

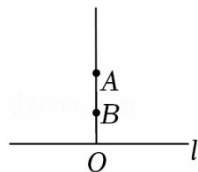
上海市青浦区东方中学 2025-2026 学年下学期七年级期中数学试卷

一、选择题（本大题共有 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

1. (3 分) 已知 $a < b$ ，下列不等式中正确的是 ()

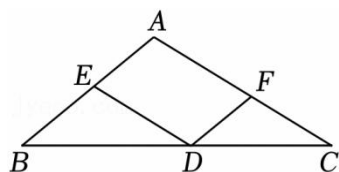
- A. $a+1 > b+1$ B. $a-1 > b-1$ C. $2a > 2b$ D. $-2a > -2b$

2. (3 分) 如图，在同一平面上，如果直线 OA 垂直于直线 l ，直线 OB 垂直于直线 l ，垂足为点 O ，那么直线 OA 与直线 OB 重合的理由是 ()



- A. 垂线段相等
B. 两点确定一条直线
C. 在同一平面上，已知直线的垂线只有一条
D. 在同一平面上，经过一点有且只有一条直线垂直于已知直线

3. (3 分) 如图，在下列条件中，不能说明 $AB \parallel DF$ 的是 ()

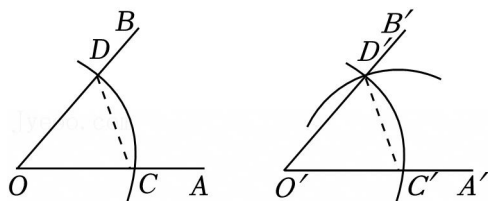


- A. $\angle A = \angle CFD$ B. $\angle BED = \angle EDF$
C. $\angle BED = \angle A$ D. $\angle A + \angle AFD = 180^\circ$

4. (3 分) 用下列长度的三根木条首尾顺次联结，不能做成三角形框架的是 ()

- A. 3cm , 4cm , 5cm B. 1cm , 3cm , 4cm
C. 6cm , 8cm , 10cm D. 3cm , 3cm , 3cm

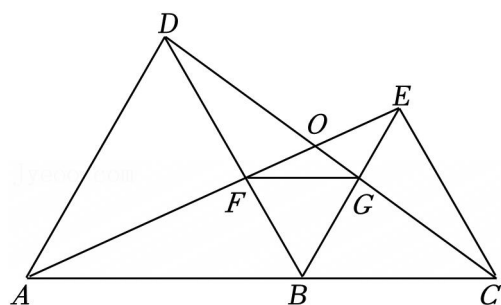
5. (3 分) 作一个角等于已知角的尺规作图过程如图，要说明 $\angle A' O' B' = \angle AOB$ ，需要证明 $\triangle D' O' C' \cong \triangle DOC$ ，则这两个三角形全等的依据是 ()



- A. SSS B. SAS C. ASA D. AAS

6. (3 分) 如图， $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCE$ 均为等边三角形，且点 A 、 B 、 C 在同一直线上，连接 AE 交 BD 于点 F ，

连接 CD 交 BE 于点 G , 连接 FG , 点 O 为 AE 与 CD 的交点, 以下结论不一定成立的是 ()



A. $CD = AE$

B. $\angle AOC = 120^\circ$

C. $AE \perp BD$

D. $\triangle BFG$ 是等边三角形

二、填空题 (共 12 小题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. (2 分) 用不等式表示 “7 与 y 的积减 16 的差是负数” 是 _____ .

8. (2 分) 不等式 $(3 - \pi)x < \pi - 3$ 的解集为 _____ .

9. (2 分) (2023·姜堰区二模) 命题 “对顶角相等” 的逆命题是 _____ .

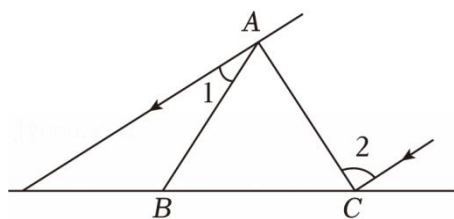
10. (2 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle B = 2\angle A$, $\angle C = 60^\circ$, 则 $\angle A =$ _____ .

11. (2 分) 等腰三角形的周长为 12cm , 其中一边长为 3cm , 则该等腰三角形的腰长为 _____ .

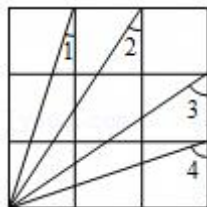
12. (2 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 5$, $AB = 9$, D 为 AC 的中点, 则 AC 边上的中线 BD 的取值范围是 _____ .

13. (2 分) 若线段 AD 是等边 $\triangle ABC$ 的中线, 则 $\angle DAC$ 的度数是 _____ .

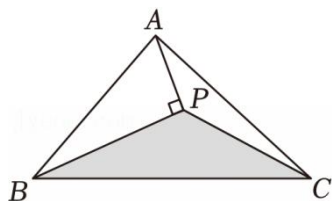
14. (2 分) 如图, 一束平行光线照射在等边 $\triangle ABC$ 上, 如果 $\angle 1 = 25^\circ$, 那么 $\angle 2 =$ _____ $^\circ$.



15. (2 分) 如图, 在 3×3 的正方形网格中, 则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 =$ _____ $^\circ$.

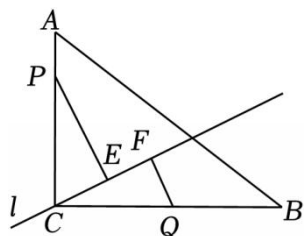


16. (2 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 12, BP 平分 $\angle ABC$, 且 $AP \perp BP$ 于点 P , 则 $\triangle BPC$ 的面积是 _____ .



17. (2分) 定义：如果一个三角形有两个内角的差为 90° ，那么这样的三角形叫做“准直角三角形”. 若 $\triangle ABC$ 是“准直角三角形”，且 $\angle A = 40^\circ$ ， $\angle C > 90^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数为_____.

18. (2分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 6\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$ ，直线 l 经过点 C 且与边 AB 相交，动点 P 从点 A 出发沿 $A \rightarrow C \rightarrow B$ 路径向终点 B 运动；动点 Q 从点 B 出发沿 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 路径向终点 A 运动. 点 P 和点 Q 的运动速度分别为 1cm/s 和 2cm/s ，两点同时出发并开始计时，当点 P 到达终点 B 时计时结束. 在某时刻分别过点 P 和点 Q 作 $PE \perp l$ 于点 E ， $QF \perp l$ 于点 F ，设运动时间为 t 秒，则当 $t =$ 时， $\triangle PEC$ 与 $\triangle QFC$ 全等.



