

2025-2026 学年七年级下学期期末模拟卷

数学·全解全析

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围：沪教版（五四制）（2024）七年级下册第 15 章~第 18 章

第一部分 (选择题 共 18 分)

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的）

1. 如果 $a < b$, 那么下列不等式中一定正确的是 ()
- A. $a - 2b < -b$
- B. $a + 2 > b + 2$
- C. $-a - 2 \leq -b - 2$
- D. $2a > 2b$

【答案】 A

【详解】 解: 如果 $a < b$,

两边同时减去 $2b$ ，得 $a - 2b < -b$ ，则 A 符合题意，

两边同时加上2，得 $a+2 < b+2$ ，则 B 不符合题意，

两边同时乘以 -1 再同时减去 2 ，得 $-a-2>-b-2$ ，则C不符合题意，

两边同时乘以 2，得 $2a < 2b$ ，则 D 不符合题意，

故选: A.

2. 用下列长度的三根木条首尾顺次连接，不能做成三角形框架的是（ ）
- A. 3cm, 4cm, 5cm B. 1cm, 3cm, 4cm
C. 6cm, 8cm, 10cm D. 3cm, 3cm, 3cm

【答案】 B

【详解】解：∵A 选项 $4-3 < 5 < 3+4$,

∴可以构成三角形,

∵B 选项 $1+3=4$,

∴不可以构成三角形,

∵C 选项 $8-6 < 10 < 8+6$,

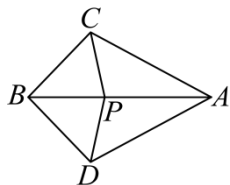
∴可以构成三角形,

∵D 选项 $3-3 < 3 < 3+3$,

∴可以构成三角形,

故选: B.

3. 如图, 点 P 是 AB 上任意一点, $\angle ABC = \angle ABD$. 从下列条件中补充一个条件, 不一定能推出 $\triangle APC \cong \triangle APD$ 的是 ()



A. $AC = AD$

B. $BC = BD$

C. $\angle ACB = \angle ADB$

D. $\angle CAB = \angle DAB$

【答案】A

【详解】解: A、补充 $AC = AD$, 不能推出 $\triangle APC \cong \triangle APD$, 故此选项符合题意;

B、补充 $BC = BD$, 先证出 $\triangle ABC \cong \triangle ABD$, 后能推出 $\triangle APC \cong \triangle APD$, 故此选项不符合题意;

C、补充 $\angle ACB = \angle ADB$, 先证出 $\triangle ABC \cong \triangle ABD$, 后能推出 $\triangle APC \cong \triangle APD$, 故此选项不符合题意;

D、补充 $\angle CAB = \angle DAB$, 先证出 $\triangle ABC \cong \triangle ABD$, 后能推出 $\triangle APC \cong \triangle APD$, 故此选项不符合题意;

故选: A.

4. 在 $\triangle ABC$ 中, 有下列四个命题:

①如果 $AB = AC$, 那么 $\angle C = \angle B$; ②如果 $\angle C = \angle B$, 那么 $AB = AC$;

③如果 $AB > AC$, 那么 $\angle C > \angle B$; ④如果 $\angle C > \angle B$, 那么 $AB > AC$.

其中, 真命题的个数有 ().

A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

D. 1 个

【答案】A

【详解】解: 命题①: 若 $AB = AC$, 则 $\triangle ABC$ 为等腰三角形, $\therefore$ 底角 $\angle C = \angle B$, 故正确.

命题②: 若 $\angle C = \angle B$, 由等角对等边可知 $AB = AC$, 故正确.

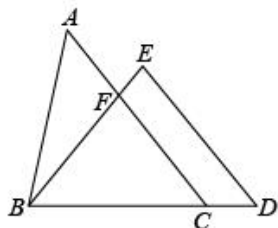
命题③：若 $AB > AC$ ，根据大边对大角定理， AB 对的角 $\angle C$ 大于 AC 对的角 $\angle B$ ，故正确.

命题④：若 $\angle C > \angle B$ ，根据大角对大边定理， $\angle C$ 对的边 AB 大于 $\angle B$ 对的边 AC ，故正确.

综上，四个命题均为真；

故选：A.

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 中，点 C 在边 BD 上，边 AC 交边 BE 于点 F . 若 $AC = BD, AB = ED, BC = BE$ ，则 $\angle ACB$ 等于 ()



- A. $\angle EDB$ B. $\angle BED$ C. $\frac{1}{2}\angle AFB$ D. $2\angle ABF$

【答案】C

【详解】解：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEB$ 中，
$$\begin{cases} AC=BD \\ AB=ED \\ BC=BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEB$ (SSS),

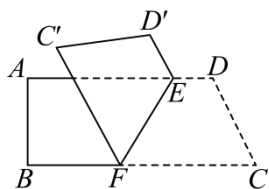
$\therefore \angle ACB = \angle DBE$.

$\because \angle AFB$ 是 $\triangle BFC$ 的外角,

$\therefore \angle ACB + \angle DBE = \angle AFB$, $\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AFB$,

故选：C.

