

上海市静安区 2025-2026 学年市北初级中学七年级下学期

期中数学模拟试卷

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

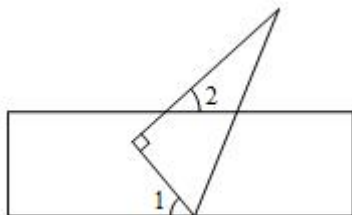
注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版新教材七年级数学下册 (一元一次不等式+相交线与平行线)。

第一部分 (选择题 共 18 分)

一、选择题: 本题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分。在每小题给出的选项中, 只有一项是符合题目要求的。

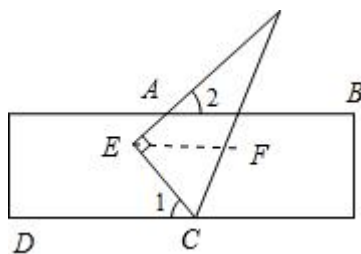
1. 如图, 一块直角三角尺的一个顶点落在直尺的一边上, 若 $\angle 2 = 35^\circ$, 则 $\angle 1$ 的度数为()



- A. 45° B. 55° C. 65° D. 75°

【答案】B

【解析】解: 如图, 作 $EF \parallel AB$,



$\because AB \parallel CD$,

$\therefore AB \parallel EF \parallel CD$,

$$\therefore \angle 2 = \angle AEF = 35^\circ, \angle 1 = \angle FEC,$$

$$\because \angle AEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ,$$

故选 B.

根据平行线的性质和直角的定义解答即可.

此题考查平行线的性质，关键是根据平行线的性质得出 $\angle 2 = \angle AEF = 35^\circ$, $\angle 1 = \angle FEC$.

2. 对于命题“若 $a < b$, 则 $a^2 < b^2$ ”, 小明想举一个反例说明它是假命题, 则下列符合要求的反例是()

A. $a = 0, b = 1$

B. $a = -2, b = -1$

C. $a = \frac{1}{3}, b = \frac{1}{2}$

D. $a = 1, b = 2$

【答案】B

【解析】略

3. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2(x-1) > 4 \\ x-a \geq 0 \end{cases}$ 的解集为 $x \geq a$, 那么 a 的取值范围是()

A. $a > 3$

B. $a < 3$

C. $a \geq 3$

D. $a \leq 3$

【答案】A

【解析】解: 由题意, $\therefore \begin{cases} 2(x-1) > 4 \\ x-a \geq 0 \end{cases}$,

$\therefore$ 解不等式 $2(x-1) > 4$ 得, $x > 3$;

解不等式 $x-a \geq 0$ 得, $x \geq a$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $x \geq a$,

$$\therefore a > 3,$$

故选: A.

依据题意, 先分别解两个不等式, 得到 $x > 3$ 和 $x \geq a$, 由于解集为 $x \geq a$, 则需满足 $a > 3$ 即可.

本题考查的是解一元一次不等式组, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

4. 将一箱苹果分给若干个学生, 每个学生都能分到苹果, 若每个学生分 4 个苹果, 则还剩 8 个苹果; 若每个学生分 5 个苹果, 则有一个学生所分苹果不足 2 个. 设学生的人数为 x , 则列式正确的是 ()

A. $1 \leq 4x + 8 - 5x \leq 2$

B. $0 < 4x + 8 - 5x < 2$

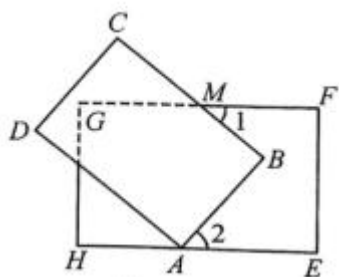
C. $0 < 4x + 8 - 5(x - 1) \leq 2$

D. $1 \leq 4x + 8 - 5(x - 1) < 2$

【答案】 D

【解析】 根据题意列式为 $1 \leq 4x + 8 - 5(x - 1) < 2$ ，故选 D.

5. 将两张长方形纸片按如图所示摆放，使其中一张纸片的一个顶点恰好落在另一张纸片的一条边上， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的关系是()



A. $\angle 1 = \angle 2$

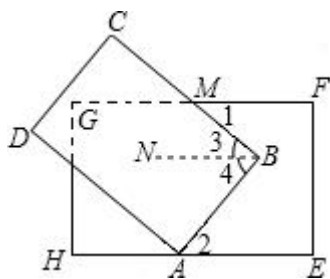
B. $\angle 1 + \angle 2 = 45^\circ$

C. $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$

D. $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

【答案】 C

【解析】 证明：如图，过点B作BN//FG，



∵ 四边形EFGH是长方形纸片，

∴ $EH \parallel FG$ ，

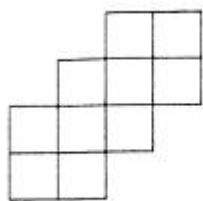
∴ $BN \parallel EH \parallel FG$ ，

∴ $\angle 1 = \angle 3$ ， $\angle 2 = \angle 4$ ，

∴ $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4 = \angle ABC = 90^\circ$ ，

即 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ 。

6.将 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 这 10 个自然数填到图中的 10 个格子里, 每个格子中只填一个数, 使得田字形的 4 个格子中所填数字之和都等于 m . 则 m 的最大值是()



- A. 23 B. 24 C. 25 D. 26

【答案】 B

【解析】 解: 设每个“田”字格四个数的和为 m , 共 12 个数的和为 $3m$, 有两数重复,

设这两数分别为 a, b ,

所以 3 个“田”字形所填数的总和为:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + a + b = 55 + a + b.$$

则有 $3m = 55 + a + b$,

要 m 最大, 必须 a, b 最大,

而 $a + b$ 最大值为 $9 + 10 = 19$,

则 $3m \leq 55 + 9 + 10$, 则 $m \leq 24\frac{2}{3}$

则 m 最大整数值为 24,

故选: B.

图形中有 3 个“田”字形, 其中重叠的有两个小格, 设对应的数为 a, b , 根据“田”字形的 4 个格子中所填数字之和都等于 m , 其总和为 $3m$, 其中 a 与 b 均被加了两次, 根据 3 个“田”字形所填数的总和为 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + a + b = 55 + a + b$, 要 m 最大, 必须 a, b 最大, 而 $a + b$ 最大值为 $9 + 10 = 19$, 列出不等式, 求整数解即可.

