

2025 学年第二学期期中质量调研七年级数学学科

(时间: 90 分钟 分值: 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

1. 若 $5x > -5y$, 则下列不等式一定成立的是 ()

- A. $x - y > 0$ B. $x + y > 0$ C. $x - y < 0$ D. $x + y < 0$

【答案】 B

【解析】

【分析】 不等式的基本性质: 不等式的两边同时加上 (或减去) 同一个数或同一个含有字母的式子, 不等号的方向不变; 不等式的两边同时乘以 (或除以) 同一个正数, 不等号的方向不变; 不等式的两边同时乘以 (或除以) 同一个负数, 不等号的方向改变, 由此即可得到答案.

【详解】 解: $\because 5x > -5y$,

$$\therefore x > -y,$$

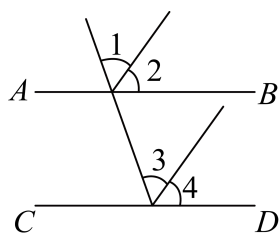
$$\therefore x + y > -y + y,$$

$$\therefore x + y > 0.$$

故选: B.

【点睛】 本题考查不等式的性质, 关键是掌握不等式的性质.

2. 如图, 下列各组角中是同位角的是 ()



- A. $\angle 1$ 和 $\angle 4$ B. $\angle 2$ 和 $\angle 3$ C. $\angle 2$ 和 $\angle 4$ D. $\angle 1$ 和 $\angle 3$

【答案】 D

【解析】

【分析】 同位角是两条直线被第三条直线所截, 在截线的同旁, 被截两直线的同侧的角, 据此定义判断即可.

【详解】 解: A、观察图形可知, $\angle 1$ 和 $\angle 4$ 无公共边, 即它们没有截线, 因此构不成同位角, 故选项 A 不

符合题意;

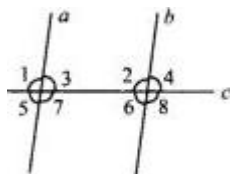
B、观察图形可知, $\angle 2$ 和 $\angle 3$ 无公共边, 即它们没有截线, 因此构不成同位角, 故选项 B 不符合题意;

C、观察图形可知, $\angle 2$ 和 $\angle 4$ 无公共边, 即它们没有截线, 因此构不成同位角, 故选项 C 不符合题意;

D、观察图形可知, $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 有公共边, 即它们有截线, 且满足这两个角都在截线的右侧, 都在被截直线的上方, 因此 $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 是同位角, 故选项 D 符合题意.

3. 如图, 直线 a, b 都与 c 相交, 由下列条件能推出 $a \parallel b$ 的是 ()

① $\angle 1 = \angle 2$ ② $\angle 3 = \angle 6$ ③ $\angle 1 = \angle 8$ ④ $\angle 5 + \angle 8 = 180^\circ$



A. ①

B. ①②

C. ①②③

D. ①②③④

【答案】D

【解析】

【分析】此题只需根据平行线的判定方法进行判断就可. 同位角相等, 两条直线平行; 内错角相等, 两条直线平行; 同旁内角互补, 两条直线平行.

【详解】解: ①根据同位角相等, 得两条直线平行, 故①可以;

②根据内错角相等, 得两条直线平行, 故②可以;

③根据对顶角相等, 得 $\angle 1 = \angle 7$, 再根据同位角相等, 得两条直线平行, 故③可以;

④根据对顶角相等, 得 $\angle 5 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 8$, 再根据同旁内角互补, 得两条直线平行, 故④可以.

故选 D.

4. 已知 $0 < b < a$, 那么下列不等式组中, 无解的是 ()

A.
$$\begin{cases} x > -a \\ x < b \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x < -a \\ x > -b \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x < a \\ x > -b \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x > -a \\ x < -b \end{cases}$$

【答案】B

【解析】

【分析】本题先根据已知条件推导各数的大小关系, 再利用一元一次不等式组的解集判定规则判断无解的选项.

【详解】解: $\because 0 < b < a$,

$\therefore$ 不等式两边同乘 -1 , 不等号方向改变, 可得 $-a < -b < 0$,

即整体大小关系为 $-a < -b < 0 < b < a$;

根据一元一次不等式组解集判定规则逐一判断:

A 选项 $\begin{cases} x > -a \\ x < b \end{cases}$, 可得解集为 $-a < x < b$, 有解;

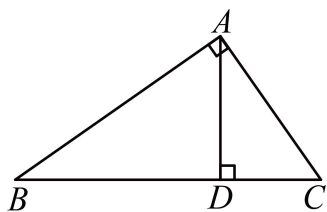
B 选项 $\begin{cases} x < -a \\ x > -b \end{cases}$, 要求 x 同时满足 $x < -a$ 且 $x > -b$, $\because -a < -b$, 不存在数既小于较小的 $-a$, 又大于较大的 $-b$, $\therefore$ 该不等式组无解;

C 选项 $\begin{cases} x < a \\ x > -b \end{cases}$, 可得解集为 $-b < x < a$, 有解;

D 选项 $\begin{cases} x > -a \\ x < -b \end{cases}$, 可得解集为 $-a < x < -b$, 有解;

因此无解的是 B 选项.

