

期末重难点检测卷（培优卷）

（满分 100 分，考试时间 120 分钟，共 25 题）

注意事项：

1. 本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上；
2. 回答第 I 卷时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 写在本试卷上无效；
3. 回答第 II 卷时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效；
4. 测试范围：15 ~ 18 章（七年级下册全部内容）；
5. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

第 I 卷（选择题）

一、选择题（6 小题，每小题 2 分，共 12 分）

1. (25-26 七年级下·上海普陀·期中) 下列式子中是一元一次不等式的是 ()

- A. $3x+2>5$ B. $x^2-1<0$ C. $2x+y\leq 3$ D. $\frac{2}{x}+2\geq 4$

【答案】A

【分析】根据一元一次不等式的定义逐一判断选项，一元一次不等式需满足：只含一个未知数，未知数次数为 1，不等号两边都是整式.

【详解】解：∵A 选项 $3x+2>5$ 满足所有三个条件，是一元一次不等式；

B 选项 $x^2-1<0$ 中未知数次数为 2，不满足条件；

C 选项 $2x+y\leq 3$ 含有两个未知数，不满足条件；

D 选项 $\frac{2}{x}+2\geq 4$ 中 $\frac{2}{x}$ 是分式，不等号左边不是整式，不满足条件.

2. (25-26 七年级下·上海崇明·期中) 用反证法证明“如果 $|a|>a$ ，那么 $a<0$ ”是真命题时，应先假设 ()

- A. $|a|\leq a$ B. $|a|<a$ C. $a>0$ D. $a\geq 0$

【答案】D

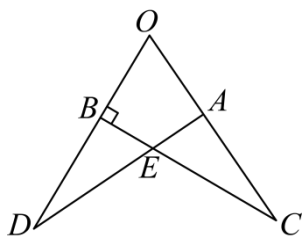
【分析】反证法证明命题时，需先假设原命题的结论不成立，求出原结论的否定即可得到答案.

【详解】解：∵用反证法证明命题时，应先假设原命题的结论不成立，即结论的反面成立.

原命题结论为 $a<0$ ， $a<0$ 的否定为 $a\geq 0$.

∴应先假设 $a\geq 0$.

3. (25-26 七年级下·上海·期中) 如图, 若 $\triangle OAD \cong \triangle OBC$, 且 $OC = 8$, $OB = 3$, $AE = 2$, $\angle OBC = 90^\circ$, 则 $\triangle AEC$ 的面积为 ()



- A. 8 B. 6 C. 5 D. 10

【答案】C

【分析】根据全等三角形的性质得到 $OB = OA = 3$, 进而得到 $AC = 5$, 根据三角形面积公式计算即可.

【详解】解: $\because \triangle OAD \cong \triangle OBC$,

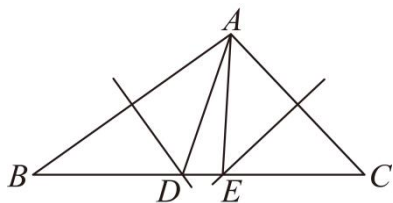
$$\therefore OB = OA = 3,$$

$$\therefore AC = OC - OA = 5,$$

$$\because AE = 2, \angle OBC = 90^\circ,$$

$$\therefore S_{\triangle AEC} = \frac{1}{2} \times AC \times AE = \frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5.$$

4. (25-26 八年级上·黑龙江鹤岗·期末) 如图, $\triangle ABC$ 中, $BC = 8$, AB 的垂直平分线交 BC 于 D , AC 的垂直平分线交 BC 于 E , 则 $\triangle ADE$ 的周长为 ()



- A. 8 B. 4 C. 12 D. 16

【答案】A

【分析】本题主要考查了线段垂直平分线的性质, 熟练掌握线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等是解题的关键. 利用线段垂直平分线的性质, 将 BC 的长度转化为 $\triangle ADE$ 的周长来求解.

【详解】解: $\because AB$ 的垂直平分线交 BC 于 D , AC 的垂直平分线交 BC 于 E ,

$$\therefore AD = BD, AE = EC$$

$$\therefore \triangle ADE \text{ 的周长为 } AE + AD + DE = EC + BD + DE = BC = 8.$$

5. (24-25 八年级上·浙江宁波·期中) “双减”政策实施之后, 某校为丰富学生的课外生活, 现决定增购篮球和排球共 30 个, 购买资金不超过 3600 元, 且购买篮球的数量不少于排球数量的一半, 若每个篮球 150 元, 每个排球 100 元. 求共有几种购买方案? 设购买篮球 x 个, 可列不等式组为 ()

$$\text{A. } \begin{cases} 150x + 100(30 - x) < 3600 \\ x > \frac{1}{2}(30 - x) \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} 150x + 100(30 - x) \leq 3600 \\ x > \frac{1}{2}(30 - x) \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} 150x + 100(30 - x) \leq 3600 \\ x \geq \frac{1}{2}(30 - x) \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} 150x + 100(30 - x) < 3600 \\ x \geq \frac{1}{2}(30 - x) \end{cases}$$

【答案】C

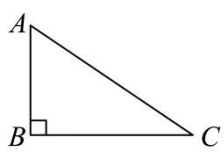
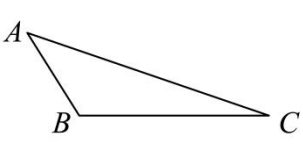
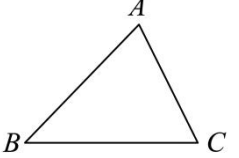
【分析】本题主要考查了一元一次不等式组的应用，设购买篮球 x 个，则购买排球 $(30 - x)$ 个，根据购买资金不超过 3600 元、购买篮球的数量不少于排球数量的一半，即可得出关于 x 的一元一次不等式组。

【详解】解：设购买篮球 x 个，则购买排球 $(30 - x)$ 个，

由题意得 $\begin{cases} 150x + 100(30 - x) \leq 3600 \\ x \geq \frac{1}{2}(30 - x) \end{cases}$ ，

故选：C.