本题考查了一元一次不等式的应用, 一元一次不等式的整数解, 解决本题的关键是根据题意列出关系式 $1 +$

$$2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + a + b = 55 + a + b = 3m.$$

二、填空题: 本题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分。

7. x 的 3 倍与 5 的差不小于 -4 的相反数, 用不等式表示为_____.

【答案】 $3x - 5 \geq 4$

【解析】 【分析】

本题考查了由实际问题抽象出一元一次不等式，解题的关键是读懂题意，抓住关键词语，弄清运算的先后顺序和不等关系，才能把文字语言的不等关系转化为用数学符号表示的不等式

理解 x 的 3 倍与 5 的差即 $3x - 5$ ，不小于 -4 的相反数意思即为大于或等于 4 即可.

【解答】

解：由题意得， $3x - 5 \geq 4$.

故答案为 $3x - 5 \geq 4$.

8. $x = 2$ ___ 不等式 $2x - 9 < 3$ 的一个解. (填“是”或“不是”)

【答案】 是

【解析】 解：移项，可得： $2x < 3 + 9$,

合并同类项，可得： $2x < 12$,

系数化为 1 ，可得： $x < 6$,

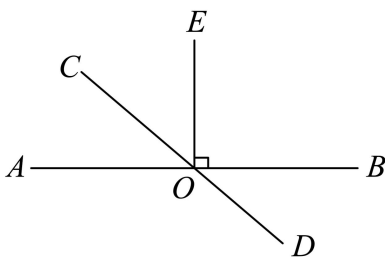
$\therefore x = 2$ 是不等式 $2x - 9 < 3$ 的一个解.

故答案为：是.

按照移项，合并同类项，系数化为 1 的步骤求出不等式的解集，判断出 $x = 2$ 是不是不等式 $2x - 9 < 3$ 的一个解即可.

此题主要考查了不等式的解集，解答此题的关键是求出不等式 $2x - 9 < 3$ 的解集.

9. 如图，已知直线 AB 与 CD 相交于点 O ， $OE \perp AB$ ， $\angle COE = 50^\circ$ ，那么直线 AB 与直线 CD 的夹角度数是_____.



【答案】 40°

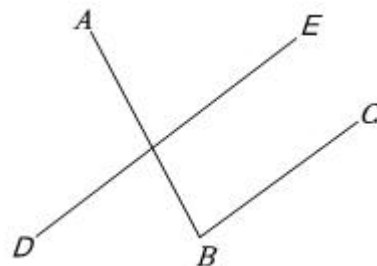
【解析】 本题主要考查垂直的定义和平角的定义，熟练掌握相关定义是解题的关键. 根据平角的定义得到 $\angle BOD + \angle BOE + \angle COE = 180^\circ$ ，再进一步即可得到答案.

【详解】 解： $\because OE \perp AB, \angle COE = 50^\circ$,

$\therefore \angle BOE = 90^\circ$,
 $\because \angle BOD + \angle BOE + \angle COE = 180^\circ$,
 $\therefore \angle BOD = 180^\circ - \angle BOE - \angle COE$,
 $\therefore \angle BOD = 40^\circ$,
 $\therefore$ 直线 AB 与直线 CD 的夹角度数是 40° .

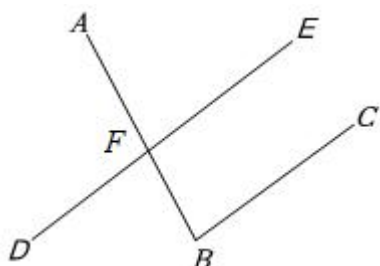
故答案为: 40° .

10. 如图, 已知 $DE \parallel BC$, $\angle ABC = 70^\circ$, 那么直线 AB 与直线 DE 的夹角等于____.



【答案】 70°

【解析】 解: 如图, 直线 AB 和 DE 相交于点 F ,



$\because BC \parallel DE$, $\angle ABC = 70^\circ$,
 $\therefore \angle AFE = \angle ABC = 70^\circ$,
 $\therefore$ 直线 AB 、 DE 的夹角是 70° .

故答案为: 70° .

先根据平行线的性质, 求得 $\angle AFE$ 的度数, 再根据邻补角的定义, 即可得到 $\angle AFD$ 的度数.

本题主要考查了平行线的性质, 熟记“两直线平行, 同位角相等”是解题的关键.

11. 命题“同旁内角的平分线互相垂直”是____命题(填“真”或“假”).

【答案】 假

【解析】解：两直线平行，则同旁内角的平分线互相垂直，所以此命题错误.

故答案为假.

只有两直线平行，同旁内角的平分线才互相垂直，所以此命题为假命题.

本题考查了命题与定理：判断一件事情的语句，叫做命题.

许多命题都是由题设和结论两部分组成，题设是已知事项，结论是由已知事项推出的事项，一个命题可以写成“如果...那么...”形式. 有些命题的正确性是用推理证实的，这样的真命题叫做定理.

12. 学生若干人租游船若干只，如果每船坐 4 人，就余下 20 人，如果每船坐 8 人，那么就有一船不空也不满，则学生共有____人.

【答案】 44

【解析】解：设码头剩有 x 只船，则学生有 $(4x + 20)$ 人，

由题可得：
$$\begin{cases} 8(x - 1) < 4x + 20 \\ 4x + 20 < 8x \end{cases}$$

解得： $5 < x < 7$,

$\because x$ 只能为整数，

$\therefore x = 6$

当 $x = 6$ 时， $4x + 20 = 44$.

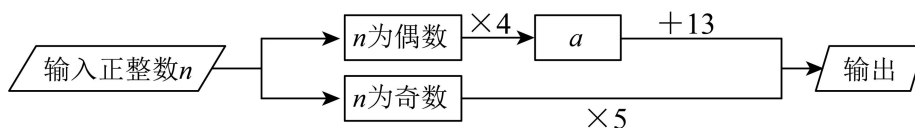
即共有学生 44 人.

故答案是： 44.

设码头剩有 x 只船，则学生有 $(4x + 20)$ 人，根据如果每船坐 8 人，则有一船不空也不满，可列不等式组求解.