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, 且 $AD \perp BC$ 于点 D, $\angle B = 35^\circ$, 那么下列说法中错误的是 ()



A. 直线 AB 与直线 BC 的夹角为 35°

B. 直线 AC 与直线 AD 的夹角为 55°

C. 点 C 到直线 AD 的距离是线段 CD 的长

D. 点 B 到直线 AC 的距离是线段 AB 的长

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据点到直线的距离概念与两直线的夹角概念, 即可得到答案.

【详解】 $\because \angle B = 35^\circ$,

$\therefore$ 直线 AB 与 BC 的夹角为 35° ,

$\therefore$ A 不符合题意;

$\because \angle BAC = 90^\circ$, 且 $AD \perp BC$,

$\therefore \angle CAD = \angle B = 35^\circ$, 即: 直线 AC 与 AD 夹角为 35° ,

$\therefore$ B 符合题意;

$\because$ 点 C 到直线 AD 的距离是线段 CD 的长,

$\therefore$ C 不符合题意;

$\because$ 点 B 到直线 AC 的距离是线段 AB 的长,

∴D 不符合题意;

故选 B.

【点睛】 本题主要点到直线的距离概念与两直线的夹角概念, 掌握点到直线的距离概念是解题的关键.

6. 下列说法中正确的是 ()

- A. 钝角三角形有两条高在三角形内部
- B. 三角形三条高至多有两条不在三角形内部
- C. 三角形三条高的交点不在三角形内部, 就在三角形外部
- D. 钝角三角形三个内角的平分线的交点一定不在三角形内部

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据不同类型三角形的特征逐一判断选项即可.

【详解】 解: ∵钝角三角形只有 1 条高在三角形内部, 2 条高在三角形外部,

∴ A 选项错误;

∵钝角三角形有 2 条高不在三角形内部, 直角三角形有 2 条高在三角形边上 (不在内部), 锐角三角形 3 条高都在三角形内部, 不存在 3 条高都不在三角形内部的情况,

∴三角形三条高至多有两条不在三角形内部, B 选项正确;

∵直角三角形三条高的交点在直角顶点, 即交点在三角形边上, 既不在三角形内部, 也不在三角形外部,

∴C 选项错误;

∵任意三角形内角平分线的交点都在三角形内部,

∴ D 选项错误.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每小题 3 分, 满分 36 分)

7. 不等式 $15 - 2x \geq 2x + 3$ 的解集是_____.

【答案】 $x \leq 3$

【解析】

【分析】 按照一元一次不等式的求解步骤, 通过移项、合并同类项、系数化为 1 即可得到不等式的解集.

【详解】 解: $15 - 2x \geq 2x + 3$,

移项, 得 $-2x - 2x \geq 3 - 15$,

合并同类项, 得 $-4x \geq -12$,

不等式两边同时除以 -4 , 不等号方向改变, 得: $x \leq 3$.

8. 设三角形三边长分别为 3、8、 $a+1$, 则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $4 < a < 10$

【解析】

【分析】 根据三角形三边关系，即任意两边之差小于第三边，任意两边之和大于第三边，列出不等式，解不等式即可得到 a 的取值范围.

【详解】 解： $\because$ 三角形的三边长分别为 3、8、 $a+1$ ，

$$\therefore 8-3 < a+1 < 8+3 ,$$

整理得： $5 < a+1 < 11$,

$$\therefore 4 < a < 10 .$$

9. 如果一个锐角不大于它的余角，那么这个锐角最大为_____度.

【答案】 45

【解析】

【分析】 设一个锐角度数为 x ，则它的余角为 $90^\circ - x$ ，根据题意得到不等式 $x \leq 90^\circ - x$ ，再解不等式即可.

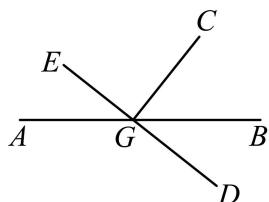
【详解】 解： 设一个锐角度数为 x ，则它的余角为 $90^\circ - x$ ，

由题意得， $x \leq 90^\circ - x$ ，

解得 $x \leq 45^\circ$ ，

$\therefore$ 这个锐角最大为 45 度.

10. 如图， AB 、 DE 交于点 G ， $CG \perp DE$ ，垂足为 G ， $\angle BGC = 52^\circ$ ，则 $\angle AGD =$ _____°.



【答案】 142

【解析】

【分析】 根据垂直的定义得出 $\angle CGE = 90^\circ$ ，利用角的和差关系求出 $\angle BGE$ 的度数，最后根据对顶角相等即可求解.

