

七年级第二学期小练习 2

(时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (每题 3 分, 共 18 分)

1. 下列说法不正确的是 ()

A. 若 $a > b$, 则 $a + 2 > b + 2$

B. 若 $a > b$, 则 $-\frac{a}{2} < -\frac{b}{2}$

C. 若 $2a > 2b$, 则 $a > b$

D. 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$

【答案】D

【解析】

【分析】此题考查了不等式的基本性质. 根据不等式的基本性质进行判断即可得到答案.

【详解】解: A、若 $a > b$, 则 $a + 2 > b + 2$, 故本选项不符合题意;

B、若 $a > b$, 则 $-\frac{a}{2} < -\frac{b}{2}$, 故本选项不符合题意;

C、若 $2a > 2b$, 则 $a > b$, 故本选项不符合题意;

D、若 $a > b$, 只有当 $c \neq 0$ 时, $ac^2 > bc^2$, 故本选项符合题意;

故选: D.

2. 下列条件中, 不能判定 ABC 是等腰三角形的是 ()

A. $AB = 3$, $AC = 3$, $BC = 4$

B. $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 4$

C. $\angle B = 50^\circ$, $\angle C = 80^\circ$

D. $AB : AC : BC = 4 : 5 : 6$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了等腰三角形的判定, 三角形内角和定理应用. 由等腰三角形的定义与等角对等边的判定定理, 即可求得答案.

【详解】解: A、 $\because AB = 3$, $AC = 3$, $BC = 4$

$\therefore AB = AC$,

$\therefore ABC$ 是等腰三角形; 故选项 A 不符合题意;

B、 $\because \angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 4$,

$\therefore \angle B = \angle C$,

$\therefore AC = AB$,

$\therefore ABC$ 是等腰三角形, 故选项 B 不符合题意;

C、 $\because \angle B = 50^\circ, \angle C = 80^\circ,$

$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C = 50^\circ,$

$\therefore \angle A = \angle B,$

$\therefore AC = BC,$

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形，故选项 C 不符合题意；

D、 $\because AB : AC : BC = 4 : 5 : 6$

$\therefore AB \neq BC \neq AC,$

$\therefore \triangle ABC$ 不是等腰三角形，故选项 D 符合题意.

故选：D.

3. 根据下列已知条件，能画出唯一的 $\triangle ABC$ 的是 ()

A. $AB=5, BC=4, AC=10$

B. $\angle A=45^\circ, \angle C=60^\circ, BC=8$

C. $\angle A=80^\circ, AB=6, BC=7$

D. $\angle C=90^\circ, AB=9$

【答案】B

【解析】

【分析】要满足唯一画出 $\triangle ABC$ ，就要求选项给出的条件符合三角形全等的判定方法，不符合判定方法的画出的图形不一样，也就是三角形不唯一，而各选项中只有 C 选项符合 ASA，是满足题目要求的，于是答案可得.

【详解】解：A、因为 $AB+BC < AC$ ，所以这三边不能构成三角形；

B、已知两角可得到第三个角的度数，已知一边，则可以根据 ASA 来画一个三角形；

C、因为 $\angle A$ 不是已知两边的夹角，无法确定其他角的度数与边的长度；

D、只有一个角和一个边无法根据此作出一个三角形.

故选：B.

【点睛】此题主要考查了全等三角形的判定及三角形的作图方法等知识点；能画出唯一三角形的条件一定要满足三角形全等的判定方法，不符合判定方法的画出的三角形不确定，当然不唯一.

4. 用反证法证明“一个三角形中至多有一个内角为钝角”时，应假设这个三角形中 ()

A. 没有一个内角为钝角

B. 三个内角都是锐角

C. 至少有一个内角为钝

D. 至少有两个内角为钝角

【答案】D

【解析】

【分析】此题主要考查了反证法的第一步，根据题意得出命题结论的反例是解决问题的关键. 根据反证法

就是从结论的反面出发进行假设，直接假设出一个三角形中至少有两个钝角即可.