三、解答题【将下列各题的解答过程，做在答题纸的相应位置上】

19. (6分) 解不等式： $\frac{2x+1}{3} - \frac{3x+2}{2} \leq 1$.

20. (6分) 利用数轴确定不等式组 $\begin{cases} x+8 \geq 2-x & \textcircled{1} \\ 3x < x+2 & \textcircled{2} \end{cases}$ 的整数解.



21. (6分) 如图，已知直线 a 、 b 、 c 被直线 e 所截. 若 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ， $\angle 1 = 120^\circ$ ，且 $b \parallel c$ ，求 $\angle 3$ 的度数. 把以下解答过程补充完整.

解：如图，将与 $\angle 2$ 相邻的补角记为 $\angle 4$.

$$\because \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ, \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 4.$$

$$\therefore a \parallel b \text{ (} \underline{\hspace{2cm}} \text{)}.$$

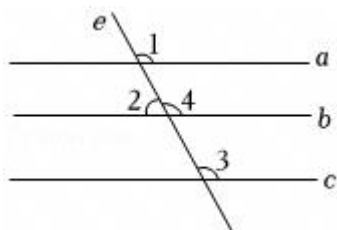
$$\because b \parallel c,$$

$$\therefore \underline{\hspace{2cm}} \parallel \underline{\hspace{2cm}} \text{ (} \underline{\hspace{2cm}} \text{)}.$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3 \text{ (} \underline{\hspace{2cm}} \text{)}.$$

$$\because \angle 1 = 120^\circ,$$

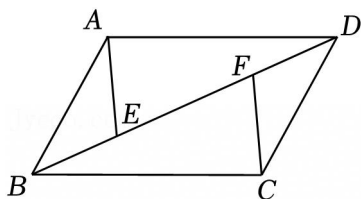
$\therefore \angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



22. (6分) 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AB = CD$, $AE = CF$, $BF = DE$.

(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle CDF$;

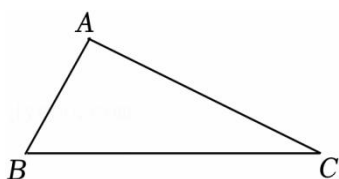
(2) 求证: $AD = BC$.



23. (7分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AB 的垂直平分线与 BC 交于点 D .

(1) 尺规作图: 请用无刻度的直尺和圆规, 在线段 BC 上作点 D (要求: 不写作法, 保留作图痕迹);

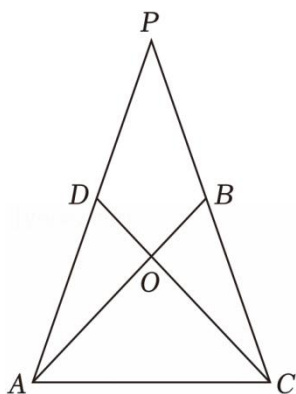
(2) 连接 AD , 如果 $\angle ADC = 96^\circ$, $\angle CAD$ 与 $\angle DAB$ 的度数之比为 5:4, 那么 $\angle BAC$ 的度数是多少?



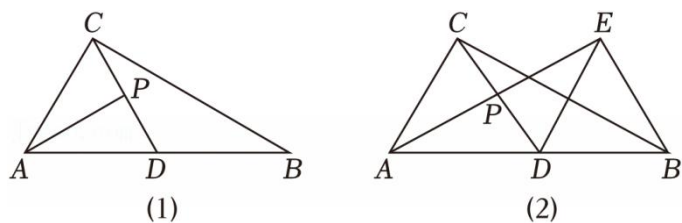
24. (7分) 如图, 已知: 在 $\triangle PAC$ 中, 点 D 、 B 分别在边 PA 、 PC 上, AB 与 CD 相交于点 O , $\angle ADC = \angle ABC$, $AD = BC$.

(1) 求证: $PA = PC$;

(2) 连接 PO 并延长交 AC 于点 E , 求证: $PE \perp AC$.



25. (10分) 已知: 在 $\triangle ACD$ 中, P 是 CD 的中点, B 是边 AD 延长线上的一点, $BD = AC$, 连接 BC 、 AP .



(1) 如图 (1), 如果 $AP \perp CD$, 证明: $BD = AD$.

(2) 如图 (2), 过点 D 作 $DE \parallel AC$, 交 AP 的延长线于点 E , 连接 BE , 如果 $\angle CAD = 60^\circ$, 证明: $BC = 2AP$.

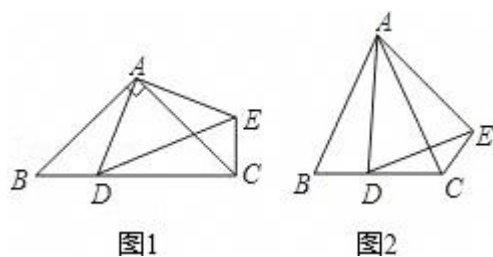
26. (10 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 是直线 BC 上一点 (不与 B 、 C 重合), 以 AD 为一边在 AD 的右侧作 $\triangle ADE$, 使 $AD = AE$, $\angle DAE = \angle BAC$, 连接 CE .

(1) 如图 1, 当点 D 在线段 BC 上, 如果 $\angle BAC = 90^\circ$, 则 $\angle BCE =$ _____ 度;

(2) 设 $\angle BAC = \alpha$, $\angle BCE = \beta$.

①如图 2, 当点 D 在线段 BC 上移动, 则 α , β 之间有怎样的数量关系? 请说明理由;

②当点 D 在直线 BC 上移动, 则 α , β 之间有怎样的数量关系? 请直接写出你的结论.



上海市青浦区东方中学 2025-2026 学年下学期七年级期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共有 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

1. (3 分) 已知 $a < b$ ，下列不等式中正确的是（ ）

- A. $a+1 > b+1$ B. $a-1 > b-1$ C. $2a > 2b$ D. $-2a > -2b$

【考点】不等式的性质.

【分析】根据不等式的性质逐个判断即可.

【解答】解：A. 原式 $a < b$ 变为 $a+1 < b+1$ ，故 A 错误，不符合题意.

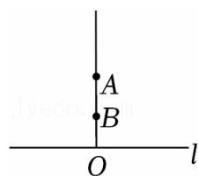
B. 原式 $a < b$ 变为 $a-1 < b-1$ ，故 B 错误，不符合题意.

C. 原式 $a < b$ 变为 $2a < 2b$ ，故 C 错误，不符合题意.

D. 原式 $a < b$ 变为 $-2a > -2b$ ，故 D 正确，符合题意.

故选：D.

2. (3 分) 如图，在同一平面上，如果直线 OA 垂直于直线 l ，直线 OB 垂直于直线 l ，垂足为点 O ，那么直线 OA 与直线 OB 重合的理由是（ ）



- A. 垂线段相等
B. 两点确定一条直线
C. 在同一平面上，已知直线的垂线只有一条
D. 在同一平面上，经过一点有且只有一条直线垂直于已知直线

【考点】垂线.