6. (2026 · 山西晋城 · 二模) 利用尺规作图作 $\triangle A'B'C' \cong \triangle ABC$ ，已知甲、乙、丙三位同学所参照的 $\triangle ABC$ 分别为直角三角形、钝角三角形、锐角三角形，他们的作图步骤均相同。

同学	甲	乙	丙
参照三角形			
作图步骤	第一步：作 $A'B' = AB$ ；第二步：作 $\angle A'B'C' = \angle ABC$ ；第三步：作 $A'C' = AC$ 。		

下列说法正确的是 ()

- A. 甲同学所作 $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 不一定全等
- B. 乙同学所作 $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 不一定全等
- C. 丙同学所作 $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 不一定全等
- D. 甲、乙、丙三位同学所作 $\triangle A'B'C'$ 都与 $\triangle ABC$ 全等

【答案】C

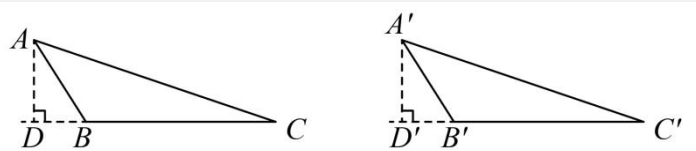
【分析】甲同学的直角三角形可以根据“HL”证明 $\triangle A'B'C' \cong \triangle ABC$ ；乙同学的钝角三角形要先延长 CB ，过点 A 作 $AD \perp CB$ 交 CB 的延长线于点 D ，延长 $C'B'$ ，过点 A' 作 $A'D' \perp C'B'$ 交 $C'B'$ 的延长线于点 D' ，证明 $\triangle ABD \cong \triangle A'B'D'$ (AAS)，再证明 $\text{Rt}\triangle ADC \cong \text{Rt}\triangle A'D'C'$ (HL)，然后即可证明 $\triangle A'B'C' \cong \triangle ABC$ ；丙同学的锐角

三角形，先过点 A 作 $AD \perp CB$ 交 CB 于点 D ，过点 A' 作 $A'D' \perp C'B'$ 交 $C'B'$ 于点 D' ，证明

$\triangle ABD \cong \triangle A'B'D'$ (AAS)，因缺少条件无法证明 $\triangle A'B'C' \cong \triangle ABC$ ，逐一判断即可。

【详解】选项 A，甲同学的直角三角形可以根据“HL”证明 $\triangle A'B'C' \cong \triangle ABC$ ，故选项 A 不符合题意；

选项 B，乙同学的钝角三角形，如图，延长 CB ，过点 A 作 $AD \perp CB$ 交 CB 的延长线于点 D ，延长 $C'B'$ ，过点 A' 作 $A'D' \perp C'B'$ 交 $C'B'$ 的延长线于点 D' ，



$\because AD \perp CB$ ， $A'D' \perp C'B'$ ，

$\therefore \angle ADB = \angle A'D'B' = 90^\circ$ ，

$\because \angle ABC = \angle A'B'C'$ ，

$\therefore \angle ABD = \angle A'B'D'$ ，

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle A'B'D'$ 中，

$$\begin{cases} \angle ADB = \angle A'D'B' \\ \angle ABD = \angle A'B'D' \\ AB = A'B' \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle A'B'D'$ (AAS)，

$\therefore AD = A'D'$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 和 $\text{Rt}\triangle A'D'C'$ 中，

$$\begin{cases} AC = A'C' \\ AD = A'D' \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ADC \cong \text{Rt}\triangle A'D'C'$ (HL)，

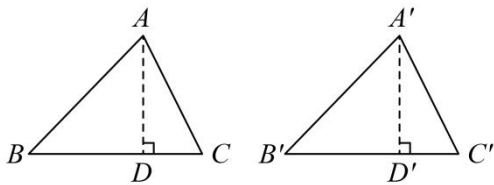
$\therefore \angle C = \angle C'$ ，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中，

$$\begin{cases} \angle ABC = \angle A'B'C' \\ \angle C = \angle C' \\ AB = A'B' \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ (AAS)，故选项 B 不符合题意；

选项 C，丙同学的锐角三角形，如图，过点 A 作 $AD \perp CB$ 交 CB 于点 D ，过点 A' 作 $A'D' \perp C'B'$ 交 $C'B'$ 于点 D' ，



$$\because AD \perp CB, \quad A'D' \perp C'B',$$

$$\therefore \angle ADB = \angle A'D'B' = 90^\circ,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle A'B'D'$ 中,

$$\begin{cases} \angle ADB = \angle A'D'B' \\ \angle ABC = \angle A'B'C', \\ AB = A'B' \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle A'B'D' (\text{AAS}),$$

$$\therefore AD = A'D',$$

$\therefore$ 缺少条件证明 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$, 故选项 C 符合题意;

选项 D, 综上各个选项, 选项 D 不符合题意.

第 II 卷 (非选择题)

二、填空题 (12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分)

7. (2026 · 河南平顶山 · 一模) 不等式组 $\begin{cases} 2(x+1) > x-1 \\ \frac{x+5}{2} > 3x \end{cases}$ 的解集为_____.

【答案】 $-3 < x < 1$

【分析】 分别求解每个一元一次不等式, 再取两个解集的公共部分, 即可得到不等式组的解集.

【详解】 解: $\begin{cases} 2(x+1) > x-1 \text{ ①} \\ \frac{x+5}{2} > 3x \text{ ②} \end{cases},$

解不等式 ① 得: $x > -3,$

解不等式 ② 得: $x < 1,$

$\therefore$ 不等式组的解集为: $-3 < x < 1.$

8. (25-26 七年级下 · 四川广安 · 期中) 对于命题“同角的余角相等”, 题设是_____, 结论是_____.

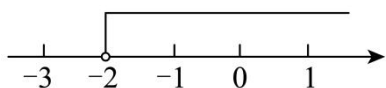
【答案】 两个角是同一个角的余角 这两个角相等

【详解】 解: 将命题“同角的余角相等”改写为“如果……那么……”的形式: 如果两个角是同一个角的余角, 那么这两个角相等,

“如果”之后的内容是题设，“那么”之后的内容是结论，

∴题设是两个角是同一个角的余角，结论是这两个角相等.

