 AB 、 AC 的垂直平分线

$\therefore PA = PB$ 、 $PA = PC$

$\therefore PA = PB = PC$ 、 $\angle PCA = \angle PAC = \alpha$

$\therefore PA$ 是线段 BC 的垂直平分线

$\because AB = AC$

$\therefore \angle PAB = \angle PAC = \alpha$

$$\therefore \angle BAC = \angle PAB + \angle PAC = 2\alpha$$

$$\therefore \angle 1 = 21^\circ$$

$$\therefore \angle PDA = \angle 1 + \angle PCA = 21^\circ + \alpha$$

$$\therefore \angle PDA + \angle BAC = 90^\circ$$

$$\therefore 21^\circ + \alpha + 2\alpha = 90^\circ$$

$$\text{解得 } \alpha = 23^\circ$$

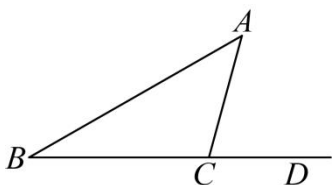
$$\therefore \angle BAC = 2 \times 23^\circ = 46^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAC)$$

$$\therefore \angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 46^\circ) = 67^\circ$$

故答案为： 67° .

11. 如图， $\angle ACD = 75^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， 则 $\angle A =$ _____.



【答案】 45°

【分析】 本题主要考查三角形外角的性质，根据 $\angle ACD = \angle A + \angle B$ 可解答.

【详解】 解： $\because \angle ACD$ 是 ABC 的外角，

$$\therefore \angle ACD = \angle A + \angle B,$$

$$\because \angle ACD = 75^\circ, \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ,$$

故答案为： 45° .

12. 命题“互余的两个角都是锐角”的逆命题是_____. (用“如果...那么...”的形式写出).

【答案】 如果两个角都是锐角，那么这两个角互余

【分析】 本题考查了命题的逆命题. 根据逆命题的定义，将原命题的条件和结论互换即可解答.

【详解】 解： 命题“互余的两个角都是锐角”的逆命题是“如果两个角都是锐角，那么这两个角互余”.

故答案为： 如果两个角都是锐角，那么这两个角互余.

13. 关于 x 的不等式 $3x \leq 8 - x$ 的非负整数解有_____个.

【答案】 3

【分析】 先解不等式得到解集，再根据非负整数的定义统计解的个数即可.

【详解】解： $\because 3x \leq 8 - x$

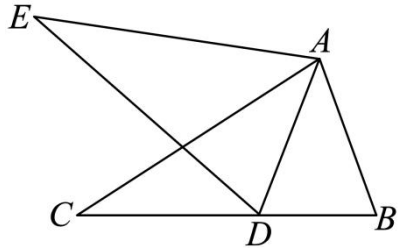
移项得 $3x + x \leq 8$

合并同类项得 $4x \leq 8$

系数化为1得 $x \leq 2$

$\therefore$ 不等式的非负整数解为 0, 1, 2, 共 3 个.

14. 如图, D 在 BC 边上, $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, $\angle B = 70^\circ$, 则 $\angle EAC$ 的度数为_____.



【答案】 40° / 40 度

【分析】根据全等三角形的性质, 即可得到 $AB = AD$, $\angle EAD = \angle BAC$, 进而可得 $\angle ADB = \angle B = 70^\circ$, $\angle EAC = \angle BAD$, 根据三角形内角和定理即可得到 $\angle BAD = 180^\circ - \angle B - \angle ADB = 40^\circ$, 再由 $\angle EAC = \angle BAD$ 即可得到结论.

【详解】解: $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$,

$\therefore AB = AD$, $\angle EAD = \angle BAC$,

$\therefore \angle ADB = \angle B = 70^\circ$, $\angle EAC = \angle BAD$,

$\therefore \triangle ABD$ 中, $\angle BAD = 180^\circ - \angle B - \angle ADB = 40^\circ$,

$\therefore \angle EAC = \angle BAD = 40^\circ$,

故答案为: 40° .