【详解】解：根据反证法就是从结论的反面出发进行假设，

∴证明“一个三角形中至多有一个内角为钝角”，应假设：一个三角形中至少有两个内角为钝角.

故选：D.

5. 对于以下两个命题，判断正确的是（ ）

①在 $\triangle ABC$ 中，如果 $AB > AC > BC$ ，那么 $\angle C > \angle B > \angle A$ ；②在 $\triangle ABC$ 中，如果 $AB > AC > BC$ ，且 $\angle C = 87^\circ$ ，那么 $\triangle ABC$ 是锐角三角形

A. ①是真命题，②是假命题

B. ①是假命题，②是真命题

C. ①是真命题，②是真命题

D. ①是假命题，②是假命题

【答案】C

【解析】

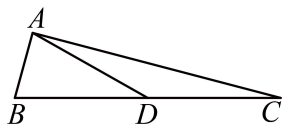
【分析】此题考查了三角形的分类和边角的大小关系，熟练掌握三角形的相关知识是解题的关键. 根据三角形中大边对大角进行解答即可.

【详解】命题①正确，因为边长顺序决定对应角的大小顺序.

命题②正确，因为最大角为锐角且其他角必然更小，三角形为锐角三角形.

故选：C

6. 在 $\triangle ABC$ 中， D 为 BC 的中点， $AB = 1$ ， $AD = 2$ ，则 AC 长度可以是（ ）



A. 1

B. 2

C. 3

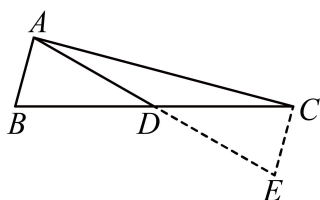
D. 4

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定和性质，三角形的三边关系，延长 AD 至 E ，使得 $DE = AD = 2$ ，即得 $AE = 4$ ，可证 $\triangle CDE \cong \triangle BDA$ (SAS)，得到 $CE = AB = 1$ ，再根据三角形三边关系求出 AC 的取值范围即可求解，正确作出辅助线是解题的关键.

【详解】解：如图，延长 AD 至 E ，使得 $DE = AD = 2$ ，



$$\therefore AE = 2 + 2 = 4,$$

$\because D$ 为 BC 的中点,

$$\therefore CD = BD,$$

在 $\triangle CDE$ 和 $\triangle BDA$ 中,

$$\begin{cases} ED = AD \\ \angle CDE = \angle BDA, \\ CD = BD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CDE \cong \triangle BDA (\text{SAS}),$$

$$\therefore CE = AB = 1,$$

$$\therefore AE - CE < AC < AE + CE,$$

$$\therefore 4 - 1 < AC < 4 + 1,$$

$$\text{即 } 3 < AC < 5,$$

$$\therefore AC \text{ 长度可以是 } 4,$$

故选: D.

二、填空题 (每题 3 分, 共 36 分)

7. x 的 3 倍减去 y 的平方的差不小于 5, 用不等式表示是: _____.

【答案】 $3x - y^2 \geq 5$

【解析】

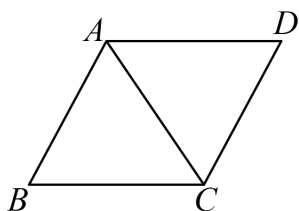
【分析】 根据题意列出不等式即可.

【详解】 解: 根据题意可列不等式为: $3x - y^2 \geq 5$,

故答案为: $3x - y^2 \geq 5$.

【点睛】 本题主要考查了根据题意列出不等式, 解题的关键是正确理解题意, 根据题意列出不等式, 掌握不小于即为大于或等于.

8. 如图, 四边形 $ABCD$ 中, 已知 $AD \parallel BC$, 要使 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$, 只需添加一个条件, 这个条件可以是_____.



【答案】 $AD = BC$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 根据全等三角形的判定方法可以由 SAS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$.