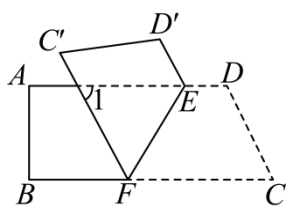
6. 如图，一张四边形纸片 $ABCD$ ， $AD \parallel BC$ ，点 E, F 分别在 AD, BC 上，把纸片沿 EF 折叠，折叠后点 C, D 分别到了点 C', D' 处. 若 $\angle C = 70^\circ$ ， $C'D' \parallel AD$ ，则 $\angle EFC'$ 的度数为 ()



- A. 70° B. 65° C. 60° D. 55°

【答案】D

【详解】解：如图所示：



由折叠可知: $\angle C' = \angle C = 70^\circ$, $\angle CFE = \angle EFC'$,

$\therefore C'D' \parallel AD$,

$\therefore \angle 1 = \angle C' = 70^\circ$,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \angle 1 + \angle CFE + \angle C'FE = 180^\circ$,

$\therefore \angle CFE = \angle EFC' = 55^\circ$.

第二部分 (非选择题 共 82 分)

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

7. 用适当的不等式表示“ x 的 2 倍不大于 1”: _____.

【答案】 $2x \leq 1$

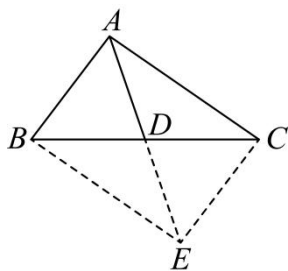
【详解】解: “ x 的 2 倍不大于 1” 用不等式表示为 $2x \leq 1$.

故答案为: $2x \leq 1$.

8. 若三角形的两边长分别为 5 和 7, 则第三边上的中线长 x 的取值范围是_____.

【答案】 $1 < x < 6$

【详解】解: 如图所示, $AB = 5$, $AC = 7$,



延长 AD 至 E , 使 $AD = DE$,

在 BDE 与 $\triangle CDA$ 中,

$$\begin{cases} DE = DA \\ \angle BDE = \angle CDA, \\ BD = CD \end{cases}$$

$$\triangle BDE \cong \triangle CDA,$$

$$\therefore BE = AC = 7,$$

$$\therefore AE = 2AD = 2x,$$

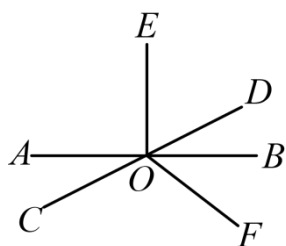
在 $\triangle ABE$ 中, $BE - AB < AE < AB + BE$,

$$\text{即 } 7 - 5 < 2x < 7 + 5,$$

$$\therefore 1 < x < 6,$$

故答案为: $1 < x < 6$.

9. 如图, 直线 AB 、 CD 相交于点 O , OD 平分 $\angle EOF$, $OE \perp AB$. 如果 $\angle BOF = 28^\circ$, 那么 $\angle COF =$ _____ $^\circ$.



【答案】 121

【详解】解: $\because OE \perp AB$,

$$\therefore \angle BOE = 90^\circ,$$

$$\because \angle BOF = 28^\circ,$$

$$\therefore \angle EOF = \angle BOE + \angle BOF = 118^\circ,$$

$\because OD$ 平分 $\angle EOF$,

$$\therefore \angle DOF = \frac{1}{2} \angle EOF = 59^\circ,$$

$$\therefore \angle COF = 180^\circ - \angle DOF = 121^\circ,$$

故答案为: 121.

10. 已知一个等腰三角形的周长为 16, 其中一条边为 4, 那么这个等腰三角形的底边长为_____.

【答案】 4

【详解】解: 若 4 为底边长, 则腰长为 $\frac{1}{2} \times (16 - 4) = 6$,

则三角形的三边长为 4, 6, 6;

若 4 为腰长, 则底边长为 $16 - 4 - 4 = 8$,

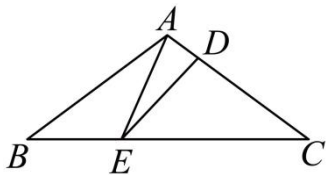
则三角形的三边长为 4, 4, 8;

$\because 4 + 4 = 8$, 不符合题意,

∴这个等腰三角形的底边长为 4;

故答案为: 4.

11. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC, AE = DE, \angle BAE = 30^\circ, \angle CED = 45^\circ$, 则 $\angle DAE =$ _____



【答案】 80° / 80 度

【详解】解: $\because AB = AC, AE = DE$,

$\therefore \angle B = \angle C, \angle DAE = \angle EDA$,

设 $\angle DAE = \angle EDA = x$,

则 $\angle B = \angle C = \angle EDA - \angle CED = x - 45^\circ$,

$\therefore \angle AEC = 180^\circ - \angle C - \angle EAD = 180^\circ - x + 45^\circ - x = 225^\circ - 2x$,

又 $\because \angle AEC = \angle B + \angle EAB = x - 45^\circ + 30^\circ = x - 15^\circ$,

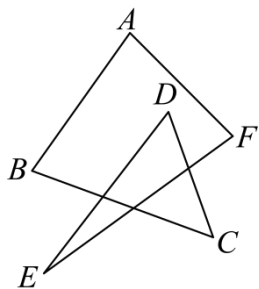
$\therefore 225^\circ - 2x = x - 15^\circ$,

解得: $x = 80^\circ$,

即 $\angle DAE = 80^\circ$,

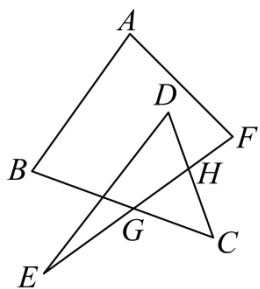
故答案为: 80° .