本题考查一元一次不等式组的应用，关键是能理解如果每船坐 8 人，则有一船不空也不满，可得不等式组求解.

13. 如图，要使输出值大于 100，则输入的最小正整数是_____.



【答案】 21

【解析】 本题主要考查了一元一次不等式的应用，根据程序图分 n 为奇数和偶数两种情况求出 n 的最小值，通过比较找出最小的值.

【详解】解：当 n 为偶数时，

可得： $4n + 13 > 100$,

解得： $n > \frac{87}{4}$,

$\because n$ 是正整数，

$\therefore n = 22$;

当 n 为奇数时，

可得： $5n > 100$,

解得： $n > 20$,

$\because n$ 为正整数，

$\therefore n = 21$,

$\therefore$ 输入的最小正整数是 21.

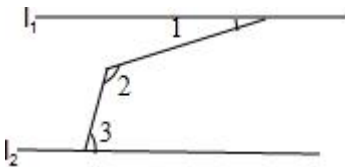
故答案为：21.

14. 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x - a \geq 0, \\ 5 - 2x > 1 \end{cases}$ 只有四个整数解，则实数 a 的取值范围是_____.

【答案】 $-3 < a \leq -2$

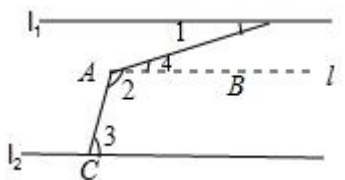
【解析】略

15. 如图，直线 $l_1 \parallel l_2$ ， $\angle 1 = 20^\circ$ ，则 $\angle 2 + \angle 3 = \underline{\hspace{1cm}}$.



【答案】 200°

【解析】解：过 $\angle 2$ 的顶点作 l_2 的平行线 l ，如图所示：



$\because$ 直线 $l_1 \parallel l_2$,

则 $l \parallel l_1 \parallel l_2$,

$\therefore \angle 4 = \angle 1 = 20^\circ$, $\angle BAC + \angle 3 = 180^\circ$,

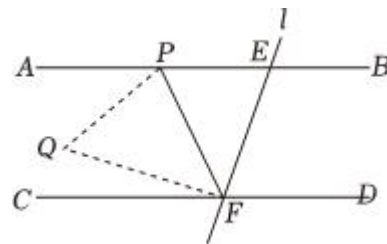
$$\therefore \angle 2 + \angle 3 = \angle 4 + \angle BAC + \angle 3 = 20^\circ + 180^\circ = 200^\circ;$$

故答案为: 200° .

过 $\angle 2$ 的顶点作 l_2 的平行线 l , 则 $l \parallel l_1 \parallel l_2$, 由平行线的性质得出 $\angle 4 = \angle 1 = 20^\circ$, $\angle BAC + \angle 3 = 180^\circ$, 即可得出 $\angle 2 + \angle 3$ 的度数.

本题考查了平行线的性质: 两直线平行, 同位角相等; 两直线平行, 同旁内角互补; 两直线平行, 内错角相等.

16. 如图, 直线 $AB \parallel CD$, 直线 l 与直线 AB 、 CD 相交于点 E 、 F , P 是射线 EA 上的一个动点(不包括端点 E), 将 $\triangle EPF$ 沿 PF 折叠, 使顶点 E 落在点 Q 处, 若 $\angle PEF = 75^\circ$, $\angle CFQ = \frac{1}{2}\angle PFC$. 则 $\angle EFP$ 的度数为 ____.



【答案】 35° 或 63°

【解析】 解: 当点 Q 在 CD 的上方时,

$$\because AB \parallel CD, \angle PEF = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle PEF + \angle EFC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EFC = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ,$$

$\because$ 将 $\triangle EPF$ 沿 PF 折叠, 使顶点 E 落在点 Q 处,

$$\therefore \angle PFE = \angle PFQ,$$

$$\because \angle CFQ = \angle PFQ = \angle PFE = \frac{1}{3}\angle EFC,$$

$$\therefore \angle PFE = \frac{1}{3} \times 105^\circ = 35^\circ.$$

当点 Q 在 CD 下方时,

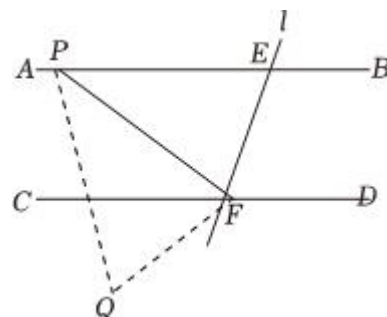
$$\because \angle CFQ = \frac{1}{2}\angle PFC, \text{ 设 } \angle CFQ = x, \angle PFC = 2x,$$

$$\therefore \angle PFE = \angle PFQ = 3x,$$

$$\therefore 3x + 2x = 105^\circ,$$

$$\therefore x = 21^\circ,$$

$$\therefore \angle PFE = 3 \times 21^\circ = 63^\circ.$$

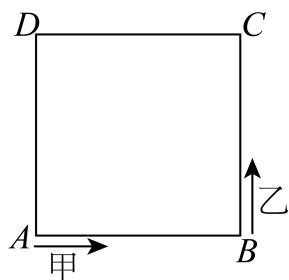


故答案为: 35° 或 63° .

依据平行线的性质, 即可得到 $\angle EFC$ 的度数, 再求出 $\angle CFQ$, 即可求出 $\angle PFE$ 的度数.

本题主要考查了平行线的性质以及翻折问题的综合应用, 正确掌握平行线的性质和轴对称的性质是解题的关键.

17. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 100 米, 甲、乙两个动点分别从 A 点和 B 点同时出发按逆时针方向移动. 甲的速度是 7 米/秒, 乙的速度是 10 米/秒, 经过_____秒, 甲、乙两动点第一次位于正方形的同一条边上.