【详解】 解： $\because CG \perp DE$,

$$\therefore \angle CGE = 90^\circ ,$$

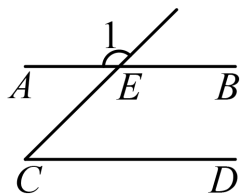
$$\because \angle BGC = 52^\circ ,$$

$$\therefore \angle BGE = \angle CGE + \angle BGC = 90^\circ + 52^\circ = 142^\circ ,$$

$\because \angle AGD$ 与 $\angle BGE$ 是对顶角,

$$\therefore \angle AGD = \angle BGE = 142^\circ .$$

11. 如图, 直线 AB 、 CD 被直线 CE 所截, $AB \parallel CD$, $\angle 1 = 135^\circ$, 则 $\angle C =$ _____ $^\circ$.



【答案】 45

【解析】

【分析】 根据邻补角互补得出 $\angle AEC = 180^\circ - \angle 1 = 45^\circ$, 根据平行线的性质, 得出 $\angle C = \angle AEC = 45^\circ$.

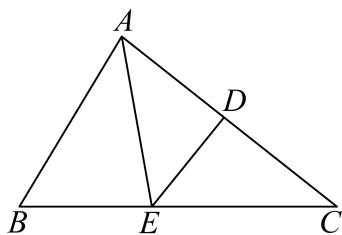
【详解】 解: $\because \angle 1 = 135^\circ$,

$$\therefore \angle AEC = 180^\circ - \angle 1 = 45^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle C = \angle AEC = 45^\circ.$$

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 E , 若 $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, DE 是 $\triangle AEC$ 的高, 则 $\angle AED =$ _____ $^\circ$.



【答案】 50

【解析】

【分析】 根据三角形内角和定理求出 $\angle BAC$ 的度数, 利用角平分线的定义求出 $\angle CAE$ 的度数, 根据高的定义得出 $\angle ADE = 90^\circ$, 最后利用直角三角形两锐角互余解答即可求解.

【详解】 解: $\because \angle B = 70^\circ$, $\angle C = 30^\circ$,

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 70^\circ - 30^\circ = 80^\circ,$$

$\because AE$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle CAE = \frac{1}{2} \angle BAC = 40^\circ,$$

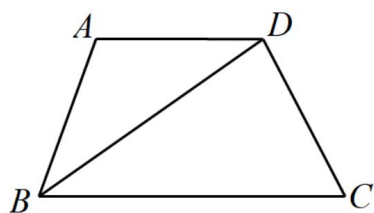
$\because DE$ 是 $\triangle AEC$ 的高,

$$\therefore DE \perp AC,$$

$$\therefore \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = 90^\circ - \angle CAE = 50^\circ.$$

13. 如图, BD 平分 $\angle ABC$, $\angle A = (4x + 30)^\circ$, $\angle DBC = (x + 15)^\circ$, 要使 $AD \parallel BC$, 则 $x =$ _____ $^\circ$.



【答案】 20

【解析】

【分析】 利用角平分线的定义求解 $\angle ABC = (2x + 30)^\circ$, 再由 $AD \parallel BC$ 可得 $\angle A + \angle ABC = 180^\circ$, 再列方程求解即可.

【详解】 解: $\because BD$ 平分 $\angle ABC$, $\angle DBC = (x + 15)^\circ$,

$$\therefore \angle ABC = 2\angle DBC = (2x + 30)^\circ,$$

由 $AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle A + \angle ABC = 180^\circ, \text{ 而 } \angle A = (4x + 30)^\circ,$$

$$\therefore 2x + 30 + 4x + 30 = 180,$$

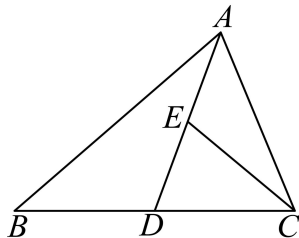
解得: $x = 20$,

所以当 $x = 20$ 时, $AD \parallel BC$,

故答案为: 20

【点睛】 本题考查的是角平分线的定义, 平行线的判定与性质, 一元一次方程的应用, 掌握平行线的判定与性质是解本题的关键.

14. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, E 是 AD 的中点, 如果 $S_{\triangle ABD} = 12$, 那么 $S_{\triangle CDE} =$ ____.



【答案】 6.

【解析】

【详解】 试题解析: $\triangle ACD$ 的面积 $= \triangle ABD$ 的面积 $= 12$,

$\triangle CDE$ 的面积 $= \frac{1}{2} \triangle ACD$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times 12 = 6$.

15. 若两个角的两边分别平行, 且一个角比另一个角的 2 倍少 60° , 则这两个角的度数分别是_____.

【答案】 $60^\circ, 60^\circ$ 或 $80^\circ, 100^\circ$

【解析】

【分析】 设一个角度数为 x° , 则另一个角度数为 $(2x-60)^\circ$, 根据等量关系, 列出方程, 即可求解.

【详解】 $\because$ 两个角的两边分别平行,

$\therefore$ 两个角相等或互补,

设一个角度数为 x° , 则另一个角度数为 $(2x-60)^\circ$,

由题意得: $x=2x-60$ 或 $x+2x-60=180$, 解得: $x=60$ 或 $x=80$,

$\therefore 2x-60=60$ 或 100 ,

答: 这两个角的度数分别是: $60^\circ, 60^\circ$ 或 $80^\circ, 100^\circ$.