【点睛】本题主要考查了全等三角形的性质和三角形内角和定理的应用, 解题时注意: 全等三角形的对应边相等, 全等三角形的对应角相等.

15. 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-1 > 2 \\ x \leq m \end{cases}$ 无解, 则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m \leq 3$

【分析】先计算第一个不等式, 得到 $x > 3$, 不等式组无解, 即两个不等式没有公共解集, 据此解题.

【详解】解: 由不等式组可得 $\begin{cases} x > 3 \\ x \leq m \end{cases}$,

因为不等式组无解, 根据大大小小找不到的原则可知 $m \leq 3$,

故答案为: $m \leq 3$.

【点睛】本题考查由一元一次不等式组的解集求参数，是重要考点，难度较易，掌握相关知识是解题关键.

16. 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x - y = 6 \\ 4x + y = 6m \end{cases}$ 的解满足 $-1 < x + y \leq 2$ ，那么 m 的取值范围为_____.

【答案】 $\frac{2}{3} < m \leq \frac{5}{3}$

【分析】先利用整体的思想求出 $2x + 2y = 6m - 6$ ，从而可得 $x + y = 3m - 3$ ，进而可得 $-1 < 3m - 3 \leq 2$ ，进一步进行计算，即可解答.

【详解】解： $\begin{cases} 2x - y = 6 \text{ ①} \\ 4x + y = 6m \text{ ②} \end{cases}$,

② - ① 得： $2x + 2y = 6m - 6$,

解得： $x + y = 3m - 3$,

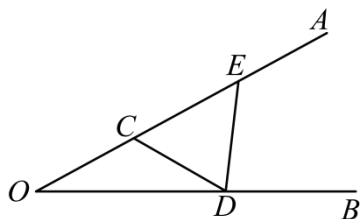
$\because -1 < x + y \leq 2$,

$\therefore -1 < 3m - 3 \leq 2$,

$\therefore 2 < 3m \leq 5$,

解得： $\frac{2}{3} < m \leq \frac{5}{3}$.

17. 如图，已知点 C, E 在 OA 上，点 D 在 OB 上，且 $OC = CD = DE$ ，若 $\angle EDB = 81^\circ$ ，则 $\angle CDE$ 的度数是_____.



【答案】 $72^\circ / 72$ 度

【分析】本题考查三角形中求角度，涉及等腰三角形的性质、三角形外角性质、三角形内角和定理等知识，熟记三角形角度有关性质是解决问题的关键. 设 $\angle O = a$ ，先由等腰三角形性质、外角性质得到 $a = 27^\circ$ ，进而求出 $\angle DEC = \angle ECD = 54^\circ$ ，在 $\triangle CDE$ 中，由三角形内角和定理求解即可得到答案.

【详解】解：设 $\angle O = a$,

$\because OC = CD$,

$\therefore \angle CDO = \angle O = a$,

$\because \angle ECD$ 是 $\triangle COD$ 的一个外角,

$\therefore \angle ECD = \angle O + \angle CDO = 2a$,

$$\therefore CD = DE,$$

$$\therefore \angle DEC = \angle ECD = 2a,$$

$\therefore \angle EDB$ 是 $\triangle EOD$ 的一个外角,

$$\therefore \angle EDB = \angle O + \angle DEC = 3a = 81^\circ,$$

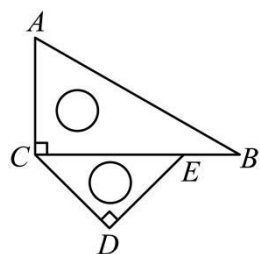
解得 $a = 27^\circ$,

$$\therefore \angle DEC = \angle ECD = 54^\circ,$$

$\therefore$ 在 $\triangle CDE$ 中, 由三角形内角和定理可得 $\angle CDE = 180^\circ - \angle DEC - \angle ECD = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$,

故答案为: 72° .