12. 如图, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F$ 的度数为 _____.



【答案】 360° / 360 度

【详解】解: 如图,



$$\because \angle CHG = \angle D + \angle E,$$

$$\therefore \angle C + \angle D + \angle E = \angle C + \angle CHG = \angle BGF,$$

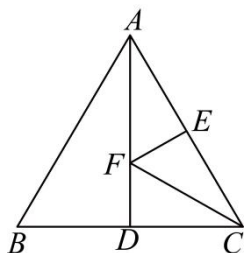
$\because$ 四边形 $ABGF$ 的内角和为 360° ,

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle BGF + \angle F = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 360^\circ.$$

故答案为: 360° .

13. 如图, ABC 是等边三角形, AD 平分 $\angle BAC$, 点 E 是 AC 边的中点, F 是线段 AD 上一点, 若, $AD = 6$, 则 $CF + EF$ 的最小值为_____.



【答案】 6

【详解】解: $\because ABC$ 是等边三角形, AD 平分 $\angle BAC$,

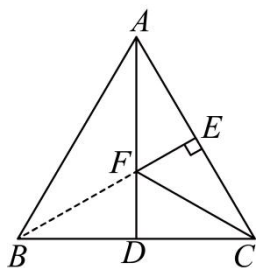
$$\therefore BD = CD, AD \perp BC, BC = AC,$$

$\therefore$ 点 B 和 C 关于直线 AD 对称,

连接 BE 交 AD 于点 F , 则此时 $CF + EF$ 的值最小, 最小为 BE 长, 即 $BE \perp AD$,

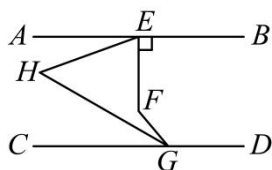
$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \times BE = \frac{1}{2} BC \times AD,$$

$$\therefore BE = AD = 6,$$



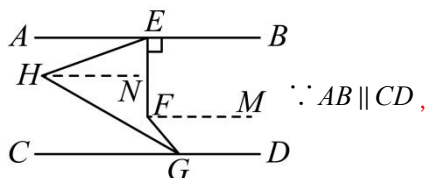
故答案为：6.

14. 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， $FE \perp AB$ 于点 E ，点 G 在直线 CD 上，且位于直线 EF 的右侧. 若 $\angle AEH = \angle FGH = 20^\circ$ ， $\angle H = 50^\circ$ ，则 $\angle EFG$ 的度数是_____.



【答案】 140°

【详解】解：过点 H 作 $HN \parallel AB$ ，过点 F 作 $FM \parallel AB$ ，



$\therefore HN \parallel AB \parallel CD$ ， $FM \parallel AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle AEH = \angle EHN = 20^\circ$ ，

$\therefore \angle EHG = 50^\circ$ ，

$\therefore \angle NHG = 30^\circ$ ，

$\therefore HN \parallel CD$ ，

$\therefore \angle CGH = \angle NHG = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle FGH = 20^\circ$ ，

$\therefore \angle CGF = 50^\circ$ ，

$\therefore FM \parallel CD$ ，

$\therefore \angle MFG = \angle CGF = 50^\circ$ ，

$\therefore FM \parallel AB$ ，

$\therefore \angle BEF + \angle MFE = 180^\circ$ ，

$\therefore FE \perp AB$ ，

$$\therefore \angle BEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MFE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EFG = \angle MFG + \angle MFE = 50^\circ + 90^\circ = 140^\circ.$$

15. 近日, 改编自茅盾文学奖同名小说的电视剧《主角》热播. 主人公忆秦娥儿时在剧团做烧丫头, 白日忙于杂务, 仍坚持刻苦训练, 常在凌晨、深夜抽空练戏.

假设她每天烧火与练戏的时长合计恰好为 8 小时, 已知:

① 练戏总时长至少是烧火时长的 $\frac{1}{3}$;

② 烧火时长不少于练戏时长的 2 倍.

设她每天练戏的总时长为 x 小时, 若练戏时长取整数, 则她每天最多能练戏 _____ 小时.

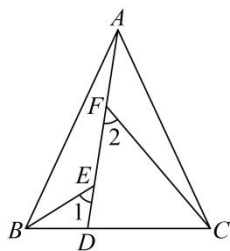
【答案】 2

【解析】 设练戏时长为 x 小时, 则烧火时长为 $(8-x)$ 小时, 根据题意列不等式组:

$$\begin{cases} x \geq \frac{1}{3}(8-x) \\ 8-x \geq 2x \end{cases}$$

解第一个不等式, 得 $x \geq 2$; 解第二个不等式, 得 $x \leq \frac{8}{3}$. 解集为 $2 \leq x \leq \frac{8}{3}$, 因为 x 为整数, 可得 $x = 2$.

16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $AB > BC$, 点 D 在边 BC 上, $CD = 2BD$, 点 E, F 在线段 AD 上, $\angle 1 = \angle 2 = \angle BAC$, 若 $\triangle BDE$ 的面积为 2, $\triangle ABC$ 的面积为 24, 则 $\triangle CFD$ 的面积为 _____.