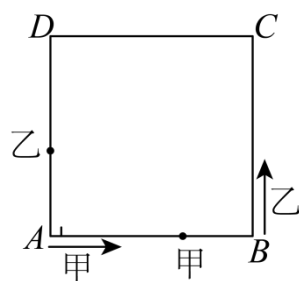


【答案】 70

【解析】 本题主要考查了一元一次不等式的实际应用, 设运动时间为 t 秒, 根据题意可得 $0 \leq 7t + 300 - 10t \leq 100$, 解得 $\frac{200}{3} \leq t \leq 100$, 当 $t = \frac{200}{3}$ 时, 此时第一次两动点相距 100 米, 当乙第二次到达 A 时, 需要的时间为 $= 70$ 秒, 此时甲运动的路程为 $7 \times 70 = 490$ 米, 即此时甲在 AB 与点 B 相距 10 米, 据此可得答案.

【详解】 解: 设运动时间为 t 秒,
由题意得, $0 \leq 7t + 300 - 10t \leq 100$,
解得 $\frac{200}{3} \leq t \leq 100$,

当 $t = \frac{200}{3}$ 时, 此时第一次两动点相距 100 米, 此时甲、乙位置如图所示,



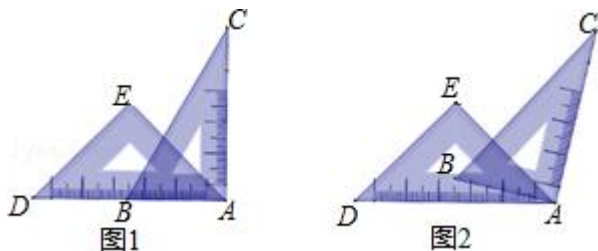
当乙第二次到达 A 时, 需要的时间为 $\frac{400+300}{10} = 70$ 秒, 此时甲运动的路程为 $7 \times 70 = 490$ 米, 即此时甲在 AB 与点 B 相距 10 米,

$\therefore$ 此时两动点都在 AB 上,

∴经过 70 秒，甲、乙两动点第一次位于正方形的同一条边上.

故答案为：70.

18.一副直角三角尺叠放如图 1 所示，现将 45° 的三角尺 ADE 固定不动，将含 30° 的三角尺 ABC 绕顶点 A 顺时针转动 (旋转角不超过 180°)，使两块三角尺至少有一组边互相平行. 如图 2: 当 $\angle BAD = 15^\circ$ 时, $BC \parallel DE$. 则 $\angle BAD$ ($0^\circ < \angle BAD < 180^\circ$) 其它所有可能符合条件的度数为_____.



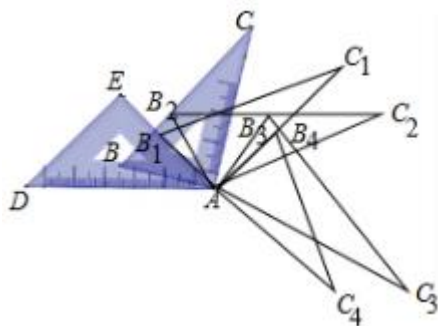
【答案】 $45^\circ, 60^\circ, 105^\circ, 135^\circ$

【解析】 【分析】

本题主要考查平行线的性质，熟练掌握平行线的性质是解题的关键. 根据题意画出图形，利用平行线的性质及直角三角板的性质分别求解即可.

【解答】

解：如下图：



当 $AC_1 \parallel DE$ 时, $\angle B_1AD = \angle DAE = 45^\circ$;

当 $B_2C_2 \parallel AD$ 时, $\angle DAB_2 = \angle B_2 = 60^\circ$;

当 $B_3C_3 \parallel AE$ 时,

$\angle EAB_3 = \angle B_3 = 60^\circ$,

$\angle B_3AD = \angle DAE + \angle EAB_3 = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ$;

当 $AB_4 \parallel DE$ 时, $\angle E = \angle EAB_4 = 90^\circ$,

$\angle B_4AD = \angle DAE + \angle EAB_4 = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$.

故答案为: $45^\circ, 60^\circ, 105^\circ, 135^\circ$.

三、解答题：本题共 7 小题，共 58 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

19. 求下列不等式(组)的解集，并把解集在数轴上表示出来：

$$(1) -\frac{1}{6}(x+1) < 1 + \frac{1}{3}(x-1);$$

$$(2) \begin{cases} \frac{x-3}{2} + 3 \geq x+1, \\ 1-3(x-1) < 8-x. \end{cases}$$

【答案】(1)解： $x > -\frac{5}{3}$ 图略

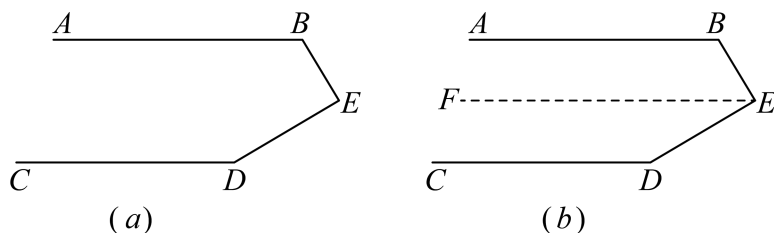
(2) $-2 < x \leq 1$ 图略

【解析】 1. 略

2. 略

20. (本小题 8 分)

如图(a)，如果 $\angle B + \angle E + \angle D = 360^\circ$ ，那么 AB 、 CD 有怎样的位置关系？为什么？



解：过点 E 作 $EF \parallel AB$ ，如图(b)，

$\because EF \parallel AB$ (已作)

$\therefore \angle ABE + \angle BEF = 180^\circ$ ，()

$\because \angle ABE + \angle BED + \angle EDC = 360^\circ$ ()

即 $\angle ABE + \angle BEF + \angle FED + \angle EDC = 360^\circ$

$\therefore \angle FED + \angle EDC = 180^\circ$ ()

$\therefore FE \parallel CD$ ()

$\therefore AB \parallel CD$ ().