9. (25-26 七年级下·广东深圳·期中) 关于 x 的一元一次不等式的解集在数轴上表示为如图所示，这个不等式可以是_____.



【答案】 $x+2>0$ (答案不唯一)

【分析】 本题考查了在数轴上表示一元一次不等式的解集；解题的关键是根据数轴上的空心圆圈和箭头方向确定解集形式，再构造符合条件的一元一次不等式.

先根据数轴确定解集为 $x>-2$ ，再构造一个解为 $x>-2$ 的一元一次不等式即可.

【详解】 解：由数轴可知，该不等式的解集为 $x>-2$ ，

可构造一元一次不等式为 $x+2>0$ (答案不唯一).

故答案为： $x+2>0$ (答案不唯一).

10. (25-26 七年级下·辽宁铁岭·月考) 已知三角形的两边长分别为 2 和 7，第三边长为偶数，则三角形的周长为_____.

【答案】 15 或 17

【分析】 设三角形第三边长为 x ，根据三角形三边关系定理得到 x 的取值范围，再结合第三边长为偶数确定 x 的所有可能值，最后分别计算三角形周长即可.

【详解】 解：设三角形第三边长为 x ，

根据三角形三边关系定理得 $7-2<x<7+2$ ，

∴ $5<x<9$ ，

∵ 第三边长为偶数，

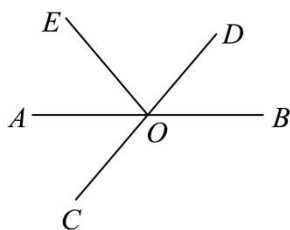
∴ $x=6$ 或 $x=8$ ，

当 $x=6$ 时，三角形周长为 $2+7+6=15$ ；

当 $x=8$ 时，三角形周长为 $2+7+8=17$ ，

综上所述，三角形的周长为 15 或 17.

11. (24-25 七年级下·四川绵阳·期中) 如图，已知直线 AB 、 CD 相交于点 O ， OA 平分 $\angle EOC$ ，且 $\angle EOC=100^\circ$ ，则 $\angle BOD$ 的度数是_____.



【答案】 50° / 50 度

【分析】 根据角平分线的定义求出 $\angle AOC$ 的度数，再根据对顶角相等即可求出 $\angle BOD$ 的度数.

【详解】 解： 因为 OA 平分 $\angle EOC$ ， $\angle EOC = 100^\circ$

所以 $\angle AOC = \frac{1}{2} \angle EOC = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$

因为直线 AB 、 CD 相交于点 O

所以 $\angle BOD = \angle AOC = 50^\circ$.

12. (2026 · 山西太原 · 模拟预测) 植树节来临之际，学校组织 320 名学生进行植树活动，计划种植杨树和松树两种树苗，已知种植 1 棵杨树需要 3 名学生，种植 1 棵松树需要 5 名学生. 若要种植的两种树苗总棵数不少于 100 棵，则种植杨树的学生至少_____人.

【答案】 270

【分析】 设种植杨树的学生人数为未知数，根据总学生数表示出种植松树的学生人数，再根据总棵数的限制条件列出一元一次不等式，解不等式得到种植杨树学生人数的最小值.

【详解】 解： 设种植杨树的学生有 x 人，则种植松树的学生有 $(320 - x)$ 人.

由题意可知，杨树总棵数为 $\frac{x}{3}$ ，松树总棵数为 $\frac{320 - x}{5}$ ，根据两种树苗总棵数不少于 100 棵，列一元一次不等式：

$$\frac{x}{3} + \frac{320 - x}{5} \geq 100$$

不等式两边同乘 15 去分母得：

$$5x + 3(320 - x) \geq 1500$$

去括号得：

$$5x + 960 - 3x \geq 1500$$

合并同类项得：

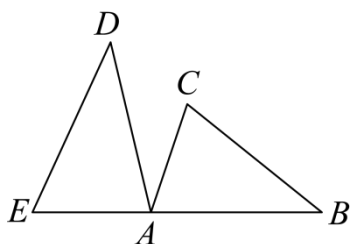
$$2x \geq 540$$

系数化为 1 得：

$$x \geq 270$$

故种植杨树的学生至少为 270 人.

13. (2026 · 四川成都 · 二模) 如图, 已知 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, 点 E, A, B 依次在同一条直线上, 若 $AC = 4$, $BE = 10$, 则 AD 的长为_____.



【答案】 6

【分析】 根据全等三角形的对应边相等, 得出 $AC = AE$, $AB = AD$, 然后根据已知线段的长度求出结果即可.

【详解】 解: $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$,

$$\therefore AC = AE, AB = AD,$$

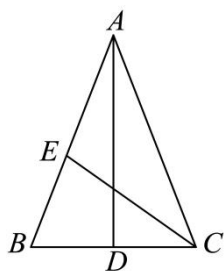
$$\because AC = 4,$$

$$\therefore AE = 4,$$

$$\because BE = 10,$$

$$\therefore AB = 10 - 4 = 6, \text{ 即 } AD = 6.$$

14. (2026 · 重庆 · 模拟预测) 如图, AD 、 CE 分别是 $\triangle ABC$ 的中线和角平分线. 若 $AB = AC$, $\angle CAD = 20^\circ$, 则 $\angle ACE$ 的度数是_____.



【答案】

35°/35 度

【分析】 利用等腰三角形三线合一的性质求出 $\angle BAC$, 再结合等腰三角形两底角相等求出 $\angle ACB$, 最后根据角平分线的定义算出 $\angle ACE$ 的度数.