【详解】 解：添加 $AD = BC$.

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle CAD = \angle ACB$,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中,

$$\begin{cases} AD = BC \\ \angle CAD = \angle ACB, \\ AC = AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA$ (SAS),

故答案为: $AD = BC$ (答案不唯一).

【点睛】 本题主要考查了全等三角形的判定, 解题的关键是掌握 AAS, SAS, ASA 证明两个三角形全等是解题的关键, 此题难度不大.

9. 一个三角形的三边为 2、5、 x , 另一个三角形的三边为 y 、2、6, 若这两个三角形全等, 则 $x + y =$ _____.

【答案】 11

【解析】

【分析】 根据全等三角形的性质求出 x 和 y 即可.

【详解】 解: $\because$ 这两个三角形全等

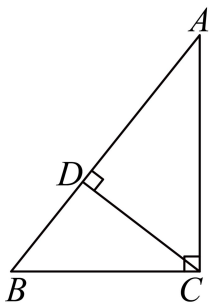
$\therefore x = 6, y = 5$

$\therefore x + y = 11$

故答案为 11.

【点睛】 此题考查的是全等三角形的性质, 掌握全等三角形的对应边相等是解决此题的关键.

10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AD$, 垂足为点 D , 那么点 B 到直线 CD 的距离是线段_____的长.



【答案】 $BD \neq DB$

【解析】

【分析】 本题考查了点到直线的距离，解决本题的关键是熟记点到直线的距离。根据点到直线的距离，即可解答。

【详解】 解： $\because CD \perp AD$ ，垂足为点 D ，

$\therefore CD \perp BD$

$\therefore$ 点 B 到直线 CD 的距离是线段 BD 的长，

故答案为： BD 。

11. 若三角形三个外角的比为 $4:3:2$ ，则它是一个_____三角形。

【答案】 钝角

【解析】

【分析】 本题考查了三角形外角和、邻补角关系、钝角三角形判定，先利用三角形外角和为 360° ，设未知数，求出外角具体度数；再依据邻补角互补，算出内角；最后根据钝角三角形定义（有一个角大于 90° ）判断三角形类型，是多性质综合运用的题目。

【详解】 解： 设三个外角分别为 $4x^\circ$ 、 $3x^\circ$ 、 $2x^\circ$ ，

$\because$ 三角形的外角和为 360° ，

$\therefore 4x + 3x + 2x = 360$

解得： $x = 40$ ，

$\therefore$ 三个外角分别为： $4x^\circ = 160^\circ$ ， $3x^\circ = 120^\circ$ ， $2x^\circ = 80^\circ$ ，

$\because$ 每个外角与其对应的内角互补，

$\therefore$ 对应 160° 外角的内角为： $180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$

对应 120° 外角的内角： $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ ，

对应 80° 外角的内角： $180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ ，

$\therefore$ 三个内角为 20° 、 60° 、 100° ，和为 180° ，

∴ 三角形为钝角三角形.

故答案为: 钝角.

12. 一个等腰三角形的两边长分别为 5cm 和 12cm, 则它的周长为_____ cm.

【答案】 29

【解析】

【分析】 本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系; 已知没有明确腰和底边的题目一定要想到两种情况, 分类进行讨论, 还应验证各种情况是否能构成三角形进行解答.

【详解】 解: ①当腰是 5cm, 底边是 12cm 时: 不满足三角形的三边关系, 因此舍去.

②当底边是 5cm, 腰长是 12cm 时, 能构成三角形, 则其周长 $= 5 + 12 + 12 = 29\text{cm}$.

故答案为 29.

13. 等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角为 60° , 则等腰三角形的顶角度数为_____.

【答案】 30° 或 150°

【解析】

【分析】 本题考查了等腰三角形的定义, 三角形内角和定理, 注意等腰三角形的分类讨论. 等腰三角形可能是锐角三角形或钝角三角形, 需要分类讨论. 当三角形为锐角三角形时, 顶角为 30° ; 当三角形为钝角三角形时, 顶角为 150° .