【答案】解：过点 E 作 $EF \parallel AB$ ，如图(b)，

$\because EF \parallel AB$ (已作)

$\therefore \angle ABE + \angle BEF = 180^\circ$ ，(两直线平行，同旁内角互补)

$$\therefore \angle ABE + \angle BED + \angle EDC = 360^\circ \text{ (已知)}$$

$$\text{即 } \angle ABE + \angle BEF + \angle FED + \angle EDC = 360^\circ$$

$$\therefore \angle FED + \angle EDC = 180^\circ \text{ (等量代换)}$$

$$\therefore FE \parallel CD \text{ (同旁内角互补, 两直线平行)}$$

$$\therefore AB \parallel CD \text{ (平行于同一条直线的两条直线平行).}$$

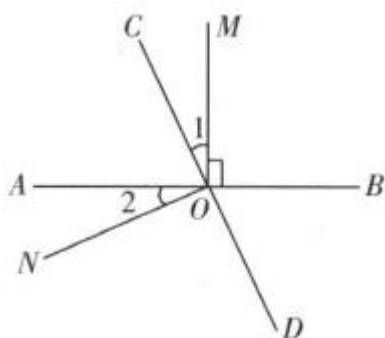
故答案为：两直线平行，同旁内角互补；已知； 180° ；等量代换；同旁内角互补，两直线平行；平行于同一条直线的两条直线平行

【解析】 本题主要考查了平行线的判定和性质，熟练掌握平行线的判定和性质是解题的关键.

过点 E 作 $EF \parallel AB$ ，可得 $\angle ABE + \angle BEF = 180^\circ$ ，再由 $\angle ABE + \angle BED + \angle EDC = 360^\circ$ ，可得 $\angle FED + \angle EDC = 180^\circ$ ，从而得到 $FE \parallel CD$ ，即可求证.

21.(本小题 8 分)

如图，直线 AB ， CD 相交于点 O ， $OM \perp AB$ 于点 O .



(1)若 $\angle 1 = \angle 2$ ，求证： $ON \perp CD$;

(2)若 $\angle BOC = 4\angle 1$ ，求 $\angle AOC$ ， $\angle MOD$ 的度数.

【答案】 (1)证明： $\because OM \perp AB$,

$$\therefore \angle AOM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC + \angle 1 = 90^\circ.$$

$$\because \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle AOC + \angle 2 = 90^\circ, \text{ 即 } \angle NOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle NOD = 180^\circ - \angle NOC = 90^\circ.$$

$\therefore \angle NOD$ 的度数为 90° ,

$\therefore ON \perp CD$.

(2)解: $\because OM \perp AB$,

$\therefore \angle BOM = 90^\circ$.

$\because \angle BOC = 4\angle 1$,

$\therefore \angle BOM + \angle 1 = 4\angle 1$, 即 $90^\circ + \angle 1 = 4\angle 1$, 解得 $\angle 1 = 30^\circ$,

$\therefore \angle AOC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$, $\angle MOD = 180^\circ - \angle 1 = 150^\circ$.

$\therefore \angle AOC$ 的度数为 60° , $\angle MOD$ 的度数为 150° .

【解析】 1. 略

2. 略

22. (本小题 8 分)

为了缓解大气污染, 贵阳市公交公司决定将某一条线路上的柴油公交车替换为新能源公交车, 计划购买 A 型和 B 型两种新能源公交车共 10 辆. 若购买 A 型公交车 3 辆, B 型公交车 2 辆, 共需 180 万元; 若购买 A 型公交车 2 辆, B 型公交车 3 辆, 共需 195 万元.

(1) 求购买 A 型和 B 型公交车每辆各需多少万元;

(2) 预计在该线路上 A 型和 B 型公交车每辆年均载客量分别为 60 万人次和 100 万人次, 若该公司购买 A 型和 B 型公交车的总费用不超过 360 万元, 且确保这 10 辆公交车在该线路的年均载客总和不少于 680 万人次, 则该公司有哪几种购车方案, 哪种购车方案总费用最少? 最少总费用是多少?

【答案】 解: (1) 设购买每辆 A 型公交车需要 x 万元, 每辆 B 型公交车需要 y 万元,

依题意, 得:
$$\begin{cases} 3x + 2y = 180 \\ 2x + 3y = 195 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x = 30 \\ y = 45 \end{cases}$$

答: 购买每辆 A 型公交车需要 30 万元, 每辆 B 型公交车需要 45 万元.

(2) 设购进 A 型公交车 m 辆, 则购进 B 型公交车 $(10 - m)$ 辆,

依题意, 得:
$$\begin{cases} 30m + 45(10 - m) \leq 360 \\ 60m + 100(10 - m) \geq 680 \end{cases}$$

解得: $6 \leq m \leq 8$, 因为 m 为整数, 所以 $m = 6, 7, 8$,

所以, 该公司有三种购车方案,

方案 1: 购进 6 辆A型公交车, 4 辆B型公交车;

方案 2: 购进 7 辆A型公交车, 3 辆B型公交车;

方案 3: 购进 8 辆A型公交车, 2 辆B型公交车.

该公司购买这 10 辆公交车的总费用为 w 元, 则,

$$w = 30m + 45(10 - m) = -15m + 450,$$

因为, $k = -15 < 0$, w 随 m 的增大而减小, 当 $m = 8$ 时, w 取得最小值, 最小值为 330,

答: 购进 8 辆A型公交车, 2 辆B型公交车时总费用最少, 最少费用为 330 万元.

【解析】(1)根据题意列方程组求解;

(2)根据题意列不等式组. 再求其整数解, 再根据题意列一次函数, 求其最值.

本题考查了一元一次不等式组的应用、二元一次方程组的应用以及一次函数的性质, 解题的关键是找准等量关系, 正确列出二元一次方程组 and 一元一次不等式组.

23.(本小题 8 分)

已知点 A, B, C, D, E 均为定点, 直线 $AB \parallel CD$, 点 P 为射线 EA 上一个动点(点 P 不与点 A 重合), 连接 PC . (1)如图 1, 当点 P 在线段 AE 上时, 若 $\angle A = 30^\circ$, $\angle C = 72^\circ$, 求 $\angle APC$ 的度数.

(2)点 M 为直线 CD 下方的动点, 连接 CM , 使得 CM 平分 $\angle DCP$,

①如图 2, 当点 P 在线段 AE 上时, 连接 AM , 若 AM 平分 $\angle BAE$, 探究 $\angle AMC$ 与 $\angle APC$ 之间的数量关系, 并证明;

②如图 3, 当点 P 在直线 CD 的下方运动时(点 P 在射线 EA 上), 射线 PN 平分 $\angle APC$, 点 K 在直线 CD 的

下方，且满足射线 $CK \parallel PN$ ，若 $\angle BAE = 34^\circ$ ，请直接写出 $\angle MCK$ 的度数.