18. 如图, 一副三角板有公共顶点 C , 且 BC 与 CE 重合, 其中 $\angle ACB = \angle CDE = 90^\circ$, $\angle DCE = 45^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, 将三角板 CDE 绕点 C 逆时针旋转一周, 当直线 CE 与直线 AB 互相平行时, 三角板 CDE 旋转的度数为_____.



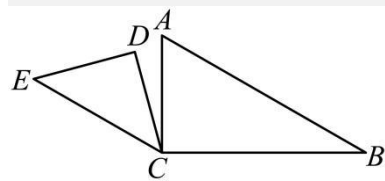
【答案】 150° 或 330°

【分析】 本题考查了旋转的性质, 平行线的性质, 分 CE 在直线 BC 的上方和下方两种情况讨论, 画出图形, 根据平行线的性质求解即可.

【详解】 解: $\because \angle ACB = \angle CDE = 90^\circ$, $\angle DCE = 45^\circ$, $\angle A = 60^\circ$,

$$\therefore \angle B = 30^\circ,$$

当 CE 在直线 BC 的上方时, 如图,



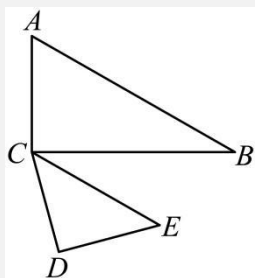
$$\because CE \parallel AB,$$

$$\therefore \angle ECB + \angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ECB = 150^\circ,$$

即三角板 CDE 旋转的度数为 150° ,

当 CE 在直线 BC 的下方时, 如图,



$\because CE \parallel AB$,

$\therefore \angle ECB = \angle B = 30^\circ$,

即三角板 CDE 旋转的度数为 $360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$,

三角板 CDE 旋转的度数为 150° 或 330° ,

故答案为: 150° 或 330° .

三、解答题 (本题共 7 小题, 共 64 分)

19. (本小题 8 分) 解不等式组 $\begin{cases} -2x+3 \geq 1 \\ \frac{2x+1}{3} > x-1 \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.

【答案】 $x \leq 1$, 在数轴上表示解集见解析

【分析】 本题考查解一元一次不等式组、在数轴上表示不等式的解集, 解题的关键是熟练掌握解不等式组的方法, 在数轴上表示不等式组的解集.

分别解两个不等式, 可以求得不等式组的解集, 然后在数轴上表示出解集即可解答本题.

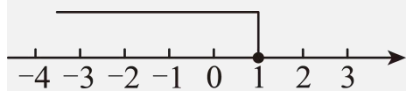
【详解】 解: 原不等式组 $\begin{cases} -2x+3 \geq 1 & \text{①} \\ \frac{2x+1}{3} > x-1 & \text{②} \end{cases}$

由①得: $x \leq 1$;

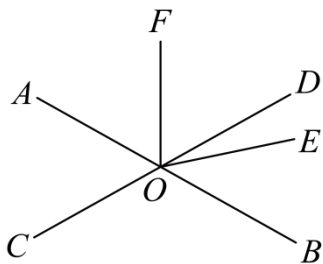
由②得: $x < 4$;

$\therefore$ 原不等式组的解集为: $x \leq 1$.

不等式组的解集在数轴上表示如下:



20. (本小题 8 分) 如图, 直线 AB 、 CD 相交于点 O , 射线 OE 在 $\angle BOD$ 内部, OF 平分 $\angle AOD$. 已知 $\angle AOC = 60^\circ$, $\angle BOE = 40^\circ$, 求 $\angle EOF$ 的度数.



【答案】 80°

【分析】 首先求出 $\angle AOD = 180^\circ - \angle AOC = 120^\circ$ ，由角平分线得到 $\angle DOF = \angle AOF = \frac{1}{2} \angle AOD = 60^\circ$ ，然后由对顶角得到 $\angle DOB = \angle AOC = 60^\circ$ ，进而利用角的和差求解即可.