【详解】 解: 在等腰 ABC 中, $AB = AC$, BD 为腰 AC 上的高, $\angle ABD = 60^\circ$,

当 BD 在 ABC 内部时, 如图 1,

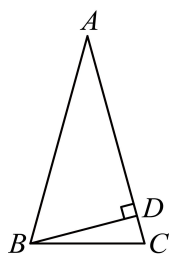


图1

∵ BD 为高,

∴ $\angle ADB = 90^\circ$,

∴ $\angle BAD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$,

当 BD 在 ABC 外部时, 如图 2,

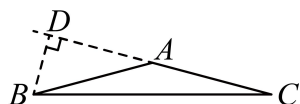


图2

$\because BD$ 为高,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ,$$

综上所述, 这个等腰三角形顶角的度数为 30° 或 150° .

故答案为: 30° 或 150° .

14. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} a-x > 3 \\ 2x+8 > 4a \end{cases}$ 有解且每一个 x 的值均不在 $-2 \leq x \leq 6$ 的范围中, 则 a 的取值范围是

-----.

【答案】 $a < 1$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次不等式组, 根据不等式组的解的情况求参数的取值范围, 先求出不等式组

的解集为 $2a-4 < x < a-3$, 再结合题意得出 $\begin{cases} 2a-4 < a-3 \\ 2a-4 \geq 6 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2a-4 < a-3 \\ a-3 \leq -2 \end{cases}$, 求解即可得出答案.

【详解】 解: $\begin{cases} a-x > 3 \text{ ①} \\ 2x+8 > 4a \text{ ②} \end{cases}$,

解不等式①得: $x < a-3$,

解不等式②得: $x > 2a-4$,

$\because$ 不等式组有解,

$$\therefore 2a-4 < x < a-3,$$

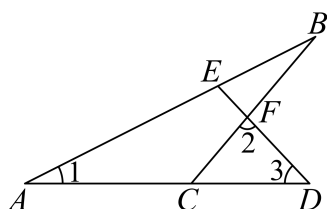
$\because$ 每一个 x 的值均不在 $-2 \leq x \leq 6$ 的范围中,

$$\therefore \begin{cases} 2a-4 < a-3 \\ 2a-4 \geq 6 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} 2a-4 < a-3 \\ a-3 \leq -2 \end{cases},$$

解得: $a < 1$,

故答案为: $a < 1$.

15. 如图, 已知 $\angle 1 = 27^\circ$, $\angle 2 = 83^\circ$, $\angle 3 = 47^\circ$, 则 $\angle B =$ -----.



【答案】 23°

【解析】

【分析】 本题考查的是三角形的内角和定理的应用，三角形的外角的性质，先求解 $\angle BEF = 27^\circ + 47^\circ = 74^\circ$ ，结合 $\angle BFE = \angle 2 = 83^\circ$ ，进一步的利用三角形的内角和定理可得答案.

【详解】 解： $\because \angle 1 = 27^\circ$ ， $\angle 3 = 47^\circ$ ， $\angle BEF = \angle 1 + \angle 3$ ，

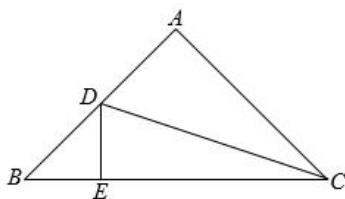
$\therefore \angle BEF = 27^\circ + 47^\circ = 74^\circ$ ，

$\because \angle BFE = \angle 2 = 83^\circ$ ， $\angle B + \angle BFE + \angle BEF = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle B = 180^\circ - 74^\circ - 83^\circ = 23^\circ$.

故答案为： 23°

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ， CD 平分 $\angle ACB$ ， $DE \perp BC$ 于 E ，若 $BC = 15\text{cm}$ ，则 $\triangle DEB$ 的周长为_____.