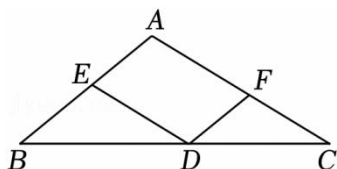
【分析】根据垂线的性质：在同一平面上，经过一点有且只有一条直线垂直于已知直线进行判断即可.

【解答】解： $\because$ 直线 OA 垂直于直线 l ，直线 OB 垂直于直线 l ，垂足为点 O ，在同一平面上，经过一点有且只有一条直线垂直于已知直线，

$\therefore$ 直线 OA 与直线 OB 重合，

故选：D.

3. (3 分) 如图，在下列条件中，不能说明 $AB \parallel DF$ 的是（ ）



A. $\angle A = \angle CFD$

B. $\angle BED = \angle EDF$

C. $\angle BED = \angle A$

D. $\angle A + \angle AFD = 180^\circ$

【考点】平行线的判定.

【分析】利用平行线的判定定理，逐一判断即可得出结论.

【解答】解：A、 $\because \angle A = \angle CFD$,

$\therefore AB \parallel DF$ (同位角相等，两直线平行)，故本选项不符合题意；

B、 $\because \angle BED = \angle EDF$,

$\therefore AB \parallel DF$ (内错角相等，两直线平行)，故本选项不符合题意；

C、 $\angle BED = \angle A$,

$\therefore AC \parallel DE$ (同位角相等，两直线平行)，不能判定 $AB \parallel DF$ ，故本选项符合题意；

D、 $\because \angle A + \angle AFD = 180^\circ$,

$\therefore AB \parallel DF$ (同旁内角互补，两直线平行)，故本选项不符合题意；

故选：C.

4. (3分) 用下列长度的三根木条首尾顺次联结，不能做成三角形框架的是 ()

A. 3cm, 4cm, 5cm

B. 1cm, 3cm, 4cm

C. 6cm, 8cm, 10cm

D. 3cm, 3cm, 3cm.

【考点】三角形三边关系.

【分析】根据三角形的三边关系：三角形两边之和大于第三边，计算两个较小的边的和，看看是否大于第三边即可.

【解答】解：A、 $4+3 > 5$ ，能构成三角形，故此选项不符合题意；

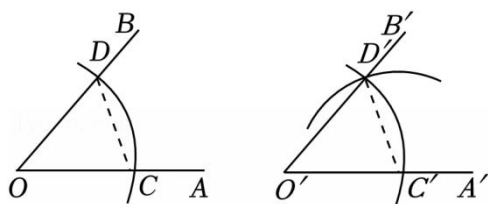
B、 $1+3 = 4$ ，不能构成三角形，故此选项符合题意；

C、 $6+8 > 10$ ，能构成三角形，故此选项不符合题意；

D、 $3+3 > 3$ ，能构成三角形，故此选项不符合题意.

故选：B.

5. (3分) 作一个角等于已知角的尺规作图过程如图，要说明 $\angle A' O' B' = \angle AOB$ ，需要证明 $\triangle D' O' C' \cong \triangle DOC$ ，则这两个三角形全等的依据是 ()



- A. SSS B. SAS C. ASA D. AAS

【考点】作图—基本作图；全等三角形的判定．

【分析】由“SSS”可证 $\triangle D'O'C' \cong \triangle DOC$ ，得到 $\angle A'O'B' = \angle AOB$ ，即可解决问题．

【解答】解：如图，在 $\triangle D'O'C'$ 与 $\triangle DOC$ 中，

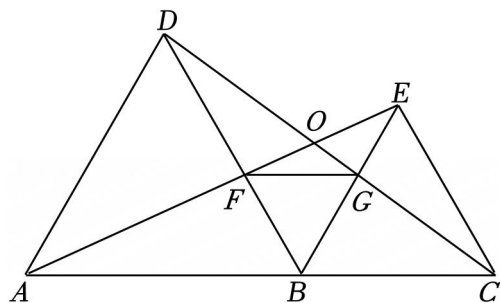
$$\begin{cases} OD = O'D' \\ OC = O'C' \\ CD = C'D' \end{cases},$$

$$\therefore \triangle D'O'C' \cong \triangle DOC \text{ (SSS)},$$

$$\therefore \angle A'O'B' = \angle AOB,$$

故选：A．

6. (3分) 如图， $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCE$ 均为等边三角形，且点A、B、C在同一直线上，连接AE交BD于点F，连接CD交BE于点G，连接FG，点O为AE与CD的交点，以下结论不一定成立的是()



- A. $CD = AE$ B. $\angle AOC = 120^\circ$
C. $AE \perp BD$ D. $\triangle BFG$ 是等边三角形

【考点】全等三角形的判定与性质；等边三角形的判定与性质．

【分析】由等边三角形的性质得 $DB = AB$ ， $BC = BE$ ， $\angle BAD = \angle ABD = \angle EBC = 60^\circ$ ，则 $\angle DBE = 60^\circ$ ，所以 $\angle DBC = \angle ABE = 120^\circ$ ， $\angle DBG = \angle ABF = 60^\circ$ ，可根据“SAS”证明 $\triangle DBC \cong \triangle ABE$ ，得 $CD = AE$ ， $\angle BDC = \angle BAE$ ，可判断A不符合题意；推导出 $\angle AOD = \angle ABD = 60^\circ$ ，则 $\angle AOC = 120^\circ$ ，可判断B不符合题意；假设 $AE \perp BD$ 成立，则 $\angle BAE = \angle DAE = 30^\circ$ ，推导出 $\angle BEA = 30^\circ = \angle BAE$ ，所以 $BE = AB$ ，与已知条件不符合，可知 $AE \perp BD$ 不一定成立，可判断C符合题意；再证明 $\triangle DBG \cong \triangle ABF$ ，得 $BG = BF$ ，则 $\triangle BFG$ 是等边三角形，可判断D不符合题意，于是得到问题的答案．

【解答】解：∵ $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCE$ 均为等边三角形，点 A 、 B 、 C 在同一直线上，

$$\therefore DB = AB, BC = BE, \angle BAD = \angle ABD = \angle EBC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DBE = 180^\circ - \angle ABD - \angle EBC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle ABE = 2 \times 60^\circ = 120^\circ, \angle DBG = \angle ABF = 60^\circ,$$

在 $\triangle DBC$ 和 $\triangle ABE$ 中，

$$\begin{cases} DB = AB \\ \angle DBC = \angle ABE, \\ BC = BE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DBC \cong \triangle ABE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore CD = AE, \angle BDC = \angle BAE,$$