【答案】 10

【详解】 解: $\because \angle 1 = \angle 2 = \angle BAC$, $\angle 1 = \angle ABE + \angle BAE$, $\angle BAC = \angle FAC + \angle BAE$, $\angle 2 = \angle ACF + \angle FAC$,

$$\therefore \angle BAE = \angle ACF, \angle ABE = \angle FAC,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CAF$ 中,

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle ACF \\ AB = AC \\ \angle ABE = \angle FAC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CAF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle CAF},$$

$$\therefore CD = 2BD,$$

$$\therefore S_{\triangle ACD} = 2S_{\triangle ABD},$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积为 } 24,$$

$$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{2}{3} S_{\triangle ABC} = \frac{2}{3} \times 24 = 16, \quad S_{\triangle ABD} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \times 24 = 8,$$

$$\therefore \triangle BDE \text{ 的面积为 } 2,$$

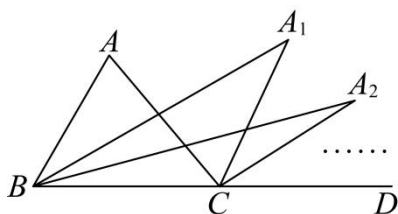
$$\therefore S_{\triangle CAF} = S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ABD} - S_{\triangle BDE} = 8 - 2 = 6,$$

$$\therefore S_{\triangle CFD} = S_{\triangle ACD} - S_{\triangle CAF} = 16 - 6 = 10.$$

故答案为：10.

17. 如图， $\angle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 的外角， $\angle ABC$ 的平分线与 $\angle ACD$ 的平分线交于点 A_1 ， $\angle A_1BC$ 的平分线与 $\angle A_1CD$ 的平分线交于点 A_2 ， $\angle A_2BC$ 的平分线与 $\angle A_2CD$ 的平分线交于点 A_3 ，...，设 $\angle A = \theta$ ，则

$$\angle A_{2025} = \underline{\hspace{2cm}}.$$



【答案】 $\frac{\theta}{2^{2025}}$

【详解】解： $\because \angle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 的外角， $\angle A_1CD$ 是 $\triangle A_1BC$ 的外角，

$$\therefore \angle ACD = \angle A + \angle ABC, \quad \angle A_1CD = \angle A_1 + \angle A_1BC,$$

$$\therefore \angle ABC \text{ 的平分线与 } \angle ACD \text{ 的平分线交于点 } A_1,$$

$$\therefore \angle A_1BC = \frac{1}{2} \angle ABC, \quad \angle A_1CD = \frac{1}{2} \angle ACD,$$

$$\therefore \angle A_1 = \frac{1}{2} \angle A,$$

$$\text{同理可得 } \angle A_2 = \frac{1}{2} \angle A_1 = \frac{1}{4} \angle A,$$

$$\therefore \angle A = \theta,$$

$$\therefore \angle A_2 = \frac{\theta}{4},$$

$$\text{同理: } \angle A_3 = \frac{1}{2} \angle A_2 = \frac{\theta}{8} = \frac{\theta}{2^3},$$

$$\angle A_4 = \frac{1}{2} \angle A_3 = \frac{\theta}{16} = \frac{\theta}{2^4}$$

.....

$$\therefore \angle A_n = \frac{\theta}{2^n},$$

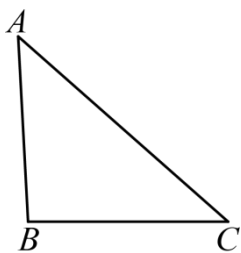
当 $n = 2025$ 时,

$$\angle A_{2025} = \frac{\theta}{2^{2025}}.$$

故答案为: $\frac{\theta}{2^{2025}}.$

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 45^\circ$, $\angle C = 42^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 旋转得 $\triangle DBE$, 点 A 、 C 的对应点分别是点 D 、 E , 线段 BE 交边 AC 于点 F , 连接 CE 、 AD , 如果 $\triangle CEF$ 是等腰三角形, 那么 $\angle ADE$ 的度数是

_____.



【答案】 29° 或 43°

【详解】解: $\because$ 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 旋转得 $\triangle DBE$, $\angle BAC = 45^\circ$,

$$\therefore \angle BDE = 45^\circ, AB = AD, CB = EB, \angle ABD = \angle DBE - \angle ABE = \angle ABC - \angle ABE = \angle EBC$$

$$\therefore \angle BDA = \angle BAD = \frac{180^\circ - \angle ABD}{2} = \frac{180^\circ - \angle CBE}{2} = \angle BEC = \angle BCE,$$

$\because \triangle CEF$ 是等腰三角形,

$$\therefore CE = CF \text{ 或 } CE = EF,$$

当 $CE = CF$ 时, 设 $\angle ECF = a$,

$$\because \angle ACB = 42^\circ,$$

$$\therefore \angle CFE = \angle BEC = \angle BCE = 42^\circ + a,$$

$$\therefore \angle CFE + \angle BEC + \angle ECF = 42^\circ + a + 42^\circ + a + a = 180^\circ,$$

$$\therefore a = 32^\circ,$$

$$\therefore \angle BDA = \angle BEC = 42^\circ + \alpha = 74^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle BDA - \angle BDE = 74^\circ - 45^\circ = 29^\circ,$$