【详解】 解: $\because AB = AC$, AD 是 $\triangle ABC$ 的中线,

$\therefore$ 根据等腰三角形三线合一, 可得 AD 平分 $\angle BAC$,

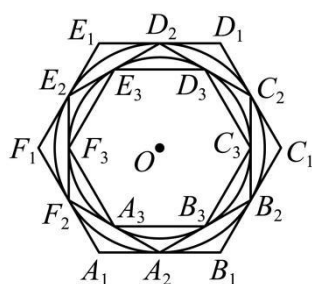
$$\therefore \angle BAC = 2\angle CAD = 2 \times 20^\circ = 40^\circ$$

$$\therefore \text{等腰} \triangle ABC \text{ 中, 底角 } \angle ACB = \frac{180^\circ - \angle BAC}{2} = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$$

$\therefore CE$ 是角平分线, 平分 $\angle ACB$,

$$\therefore \angle ACE = \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ.$$

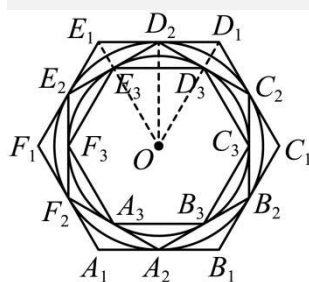
15. (2026 · 山东济宁 · 一模) 如图, 正六边形 $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 的边长为 2, 正六边形 $A_2B_2C_2D_2E_2F_2$ 的外接圆与正六边形 $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 的各边相切, 正六边形 $A_3B_3C_3D_3E_3F_3$ 的外接圆与正六边形 $A_2B_2C_2D_2E_2F_2$ 的各边相切……按这样的规律进行下去, $A_5B_5C_5D_5E_5F_5$ 的边长为_____.



【答案】 $\frac{9}{8}$

【分析】 连接 OE_1 , OD_1 , OD_2 , 根据正六边形的性质可得 $\angle E_1OD_1 = 60^\circ$, 则 $\triangle E_1OD_1$ 为等边三角形, 再根据切线的性质得 $OD_2 \perp E_1D_1$, 于是可得 $OD_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} E_1D_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2$, 利用正六边形的边长等于它的半径可得正六边形 $A_2B_2C_2D_2E_2F_2$ 的边长, 同理可得正六边形 $A_3B_3C_3D_3E_3F_3$ 的边长 $= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times 2$, 依此规律计算即可;

【详解】 解: 如图, 连接 OE_1 , OD_1 , OD_2 ,



$$\therefore \angle E_1OD_1 = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle E_1OD_1$ 为等边三角形,

$\therefore$ 正六边形 $A_2B_2C_2D_2E_2F_2$ 的外接圆与正六边形 $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 的各边相切,

$$\therefore OD_2 \perp E_1D_1,$$

$$\therefore OD_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} E_1 D_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2,$$

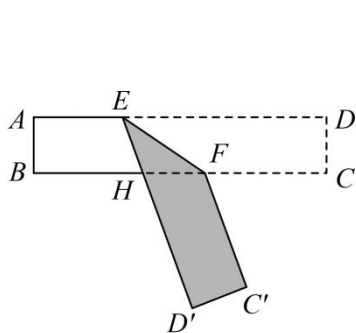
$$\therefore \text{正六边形 } A_2 B_2 C_2 D_2 E_2 F_2 \text{ 边长为 } \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2,$$

$$\text{同理可得: 正六边形 } A_3 B_3 C_3 D_3 E_3 F_3 \text{ 的边长为 } \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times 2,$$

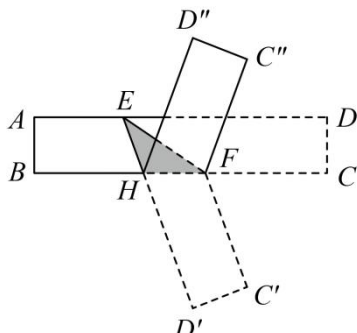
$$\therefore \text{正六边形 } A_n B_n C_n D_n E_n F_n \text{ 的边长为 } \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{n-1} \times 2,$$

$$\therefore \text{正六边形 } A_5 B_5 C_5 D_5 E_5 F_5 \text{ 的边长} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{5-1} \times 2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^4 \times 2 = \frac{9}{16} \times 2 = \frac{9}{8}.$$

16. (25-26 七年级下 · 辽宁阜新 · 期中) 如图①, 将一条两边互相平行的长方形纸带沿 EF 所在直线折叠, $\angle AED' = 110^\circ$, 将图①纸带继续沿 BF 所在直线折叠成图②, 则 $\angle EFC'' =$ _____.



图①



图②

【答案】

75°

【分析】 根据平行的性质, 折叠的性质得到 $\angle BHE = \angle D'HF = 70^\circ$,

$\angle DEF = \angle D'EF = \frac{1}{2} \angle DED' = 35^\circ$, $FC' \parallel D'E$, 由 $\angle EFC'' = \angle HFC'' - \angle EFB = 110^\circ - 35^\circ = 75^\circ$, 即可求解.

【详解】 解: 根据题意, $AD \parallel BC$, $\angle AED' = 110^\circ$,

$$\therefore \angle BHE = 180^\circ - \angle AED' = 70^\circ = \angle DED',$$

$$\therefore \angle BHE = \angle D'HF = 70^\circ,$$

$\therefore$ 折叠,

$$\therefore \angle DEF = \angle D'EF = \frac{1}{2} \angle DED' = 35^\circ, FC' \parallel D'E,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle EFB = 35^\circ, \angle C'FH = 180^\circ - \angle D'HF = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle HFC'' = \angle HFC' = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle EFC'' = \angle HFC'' - \angle EFB = 110^\circ - 35^\circ = 75^\circ,$$

故答案为：75° .