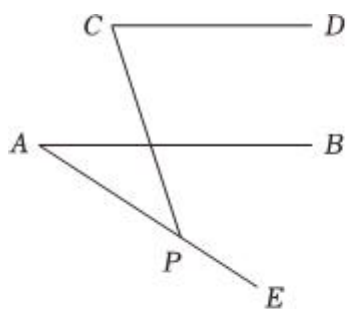


图 1

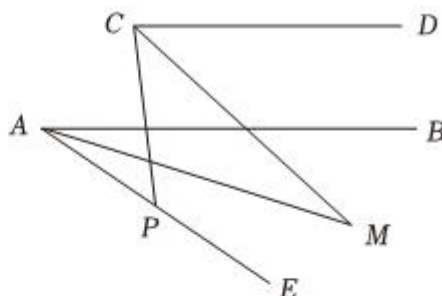


图 2

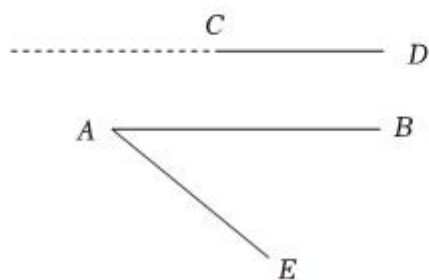
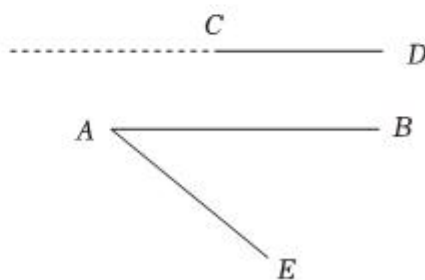


图 3

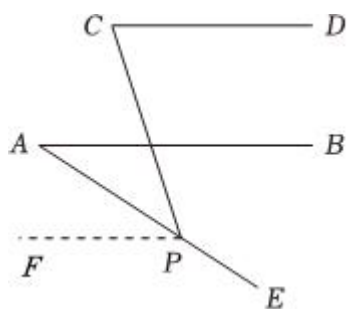


备用图

【答案】 42°

① $\angle APC = 2\angle AMC$ ，证明见解析；② 17° 或 73° .

【解析】 (1)解：过点 P 作 $PF \parallel AB$.



由题意可得： $AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle A = \angle APF = 30^\circ,$$

$$\because PF \parallel CD,$$

$$\therefore \angle C = \angle CPF = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle APC = \angle CPF - \angle APF = 42^\circ;$$

$$(2) \textcircled{1} \angle APC = 2\angle AMC,$$

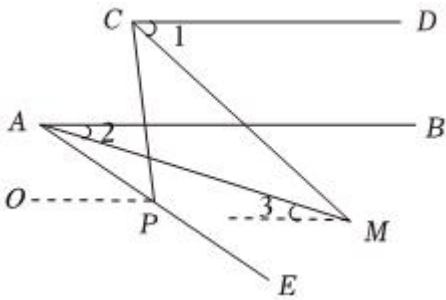
设 $\angle DCM = \angle 1 = x$, $\angle BAM = \angle 2 = y$,

$\therefore \angle DCP = 2\angle 1 = 2x$,

$\therefore AM$ 平分 $\angle BAE$,

$\therefore \angle BAE = 2\angle 2 = 2y$,

过点 P 作 $PO \parallel CD$, 过点 M 作 $MH \parallel AB$,



$\therefore \angle OPC = \angle DCP = 2x$, $\angle 3 = \angle 2 = y$,

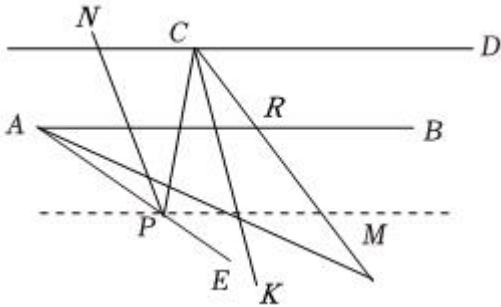
由题意可得: $AB \parallel OP$, $MH \parallel CD$,

$\therefore \angle CMH = \angle 1 = x$, $\angle APO = \angle BAE = 2y$,

$\therefore \angle APC = 2x - 2y$, $\angle AMC = x - y$,

$\therefore \angle APC = 2\angle AMC$;

②当点 P 在线段 AE 上时, 过点 P 作 $QR \parallel AB$, 而 $AB \parallel CD$, 则 $QR \parallel CD$,



设 $\angle APC = 2\alpha$, 设 $\angle MCK = t$,

$\therefore \angle CPN = \alpha$,

$\therefore \angle PCK = \alpha$,

$\therefore \angle DCM = \angle PCM = \alpha + t$,

$\therefore QR \parallel CD$,

$\therefore \angle CPQ = \angle DCP = 2\alpha + 2t$,

$\therefore QR \parallel AB$,

$$\therefore \angle BAE = \angle APQ = 34^\circ,$$

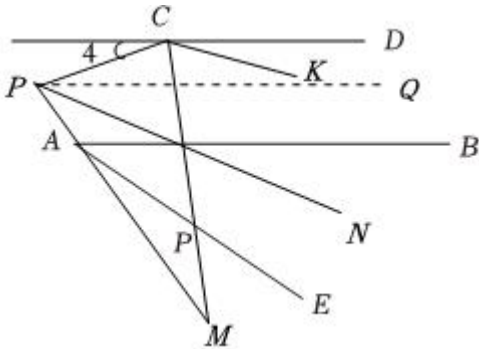
$$\because \angle CPQ - \angle CPA = \angle APQ,$$

$$\therefore 2\alpha + 2t - 2\alpha = 34^\circ,$$

解得 $t = 17^\circ$;

当点 P 在线段 EA 延长线上时,

过点 P 作 $PQ \parallel CD$, 则 $AB \parallel PQ$, 设 $\angle APC = 2\alpha$, $\angle MCK = t$,



$$\because \angle CPN = \angle APN = \alpha,$$

$$\therefore \angle PCK = 180^\circ - \alpha,$$

$$\therefore \angle PCM = 180^\circ - \alpha - t = \angle DCM,$$

$$\therefore \angle DCK = 180^\circ - \alpha - t - t = 180^\circ - \alpha - 2t,$$

$$\because AB \parallel PQ,$$

$$\therefore \angle QPA = \angle BAE = 34^\circ,$$

$$\therefore \angle QAN = 34^\circ - \alpha,$$

$$\therefore \angle CPQ = 2\alpha - 34^\circ,$$

$$\because PQ \parallel CD,$$

$$\therefore \angle 4 = 2\alpha - 34^\circ,$$

$$\because \angle 4 + \angle ACK + \angle DCK = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\alpha - 34^\circ + 180^\circ - \alpha + 180^\circ - \alpha - 2t = 180^\circ,$$

解得 $t = 73^\circ$,

综上: $\angle MCK$ 的度数为 17° 或 73° .