当 $EC = EF$ 时, 设 $\angle ECF = \beta$, 则 $\angle EFC = \angle ECF = \beta$,

$$\therefore \angle ACB = 42^\circ,$$

$$\therefore \angle BEC = \angle BCE = 42^\circ + \beta$$

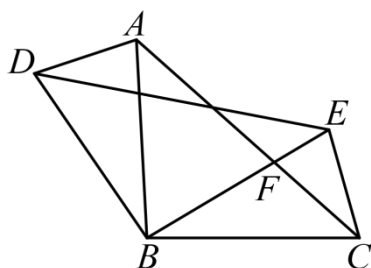
$$\therefore \angle BEC + \angle CFE + \angle ECF = 42^\circ + \beta + \beta + \beta = 180^\circ,$$

$$\therefore \beta = 46^\circ,$$

$$\therefore \angle BDA = \angle BEC = 42^\circ + \beta = 42^\circ + 46^\circ = 88^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle BDA - \angle BDE = 88^\circ - 45^\circ = 43^\circ$$

故答案为: 29° 或 43° .



三、解答题 (本大题共有 10 题, 满分 58 分) 解答下列各题必须写出必要的步骤

19. (本题 5 分) 解不等式, 并把解集在数轴上表示出来

$$\frac{x+2}{2} < 1 - \frac{2-3x}{5}$$

【答案】 $x > 4$, 见解析

【详解】 解: $\frac{x+2}{2} < 1 - \frac{2-3x}{5},$

$$5(x+2) < 10 - 2(2-3x),$$

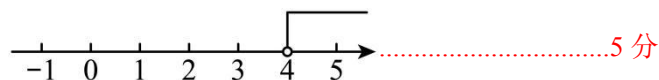
$$5x+10 < 10-4+6x,$$

$$5x-6x < -4,$$

$$-x < -4,$$

$$x > 4 \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

在数轴上表示为:



20. (本题 5 分) 下面的推导过程中竟然推出了 $0 > 2$ 的错误结果, 请你指出问题究竟出在哪里.

已知: $m > n$.

两边都乘 2, 得 $2m > 2n$.

两边都减去 $2m$, 得 $0 > 2n - 2m$, 即 $0 > 2(n - m)$.

两边都除以 $(n - m)$, 得 $0 > 2$.

【答案】见解析

【详解】解: $\because m > n$,

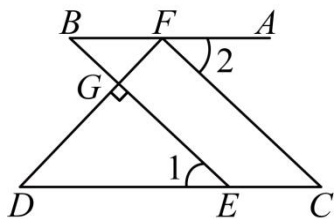
$\therefore n - m < 0$, 即 $n - m$ 是负数.

在不等式 $0 > 2(n - m)$ 两边同时除以 $n - m$ 时,

因为除以的是一个负数, 根据不等式的性质, 不等号的方向应该改变, 即 $0 < 2$, 而不是

$0 > 2$5 分

21. (本题 5 分) 如图, 已知 $\angle C = \angle 1$, $\angle 2$ 与 $\angle D$ 互余, $BE \perp DF$, 垂足为 G , 求证: $AB \parallel CD$



【答案】答案见解析

【详解】解: $\because \angle C = \angle 1$,

$\therefore BE \parallel FC$,

$\because BE \perp DF$,

$\therefore \angle DGE = 90^\circ$,

$\therefore \angle DFC = \angle DGE = 90^\circ$,2 分

$\because \angle BFD + \angle DFC + \angle 2 = 180^\circ$,

$\therefore \angle 2 + \angle BFD = 90^\circ$,

$\because \angle 2$ 与 $\angle D$ 互余,

$\therefore \angle D + \angle 2 = 90^\circ$,

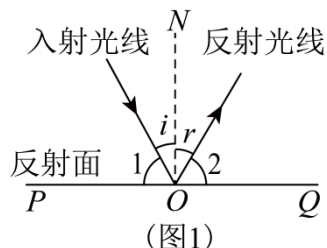
$\therefore \angle BFD = \angle D$,

$\therefore AB \parallel CD$5 分

22. (本题 5 分)

探究：为什么自行车尾灯没有电也会“亮”？

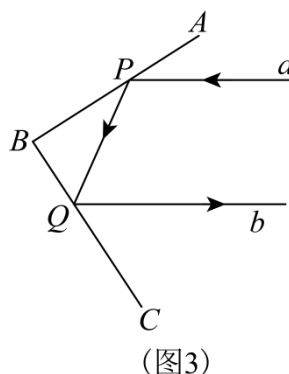
【素材 1】如图 1，光的反射现象中，把经过入射点 O 并垂直于反射面的直线 ON 叫做法线，入射光线与法线的夹角 i 叫做入射角，反射光线与法线的夹角 r 叫做反射角，且 $i = r$ ，这就是光的反射定律。



【素材 2】在生活中，光的反射现象被广泛地应用，例如自行车尾灯（如图 2），它不用安装电池，也不用插电源，白天它并不发光，但在夜间或路灯照明不足的路段，尾灯能发挥其独特的作用。当汽车车灯的灯光照射到自行车上时，它能巧妙地将光线“反射”回去，从而提醒汽车司机注意前方的自行车。