故答案是: $60^\circ, 60^\circ$ 或 $80^\circ, 100^\circ$.

【点睛】 本题主要考查一元一次方程和角的运算综合, 根据“两个角的两边分别平行”得: 两个角相等或互补, 是解题的关键.

16. 关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} x+a > 0 \\ x-2a \leq -3 \end{cases}$ 有解, 则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $a > 1$

【解析】

【分析】 先分别求解不等式组中两个不等式的解集, 再根据不等式组有解的条件, 得到关于 a 的不等式, 求解即可得到 a 的取值范围.

【详解】 解: 对于不等式组 $\begin{cases} x+a > 0 \\ x-2a \leq -3 \end{cases}$,

解不等式 $x+a > 0$, 得 $x > -a$,

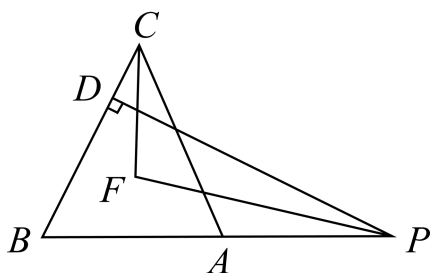
解不等式 $x-2a \leq -3$, 得 $x \leq 2a-3$,

$\because$ 不等式组有解, 两个不等式的解集存在公共部分,

$\therefore -a < 2a-3$,

解得: $a > 1$.

17. 如图, $\triangle ABC$ 中, 点 P 是 BA 延长线上的一点, $PD \perp CB$ 于点 D , $\angle BCA$ 的平分线与 $\angle BPD$ 的平分线交于点 F . 当 $\angle BAC = 50^\circ$ 时, 则 $\angle PFC$ 的度数为_____.

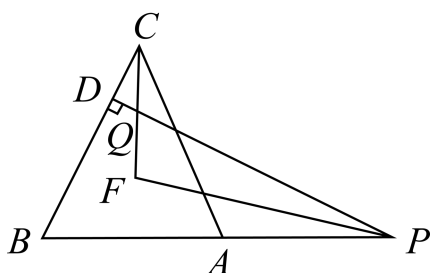


【答案】 110° ##110 度

【解析】

【分析】 如图所示，设 PD 交 CF 于点 Q ，根据 $PD \perp CB$ 可求出 $\angle BPD, \angle PQF$ 的关系，根据角平分线的性质可得 $\angle DPF, \angle BCF$ 的关系，由此可得 $\angle PQF$ ，根据三角形内角和定理即可求解。

【详解】 解： 如图所示，设 PD 交 CF 于点 Q ，



$\because PD \perp CB$,

$\therefore \angle BPD = 90^\circ - \angle B$, $\angle PQF = \angle CQD = 90^\circ - \angle BCF$,

$\because PF$ 平分 $\angle BPD$,

$\therefore \angle DPF = \frac{1}{2} \angle BPD = \frac{1}{2} (90^\circ - \angle B)$,

$\because CF$ 平分 $\angle BCA$,

$\therefore \angle BCF = \frac{1}{2} \angle BCA$,

$\because \angle BCA = 180^\circ - \angle BAC - \angle B = 180^\circ - 50^\circ - \angle B = 130^\circ - \angle B$,

$\therefore \angle BCF = \frac{1}{2} (130^\circ - \angle B)$,

$\therefore \angle PQF = 90^\circ - \angle BCF = 90^\circ - \frac{1}{2} (130^\circ - \angle B)$,

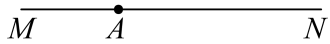
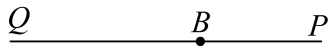
$\because \angle PFC + \angle PQF + \angle DPF = 180^\circ$,

$\therefore \angle PFC = 180^\circ - \angle PQF - \angle DPF = 180^\circ - \left[90^\circ - \frac{1}{2} (130^\circ - \angle B) \right] - \frac{1}{2} (90^\circ - \angle B) = 110^\circ$,

故答案为： 110° .

【点睛】 本题主要考查角平分线的定义，三角形内角和定理，掌握以上知识是解题的关键.

18. 某江两岸的主道路 PQ 、 MN 上安装了两座可旋转射灯 A 、 B ，如图所示. 已知 $PQ \parallel MN$ ，灯 A 发出的光束从 AM 开始按顺时针旋转至 AN 便立即回转，灯 B 发出的光束从 BP 开始按顺时针旋转至 BQ 便立即回转，已知灯 A 转动的速度是每秒 3 度，灯 B 转动的速度是每秒 1 度. 如果灯 B 发出的光束先转动 20 秒，灯 A 发出的光束才开始转动，在灯 B 发出的光束到达 BQ 之前，当两灯发出的光束互相平行时，灯 A 转动的时间是_____秒.



【答案】 10 或 85

【解析】

【分析】 设灯 A 转动秒时，两灯的光束互相平行，分三种情况讨论， $0 < t < 60$ ， $60 \leq t < 120$ ， $120 \leq t \leq 160$ ，再根据平行线的性质建立方程并求解即可.