(1) 过点 P 作 $PF \parallel AB$, 则 $PF \parallel CD$, 两次利用两直线平行, 内错角相等即可求解;

(2) ① 过点 P 作 $PO \parallel CD$, 过点 M 作 $MH \parallel AB$, 设 $\angle DCM = \angle 1 = x$, $\angle BAM = \angle 2 = y$, 可得 $AB \parallel OP$, $CD \parallel MH$, 然后根据角的和差关系即可求证;

②当点P在线段AE上时，过点P作QR//AB，而AB//CD，则CD//QR，通过平行线的性质即可建立方程进行求解；当点P在线段EA延长线上时，过点P作PQ//CD，AB//PQ，设 $\angle APC = 2\alpha$ ， $\angle MCK = t$ ，通过平行线的性质和角平分线的意义可建立方程进行求解。

本题考查了平行线的判定与性质，角平分线的定义，正确添加辅助线是解决本题的关键。

24.(本小题 8 分)

定义：若一元一次方程的解在一元一次不等式组的解集范围内，则称该一元一次方程为该不等式组的“子方程”。

例如： $2x + 4 = 2$ 的解为 $x = -1$ ， $\begin{cases} 2x - 3 < 9 - x \\ 5x + 5 \geq 2x - 4 \end{cases}$ 集为 $-3 \leq x < 4$ ，不难发现 $x = -1$ 在 $-3 \leq x < 4$ 的范围内，所以 $2x + 4 = 2$ 是 $\begin{cases} 2x - 3 < 9 - x \\ 5x + 5 \geq 2x - 4 \end{cases}$ 的“子方程”。

问题解决：

(1)在方程① $4x - 5 = x + 7$ ，② $\frac{1}{11}x - \frac{1}{3} = 0$ ，③ $2x + 3(x + 2) = 21$ 中，不等式组 $\begin{cases} 2x - 1 > -x + 8 \\ 3(x - 2) - x \leq 4 \end{cases}$ 的“子方程”是 _____ (填序号)；

(2)若方程 $4x + 4 = 0$ 是关于x的不等式组 $\begin{cases} 2x + 8 \geq m \\ 3x + m < 2m + 9 \end{cases}$ 的“子方程”，试求m的取值范围；

(3)若关于x的方程 $2x - k = 4$ 是不等式组 $\begin{cases} 5x - 7 > 11 - x \\ \frac{1}{3}x \geq \frac{1}{2}x - 1 \end{cases}$ 的“子方程”，求E的取值范围。

【答案】解：(1) ①②；

$$(2) \begin{cases} 2x + 8 \geq m \text{ ①} \\ 3x + m < 2m + 9 \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①得： $x \geq \frac{m-8}{2}$ ，

解不等式②得： $x < \frac{m+9}{3}$ ，

$\therefore$ 原不等式组的解集为： $\frac{m-8}{2} \leq x < \frac{m+9}{3}$ ，

解方程 $4x + 4 = 0$ 得， $x = -1$ ，

方程 $4x + 4 = 0$ 是关于x的不等式组 $\begin{cases} 2x + 8 \geq m \\ 3x + m < 2m + 9 \end{cases}$ 的“子方程”，

$$\therefore \begin{cases} \frac{m-8}{2} \leq -1 \\ \frac{m+9}{3} > -1 \end{cases},$$

$\therefore -12 < m \leq 6$ ；

(3)方程 $2x - k = 4$ ，

解得: $x = \frac{k+4}{2}$,

$$\begin{cases} 5x - 7 > 11 - x \text{ ①} \\ \frac{1}{3}x \geq \frac{1}{2}x - 1 \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①得: $x > 3$,

解不等式②得: $x \leq 6$,

$\therefore$ 不等式组 $\begin{cases} 5x - 7 > 11 - x \\ \frac{1}{3}x \geq \frac{1}{2}x - 1 \end{cases}$ 的解集为: $3 < x \leq 6$,

$\therefore$ 关于x的方程 $2x - k = 4$ 关于x的不等式组 $\begin{cases} 5x - 7 > 11 - x \\ \frac{1}{3}x \geq \frac{1}{2}x - 1 \end{cases}$ 的“子方程”,

$\therefore 3 < \frac{k+4}{2} \leq 6$,

解得: $2 < k \leq 8$.

【解析】解: (1)① $4x - 5 = x + 7$,

解得: $x = 4$,

② $\frac{1}{11}x - \frac{1}{3} = 0$,

解得: $x = \frac{11}{3}$,

③ $2x + 3(x + 2) = 21$,

解得: $x = 3$,

$$\begin{cases} 2x - 1 > -x + 8 \text{ ①} \\ 3(x - 2) - x \leq 4 \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①得: $x > 3$,

解不等式②得: $x \leq 5$,

$\therefore$ 原不等式组的解集为: $3 < x \leq 5$,

$\therefore$ 不等式组 $\begin{cases} 2x - 1 > -x + 8 \\ 3(x - 2) - x \leq 4 \end{cases}$ 的“子方程”是: ①②,

故答案为: ①②;

(2) $\begin{cases} 2x + 8 \geq m \text{ ①} \\ 3x + m < 2m + 9 \text{ ②} \end{cases},$