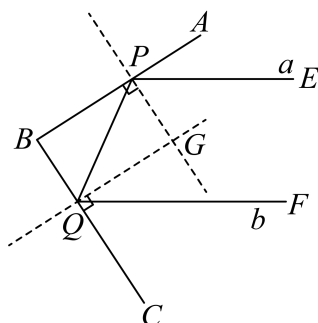


【原理】图 3 是自行车尾部反光镜工作原理的平面示意图， a 表示射入反光镜的光线， b 表示经平面镜两次反射后离开反光镜的光线。当光线从某个角度入射时，经过两面镜子反射后，会朝着与入射方向平行但相反的方向返回，这就是所谓的“哪来的就回哪去”效果。



【任务】如果 $a \parallel b$ ，那么平面镜 AB 与 BC 的夹角 $\angle ABC$ 的度数是多少？请把以下求解过程补充完整。

解：如图，过点 P 、 Q 分别作 AB 、 BC 的垂线，交点为 G ，



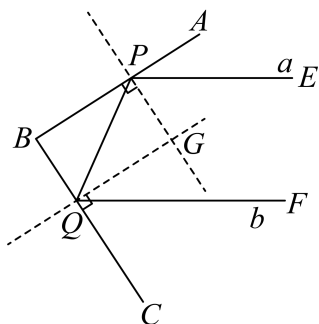
$\therefore$ 入射角等于反射角，

$$\therefore \angle EPG = \angle QPG = \frac{1}{2} \angle EPQ, \quad \angle PQG = \angle FQG = \frac{1}{2} \angle PQF,$$

$\because a \parallel b$,
 $\therefore$ _____ (_____),
 $\therefore \angle ___ + \angle ___ = 90^\circ$,
 $\because \angle QPG + \angle PQG + \angle PGQ = 180^\circ$ (_____),
 $\therefore \angle PGQ =$ _____ $^\circ$,
 $\because GP \perp AB, GQ \perp BC$,
 $\therefore \angle GPB = \angle GQC = 90^\circ$,
 $\because \angle GPB + \angle PGQ = 180^\circ$,
 $\therefore AB \parallel GQ$ (_____),
 $\therefore \angle ABC = \angle GQC = 90^\circ$ (_____.

【答案】 $\angle PQF + \angle EPQ = 180^\circ$; 两直线平行, 同旁内角互补; $\angle QPG$; $\angle PQG$; 三角形的三个内角的度数之和为 180° ; 90 ; 同旁内角互补, 两直线平行; 两直线平行, 同位角相等

【详解】解: 如图, 过点 P 、 Q 分别作 AB 、 BC 的垂线, 交点为 G ,

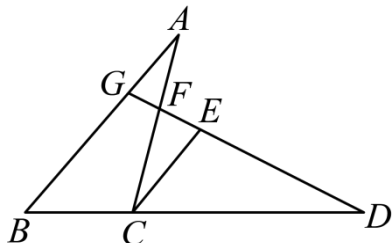


$\because$ 入射角等于反射角,
 $\therefore \angle EPG = \angle QPG = \frac{1}{2} \angle EPQ$, $\angle PQG = \angle FQG = \frac{1}{2} \angle PQF$,

$\because a \parallel b$,
 $\therefore \angle PQF + \angle EPQ = 180^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补),
 $\therefore \angle QPG + \angle PQG = 90^\circ$,
 $\because \angle QPG + \angle PQG + \angle PGQ = 180^\circ$ (三角形的三个内角的度数之和为 180°),
 $\therefore \angle PGQ = 90^\circ$,3 分
 $\because GP \perp AB, GQ \perp BC$,
 $\therefore \angle GPB = \angle GQC = 90^\circ$,
 $\because \angle GPB + \angle PGQ = 180^\circ$,
 $\therefore AB \parallel GQ$ (同旁内角互补, 两直线平行),

$\therefore \angle ABC = \angle GQC = 90^\circ$ (两直线平行, 同位角相等).5 分

23. (本题 5 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 延长线上一点, $CD=AB$, 过点 C 作 $CE \parallel AB$ 且 $CE=BC$, 连接 DE 并延长, 分别交 AC , AB 于点 F , G .



(1) 试说明: $\angle A = \angle D$;

(2) 若 $\angle B = 50^\circ$, $\angle D = 25^\circ$, 求 $\angle AFG$ 的度数.

【答案】(1) 见解析

(2) 80°

【详解】(1) 解: $\because D$ 是 BC 延长线上一点, $CE \parallel AB$,

$\therefore \angle DCE = \angle B$,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCE$ 中,

$$\begin{array}{l} \downarrow AB = DC \\ \downarrow \angle DCE = \angle B \\ \downarrow CE = BC \end{array}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCE (SAS)$,

$\therefore \angle A = \angle D$3 分

(2) 解: $\because \angle B = 50^\circ$, $\angle D = 25^\circ$,

$\therefore \angle A = \angle D = 25^\circ$, $\angle AGF = \angle B + \angle D = 75^\circ$,

$\therefore \angle AFG = 180^\circ - \angle A - \angle AGF = 80^\circ$,

$\therefore \angle AFG$ 的度数是 80°2 分

24. (本题 5 分) 一件商品的成本是 50 元.

(1) 如果售价是 58 元, 那么盈利率是多少?