17. (24-25 七年级下·上海浦东新·期中) 某校七年级数学兴趣小组对“三角形内角或外角平分线的夹角与第三个内角的量关系”进行了探究:

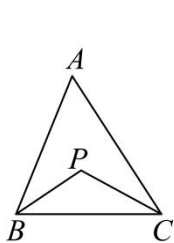


图1

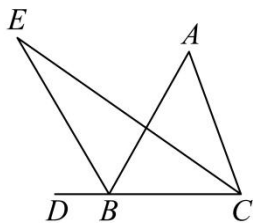


图2

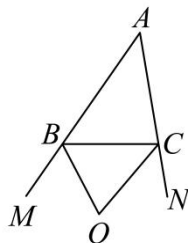


图3

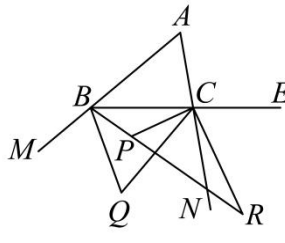


图4

- (1) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的平分线交于点 P , $\angle A = 64^\circ$, 则 $\angle BPC =$ _____;
- (2) 如图 2. $\triangle ABC$ 的内角 $\angle ACB$ 的平分线与 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ABD$ 的平分线交于点 E , 其中 $\angle A = a$, 求 $\angle BEC =$ _____ (用 a 表示):
- (3) 如图 3, $\angle CBM$ 、 $\angle BCN$ 为 $\triangle ABC$ 的外角, $\angle CBM$ 、 $\angle BCN$ 的平分线交于点 Q , 其中 $\angle A = a$. 求 $\angle BQC =$ _____ (用 a 表示):
- (4) 如图 4, $\triangle ABC$ 外角 $\angle CBM$ 、 $\angle BCN$ 的平分线交于点 Q , $\angle A = 64^\circ$, $\angle CBQ$ 、 $\angle BCQ$ 的平分线交于点 P , 则 $\angle BPC =$ _____°; 延长 BC 至点 E , $\angle ECQ$ 的平分线与 BP 的延长线相交于点 R , 则 $\angle R =$ _____°.

【答案】 122° $\frac{1}{2}a$ $90^\circ - \frac{1}{2}a$ 119 29

【分析】 (1) 由三角形的内角和定理可得, $\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 116^\circ$, 结合角平分线的性质可得 $\angle PBC + \angle PCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = 58^\circ$, 因此 $\angle BPC = 180^\circ - \angle PBC - \angle PCB = 122^\circ$;

(2) 由三角形外角的性质可得, $\angle ABD = \angle A + \angle ACB$, $\angle EBD = \angle BEC + \angle BCE$, 结合角平分线的性质可得, $\angle EBD = \frac{1}{2}\angle ABD$, $\angle BCE = \frac{1}{2}\angle ACB$, 因此 $\angle BEC = \frac{1}{2}\angle A$;

(3) 由三角形的内角和定理可得, $\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - a$, 结合平角的定义可得, $\angle MBC + \angle NCB = 360^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) = 180^\circ + a$, 由角平分线的性质可得, $\angle QBC + \angle QCB = 90^\circ + \frac{1}{2}a$, 因此 $\angle BQC = 180^\circ - \angle QBC - \angle QCB = 90^\circ - \frac{1}{2}a$;

(4) 根据前三问的结论, 代入数值计算即可.

【详解】 解: (1) $\because \angle A = 64^\circ$,
 $\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 116^\circ$,
 $\because BP$ 平分 $\angle ABC$, CP 平分 $\angle ACB$,

$$\therefore \angle PBC = \frac{1}{2} \angle ABC, \quad \angle PCB = \frac{1}{2} \angle ACB,$$

$$\therefore \angle PBC + \angle PCB = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB) = 58^\circ,$$

$$\therefore \angle BPC = 180^\circ - \angle PBC - \angle PCB = 122^\circ;$$

(2) $\because \angle ABD$ 是 ABC 的外角,

$$\therefore \angle ABD = \angle A + \angle ACB,$$

$\because BE$ 平分 $\angle ABD$,

$$\therefore \angle EBD = \frac{1}{2} \angle ABD = \frac{1}{2} \angle A + \frac{1}{2} \angle ACB,$$

$\because CE$ 平分 $\angle ACB$,

$$\therefore \angle BCE = \frac{1}{2} \angle ACB,$$

$$\therefore \angle EBD = \frac{1}{2} \angle A + \angle BCE,$$

$\therefore \angle EBD$ 是 $\triangle BCE$ 的外角,

$$\therefore \angle EBD = \angle BEC + \angle BCE,$$

$$\therefore \angle BEC = \frac{1}{2} \angle A = \frac{1}{2} \alpha;$$

(3) $\because \angle A = \alpha$,

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - \alpha,$$

$$\therefore \angle MBC + \angle NCB = 360^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) = 180^\circ + \alpha,$$

$\because BQ$ 平分 $\angle MBC$, CQ 平分 $\angle NCB$,

$$\therefore \angle QBC + \angle QCB = \frac{1}{2} (\angle MBC + \angle NCB) = 90^\circ + \frac{1}{2} \alpha,$$

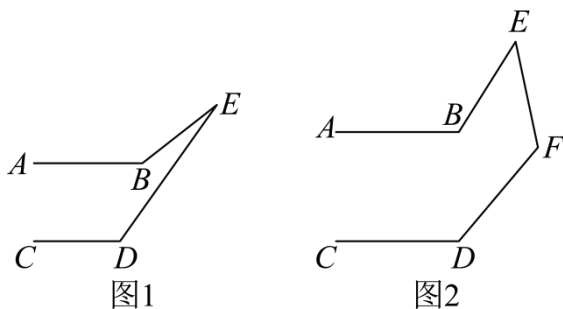
$$\therefore \angle BQC = 180^\circ - \angle QBC - \angle QCB = 90^\circ - \frac{1}{2} \alpha;$$

(4) 同理 (3) 可得, $\angle BQC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A = 58^\circ$,

同理 (1) 可得, $\angle BPC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle BQC = 119^\circ$,

同理 (2) 可得, $\angle R = \frac{1}{2} \angle BQC = 29^\circ$.

18. (25-26 七年级下 · 安徽芜湖 · 期中) 如图 1, $AB \parallel CD$, E 是直线 AB 上方一点.



(1) 写出 $\angle ABE$, $\angle BED$, $\angle CDE$ 之间的数量关系: _____.