解不等式①得: $x \geq \frac{m-8}{2}$,

解不等式②得: $x < \frac{m+9}{3}$,

∴原不等式组的解集为: $\frac{m-8}{2} \leq x < \frac{m+9}{3}$,

解方程 $4x + 4 = 0$ 得, $x = -1$,

方程 $4x + 4 = 0$ 是关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x + 8 \geq m \\ 3x + m < 2m + 9 \end{cases}$ 的“子方程”,

$$\therefore \begin{cases} \frac{m-8}{2} \leq -1 \\ \frac{m+9}{3} > -1 \end{cases},$$

∴ $-12 < m \leq 6$;

(3) 方程 $2x - k = 4$,

解得: $x = \frac{k+4}{2}$,

$$\begin{cases} 5x - 7 > 11 - x \text{ ①} \\ \frac{1}{3}x \geq \frac{1}{2}x - 1 \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①得: $x > 3$,

解不等式②得: $x \leq 6$,

∴不等式组 $\begin{cases} 5x - 7 > 11 - x \\ \frac{1}{3}x \geq \frac{1}{2}x - 1 \end{cases}$ 的解集为: $3 < x \leq 6$,

∴关于 x 的方程 $2x - k = 4$ 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 5x - 7 > 11 - x \\ \frac{1}{3}x \geq \frac{1}{2}x - 1 \end{cases}$ 的“子方程”,

∴ $3 < \frac{k+4}{2} \leq 6$,

解得: $2 < k \leq 8$.

(1) 先求出方程的解和不等式组的解集, 再判断即可;

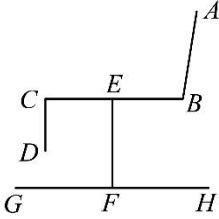
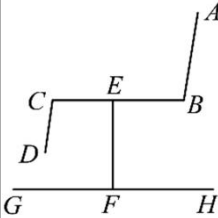
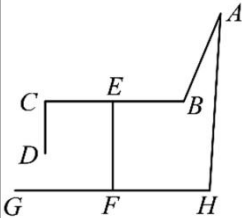
(2) 先求出方程的解和不等式组的解集, 根据“子方程”的定义列出关于 m 的不等式组, 进行计算即可;

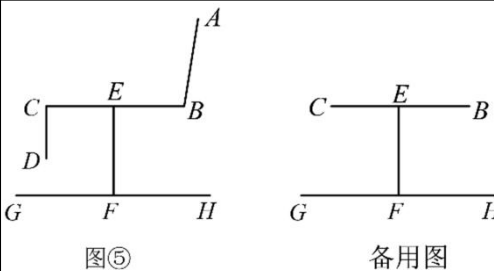
(3) 先求出方程的解和不等式组的解集, 根据“子方程”的定义列出关于 k 的不等式组, 进行计算即可.

本题考查了解一元一次不等式组, 一元一次方程的解, 理解材料中的不等式组的“子方程”是解题的关键.

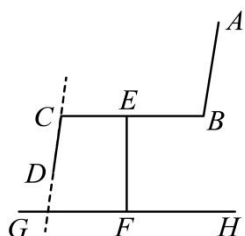
25. (本小题 8 分)

根据表格中的素材, 探索并在表格中完成任务.

项目主题	设计躺椅
设计背景	如图①，某家居制品工作室新设计了一款智能躺椅，可以根据人的坐姿自动调节椅背与腿托，使舒适感得到最大化，且该椅子的椅面始终与地面保持平行.  图①
素材	如图②，已知在初始状态下，椅面BC平行于地面GH，腿托CD垂直于椅面BC，椅面BC与椅背AB所构成的$\angle ABC = 100^\circ$，此椅子可以通过开关分别调整椅背AB与腿托CD的角度，以达到舒适程度. 已知在调整过程中，椅背AB以每秒2°顺时针转动，腿托CD以每秒4°顺时针转动.  图②
任务一	如图③，在初始状态下仅调整腿托，使得腿托CD与椅背AB平行，请在图③中画出此时腿托CD所在的直线，并求出腿托CD与椅面BC所形成的$\angle BCD$的度数；  图③
任务二	如图④，在初始状态下仅调整椅背，将椅背AB转动$6s$，连接AH，此时测得$\angle BAH = 18^\circ$，求$\angle AHG$的度数；  图④

任务三	如图⑤，在初始状态下同时调整腿托与椅背，根据人体工学原理，当腿托 CD 与椅背 AB 平行时，舒适度更佳，求将椅子调整到该状态下，需要多长时间？
	

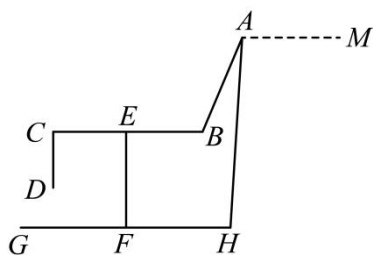
【答案】任务一：画图如下：



$\because CD \parallel AB$,

$\therefore \angle BCD = \angle ABC = 100^\circ$;

任务二：过点 A 作 $AM \parallel BC$,



$\because BC \parallel HG$,

$\therefore AM \parallel BC \parallel HG$,

$\therefore \angle BAM = \angle ABC, \angle AHG = \angle MAH$,

$\therefore \angle BAH = \angle ABC - \angle AHG$,

由题意，得： $\angle ABC = 100^\circ + 6 \times 2^\circ = 112^\circ$,

$\therefore \angle BAH = 18^\circ$,

$$\therefore \angle AHG = \angle ABC - \angle BAH = 112^\circ - 18^\circ = 94^\circ;$$

任务三：设需要 ts ；

当 $CD \parallel AB$ 时， $\angle ABC = \angle BCD$ ，

$$\therefore 100^\circ + 2^\circ t = 90^\circ + 4^\circ t,$$

解得： $t = 5$ ；

答：需要 5 秒.

【解析】 本题考查平行线的性质，一元一次方程的应用，熟练掌握平行线的性质，是解题的关键：

任务一：根据题意画出平行线，根据平行线的性质求出 $\angle BCD = \angle ABC = 100^\circ$ ，即可；

任务二：过点 A 作 $AM \parallel BC$ ，得到 $AM \parallel BC \parallel HG$ ，根据平行线的性质求出角的度数即可；

任务三：根据 $CD \parallel AB$ ，得到 $\angle ABC = \angle BCD$ ，据此列出方程进行求解即可.