(2) 如果按原价的八五折销售, 至少可获得 10% 的利润; 如果按原价的九折销售, 能获得不足 20% 的利润, 那么商品的原价 (正整数) 是多少元?

【答案】(1) 16%

(2) 65 或 66 元

【详解】(1) 解: $\frac{58-50}{50} \times 100\% = 16\%$,

答: 如果售价是 58 元, 那么盈利率是 16%.2 分

(2) 解: 设商品的原价 (正整数) 是 x 元, 根据题意得,

$$\begin{cases} \frac{0.85x-50}{50} \geq 10\% \\ \frac{0.9x-50}{50} < 20\% \end{cases},$$

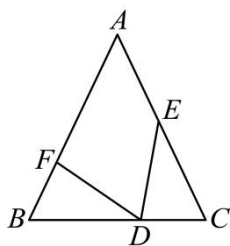
解得: $64\frac{12}{17} \leq x < 66\frac{2}{3}$,

$\because x$ 是正整数, 则 $x = 65$ 或 66 ,

答: 商品的原价 (正整数) 是 65 或 66 元.5 分

25. (本题 6 分) 如图, 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 、 F 分别在边 BC 、 AC 、 AB 上,

$FD = DE$, $BF = CD$, $\angle FDE = \angle B$. $\angle FDE = \angle B$.



(1) 求证: $AB = AC$;

(2) 连接 AD , 如果 AD 平分 $\angle FDE$, 求证: $AD \perp BC$.

【答案】(1) 见解析

(2) 见解析

【详解】(1) 证明: $\because \angle FDC = \angle FDE + \angle EDC$,

$\angle FDC = \angle B + \angle BFD$ (三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和),

且 $\angle FDE = \angle B$,

$\therefore \angle BFD = \angle EDC$.

在 $\triangle BDF$ 和 $\triangle CED$ 中,

$$\therefore \begin{cases} FD = DE, \\ \angle BFD = \angle CDE, \\ BF = CD, \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDF \cong \triangle CED$ (SAS).

$\therefore \angle B = \angle C$ (全等三角形的对应角相等).

$\therefore AB = AC$ (等角对等边).3 分

(2) 证明: $\because AD$ 平分 $\angle FDE$,

$$\therefore \angle ADF = \angle ADE.$$

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle ADE$ 中,

$$\therefore \begin{cases} DF = DE, \\ \angle ADF = \angle ADE, \\ AD = AD, \end{cases}$$

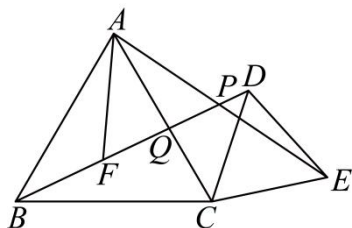
$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle ADE \text{ (SAS)}.$$

$$\therefore \angle DAF = \angle DAE \text{ (全等三角形的对应角相等)}.$$

$$\text{又} \because AB = AC,$$

$$\therefore AD \perp BC \text{ (等腰三角形三线合一)}. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

26. (本题 7 分) 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 是等边三角形, 连接 BD 、 AE 交于点 P , BD 、 AC 交于点 Q . 点 F 为线段 BD 上一点, 且 $FP = AP$.



求证:

$$(1) \triangle BCD \cong \triangle ACE;$$

$$(2) \triangle AFP \text{ 是等边三角形}.$$

【答案】(1)见解析

(2)见解析

【详解】(1) 证明: $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 是等边三角形,

$$\therefore AC = BC, CD = CE, \angle ACB = \angle DCE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB + \angle ACD = \angle DCE + \angle ACD, \text{ 即 } \angle ACE = \angle BCD,$$

$$\therefore \triangle ACE \cong \triangle BCD \text{ (SAS)}; \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 证明: $\because \triangle BCD \cong \triangle ACE$,

$$\therefore \angle CBD = \angle CAE,$$

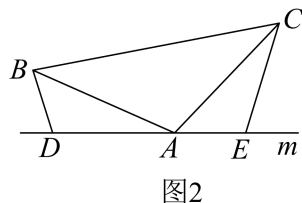
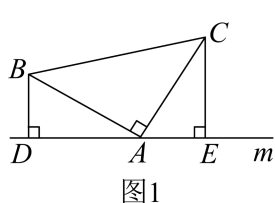
$$\because \angle CBQ + \angle CQB + \angle BCQ = 180^\circ, \angle AQP + \angle APQ + \angle PAQ = 180^\circ, \angle AQP = \angle CQB,$$

$$\therefore \angle APQ = \angle BCQ = 60^\circ,$$

又 $\because FP = AP$,

$\therefore \triangle AFP$ 是等边三角形.7分

27. (本题7分) 在直线 m 上依次取互不重合的三个点 D, A, E , 在直线 m 上方有 $AB = AC$, 且满足 $\angle BDA = \angle AEC = \angle BAC = \theta$.



(1)如图1, 当 $\theta = 90^\circ$ 时, 猜想线段 DE, BD, CE 之间的数量关系是?

(2)如图2, 当 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ 时, 问题(1)中结论是否仍然成立? 若成立, 请给出证明; 若不成立, 请说明理由.