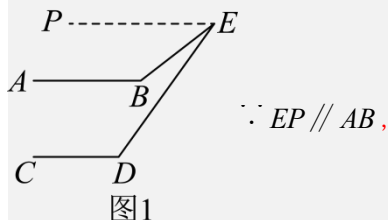
(2) 如图 2, F 为直线 AB , CD 之间一点, $\angle BEF = 40^\circ$, $\angle CDF = 130^\circ$, 写出 $\angle ABE$, $\angle DFE$ 之间的数量关系: _____.

【答案】 $\angle ABE = \angle BED + \angle CDE$ $\angle DFE - \angle ABE = 10^\circ$

【分析】 (1) 如图 1, 过点 E 作 $EP \parallel AB$, 证明 $EP \parallel CD$, 得到 $\angle DEP = 180^\circ - \angle CDE$, 根据角的和差计算即可;

(2) 如图 2, 过点 E 作 $EM \parallel AB$, 过点 F 作 $FN \parallel AB$, 证明 $FN \parallel CD$, 证明 $\angle MEF = \angle BEM + \angle BEF = 180^\circ - \angle ABE + 40^\circ = 220^\circ - \angle ABE$. 证明 $EM \parallel FN$, 可得 $\angle MEF + \angle EFN = 180^\circ$, 进而可知 $\angle DFE - \angle ABE = 10^\circ$.

【详解】 解: (1) 如图 1, 过点 E 作 $EP \parallel AB$,



$\therefore \angle BEP = 180^\circ - \angle ABE$.

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore EP \parallel CD$,

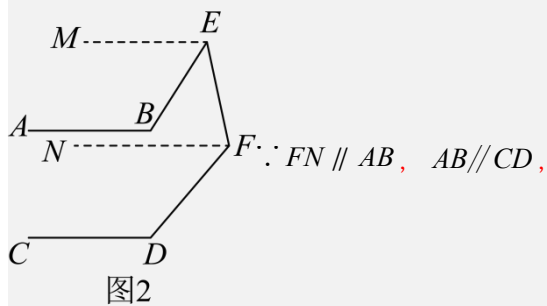
$\therefore \angle DEP = 180^\circ - \angle CDE$,

$\therefore \angle BED = \angle DEP - \angle BEP$,

$\therefore \angle BED = 180^\circ - \angle CDE - (180^\circ - \angle ABE) = \angle ABE - \angle CDE$,

$\therefore \angle ABE = \angle BED + \angle CDE$.

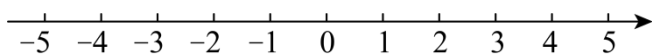
(2) 如图 2, 过点 E 作 $EM \parallel AB$, 过点 F 作 $FN \parallel AB$,



$\therefore FN \parallel CD$,
 $\therefore \angle DFN = 180^\circ - \angle CDF = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$,
 $\therefore \angle EFN = \angle DFE - \angle DFN = \angle DFE - 50^\circ$,
 $\because EM \parallel AB$,
 $\therefore \angle BEM = 180^\circ - \angle ABE$,
 $\therefore \angle MEF = \angle BEM + \angle BEF = 180^\circ - \angle ABE + 40^\circ = 220^\circ - \angle ABE$.
 $\because EM \parallel AB, FN \parallel AB$,
 $\therefore EM \parallel FN$,
 $\therefore \angle MEF + \angle EFN = 180^\circ$,
 $\therefore 220^\circ - \angle ABE + \angle DFE - 50^\circ = 180^\circ$,
 $\therefore \angle DFE - \angle ABE = 10^\circ$.

三、解答题 (7 小题, 共 64 分)

19. (25-26 七年级下 · 安徽合肥 · 期中) 解不等式组 $\begin{cases} 1+2x < 3 \\ \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \leq x \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.



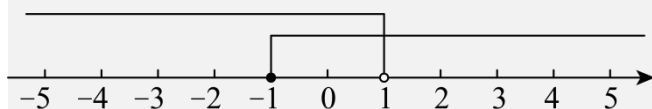
【答案】 $-1 \leq x < 1$, 数轴见详解

【详解】解: $\begin{cases} 1+2x < 3 \text{ ①} \\ \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \leq x \text{ ②} \end{cases}$,

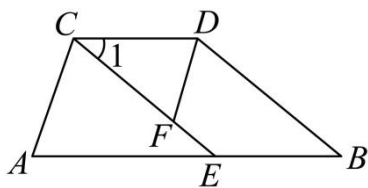
解①, 得 $x < 1$.

解②, 得 $x \geq -1$.

则 $-1 \leq x < 1$, 数轴如下图所示:



20. (25-26 七年级下·安徽芜湖·期中) 如图, $BD \parallel CE$, $\angle B = \angle 1$, 求证: $AB \parallel CD$.



【答案】 证明见解析.

【分析】 根据平行线的性质得出 $\angle B = \angle AEC$, 根据 $\angle B = \angle 1$ 得出 $\angle 1 = \angle AEC$, 即可得出 $AB \parallel CD$.

【详解】 证明: $\because BD \parallel CE$,

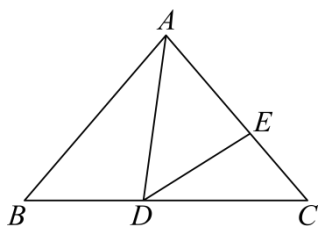
$$\therefore \angle B = \angle AEC,$$

$$\because \angle B = \angle 1,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle AEC,$$

$$\therefore AB \parallel CD.$$

21. (24-25 八年级上·广东江门·月考) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = \angle B$, 点 D 在边 BC 上 (点 D 不与点 B 、点 C 重合), 作 $\angle ADE = \angle B$, DE 交边 AC 于点 E .



(1) 求证: $\angle BAD = \angle CDE$;

(2) 若 $DC = AB$, 求证: $\triangle ABD \cong \triangle DCE$.

【答案】 (1) 见解析

(2) 见解析

【分析】 (1) 根据三角形的外角的性质和角的和差关系即可证明结论;

(2) 利用 ASA 即可证明 $\triangle ABD \cong \triangle DCE$.