【答案】 15cm

【解析】

【分析】 先根据 AAS 判定 $\triangle ACD \cong \triangle ECD$ 得出 $AC = EC$ ， $AD = ED$ ，再将其代入 $\triangle DEB$ 的周长中，通过边长之间的转换得到：周长 $= BD + DE + EB = BD + AD + EB = AB + BE = AC + EB = CE + EB = BC$ ，所以为 15cm .

【详解】 解： $\because CD$ 平分 $\angle ACB$

$\therefore \angle ACD = \angle ECD$

$\because DE \perp BC$ 于 E

$\therefore \angle DEC = \angle A = 90^\circ$

$\because CD = CD$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ECD$

$\therefore AC = EC$ ， $AD = ED$

$$\therefore AB = AC$$

$$\therefore \triangle DEB \text{ 的周长为: } DE + BE + BD = AD + BD + BE = AB + BE = AC + BE = EC + BE = BC = 15\text{cm}.$$

【点睛】 本题考查三角形全等的判定方法，判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、ASA、AAS、HL.

17. 定义：如果一个三角形一边长为 m ，另一条边长为 $2m$ ，那么我们把这个三角形叫做“特征三角形”，其中长为 m 的边叫作“特征边”. 已知在特征三角形 ABC 中， $AC = 4, BC = 6$ ，边 AB 是特征边，那么边 AB 的长为_____.

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查了新定义，掌握三角形三边关系：任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边是解题的关键.

先根据三角形三边关系求出 $2 < AB < 10$ ，再根据“特征边”的定义分类讨论求解即可.

【详解】 解：由题意得， $BC - AC < AB < AC + BC$ ，

$$\therefore 2 < AB < 10,$$

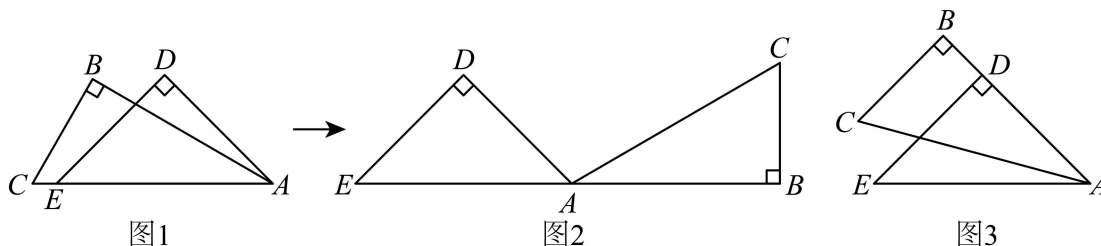
若 $2m = AC = 4$ ，则 $m = 2$ (舍)；

若 $2m = BC = 6$ ，则 $m = 3$ ，

$\therefore$ 边 AB 的长为 3，

故答案为：3.

18. 一副直角三角尺叠放如图 1 所示，现将 45° 的三角尺 ADE 固定不动，将含 30° 的三角尺 ABC 绕顶点 A 顺时针转动至图 2 位置的过程中，使两块三角尺至少有一组边互相平行. 如图 3：当 $\angle CAE = 15^\circ$ 时， $BC \parallel DE$. 则 $\angle CAE$ 其余符合条件的度数为_____.



【答案】 60° 或 105° 或 135°

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质，；熟练掌握平行的性质是解题的关键；

分 $AE \parallel BC$ ， $DE \parallel AB$ ， $DE \parallel AC$ 三种情况，分别利用平行线的性质求解即可.