【详解】 $\because \angle AOC = 60^\circ$

$$\therefore \angle AOD = 180^\circ - \angle AOC = 120^\circ$$

$\because OF$ 平分 $\angle AOD$

$$\therefore \angle DOF = \angle AOF = \frac{1}{2} \angle AOD = 60^\circ$$

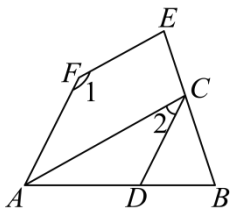
$$\because \angle DOB = \angle AOC = 60^\circ, \angle BOE = 40^\circ$$

$$\therefore \angle DOE = \angle DOB - \angle BOE = 20^\circ$$

$$\therefore \angle EOF = \angle DOF + \angle DOE = 60^\circ + 20^\circ = 80^\circ.$$

【点睛】 本题考查角平分线、对顶角，角的和差运算，掌握角平分线的定义，理解对顶角相等是正确解答的关键.

21. (本小题 8 分) 如图，已知 $AC \parallel FE$ ， $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.



求证： $\angle FAB = \angle BDC$. 请将下面证明过程补充完整:

证明： $\because AC \parallel EF$ (已知)

$$\therefore \angle 1 + \angle FAC = 180^\circ \quad (\text{①} \underline{\hspace{2cm}})$$

$$\text{又} \because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \quad (\text{②} \underline{\hspace{2cm}})$$

$$\therefore \text{③} \underline{\hspace{2cm}} \quad (\text{同角的补角相等})$$

$$\therefore FA \parallel CD, \quad (\text{④} \underline{\hspace{2cm}})$$

$$\therefore \angle FAB = \angle BDC \quad (\text{⑤} \underline{\hspace{2cm}})$$

【答案】两直线平行，同旁内角互补；已知； $\angle FAC = \angle 2$ ；内错角相等，两直线平行；两直线平行，同位角相等；

【分析】本题考查平行线的判定与性质，熟练掌握平行线的判定与性质是解题的关键。

根据证明过程，写出得到的结论或所需条件即可。

【详解】证明： $\because AC \parallel EF$ （已知）

$\therefore \angle 1 + \angle FAC = 180^\circ$ （①两直线平行，同旁内角互补）

又 $\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ （②已知）

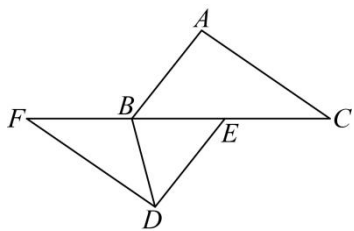
$\therefore \textcircled{3} \angle FAC = \angle 2$ （同角的补角相等）

$\therefore FA \parallel CD$ ，（④内错角相等，两直线平行）

$\therefore \angle FAB = \angle BDC$ （⑤两直线平行，同位角相等）

故答案为：两直线平行，同旁内角互补；已知； $\angle FAC = \angle 2$ ；内错角相等，两直线平行；两直线平行，同位角相等。

22.（本小题 8 分）如图，已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，且点 F, B, E, C 在同一条直线上。



(1) 连接 BD 。若 $\angle DBE = 70^\circ$ ， $\angle BDF = 30^\circ$ ，求 $\angle C$ 的度数；

(2) 若 $DF = 4, AB = 3$ ，求 BC 长度的取值范围。

【答案】(1) 40°

(2) $1 < BC < 7$

【分析】本题考查全等三角形的性质，三角形三边关系，三角形内角和定理，关键是掌握全等三角形的对应边和对应角相等。

(1) 由互补的定义得 $\angle DBF = 180^\circ - \angle DBE = 110^\circ$ ，由三角形内角和定理得到 $\angle F = 180^\circ - \angle DBF - \angle BDF = 40^\circ$ ，再根据全等三角形的性质得 $\angle C = \angle F = 40^\circ$ ；