故 A 不符合题意；

$$\therefore \angle AOD = \angle AFD - \angle BDC = \angle AFD - \angle BAE = \angle ABD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = 180^\circ - \angle AOD = 120^\circ,$$

故 B 不符合题意；

假设 $AE \perp BD$ 成立，则 $\angle BAE = \angle DAE = \frac{1}{2} \angle BAD = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle BEA = 180^\circ - \angle ABE - \angle BAE = 30^\circ = \angle BAE,$$

$$\therefore BE = AB, \text{ 与已知条件不符合,}$$

$$\therefore AE \perp BD \text{ 不一定成立,}$$

故 C 符合题意；

在 $\triangle DBG$ 和 $\triangle ABF$ 中，

$$\begin{cases} \angle BDG = \angle BAF \\ DB = AB \\ \angle DBG = \angle ABF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle DBG \cong \triangle ABF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore BG = BF,$$

$$\therefore \angle FBG = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle BFG \text{ 是等边三角形,}$$

故 D 不符合题意，

故选：C.

二、填空题（共 12 小题，每题 2 分，满分 24 分）

7.（2 分）用不等式表示“7 与 y 的积减 16 的差是负数”是 $7y - 16 < 0$.

【考点】由实际问题抽象出一元一次不等式.

【分析】先表述出 7 与 y 的积减 16 的差为 $7y - 16$, 再根据负数即 “ < 0 ” 可得答案.

【解答】解: 用不等式表示 “7 与 y 的积减 16 的差是负数” 是 $7y - 16 < 0$,

故答案为: $7y - 16 < 0$.

8. (2 分) 不等式 $(3 - \pi)x < \pi - 3$ 的解集为 $x > -1$.

【考点】解一元一次不等式.

【分析】先判断出 $3 - \pi$ 的符号, 再把 x 的系数化为 1 即可.

【解答】解: $\because \pi \approx 3.14$,

$$\therefore 3 - \pi < 0,$$

$$\therefore x > \frac{\pi - 3}{3 - \pi}, \text{ 即 } x > -1.$$

故答案为: $x > -1$.

9. (2 分) (2023·姜堰区二模) 命题 “对顶角相等” 的逆命题是 相等的角为对顶角 .

【考点】命题与定理.

【分析】交换原命题的题设与结论即可得到其逆命题.

【解答】解: 命题 “对顶角相等” 的逆命题是 “相等的角为对顶角”.

故答案为: 相等的角为对顶角.

10. (2 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle B = 2\angle A$, $\angle C = 60^\circ$, 则 $\angle A =$ 40° .

【考点】三角形内角和定理.

【分析】根据三角形内角和定理得到 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, 再把若 $\angle B = 2\angle A$, $\angle C = 60^\circ$ 代入得到 $\angle A + 2\angle A + 60^\circ = 180^\circ$, 然后解方程即可.

【解答】解: $\because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$,

$$\text{而 } \angle B = 2\angle A, \angle C = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle A + 2\angle A + 60^\circ = 180^\circ,$$

解得 $\angle A = 40^\circ$.

故答案为: 40° .

11. (2 分) 等腰三角形的周长为 12cm , 其中一边长为 3cm , 则该等腰三角形的腰长为 4.5cm .

【考点】等腰三角形的性质; 三角形三边关系.

【分析】已知给出了其中一边长为 3cm , 没有明确该边的名称, 所以长为 3 的边可能为腰, 也可能为底边, 故应分两种情况讨论.

【解答】解：由题意知，应分两种情况：

（1）当腰长为 3cm 时，则另一腰也为 3cm ，

底边为 $12 - 2 \times 3 = 7\text{cm}$ ，

$\because 3+3 < 7$ ，

$\therefore$ 边长分别为 3，3，7 不能构成三角形；

（2）当底边长为 3cm 时，腰的长 $= (12 - 3) \div 2 = 4.5\text{cm}$ ，

$\because 0 < 3 < 4.5+4.5 = 9$ ，

$\therefore$ 边长为 3，4.5，4.5，能构成三角形，

则该等腰三角形的一腰长是 4.5cm 。

故答案为： 4.5cm 。

- 12.（2分）在 $\triangle ABC$ 中， $BC = 5$ ， $AB = 9$ ， D 为 AC 的中点，则 AC 边上的中线 BD 的取值范围是 $2 < BD < 7$ 。

【考点】全等三角形的判定与性质；三角形三边关系。

【分析】延长 BD 至 E ，使 $DE = BD$ ，连接 AE ，证明 $\triangle ADE \cong \triangle CDB$ ，根据全等三角形的性质得到 $AE = BC = 5$ ，再根据三角形的三边关系解答即可。

【解答】解：如图，延长 BD 至 E ，使 $DE = BD$ ，连接 AE ，

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CDB$ 中，

$$\begin{cases} AD = CD \\ \angle ADE = \angle CDB, \\ DE = BD \end{cases}$$

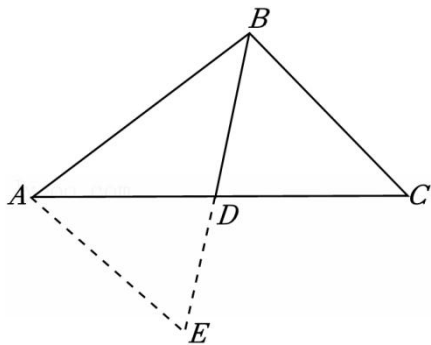
$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDB$ (SAS)，

$\therefore AE = BC = 5$ ，

在 $\triangle ABE$ 中， $AB - AE < BE < AB + AE$ ，即 $9 - 5 < 2BD < 9 + 5$ ，

$\therefore 2 < BD < 7$ ，

故答案为： $2 < BD < 7$ 。



13. (2分) 若线段 AD 是等边 $\triangle ABC$ 的中线, 则 $\angle DAC$ 的度数是 30° .

【考点】等边三角形的性质; 三角形的角平分线、中线和高三.

【分析】根据等边三角形“三线合一”的性质得 AD 是 $\angle BAC$ 的平分线, 进而即可得出 $\angle DAC$ 的度数

【解答】解: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ ,$$

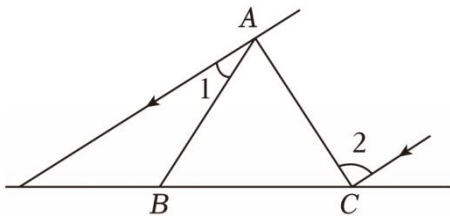
$\because$ 线段 AD 是等边 $\triangle ABC$ 的中线,

根据等边三角形“三线合一”的性质得: AD 是 $\angle BAC$ 的平分线,

$$\angle DAC = \frac{1}{2} \angle BAC = 30^\circ .$$

故答案为: 30° .