【详解】 解：如图 3，当 $AE \parallel BC$ 时， $\angle CAE = \angle C = 60^\circ$ ；

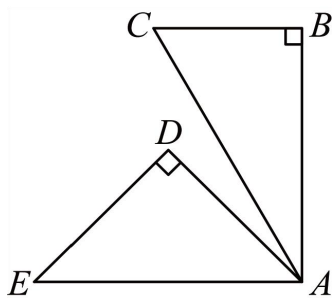


图3

如图 4, 当 $DE \parallel AB$ (或 $AD \parallel BC$) 时, $\angle BAD = \angle D = 90^\circ$,

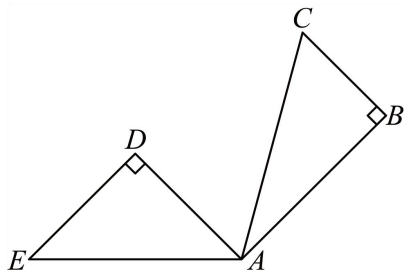


图4

$$\therefore \angle DAC = \angle BAD - \angle BAC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle DAE + \angle DAC = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ;$$

如图 5, 当 $DE \parallel AC$ 时, $\angle CAD = \angle D = 90^\circ$,

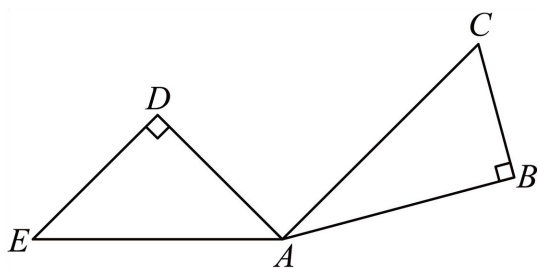


图5

$$\therefore \angle CAE = \angle DAE + \angle DAC = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ.$$

综上所述, 其他可能符合条件的度数为 60° 或 105° 或 135° .

故答案为: 60° 或 105° 或 135° .

三、解答题 (第19-23题每题6分, 第24-25题每题8分)

19. 解不等式组:
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + 1 > \frac{x+1}{2} \\ x > 3m \end{cases}.$$

(1) 当 $m = -1$ 时, 求出此时不等式组的解集并表示在数轴上;

(2) 要使此不等式组无解, 则 m 的取值范围是_____.

【答案】(1) $-3 < x < 3$, 见解析;

(2) $m \geq 1$.

【解析】

【分析】 本题考查的是一元一次不等式组的解法，不等式组无解问题；

(1) 当 $m = -1$ 时，可得 $\begin{cases} \frac{x}{3} + 1 > \frac{x+1}{2} \text{①} \\ x > -3 \text{②} \end{cases}$ ，再解不等式组即可；

(2) 由 ① 得： $x < 3$ ，由 ② 得： $x > 3m$ ，结合不等式组无解可得 $3m \geq 3$ ，进一步可得答案.

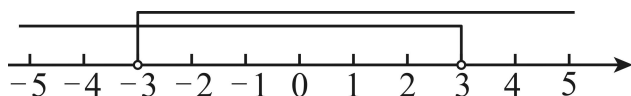
【小问 1 详解】

解： 当 $m = -1$ 时，

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + 1 > \frac{x+1}{2} \text{①} \\ x > -3 \text{②} \end{cases},$$

解 ① 得： $x < 3$ ，

在数轴上表示两个不等式的解集如下：



$\therefore$ 不等式组的解集 $-3 < x < 3$ ；

【小问 2 详解】

解 ① 得： $x < 3$ ，

解 ② 得： $x > 3m$ ，

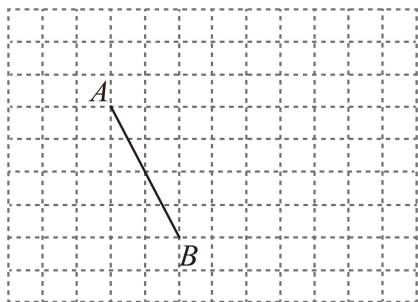
要使此不等式组无解，

$\therefore 3m \geq 3$ ，

$\therefore m \geq 1$ ；

$\therefore m$ 的取值范围是 $m \geq 1$.