【详解】 (1) 证明: $\because \angle ADC = \angle ADE + \angle CDE = \angle B + \angle BAD$, 且 $\angle ADE = \angle B$,

$$\therefore \angle BAD = \angle CDE;$$

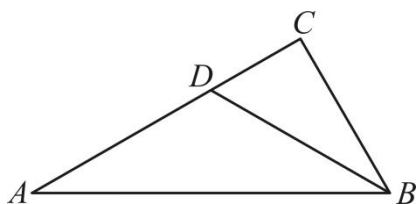
(2) 证明: 由 (1) 得 $\angle BAD = \angle CDE$,

$$\text{又} \because \angle C = \angle B, \quad DC = AB,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle DCE (\text{ASA}).$$

22. (25-26 七年级下·福建宁德·期中) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$, 交 AC 于

点 D .



(1)若 $\angle ABC = 60^\circ$ ，求 $\angle ADB$ 的度数；

(2)尺规作图：在 $\triangle ADB$ 中，作 AB 边上的高 DE 。（保留作图痕迹，不写作法）

【答案】 (1) 120°

(2)见解析

【分析】 (1) 根据角平分线的定义求出 $\angle CBD$ 的度数，再由三角形内角和定理求出 $\angle CDB$ 的度数，最后由平角的定义可得答案；

(2) 根据垂线的尺规作图方法作图即可.

【详解】 (1) 解： $\because BD$ 平分 $\angle ABC$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，

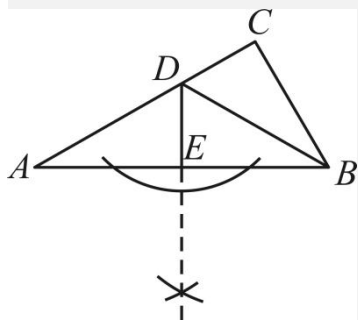
$$\therefore \angle CBD = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ,$$

$$\because \angle DCB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDB = 180^\circ - \angle C - \angle CBD = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = 180^\circ - \angle CDB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ;$$

(2) 解： 如图所示， DE 即为所求.



23. (25-26 七年级下·广西北海·期中) 某公司有 A ， B 型号两种客车出租，它们的载客量和租金如表：

客车	A 型号	B 型号
载客量 (人/辆)	45	30
租金 (元/辆)	900	750

已知某中学计划租用 A ， B 型号客车共 10 辆，同时送八年级师生到柳州参加社会实践活动，已知该中学租车的总费用不超过 8600 元.

(1)最多能租用多少辆 A 型号客车?

(2)若八年级的师生共有 380 人, 请写出所有可能的租车方案

【答案】(1)

最多能租用 7 辆 A 型号客车

(2)

共有两种可能的租车方案: 方案一、租用 A 型号客车 6 辆, B 型号客车 4 辆; 方案二、租用 A 型号客车 7 辆, B 型号客车 3 辆

【分析】(1) 设租用 A 型号客车 x 辆, 则租用 B 型号客车 $(10-x)$ 辆, 根据该中学租车的总费用不超过 8600 元建立不等式求解即可;

(2) 根据八年级的师生共有 380 人可知所有客车的载客量之和要不低于 380, 据此建立不等式求解即可.

【详解】(1) 解: 设租用 A 型号客车 x 辆, 则租用 B 型号客车 $(10-x)$ 辆,

依题意, 得 $900x + 750(10-x) \leq 8600$,

$$\text{解得 } x \leq \frac{22}{3} = 7\frac{1}{3},$$

$\therefore x$ 为非负整数,

$\therefore x$ 的最大值为 7,

答: 最多能租用 7 辆 A 型号客车;

(2) 解: 依题意, 得 $45x + 30(10-x) \geq 380$,

$$\text{解得 } x \geq \frac{16}{3},$$

又 $\therefore x$ 为整数, 且 $x \leq \frac{22}{3}$,

$\therefore x = 6$ 或 $x = 7$,

当 $x = 6$ 时, $10-x = 4$, 即租用 A 型号客车 6 辆, B 型号客车 4 辆;

当 $x = 7$ 时, $10-x = 3$, 即租用 A 型号客车 7 辆, B 型号客车 3 辆;

答: 共有两种可能的租车方案: 方案一、租用 A 型号客车 6 辆, B 型号客车 4 辆; 方案二、租用 A 型号客车 7 辆, B 型号客车 3 辆.

24. (25-26 七年级下 · 四川成都 · 期中) 学习完《利用三角形全等测距离》后, 七年级数学兴趣小组同学就“测量河两岸 A 、 B 两点间距离”这一问题, 设计了如下方案.

课题	测量河两岸 A 、 B 两点间距离
----	-----------------------

测量工具	测量角度的仪器，皮尺等
测量方案示意图	
测量步骤	①在点 B 所在河岸同侧的平地上取点 C 和点 D，使得点 A、B、C 在一条直线上，且 $CD = BC$； ②测得 $\angle DCB = 100^\circ$，$\angle ADC = 60^\circ$； ③在 CD 的延长线上取点 E，使得 $\angle BEC = 20^\circ$； ④测得 DE 的长度为 39 米.

(1)猜想 A 、 B 两点间的距离 AB 为_____米.

(2)请你利用数学方法说明此方案正确的理由

【答案】 (1)39

(2)见解析

【分析】 证明 $\triangle DCA \cong \triangle BCE$ (AAS)，推出 $AC = EC$ ，即可得到结论.