【详解】 解： 设灯 A 转动 t 秒时，两灯的光束互相平行，

当 A 光束与 AN 重合时： $t = 180 \div 3 = 60$ 秒，

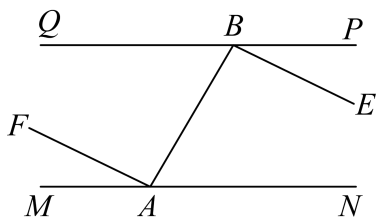
当 A 光束返回与 AM 重合时： $t = 360 \div 3 = 120$ 秒，

当 B 光束与 BQ 重合时： $t = (180 - 20) \div 1 = 160$ 秒，

当 $0 < t < 60$ 时，灯 A 射线转动至 AF ，灯 B 射线转动至 BE ，

则 $\angle PBE = (20 + t)^\circ$ ， $\angle MAF = (3t)^\circ$ ， $AF \parallel BE$ ，

如图，



$\therefore PQ \parallel MN$ ，

$\therefore \angle ABP = \angle BAM$ ，

$\therefore AF \parallel BE$ ，

$$\therefore \angle BAF = \angle ABE ,$$

$$\therefore \angle ABP - \angle ABE = \angle BAM - \angle BAF ,$$

$$\therefore \angle PBE = \angle MAF ,$$

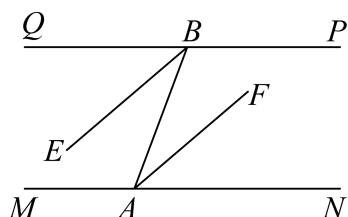
$$\therefore 20 + t = 3t ,$$

解得： $t = 10$ ；

当 $60 \leq t < 120$ 时，灯 A 射线转动至 AN 立即回转并转至 AF ，灯 B 射线转动至 BE ，

$$\text{则 } \angle PBE = (20 + t)^\circ , \quad \angle NAF = (3t - 180)^\circ , \quad AF \parallel BE ,$$

如图，



$$\therefore PQ \parallel MN ,$$

$$\therefore \angle ABP = \angle BAM ,$$

$$\therefore AF \parallel BE ,$$

$$\therefore \angle BAF = \angle ABE ,$$

$$\therefore \angle ABP + \angle ABE = \angle BAM + \angle BAF ,$$

$$\therefore \angle PBE = \angle MAF ,$$

$$\therefore \angle MAF + \angle NAF = 180^\circ ,$$

$$\therefore \angle PBE + \angle NAF = 180^\circ ,$$

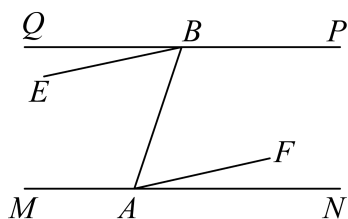
$$\therefore 20 + t + 3t - 180 = 180 ,$$

$$\therefore t = 85 ;$$

当 $120 \leq t \leq 160$ 时，灯 A 射线转动至 AM 立即回转并转至 AF ，灯 B 射线转动至 BE ，

$$\text{则 } \angle PBE = (20 + t)^\circ , \quad \angle MAF = (3t - 360)^\circ , \quad AF \parallel BE ,$$

如图，



$$\therefore PQ \parallel MN,$$

$$\therefore \angle ABP = \angle BAM,$$

$$\therefore AF \parallel BE,$$

$$\therefore \angle BAF = \angle ABE,$$

$$\therefore \angle PBE = \angle MAF,$$

$$\therefore 20 + t = 3t - 360,$$

$$\therefore t = 190 > 180, \text{ 不符合题意,}$$

综上所述, 灯 A 转动 10 秒或 85 秒时, 两灯的光束互相平行.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 46 分)

19. 求不等式 $\frac{x-2}{3} - \frac{5x+1}{6} > -3$ 的非负整数解.

【答案】 0, 1, 2, 3, 4

【解析】

【分析】先去分母, 然后去括号, 再移项, 合并同类项, 最后系数化为 1 得不等式的解集, 最后写出非负整数解即可.

【详解】解: $\frac{x-2}{3} - \frac{5x+1}{6} > -3,$

去分母得: $2(x-2) - (5x+1) > -18,$

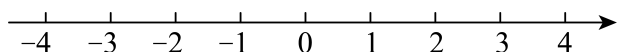
去括号得: $2x - 4 - 5x - 1 > -18,$

移项, 合并同类项得: $-3x > -13,$

系数化为 1 得: $x < \frac{13}{3},$

$\therefore$ 不等式的非负整数解为: 0, 1, 2, 3, 4.

20. 解不等式组: $\begin{cases} 2-x \geq \frac{2x+4}{3} - 1 & \text{①} \\ -5x-3 < 5-x & \text{②} \end{cases}$, 并在数轴上表示出解集.