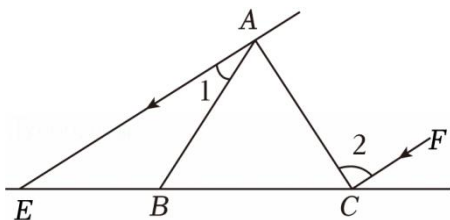
14. (2分) 如图, 一束平行光线照射在等边 $\triangle ABC$ 上, 如果 $\angle 1 = 25^\circ$, 那么 $\angle 2 =$ 85 $^\circ$.



【考点】等边三角形的性质; 平行线的性质.

【分析】根据等边三角形性质得 $\angle BAC = 60^\circ$, 再根据 $\angle 1 = 25^\circ$ 得 $\angle EAC = 85^\circ$, 然后根据光线 $AE \parallel CF$ 即可得出 $\angle 2$ 的度数.

【解答】解: 如图所示:



$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ ,$$

$$\therefore \angle 1 = 25^\circ ,$$

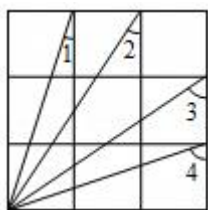
$$\therefore \angle EAC = \angle BAC + \angle 1 = 85^\circ ,$$

$$\therefore \text{光线 } AE \parallel CF,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle EAC = 85^\circ .$$

故答案为： 85° .

15. (2分) 如图, 在 3×3 的正方形网格中, 则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 =$ 180 $^\circ$.



【考点】全等图形.

【分析】仔细分析图中角度, 可得出, $\angle 1 + \angle 4 = 90^\circ$, $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$, 进而得出答案.

【解答】解: $\because \angle 1$ 和 $\angle 4$ 所在的三角形全等,

$$\therefore \angle 1 + \angle 4 = 90^\circ ,$$

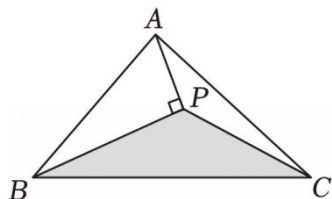
$\because \angle 2$ 和 $\angle 3$ 所在的三角形全等,

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ .$$

故答案为: 180.

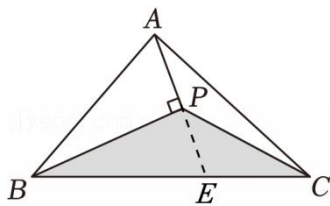
16. (2分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 12, BP 平分 $\angle ABC$, 且 $AP \perp BP$ 于点 P , 则 $\triangle BPC$ 的面积是 6 .



【考点】等腰三角形的判定与性质; 三角形的面积; 全等三角形的判定与性质; 角平分线的性质.

【分析】延长 AP 交 BC 于点 E , 先证明 $\triangle ABP \cong \triangle EBP$ (ASA), 得 $AP = EP$, 再根据中线的性质即可得出结果.

【解答】解: 延长 AP 交 BC 于点 E ,



$\because BP$ 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle ABP = \angle EBP$,

$\because AP \perp BP$,

$\therefore \angle APB = \angle EPB = 90^\circ$,

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle EBP$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABP = \angle EBP \\ BP = BP \\ \angle APB = \angle EPB \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle EBP (ASA)$,

$\therefore AP = EP$,

$\therefore S_{\triangle ABP} = S_{\triangle EBP}, S_{\triangle ACP} = S_{\triangle ECP}$,

$\therefore S_{\triangle PBC} = S_{\triangle PBE} + S_{\triangle PCE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$.

故答案为: 6.

17. (2分) 定义: 如果一个三角形有两个内角的差为 90° , 那么这样的三角形叫做“准直角三角形”. 若 $\triangle ABC$ 是“准直角三角形”, 且 $\angle A = 40^\circ$, $\angle C > 90^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数为 10° 或 25° .

【考点】 三角形内角和定理.

【分析】 先利用新定义得到 $\angle C - \angle A = 90^\circ$ 或 $\angle C - \angle B = 90^\circ$, 当 $\angle C - \angle A = 90^\circ$, 则 $\angle C = 130^\circ$, 在利用三角形内角和定理可计算出 $\angle B = 10^\circ$, 当 $\angle C - \angle B = 90^\circ$, 利用三角形内角和定理得到 $\angle C + \angle B = 140^\circ$, 然后解方程组可得到 $\angle B$ 的度数.

【解答】 解: $\because \triangle ABC$ 是“准直角三角形”,

$\therefore \angle C - \angle A = 90^\circ$ 或 $\angle C - \angle B = 90^\circ$,

当 $\angle C - \angle A = 90^\circ$,

而 $\angle A = 40^\circ$,

$\therefore \angle C = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$,

$\because \angle C + \angle B + \angle A = 180^\circ$,

$\therefore \angle B = 180^\circ - 130^\circ - 40^\circ = 10^\circ$,

当 $\angle C - \angle B = 90^\circ$,

$$\therefore \angle C + \angle B + \angle A = 180^\circ ,$$

$$\therefore \angle C + \angle B = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ ,$$

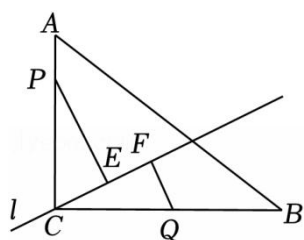
$$\therefore 2\angle B = 50^\circ ,$$

解得 $\angle B = 25^\circ$,

综上所述, $\angle B$ 的度数为 10° 或 25° .

故答案为: 10° 或 25° .

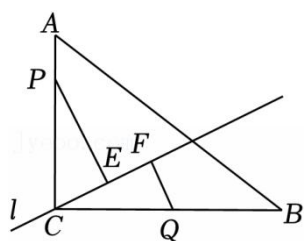
18. (2分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, 直线 l 经过点 C 且与边 AB 相交, 动点 P 从点 A 出发沿 $A \rightarrow C \rightarrow B$ 路径向终点 B 运动; 动点 Q 从点 B 出发沿 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 路径向终点 A 运动. 点 P 和点 Q 的运动速度分别为 1cm/s 和 2cm/s , 两点同时出发并开始计时, 当点 P 到达终点 B 时计时结束. 在某时刻分别过点 P 和点 Q 作 $PE \perp l$ 于点 E , $QF \perp l$ 于点 F , 设运动时间为 t 秒, 则当 $t = \underline{2 \text{ 或 } \frac{14}{3} \text{ 或 } 12}$ 时, $\triangle PEC$ 与 $\triangle QFC$ 全等.