20. 如图，是由边长为 1 个单位的正方形组成的小方格平面，线段 AB 的两个端点在小方格的格点上（小正方形的顶点），请你在该方格平面内仅用直尺画出一条线段 BC ，使 $AB = BC$ 且 $AB \perp BC$ ，垂足为点 B ，并证明作图合理的原因.



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了无刻度直尺画图，全等三角形的判定与性质，取格点 C ，连接 BC ，则线段 BC 即为所求。取格点 M 和 N ，证明 $\triangle ABM \cong \triangle BCN$ 即可证明作图合理。

【详解】如图，取格点 C ，连接 BC ，则线段 BC 即为所求。

取格点 M 和 N ，

在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle BCN$ 中

$$\begin{cases} AM = BN \\ \angle M = \angle N = 90^\circ, \\ BM = CN \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABM \cong \triangle BCN (\text{SAS}),$$

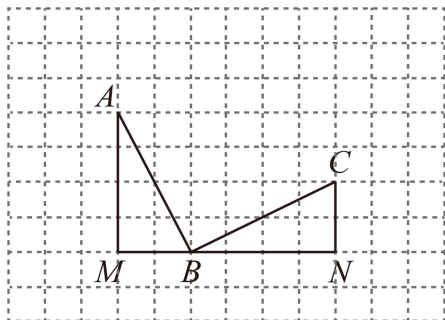
$$\therefore AB = BC, \quad \angle A = \angle CBN,$$

$$\because \angle A + \angle ABM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBN + \angle ABM = 90^\circ,$$

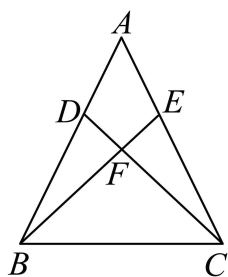
$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore AB \perp BC.$$



21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D ， E 分别在边 AB 和 AC 上，连接 BE ， CD ，交点为 F ，且

$$AD = \frac{1}{3} AB, \quad AE = \frac{1}{3} AC.$$



(1) 求证: $CD = BE$;

(2) 求证: $DF = EF$.

【答案】 (1) 证明 $\because AB = AC$, $AD = \frac{1}{3}AB$, $AE = \frac{1}{3}AC$,

$\therefore AD = AE$,

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle ABE$ 中,

$$\begin{cases} AD = AE \\ \angle CAD = \angle BAE, \\ AC = AB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ABE$ (SAS),

$\therefore CD = BE$.

(2) 证明: 由 (1) 得 $\triangle ACD \cong \triangle ABE$,

$\therefore \angle ACD = \angle ABE$,

$\because AB = AC$, $AD = AE$,

$\therefore AB - AD = AC - AE$, 即 $BD = CE$,

$\because \angle CFE = \angle BFD$,

$\therefore \triangle BDF \cong \triangle CEF$ (AAS),

$\therefore DF = EF$.

【解析】

【分析】 (1) 根据 $AB = AC$ 结合 $AD = \frac{1}{3}AB$ 、 $AE = \frac{1}{3}AC$ 得到 $AD = AE$, 通过 SAS 证明 $\triangle ACD \cong \triangle ABE$, 再根据全等三角形的性质即可证明结论;

(2) 由 $\triangle ACD \cong \triangle ABE$ 得到 $\angle ACD = \angle ABE$, 再说明 $BD = CE$, 结合 $\angle CFE = \angle BFD$ 得到

$\triangle BDF \cong \triangle CEF$ (AAS), 再根据全等三角形的性质即可证明结论.

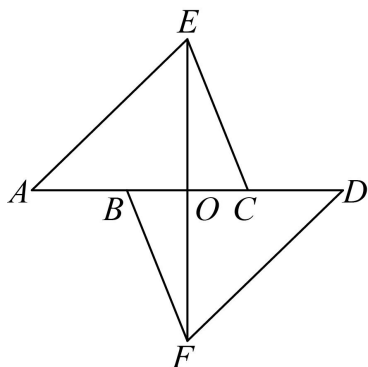
【小问 1 详解】

略.