【答案】 $-2 < x \leq 1$, 见解析

【解析】

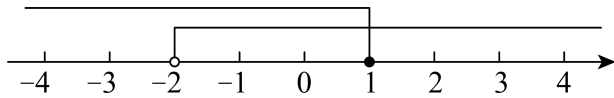
【分析】先分别解两不等式，求出不等式组的解集，进而在数轴上表示解集即可.

【详解】解：解①得 $x \leq 1$,

解②得 $x > -2$,

$\therefore -2 < x \leq 1$,

在数轴上表示如下：



21. 对于同一平面上的直线 a 、 b 、 c ，如果 a 与 b 平行， c 与 a 相交，那么 c 与 b 的位置关系是相交还是平行？并给出证明（用反证法）.

证明： c 与 b 的位置关系是_____，反证法证明如下：

假设_____，

因为 a 与 b 平行，所以_____（_____）.

这与_____矛盾.

故假设不成立，所以原来的结论是正确的.

【答案】相交； c 与 b 平行； $c \parallel a$ ；平行于同一条直线的两条直线互相平行； c 与 a 相交

【解析】

【分析】根据反证法的一般步骤，进行解答即可.

【详解】证明： c 与 b 的位置关系是相交，反证法证明如下：

假设 c 与 b 平行，

因为 a 与 b 平行，

所以 $c \parallel a$ （平行于同一条直线的两条直线互相平行），

这与 c 与 a 相交矛盾，

故假设不成立，所以原来的结论是正确的.

22. 小华在研究代数式 $n^2 - n + 41$ 的值时，进行了如下计算：

当 $n = 1$ 时， $n^2 - n + 41 = 1^2 - 1 + 41 = 41$ ，41 是素数；

当 $n = 2$ 时， $n^2 - n + 41 = 2^2 - 2 + 41 = 43$ ，43 是素数；

当 $n = 3$ 时， $n^2 - n + 41 = 3^2 - 3 + 41 = 47$ ，47 是素数；

当 $n = 4$ 时， $n^2 - n + 41 = 4^2 - 4 + 41 = 53$ ，53 是素数.

小华据此得出结论：对于任意正整数 n ，代数式 $n^2 - n + 41$ 的值都是素数。你认为小华的想法正确吗？为什么？

【答案】小华的想法不正确；理由见解析

【解析】

【分析】举特例说明小华的想法错误即可。

【详解】解：小华的想法不正确，理由如下：

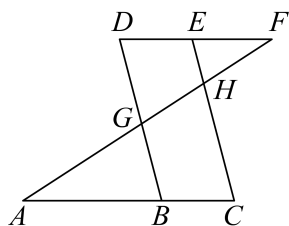
当 $n = 41$ 时， $n^2 - n + 41 = 41^2 - 41 + 41 = 41^2 = 1681$ ，

$\therefore 1681$ 除了 1 和它本身外，还有因数 41，

$\therefore 1681$ 不是素数，

$\therefore$ 小华的想法不正确。

23. 如图，点 A 、 B 、 C 和点 D 、 E 、 F 分别在同一直线上， DB 、 EC 分别交 AF 于点 G 、 H ， $\angle A = \angle F$ ， $\angle C = \angle D$ ，求证： $\angle AGB = \angle EHF$ 。



证明： $\because \angle A = \angle F$ ，

$\therefore DF \parallel AC$ (_____).

$\therefore \angle D = \angle DBA$ (_____).

$\because \angle D = \angle C$ ，

$\therefore \angle C = \angle DBA$

$\therefore$ _____ $\parallel$ _____ (_____).

$\therefore \angle AGB = \angle$ _____ (_____).

又 $\because \angle EHF = \angle$ _____ (_____).

$\therefore \angle AGB = \angle EHF$ 。

【答案】内错角相等，两直线平行；两直线平行，内错角相等； CE ； BD ；同位角相等，两直线平行； AHC ；两直线平行，同位角相等； AHC ；对顶角相等。

【解析】

【分析】根据平行线的判定和性质补全证明过程即可。

【详解】证明： $\because \angle A = \angle F$ ，

$\therefore DF \parallel AC$ （内错角相等，两直线平行）.

$\therefore \angle D = \angle DBA$ （两直线平行，内错角相等）.

$\because \angle D = \angle C$ ，

$\therefore \angle C = \angle DBA$

$\therefore CE \parallel BD$ （同位角相等，两直线平行）.

$\therefore \angle AGB = \angle AHC$ （两直线平行，同位角相等）.

又 $\because \angle EHF = \angle AHC$ （对顶角相等）.

$\therefore \angle AGB = \angle EHF$.

24. 如图 1， A 是直线 EF 上一点， C 是直线 GH 上一点， B 是直线 EF 、 GH 之间的一点，且 $\angle EAB + \angle ABC + \angle GCB = 360^\circ$.

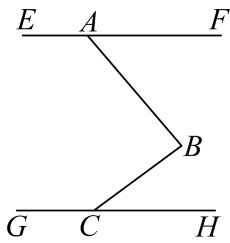


图1

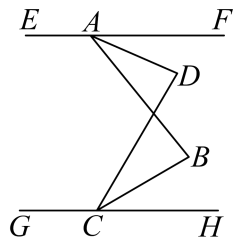


图2

(1) 求证： $EF \parallel GH$ ；

(2) 如图 2，过点 C 作直线 CD ，使 $\angle BCD = \angle BCH$ ，且直线 CD 与 $\angle FAB$ 的平分线交于点 D ，若 $2\angle B - \angle D = 75^\circ$ ，求 $\angle BAF$ 的度数.