【考点】 全等三角形的判定.

【分析】 分点 Q 在 BC 上, 点 P 在 AC 上; 点 P 与点 Q 重合; Q 与 A 重合三种情况, 根据全等三角形的性质列式计算即可.

【解答】 解: ①如图 1, 点 Q 在 BC 上, 点 P 在 AC 上时,



由题意得, $AP = t\text{cm}$, $BQ = 2t\text{cm}$,

$$\therefore AC = 6\text{cm} , BC = 8\text{cm} ,$$

$$\therefore CP = (6 - t)\text{cm} , CQ = (8 - 2t)\text{cm} ,$$

$$\therefore PE \perp l , QF \perp l ,$$

$$\therefore \angle PEC = \angle CFQ = \angle ACB = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle CPE + \angle PCE = \angle PCE + \angle FCQ = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle CPE = \angle FCQ,$$

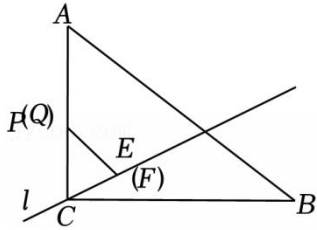
当 $\triangle PEC \cong \triangle CFQ$ 时,

则 $PC = CQ$,

$$\text{即 } 6 - t = 8 - 2t,$$

解得: $t = 2$;

②如图 2, 当点 P 与点 Q 重合时,



$$AP = t \text{ cm}, BQ = 2t \text{ cm},$$

$$\because AC = 6 \text{ cm}, BC = 8 \text{ cm},$$

$$\therefore CP = (6 - t) \text{ cm}, CQ = (8 - 2t) \text{ cm},$$

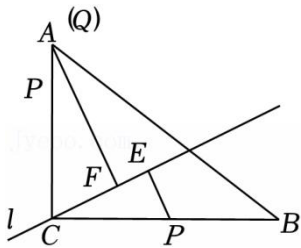
当 $\triangle PEC \cong \triangle QFC$,

则 $PC = CQ$,

$$\therefore 6 - t = 2t - 8,$$

$$\therefore t = \frac{14}{3};$$

③如图 3, 当点 Q 与 A 重合时,



$$AP = t \text{ cm}, AC = 6 \text{ cm},$$

$$\therefore CP = (t - 6) \text{ cm}, CQ = 6 \text{ cm},$$

$$\because \angle QCF + \angle CQF = \angle QCF + \angle PCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CQF = \angle PCE,$$

当 $\triangle PEC \cong \triangle CFQ$,

则 $PC = CQ$,

$$\text{即 } t - 6 = 6,$$

$$\therefore t = 12;$$

故答案为：2 或 $\frac{14}{3}$ 或 12.

三、解答题【将下列各题的解答过程，做在答题纸的相应位置上】

19. (6 分) 解不等式： $\frac{2x+1}{3} - \frac{3x+2}{2} \leq 1$.

【考点】解一元一次不等式.

【分析】根据解一元一次不等式基本步骤：去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为 1 可得.

【解答】解： $\because \frac{2x+1}{3} - \frac{3x+2}{2} \leq 1$,

$$\therefore 2(2x+1) - 3(3x+2) \leq 6,$$

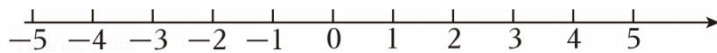
$$4x+2 - 9x - 6 \leq 6,$$

$$4x - 9x \leq 6 - 2+6,$$

$$-5x \leq 10,$$

$$\text{则 } x \geq -2.$$

20. (6 分) 利用数轴确定不等式组 $\begin{cases} x+8 \geq 2-x \text{ ①} \\ 3x < x+2 \text{ ②} \end{cases}$ 的整数解.



【考点】一元一次不等式组的整数解；在数轴上表示不等式的解集.

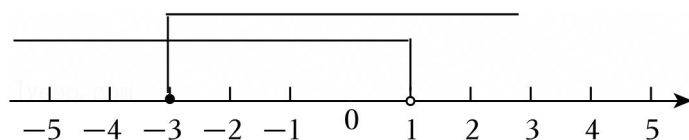
【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据数轴确定不等式组的解集及整数解.

【解答】解： $\begin{cases} x+8 \geq 2-x \text{ ①} \\ 3x < x+2 \text{ ②} \end{cases}$,

解不等式①得： $x \geq -3$,

解不等式②得： $x < 1$,

将解集表示在数轴上如下：



所以不等式组的解集为 $-3 \leq x < 1$,

则其整数解为 -3、-2、-1、0.

21. (6 分) 如图，已知直线 a 、 b 、 c 被直线 e 所截. 若 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ， $\angle 1 = 120^\circ$ ，且 $b \parallel c$ ，求 $\angle 3$ 的度数. 把以下解答过程补充完整.

解：如图，将与 $\angle 2$ 相邻的补角记为 $\angle 4$.

$$\because \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ, \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 4.$$

$$\therefore a \parallel b \text{ (同位角相等, 两直线平行)}.$$

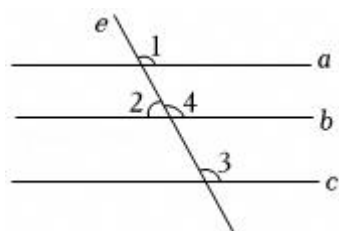
$$\because b \parallel c,$$

$$\therefore a \parallel c \text{ (平行于同一直线的两条直线互相平行)}.$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3 \text{ (两直线平行, 同位角相等)}.$$

$$\because \angle 1 = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 120^\circ.$$



【考点】 平行线的判定与性质；余角和补角．

【分析】 根据平行线的判定定理与性质定理求解即可．

【解答】 解：如图，将与 $\angle 2$ 相邻的补角记为 $\angle 4$ ．

$$\because \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ, \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 4.$$

$$\therefore a \parallel b \text{ (同位角相等, 两直线平行)}.$$

$$\because b \parallel c,$$

$$\therefore a \parallel c \text{ (平行于同一直线的两条直线互相平行)}$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3 \text{ (两直线平行, 同位角相等)}$$

$$\because \angle 1 = 120^\circ$$

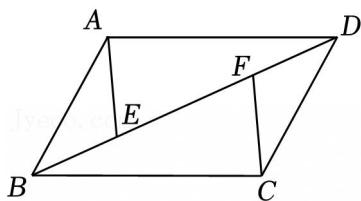
$$\therefore \angle 3 = 120^\circ.$$

故答案为：同位角相等，两直线平行； a ； c ；平行于同一直线的两条直线互相平行；两直线平行，同位角相等；120．

22. (6分) 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AB = CD$ ， $AE = CF$ ， $BF = DE$ ．

(1) 求证： $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ；

(2) 求证： $AD = BC$ ．



【考点】全等三角形的判定与性质.