(2) 由全等三角形的性质推出 $AC = DF = 4$ ，由三角形三边关系定理得到 $1 < BC < 7$ 。

【详解】(1) 解： $\because$ 点 F, B, E, C 在同一条直线上， $\angle DBE$ 与 $\angle DBF$ 互为补角，
 $\therefore \angle DBF = 180^\circ - \angle DBE = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ ，

在 $\triangle BDF$ 中，得 $\angle F = 180^\circ - \angle DBF - \angle BDF = 180^\circ - 110^\circ - 30^\circ = 40^\circ$ ，

由 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，得 $\angle C = \angle F = 40^\circ$ ；

(2) 解: $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$,

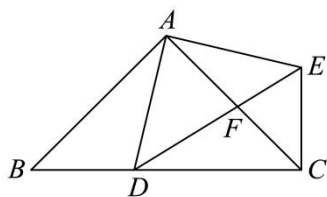
$$\therefore AC = DF = 4.$$

$$\because AB = 3,$$

$$\therefore 4 - 3 < BC < 4 + 3,$$

$$\therefore 1 < BC < 7.$$

23. (本小题 10 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, 点 D 是边 BC 上的一个动点 (不与 B 、 C 重合). 连接 AD , 以点 A 为直角顶点, 以 AD 为一边作 $\text{Rt}\triangle ADE$, 使 $AD = AE$, 边 DE 交 AC 于点 F .



(1) 求证: $\triangle ABD \cong \triangle ACE$;

(2) 若 $BD = 2$, 求 CE 的长;

(3) 若点 D 是 BC 的中点, 试判断 DF 与 AC 是否垂直? 请说明理由.

【答案】(1) 见解析;

(2) $CE = 2$;

(3) $DF \perp AC$, 理由见解析.

【分析】本题考查了等腰三角形的性质, 三角形内角和定理, 全等三角形的判定与性质, 掌握知识点的应用是解题的关键.

(1) 先证明 $\angle BAD = \angle CAE$, 然后通过“SAS”证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ 即可;

(2) 通过全等三角形的性质即可求解;

(3) 由点 D 是 BC 的中点, $AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$, 则有 $AD \perp BC$, $\angle ABC = \angle ACB = 45^\circ$, 再求出 $\angle ADE = 45^\circ$, 则有 $\angle CDF = 45^\circ$, 最后通过三角形内角和定理即可求解.

【详解】(1) 证明: $\because \angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BAD + \angle CAD = \angle CAE + \angle CAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE \\ AD = AE \end{cases}$$

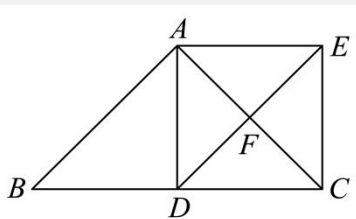
$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$ (SAS);

(2) 解: 由 (1) 得: $\triangle ABD \cong \triangle ACE$,

$\therefore CE = BD = 2$;

(3) 解: $DF \perp AC$, 理由:

如图,



$\because$ 点 D 是 BC 的中点, $AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$,

$\therefore AD \perp BC$, $\angle ABC = \angle ACB = 45^\circ$,

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$,

$\because AD = AE$, $\angle DAE = 90^\circ$,

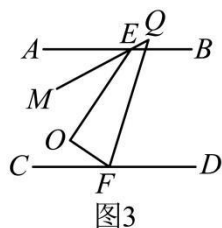
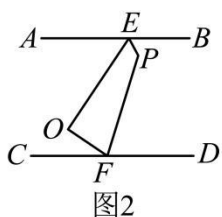
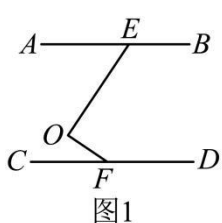
$\therefore \angle ADE = 45^\circ$,

$\therefore \angle CDF = \angle ADC - \angle ADE = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$,

$\therefore \angle CFD = 180^\circ - \angle CDF - \angle ACD = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$,

$\therefore DF \perp AC$.