【答案】(1) $DE = BD + CE$, 理由见解析

(2) (1) 中结论 $DE = BD + CE$ 仍然成立, 证明见解析

【详解】(1) 解: $DE = BD + CE$, 理由如下,

$$\because \angle BDA = \angle BAC = \angle AEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle EAC = \angle BAD + \angle DBA = 90^\circ,$$

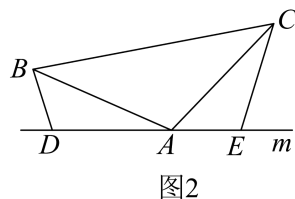
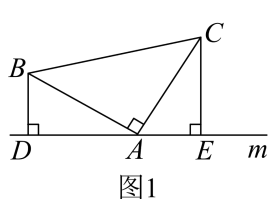
$$\therefore \angle DBA = \angle EAC,$$

$$\because AB = CA,$$

$$\therefore \triangle DBA \cong \triangle EAC (\text{AAS}),$$

$$\therefore AD = CE, BD = AE,$$

$$\therefore DE = AD + AE = BD + CE; \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$



(2) 解: (1) 中结论 $DE = BD + CE$ 仍然成立, 证明如下,

$$\because \angle BDA = \angle BAC = \angle AEC = \theta,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle EAC = \angle BAD + \angle DBA = 180^\circ - \theta,$$

$$\therefore \angle DBA = \angle EAC,$$

$$\because AB = CA,$$

$$\therefore \triangle DBA \cong \triangle EAC (AAS),$$

$$\therefore AD = CE, BD = AE,$$

$$\therefore DE = AD + AE = BD + CE. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

28. (本题 8 分) 定义: 若一个不等式组 A 有解且解集为 $a < x < b (a < b)$, 则称 $\frac{a+b}{2}$ 为 A 的解集中点值; 若 A 的解集中点值是不等式 (组) B 的解, 即中点值满足不等式 (组), 则称不等式 (组) B 包含不等式组 A 的解集中点值.

(1) 已知关于 x 的不等式组 $A: \begin{cases} 5-x > 0 \\ 3x-7 > 2 \end{cases}$ 以及不等式组 $B: 2 \leq x < 5$, 证明不等式组 B 包含不等式组 A 的解集中点值;

(2) 已知关于 x 的不等式组 $C: \begin{cases} x+3 > m \\ 3x < 9m+15 \end{cases}$ 以及不等式组 $D: m-4 \leq x < \frac{5m+13}{3}$, 若不等式组 D 包含不等式组 C 的解集中点值, 求 m 的取值范围;

(3) 已知关于 x 的不等式组 $E: \begin{cases} x < 2m \\ x > 2n \end{cases} (n < m)$ 和不等式组 $F: \begin{cases} x-n < 5 \\ 2x-m > 3n \end{cases}$ 若不等式组 F 包含不等式组 E 的解集中点值, 且所有符合要求的整数 m 之和为 9, 求 n 的取值范围.

【答案】(1) 见解析

(2) $-4 < m < 10$

(3) n 的取值范围为 $1 \leq n < 2$ 或 $-2 \leq n < -1$

【详解】(1) 解: 解不等式组 $A: \begin{cases} 5-x > 0 \\ 3x-7 > 2 \end{cases}$ 得 $3 < x < 5$,

$$\therefore A \text{ 的解集中点值为 } \frac{3+5}{2} = 4.$$

$$\because 2 \leq 4 < 5,$$

$$\therefore \text{不等式组 } B \text{ 包含不等式组 } A \text{ 的解集中点值.} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) 解不等式组 C , 得 $\begin{cases} x > m-3, \\ x < 3m+5, \end{cases}$

显然不等式组必须有解,

$$\text{故 } m-3 < 3m+5, \text{ 即 } m > -4,$$

$$\therefore \text{不等式组 } C \text{ 的解集中点值为 } \frac{(m-3)+(3m+5)}{2} = 2m+1.$$

由不等式组 D 知 $m-4 \leq x < \frac{5m+13}{3}$,

$$\therefore m-4 \leq 2m+1 < \frac{5m+13}{3},$$

$$\text{即} \begin{cases} m-4 \leq 2m+1, \\ 2m+1 < \frac{5m+13}{3}, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} m \geq -5, \\ m < 10, \end{cases} \text{即} -5 \leq m < 10.$$

又 $m > -4$,

$$\therefore -4 < m < 10. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(3) 由不等式组 E , 得 $2n < x < 2m$, 其解集中点值为 $m+n$

由不等式组 F , 得 $\frac{m+3n}{2} < x < 5+n$.

$$\therefore \frac{m+3n}{2} < m+n < 5+n,$$

$$\text{即} \begin{cases} \frac{m+3n}{2} < m+n, \\ m+n < 5+n, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} m > n, \\ m < 5. \end{cases}$$

$\therefore$ 存在两种情况

① m 取正整数值, 即 m 仅可取 $2, 3, 4$,

则显然 $2+3+4=9$, 此时 $1 \leq n < 2$;

② m 可取负整数, 则 m 仅可取 $-1, 0, 1, 2, 3, 4$,

此时 $-1+0+1+2+3+4=9$,

此时 $-2 \leq n < -1$.

综上所述, n 的取值范围为 $1 \leq n < 2$ 或 $-2 \leq n < -1$.

不等式组 F 包含不等式组 E 的解集中点值, 且所有符合要求的整数 m 之和为 9 , $\dots\dots\dots 8$