【分析】(1) 根据 $BF = DE$ 得 $BE = DF$, 进而可依据 “SSS” 判定 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 全等;

(2) 根据 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 全等得 $\angle AEB = \angle CFD$, 进而得 $\angle AED = \angle BFC$, 由此可依据 “SAS” 判定 $\triangle AED$ 和 $\triangle BFC$ 全等, 再根据全等三角形性质即可得出结论.

【解答】证明: (1) $\because BF = DE$,

$$\therefore BE + EF = DF + EF,$$

$$\therefore BE = DF,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} AB = CD \\ AE = CF, \\ BE = DF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF \text{ (SSS)};$$

(2) 由 (1) 可知: $\triangle ABE \cong \triangle CDF$,

$$\therefore \angle AEB = \angle CFD,$$

$$\therefore \angle AEB + \angle AED = 180^\circ, \quad \angle CFD + \angle BFC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = \angle BFC,$$

在 $\triangle AED$ 和 $\triangle BFC$ 中,

$$\begin{cases} AE = CF \\ \angle AED = \angle BFC, \\ BF = DE \end{cases}$$

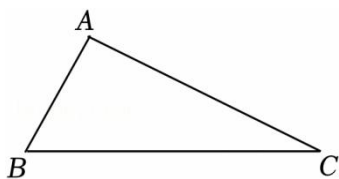
$$\therefore \triangle AED \cong \triangle BFC \text{ (SAS)},$$

$$\therefore AD = BC.$$

23. (7分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AB 的垂直平分线与 BC 交于点 D .

(1) 尺规作图: 请用无刻度的直尺和圆规, 在线段 BC 上作点 D (要求: 不写作法, 保留作图痕迹);

(2) 连接 AD , 如果 $\angle ADC = 96^\circ$, $\angle CAD$ 与 $\angle DAB$ 的度数之比为 5:4, 那么 $\angle BAC$ 的度数是多少?

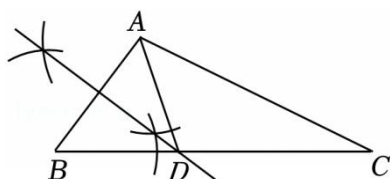


【考点】作图—复杂作图；线段垂直平分线的性质．

【分析】（1）根据线段垂直平分线的作图方法作线段 AB 的垂直平分线，交 BC 于点 D ，则点 D 即为所求．

（2）由线段垂直平分线的性质可得 $AD = BD$ ，则 $\angle B = \angle BAD$ ．根据 $\angle ADC = \angle B + \angle BAD = 2\angle BAD = 96^\circ$ ，可得 $\angle BAD = 48^\circ$ ，则 $\angle CAD = 60^\circ$ ，则可得 $\angle BAC = \angle BAD + \angle CAD = 48^\circ + 60^\circ = 108^\circ$ ．

【解答】解：（1）如图，作线段 AB 的垂直平分线，交 BC 于点 D ，
则点 D 即为所求．



（2） $\because AB$ 的垂直平分线与 BC 交于点 D ，

$$\therefore AD = BD,$$

$$\therefore \angle B = \angle BAD.$$

$$\because \angle ADC = \angle B + \angle BAD = 2\angle BAD = 96^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 48^\circ.$$

$$\because \angle CAD \text{ 与 } \angle DAB \text{ 的度数之比为 } 5:4,$$

$$\therefore \angle CAD = 60^\circ,$$

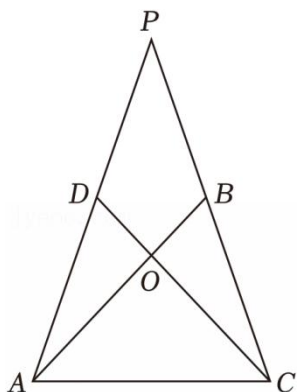
$$\therefore \angle BAC = \angle BAD + \angle CAD = 48^\circ + 60^\circ = 108^\circ.$$

答： $\angle BAC$ 的度数是 108° ．

24.（7分）如图，已知：在 $\triangle PAC$ 中，点 D 、 B 分别在边 PA 、 PC 上， AB 与 CD 相交于点 O ， $\angle ADC = \angle ABC$ ， $AD = BC$ ．

（1）求证： $PA = PC$ ；

（2）连接 PO 并延长交 AC 于点 E ，求证： $PE \perp AC$ ．



【考点】全等三角形的判定与性质.

【分析】(1) 由 $\angle AOD = \angle COB$, $\angle ADO = \angle CBO$, $AD = CB$, 根据 “AAS” 证明 $\triangle AOD \cong \triangle COB$, 得 $\angle DAO = \angle BCO$, $OA = OC$, 所以 $\angle OAC = \angle OCA$, 推导出 $\angle PAC = \angle PCA$, 则 $PA = PC$;

(2) 连接 PO 并延长交 AC 于点 E , 由 $PA = PC$, $AD = BC$, 推导出 $PD = PB$, 而 $OD = OB$, $OP = OP$, 可根据 “SSS” 证明 $\triangle OPD \cong \triangle OPB$, 得 $\angle DPO = \angle BPO$, 即可根据等腰三角形的 “三线合一” 证明 $PE \perp AC$.

【解答】证明: (1) $\because$ 点 D 、 B 分别在边 PA 、 PC 上, AB 与 CD 相交于点 O ,

$$\therefore \angle AOD = \angle COB,$$

$$\because \angle ADC = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ADO = \angle CBO,$$

在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle COB$ 中,

$$\begin{cases} \angle ADO = \angle CBO \\ \angle AOD = \angle COB, \\ AD = CB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle COB \text{ (AAS)},$$

$$\therefore \angle DAO = \angle BCO, \quad OA = OC,$$

$$\therefore \angle OAC = \angle OCA,$$

$$\therefore \angle DAO + \angle OAC = \angle BCO + \angle OCA,$$

$$\therefore \angle PAC = \angle PCA,$$

$$\therefore PA = PC.$$

(2) 连接 PO 并延长交 AC 于点 E ,

$$\because PA = PC, \quad AD = BC,$$

$$\therefore PA - AD = PC - BC,$$

$$\therefore PD = PB,$$

由 (1) 得 $\triangle AOD \cong \triangle COB$,

$$\therefore OD = OB,$$

在 $\triangle OPD$ 和 $\triangle OPB$ 中,

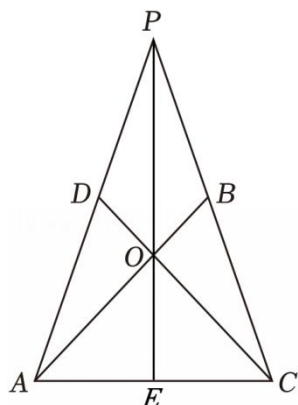
$$\begin{cases} PD = PB \\ OD = OB, \\ OP = OP \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OPD \cong \triangle OPB \text{ (SSS)},$$

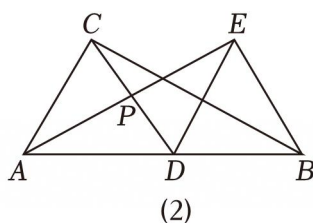
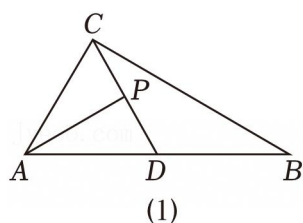
$$\therefore \angle DPO = \angle BPO,$$

$\because PA = PC$, PE 平分 $\angle APC$,

$\therefore PE \perp AC$.