【答案】(1) 见解析 (2) $\angle BAF = 50^\circ$

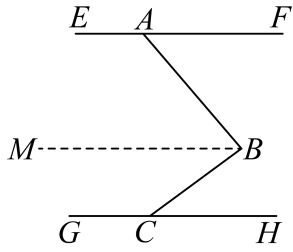
【解析】

【分析】(1) 过点 B 作 $BM \parallel EF$ ，根据平行线的性质得出 $\angle EAB + \angle ABM = 180^\circ$ ，根据平行线的判定得出 $BM \parallel GH$ ，最后根据平行于同一条直线的两条直线互相平行，即可得出结论；

(2) 过点 B 作 $BM \parallel EF$ ，过点 D 作 $DN \parallel EF$ ，根据平行线的性质证明 $\angle ADC = \angle DAF + \angle DCH$ ， $\angle ABC = \angle BAF + \angle BCH$ ，根据 $2\angle ABC - \angle ADC = 75^\circ$ ，得出 $2(\angle BAF + \angle BCH) - (\angle DAF + \angle DCH) = 75^\circ$ ，整理得出 $\frac{3}{2}\angle BAF = 75^\circ$ ，求出结果即可.

【小问 1 详解】

证明：过点 B 作 $BM \parallel EF$ ，如图所示：



则 $\angle EAB + \angle ABM = 180^\circ$,

$\because \angle EAB + \angle ABC + \angle GCB = 360^\circ$, $\angle ABM + \angle CBM = \angle ABC$,

$\therefore \angle CBM + \angle GCB = 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ$,

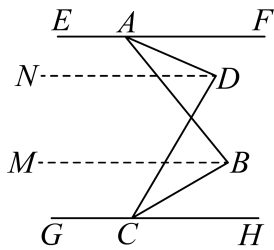
$\therefore BM \parallel GH$,

$\therefore BM \parallel EF$,

$\therefore EF \parallel GH$,

【小问2 详解】

解: 过点 B 作 $BM \parallel EF$, 过点 D 作 $DN \parallel EF$, 如图所示:



$\because EF \parallel GH$,

$\therefore EF \parallel DN \parallel BM \parallel GH$,

$\therefore \angle DAF = \angle ADN$, $\angle CDN = \angle DCH$,

$\therefore \angle ADC = \angle ADN + \angle CDN = \angle DAF + \angle DCH$,

同理得: $\angle ABC = \angle BAF + \angle BCH$,

$\because AD$ 平分 $\angle BAF$,

$\therefore \angle DAF = \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAF$,

$\because \angle BCD = \angle BCH$,

$\therefore \angle BCD = \angle BCH = \frac{1}{2} \angle DCH$,

$\therefore 2\angle ABC - \angle ADC = 75^\circ$,

$\therefore 2(\angle BAF + \angle BCH) - (\angle DAF + \angle DCH) = 75^\circ$,

即 $2\angle BAF + 2\angle BCH - \angle DAF - \angle DCH = 75^\circ$,

$$\therefore 2\angle BAF + \angle DCH - \frac{1}{2}\angle BAF - \angle DCH = 75^\circ,$$

$$\therefore \frac{3}{2}\angle BAF = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF = 50^\circ.$$

25. 小海在学习《积木可以叠多远?》时发现若干块长、宽、高分别对应相同且材质均匀、质量相等的积木叠在一起并逐块延伸, 积木不倾倒的条件是积木组合的重心水平位置不能超过最下方一块积木的右边缘, 因此他很快能求出每块积木最远延伸距离. 每块积木长度为 l , 以最下方一块积木的左边缘为原点, 向右为正方向, 每块积木的重心初始水平位置均为 $\frac{l}{2}$.

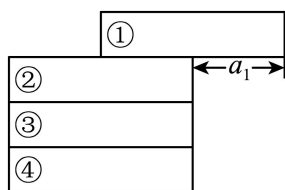


图1

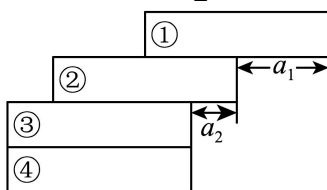


图2

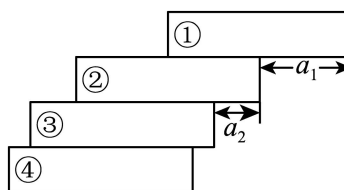


图3

(1) 请把小海的研究方法补充完整:

如图 1, 沿平行于积木长边的方向向右推动最上面的积木 (即积木①), 推动距离为 a_1 , 于是得到积木①的重心水平位置 $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ (用含 l 和 a_1 的代数式表示), 由于积木不倾倒的条件是积木①的重心水平位置不能超过积木②的右边缘, 即 $\underline{\hspace{2cm}} \leq l$, 所以积木①的最远延伸距离是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (用含 l 的代数式表示).