24. (本小题 10 分) 如图, $AB \parallel CD$, 点 E, F 分别在 AB, CD 上, 点 O 在直线 AB 和 CD 之间, 连接 OE, OF .



(1) 如图 1, 求证: $\angle EOF = \angle AEO + \angle CFO$.

(2) 如图 2, EP 平分 $\angle OEB$, FP 平分 $\angle OFD$, 若 $\angle EOF = 94^\circ$, 求 $\angle EPF$ 的度数.

(3) 如图 3, 若 FQ 平分 $\angle OFD$, $\angle AEO$ 的平分线 EM 的反向延长线与 FQ 相交于点 Q , 试探究 $\angle EOF$ 与 $\angle EQF$ 之间的数量关系, 并说明理由.

【答案】 (1) 见解析

(2) 133°

(3) $2\angle EQF + \angle EOF = 180^\circ$

【分析】 本题主要考查了平行线的性质与判定，角平分线的定义，熟知平行线的性质与判定定理是解题的关键.

- (1) 过点 O 作 $OG \parallel AB$ ，则 $\angle EOG = \angle AEO$ ，再证明 $OG \parallel CD$ 得到 $\angle FOG = \angle CFO$ ，据此可证明结论；
- (2) 由 (1) 可得 $\angle EOF = \angle AEO + \angle CFO = 94^\circ$ ，由平角的定义可推出 $\angle OEB + \angle OFD = 266^\circ$ ；由角平分线的定义可推出 $\angle BEP + \angle DFP = \frac{1}{2} \angle CEB + \frac{1}{2} \angle OFD = 133^\circ$ ，同理可得 $\angle EPF = \angle BEP + \angle DFP = 133^\circ$ ；
- (3) 过点 Q 作 $QH \parallel AB$ ，则 $\angle EQH = \angle AEM$ ，设 $\angle AEO = 2x$ ， $\angle CFO = 2y$ ，则 $\angle OFD = 180^\circ - 2y$ ；由角平分线的定义推出 $\angle HQM = x$ ， $\angle QFD = 90^\circ - y$ ；再证明 $QH \parallel CD$ ，得到 $\angle HQF = \angle QFD = 90^\circ - y$ ，则 $\angle EQF = 90^\circ - x - y$ ，由 (1) 可得 $\angle EOF = \angle AEO + \angle CFO = 2x + 2y$ ，据此可得结论.

【详解】 (1) 证明：如图所示，过点 O 作 $OG \parallel AB$ ，

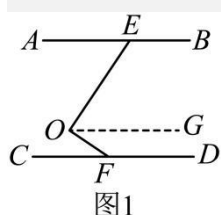
$$\therefore \angle EOG = \angle AEO,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore OG \parallel CD,$$

$$\therefore \angle FOG = \angle CFO,$$

$$\therefore \angle EOF = \angle EOG + \angle FOG = \angle AEO + \angle CFO;$$



(2) 解：由 (1) 可得 $\angle EOF = \angle AEO + \angle CFO = 94^\circ$ ，

$$\because \angle OEB = 180^\circ - \angle AEO, \quad \angle OFD = 180^\circ - \angle CFO,$$

$$\therefore \angle OEB + \angle OFD = 180^\circ - \angle AEO + 180^\circ - \angle CFO = 360^\circ - 94^\circ = 266^\circ;$$

$$\because EP \text{ 平分 } \angle OEB, \quad FP \text{ 平分 } \angle OFD,$$

$$\therefore \angle BEP = \frac{1}{2} \angle CEB, \quad \angle DFP = \frac{1}{2} \angle OFD,$$

$$\therefore \angle BEP + \angle DFP = \frac{1}{2} \angle CEB + \frac{1}{2} \angle OFD = 133^\circ,$$