25. (10 分) 已知: 在 $\triangle ACD$ 中, P 是 CD 的中点, B 是边 AD 延长线上的一点, $BD = AC$, 连接 BC 、 AP .



(1) 如图 (1), 如果 $AP \perp CD$, 证明: $BD = AD$.

(2) 如图 (2), 过点 D 作 $DE \parallel AC$, 交 AP 的延长线于点 E , 连接 BE , 如果 $\angle CAD = 60^\circ$, 证明: $BC = 2AP$.

【考点】 全等三角形的判定与性质; 等边三角形的判定与性质; 平行线的性质.

【分析】 (1) 由线段垂直平分线的性质得 $AC = AD$, 即可得出结论;

(2) 证明 $\triangle CPA \cong \triangle DPE$ (AAS), 得 $AP = EP = \frac{1}{2}AE$, $AC = DE$, 再证明 $\triangle BDE$ 是等边三角形, 得到 $AC = BE$, 然后证明 $\triangle CAB \cong \triangle EBA$ (SAS), 得 $BC = AE$, 即可得出结论.

【解答】 证明: (1) $\because AP \perp CD$, P 是 CD 的中点,

$\therefore AP$ 是 CD 的垂直平分线,

$\therefore AC = AD$,

$\because BD = AC$,

$\therefore BD = AD$;

(2) $\because DE \parallel AC$,

$\therefore \angle CAP = \angle DEP$,

$\because CP = DP$, $\angle CPA = \angle DPE$,

$\therefore \triangle CPA \cong \triangle DPE$ (AAS),

$$\therefore AP = EP = \frac{1}{2}AE, AC = DE,$$

$$\therefore BD = AC,$$

$$\therefore BD = DE,$$

$$\therefore DE \parallel AC,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle CAD = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle BDE$ 是等边三角形,

$$\therefore BD = BE, \angle EBD = 60^\circ,$$

$$\therefore BD = AC,$$

$$\therefore AC = BE,$$

$$\therefore \angle CAB = \angle EBA = 60^\circ, AB = BA,$$

$$\therefore \triangle CAB \cong \triangle EBA \text{ (SAS)},$$

$$\therefore BC = AE,$$

$$\therefore BC = 2AP.$$

26. (10分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 是直线 BC 上一点(不与 B 、 C 重合), 以 AD 为一边在 AD 的右侧作 $\triangle ADE$, 使 $AD = AE$, $\angle DAE = \angle BAC$, 连接 CE .

(1) 如图1, 当点 D 在线段 BC 上, 如果 $\angle BAC = 90^\circ$, 则 $\angle BCE = \underline{90}$ 度;

(2) 设 $\angle BAC = \alpha$, $\angle BCE = \beta$.

①如图2, 当点 D 在线段 BC 上移动, 则 α , β 之间有怎样的数量关系? 请说明理由;

②当点 D 在直线 BC 上移动, 则 α , β 之间有怎样的数量关系? 请直接写出你的结论.

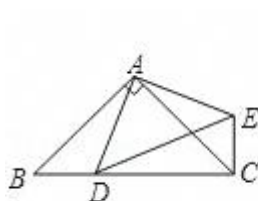


图1

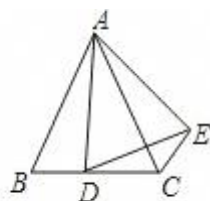


图2

【考点】 全等三角形的判定; 等腰三角形的性质.

【分析】 (1) 问要求 $\angle BCE$ 的度数, 可将它转化成与已知角有关的联系, 根据已知条件和全等三角形的判定定理, 得出 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$, 再根据全等三角形中对应角相等, 最后根据直角三角形的性质得出结论;

(2) 问在第(1)问的基础上, 将 $\alpha + \beta$ 转化成三角形的内角和;

(3) 问是第(1)问和第(2)问的拓展和延伸, 要注意分析两种情况.

【解答】解：（1）90.

理由：∵ $\angle BAC = \angle DAE$,

$$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC.$$

即 $\angle BAD = \angle CAE$.

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE \\ AD = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle B = \angle ACE.$$

$$\therefore \angle B + \angle ACB = \angle ACE + \angle ACB,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle B + \angle ACB,$$

$$\text{又} \because \angle BAC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BCE = 90^\circ ;$$

故答案为：90.

$$(2) \textcircled{1} \alpha + \beta = 180^\circ ,$$

理由：∵ $\angle BAC = \angle DAE$,

$$\therefore \angle BAD + \angle DAC = \angle EAC + \angle DAC.$$

即 $\angle BAD = \angle CAE$.

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE \\ AD = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle B = \angle ACE.$$

$$\therefore \angle B + \angle ACB = \angle ACE + \angle ACB.$$

$$\therefore \angle B + \angle ACB = \beta,$$

$$\therefore \alpha + \angle B + \angle ACB = 180^\circ ,$$

$$\therefore \alpha + \beta = 180^\circ ;$$

②当点 D 在射线 BC 上时, $\alpha + \beta = 180^\circ$;

理由：∵ $\angle BAC = \angle DAE$,

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE,$$

$\therefore$ 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE, \\ AD = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACE,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle ABD + \angle BCA = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle BCE = \angle BAC + \angle BCA + \angle ACE = \angle BAC + \angle BCA + \angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore \alpha + \beta = 180^\circ;$$

当点 D 在射线 BC 的反向延长线上时, $\alpha = \beta$.

理由: $\therefore \angle DAE = \angle BAC$,

$$\therefore \angle DAB = \angle EAC,$$

$\therefore$ 在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle AEC$ 中,

$$\begin{cases} AD = AE \\ \angle DAB = \angle EAC \\ AB = AC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle AEC \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACE,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle BAC + \angle ACB, \quad \angle ACE = \angle BCE + \angle ACB,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BCE,$$

即 $\alpha = \beta$.