(2) 按照小海的方法继续探究:

如图 2, 保持积木①、②相对位置不变, 沿平行于积木长边的方向向右推动积木②, 推动距离为 a_2 , 于是得到:

$$\text{积木①的重心水平位置 } x_1 = \frac{l}{2} + a_1 + a_2,$$

$$\text{积木②的重心水平位置 } x_2 = \frac{l}{2} + a_2,$$

$$\text{因此积木①、②组合重心的水平位置 } \bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\left(\frac{l}{2} + a_1 + a_2 + \frac{l}{2} + a_2\right)}{2}, \text{ 由于积木不倾倒的条件是 } \underline{\hspace{2cm}}$$

(用数学表达式描述), 所以积木②的最远延伸距离是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (用含 l 的代数式表示).

(3) 如图 3, 保持积木①、②、③的相对位置不变, 沿平行于积木长边的方向向右推动积木③, 求积木③的最远延伸距离 (用含 l 的代数式表示)

【答案】 (1) $\frac{l}{2}+a_1$; $\frac{l}{2}+a_1$; $\frac{l}{2}$

(2) $\bar{x} \leq l$; $\frac{l}{4}$

(3) $\frac{l}{6}$

【解析】

【分析】 (1) 根据题干信息进行求解即可;

(2) 根据题意得出 $\bar{x} \leq l$, 即 $\frac{\frac{l}{2}+a_1+a_2+\frac{l}{2}+a_2}{2} \leq l$, 整理得出 $a_1+2a_2 \leq \frac{l}{2}$, 根据 $0 \leq a_1 \leq \frac{l}{2}$, 即可得出答案;

(3) 先得出 $\overline{x_{new}} = \frac{x_1+x_2+x_3}{3}$, 根据 $\overline{x_{new}} \leq l$, 得出 $\frac{\left(\frac{l}{2}+a_1+a_2+a_3\right)+\left(\frac{l}{2}+a_2+a_3\right)+\left(\frac{l}{2}+a_3\right)}{3} \leq l$,

求出 $a_3 \leq \frac{l}{6}$, 即可得出答案.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 以最下方一块积木的左边缘为原点, 向右为正方向, 每块积木的重心初始水平位置均为 $\frac{l}{2}$,

$\therefore$ 沿平行于积木长边的方向向右推动最上面的积木 (即积木①), 推动距离为 a_1 , 积木①的重心水平位置

$$x_1 = \frac{l}{2} + a_1;$$

$\therefore$ 积木不倾倒的条件是积木①的重心水平位置不能超过积木②的右边缘,

$$\therefore \frac{l}{2} + a_1 \leq l,$$

$$\text{解得: } a_1 \leq \frac{l}{2},$$

$\therefore$ 积木①的最远延伸距离是 $\frac{l}{2}$;

【小问 2 详解】

解: 根据题意得: 积木不倾倒的条件是 $\bar{x} \leq l$,

$$\text{即 } \frac{\frac{l}{2}+a_1+a_2+\frac{l}{2}+a_2}{2} \leq l,$$

$$\text{整理得: } a_1+2a_2 \leq l,$$

$$\text{把 } a_1 = \frac{l}{2} \text{ 代入得: } \frac{l}{2} + 2a_2 \leq l,$$

解得: $a_2 \leq \frac{l}{4}$,

$\therefore a_2$ 最大值为 $\frac{l}{4}$;

【小问 3 详解】

解: 保持积木①、②、③的相对位置不变, 沿平行于积木长边的方向向右推动积木③, 推动距离为 a_3 ,

此时积木①、②、③的重心水平位置分别为:

$$x_1 = \frac{l}{2} + a_1 + a_2 + a_3,$$

$$x_2 = \frac{l}{2} + a_2 + a_3,$$

$$x_3 = \frac{l}{2} + a_3,$$

积木①、②、③组合重心的水平位置 $\overline{x_{new}} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$,

由于积木不倾倒的条件是积木组合的重心水平位置不超过最下方一块积木 (积木④) 的右边缘, 即 $\overline{x_{new}} \leq l$,

$$\therefore \frac{\left(\frac{l}{2} + a_1 + a_2 + a_3\right) + \left(\frac{l}{2} + a_2 + a_3\right) + \left(\frac{l}{2} + a_3\right)}{3} \leq l,$$

即 $\frac{3l}{2} + a_1 + 2a_2 + 3a_3 \leq 3l$,

$$a_1 + 2a_2 + 3a_3 \leq \frac{3}{2}l,$$

将 $a_1 = \frac{l}{2}$, $a_2 = \frac{l}{4}$ 代入上式得:

$$\frac{l}{2} + 2 \times \frac{l}{4} + 3a_3 \leq \frac{3}{2}l,$$

解得: $a_3 \leq \frac{l}{6}$,

答: 积木③的最远延伸距离为 $\frac{l}{6}$.