同理可得 $\angle EPF = \angle BEP + \angle DFP = 133^\circ$ ；

(3) 解： $2\angle EQF + \angle EOF = 180^\circ$ ，理由如下：

如图所示，过点 Q 作 $QH \parallel AB$ ，

$$\therefore \angle EQH = \angle AEM,$$

设 $\angle AEO = 2x$ ， $\angle CFO = 2y$ ，

$$\therefore \angle OFD = 180^\circ - \angle CFO = 180^\circ - 2y;$$

$\therefore FQ$ 平分 $\angle OFD$, $\angle AEO$ 的平分线 EM 的反向延长线与 FQ 相交于点 Q ,

$$\therefore \angle HQM = \angle AEM = \frac{1}{2} \angle AEO = x, \quad \angle QFD = \frac{1}{2} \angle OFD = 90^\circ - y;$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

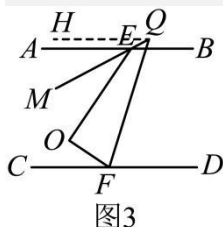
$$\therefore QH \parallel CD,$$

$$\therefore \angle HQF = \angle QFD = 90^\circ - y,$$

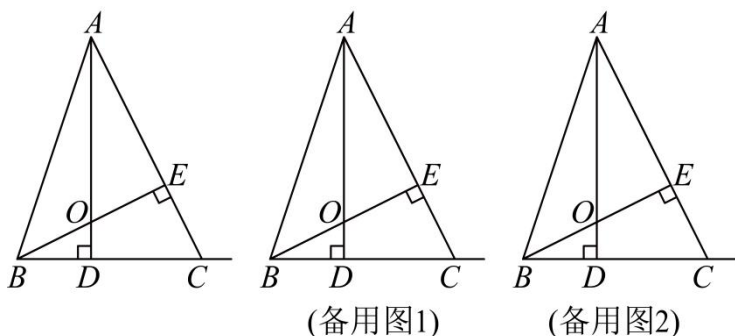
$$\therefore \angle EQF = \angle HQF - \angle HQE = 90^\circ - x - y,$$

由 (1) 可得 $\angle EOF = \angle AEO + \angle CFO = 2x + 2y$,

$$\therefore 2\angle EQF + \angle EOF = 180^\circ - 2x - 2y + 2x + 2y = 180^\circ.$$



25. (本小题 12 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 5$, 高 AD 、 BE 相交于点 O , $BD = 2$, 且 $AE = BE$.



(1) 请说明 $\triangle AOE \cong \triangle BCE$ 的理由;

(2) 动点 P 从点 O 出发, 沿线段 OA 以每秒 1 个单位长度的速度向终点 A 运动, 动点 Q 从点 B 出发沿射线 BC 以每秒 4 个单位长度的速度运动, P 、 Q 两点同时出发, 当点 P 到达 A 点时, P 、 Q 两点同时停止运动. 设点 P 的运动时间为 t 秒, 求当 t 为何值时, $\triangle AOQ$ 的面积为 3.

(3) 在 (2) 的条件下, 点 F 是直线 AC 上的一点且 $CF = BO$. 当 t 为何值时, 以点 B 、 O 、 P 为顶点的三角形与以点 F 、 C 、 Q 为顶点的三角形全等? (请直接写出符合条件的 t 值).

【答案】 (1) 见解析

(2) 当 t 为 $\frac{1}{5}$ 或 $\frac{4}{5}$ 时, $\triangle AOQ$ 的面积为 3

(3) $t=1$ 或 $\frac{5}{3}s$ 时, $\triangle BOP$ 与 $\triangle FCQ$ 全等

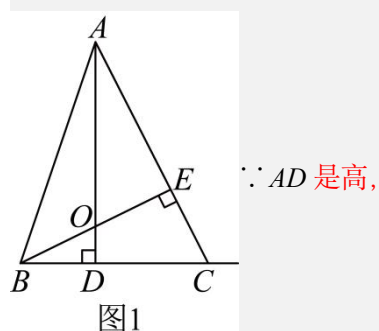
【分析】 本题考查三角形综合题、全等三角形的判定和性质、三角形的面积等知识,

(1) 首先推导出 $\angle EAO = \angle EBC$, 通过 ASA 即可证明 $\triangle AOE \cong \triangle BCE$;