【详解】 (1) 解：猜想 A 、 B 两点间的距离 AB 为 39 米；

(2) 解：理由如下：

$$\because \angle DCB = 100^\circ, \angle ADC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = 180^\circ - \angle DCB - \angle ADC = 20^\circ,$$

$$\because \angle BEC = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle BEC,$$

在 $\triangle DCA$ 和 $\triangle BCE$ 中，

$$\begin{cases} \angle DAC = \angle BEC \\ \angle ACD = \angle ECB, \\ CD = BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DCA \cong \triangle BCE (\text{AAS}),$$

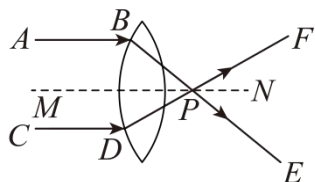
$$\therefore AC = EC,$$

$$\text{又} \because BC = CD,$$

$\therefore AC - BC = CE - CD$ ，即 $AB = DE$ ，

$\therefore$ 测得 DE 的长就是 A 、 B 两点间的距离，即 39 米。

25. (25-26 七年级下 · 河南洛阳 · 期中) 科学社团课上，同学们用激光笔做光的折射实验。如图，一束平行于主光轴 MN 的光线 AB 和 CD 经过凸透镜的折射后，折射光线 BE 、 DF 交于主光轴 MN 上一点 P ，小组围绕光线形成的角度展开探究。

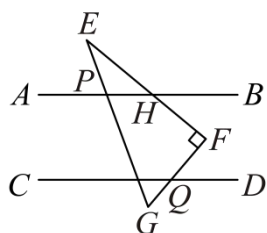


(1) 操作发现

小兰通过测量发现 $\angle ABP = 140^\circ$ ， $\angle CDP = 150^\circ$ ，由此他得出 $\angle BPD =$ _____；从而小组经过探究得出 $\angle ABP$ 、 $\angle BPD$ 和 $\angle CDP$ 三个角之间满足的数量关系是 _____。

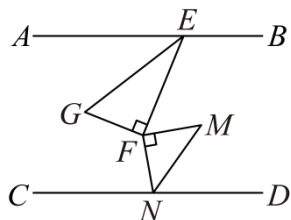
(2) 类比探究

小组成员把凸透镜换成我们熟悉的三角板，如图， $\angle F = 90^\circ$ ，直角边 EF 交 AB 于点 H ， FG 交 CD 于点 Q ，试探究 $\angle EHA$ 和 $\angle CQG$ 之间的数量关系，并说明理由。



(3) 拓展应用

如图，小组成员将一副三角板按照下图的方式摆放，使点 E 在直线 AB 上，点 N 在直线 CD 上，请直接写出 $\angle AEG$ 、 $\angle EFM$ 和 $\angle MND$ 这三个角之间的关系。



【答案】 (1) 70° ， $\angle ABP + \angle BPD + \angle PDC = 360^\circ$

(2) $\angle EHA + \angle CQG = 90^\circ$ ，理由见解析

(3) $\angle EFM + \angle MND - \angle AEG = 75^\circ$

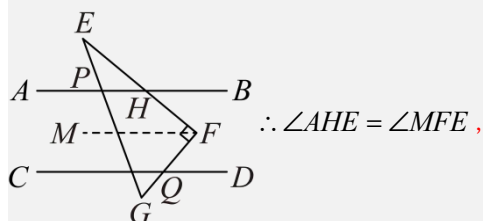
【分析】 (1) 根据两直线平行，同旁内角互补进行求解即可；

(2) 过点 F 作 $FM \parallel AB$, 得到 $\angle AHE = \angle MFE$, 推导出 $FM \parallel CD$, 得到 $\angle CQG = \angle MFQ$, 则 $\angle AHE + \angle CQG = \angle MFE + \angle MFQ = \angle EFQ = 90^\circ$, 即可解答;

(3) 过点 F 作 $FK \parallel AB$, 得到 $\angle MFK = \angle AEG + 30^\circ - \angle EFM$, 推导出 $\angle KFN = 90^\circ - \angle MFK = 60^\circ + \angle EFM - \angle AEG$, 继而证明 $FK \parallel CD$, 得到 $\angle KFN + \angle FND = 180^\circ$, 则 $60^\circ + \angle EFM - \angle AEG + 45^\circ + \angle MND = 180^\circ$, 化简即可解答.

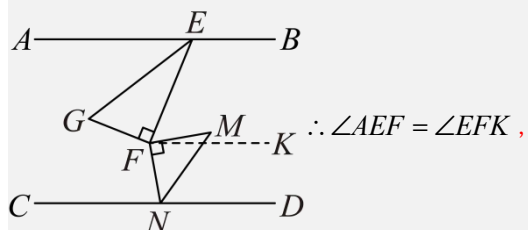
【详解】(1) 解: $\because AB \parallel MN, CD \parallel MN$,
 $\therefore \angle BPM = 180^\circ - \angle ABP = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$,
 $\angle DPM = 180^\circ - \angle CDP = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$,
 $\therefore \angle BPD = \angle BPM + \angle DPM = 70^\circ$,
 $\because AB \parallel MN, CD \parallel MN$,
 $\therefore \angle BPM + \angle ABP = 180^\circ, \angle DPM + \angle CDP = 180^\circ, AB \parallel CD$,
 $\therefore \angle BPM + \angle ABP + \angle DPM + \angle CDP = 360^\circ$,
 即 $\angle ABP + \angle BPD + \angle CDP = 360^\circ$;

(2) 解: 过点 F 作 $FM \parallel AB$, 如图



$\because FM \parallel AB, AB \parallel CD$,
 $\therefore FM \parallel CD$,
 $\therefore \angle CQG = \angle MFQ$,
 $\therefore \angle AHE + \angle CQG = \angle MFE + \angle MFQ = \angle EFQ = 90^\circ$,
 即 $\angle EHA + \angle CQG = 90^\circ$;

(3) 解: 过点 F 作 $FK \parallel AB$, 如图



即 $\angle AEG + 30^\circ = \angle EFM + \angle MFK$,
 $\therefore \angle MFK = \angle AEG + 30^\circ - \angle EFM$,

$$\therefore \angle KFN = 90^\circ - \angle MFK$$

$$= 90^\circ - (\angle AEG + 30^\circ - \angle EFM)$$

$$= 60^\circ + \angle EFM - \angle AEG,$$

$$\because FK \parallel AB, AB \parallel CD,$$

$$\therefore FK \parallel CD$$

$$\therefore \angle KFN + \angle FND = 180^\circ,$$

$$\therefore 60^\circ + \angle EFM - \angle AEG + 45^\circ + \angle MND = 180^\circ$$

$$\text{即 } \angle EFM + \angle MND - \angle AEG = 75^\circ.$$