(2) 分两种情形讨论求解即可①当点 Q 在线段 BD 上时, $QD = 2 - 4t$, ②当点 Q 在射线 DC 上时, $DQ = 4t - 2$ 时; 依据三角形面积计算公式解答即可;

(3) 分两种情形求解即可①如图 2 中, 当 $OP = CQ$ 时, $BOP \cong \triangle FCQ$. ②如图 3 中, 当 $OP = CQ$ 时, $\triangle BOP \cong \triangle FCQ$.

【详解】 (1) 如图 1 中,



$\because AD$ 是高,

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$,

$\because BE$ 是高,

$\therefore \angle AEB = \angle BEC = 90^\circ$,

$\therefore \angle EAO + \angle ACD = 90^\circ$, $\angle EBC + \angle ECB = 90^\circ$,

$\therefore \angle EAO = \angle EBC$,

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle BCE$ 中,

$$\begin{cases} \angle EAO = \angle EBC \\ AE = BE \\ \angle AEO = \angle BEC \end{cases},$$

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle BCE$ (ASA),

(2) 解: 由 (1) 知 $\triangle AOE \cong \triangle BCE$,

$\therefore OA = BC = 5$,

$\because BD = 2$,

$\therefore CD = 3$,

由题意 $OP = t$, $BQ = 4t$,

①当点 Q 在线段 BD 上时, $QD = 2 - 4t$,

$$\therefore S_{\triangle AOQ} = \frac{1}{2} OA \cdot QD = \frac{1}{2} \times 5 \times (2 - 4t) = 3,$$

$$\text{解得: } t = \frac{1}{5};$$

②当点 Q 在 BD 延长线上时, $DQ = 4t - 2$,

$$\therefore S_{\triangle AOQ} = \frac{1}{2} OA \cdot DQ = \frac{1}{2} \times 5 \times (4t - 2) = 3,$$

$$\text{解得: } t = \frac{4}{5},$$

综上, 当 t 为 $\frac{1}{5}$ 或 $\frac{4}{5}$ 时, $\triangle AOQ$ 的面积为 3;

(3) 存在.

①如图 2 中, 当 $OP = CQ$ 时,

$$\because OB = CF, \angle POB = \angle FCQ,$$

$$\therefore \triangle BOP \cong \triangle FCQ.$$

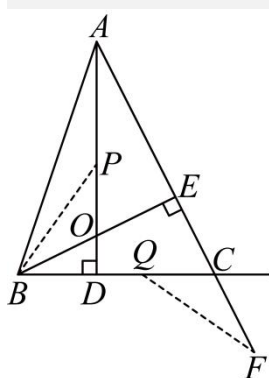


图2

$$\therefore CQ = OP,$$

$$\therefore 5 - 4t = t,$$

$$\text{解得 } t = 1,$$

②如图 3 中, 当 $OP = CQ$ 时,

$$\because OB = CF, \angle POB = \angle FCQ,$$

$$\therefore \triangle BOP \cong \triangle FCQ.$$

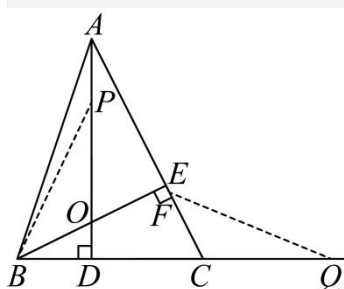


图3

$$\therefore CQ = OP,$$

$$\therefore 4t - 5 = t,$$

解得 $t = \frac{5}{3}$.

综上所述, $t = 1$ 或 $\frac{5}{3} s$ 时, $\triangle BOP$ 与 $\triangle FCQ$ 全等.