【小问 2 详解】

略.

22. 已知: 如图, A 、 B 、 C 、 D 四点在同一直线上, $AB = CD$, $AE \parallel FD$, $BF \parallel EC$, AD 和 EF 相交于点 O . 求证: $OE = OF$.



【答案】见解析

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定和性质, 平行线的性质, 熟练掌握全等三角形的判定和性质定理是解题的关键. 根据平行线的性质和全等三角形的判定方法证明 $\triangle ACE \cong \triangle DBF$ 和 $\triangle COE \cong \triangle BOF$, 再根据全等三角形的性质定理即可得到结论.

【详解】 证明: $\because AE \parallel FD, BF \parallel EC$,

$$\therefore \angle A = \angle D, \angle ACE = \angle DBF,$$

$$\because AB = CD,$$

$$\therefore AC = BD,$$

在 $\triangle ACE$ 与 $\triangle DBF$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle D \\ AC = DB \\ \angle ACE = \angle DBF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ACE \cong \triangle DBF (ASA),$$

$$\therefore CE = BF,$$

在 $\triangle COE$ 与 $\triangle BOF$ 中,

$$\begin{cases} \angle OCE = \angle OBF \\ \angle EOC = \angle FOB, \\ CE = BF \end{cases}$$

$\therefore \triangle COE \cong \triangle BOF (AAS),$

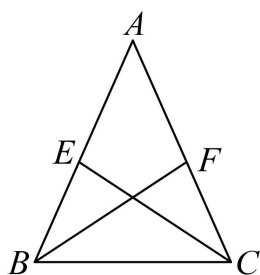
$\therefore OE = OF.$

23. 小明在学习“等腰三角形两底角相等”时，他猜想“等腰三角形底角的平分线相等”。请补全已知、求证，并进行证明，验证小明的猜想.

已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，_____

求证：_____

证明：



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了等腰三角形的性质，全等三角形的判定和性质，角平分线的定义，由等腰三角形的性质可得 $\angle ABC = \angle ACB$ ，进而由角平分线的定义可得 $\angle FBC = \angle ECB$ ，再根据 ASA 可证 $\triangle BCE \cong \triangle CBF$ ，据此即可求证 $BF = CE$ ，掌握以上知识点是解题的关键.

【详解】已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， BF ， CE 平分 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 交 AC ， AB 于点 F ， E ，

求证： $BF = CE$

证明： $\because AB = AC$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$ ，

又 $\because BF$ ， CE 平分 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ ，

$\therefore \angle FBC = \frac{1}{2} \angle ABC$ ， $\angle ECB = \frac{1}{2} \angle ACB$ ，

$\therefore \angle FBC = \angle ECB$ ，

又 $\because BC = CB$ ，

$\therefore \triangle BCE \cong \triangle CBF$ ，

$$\therefore BF = CE.$$

24. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \angle C$, 点 D 在 BC 边上, $\angle BAD = 50^\circ$ (如图1).

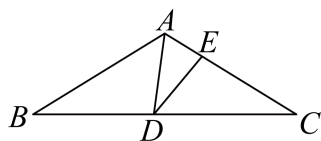
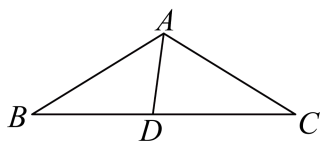
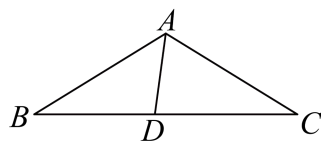


图1



备用图



备用图

- (1) 若 E 在 $\triangle ABC$ 的 AC 边上, 且 $\angle ADE = \angle B$, 求 $\angle EDC$ 的度数;
 (2) 若 $\angle B = 30^\circ$, E 在 $\triangle ABC$ 的 AC 边上, $\triangle ADE$ 是等腰三角形, 求 $\angle EDC$ 的度数; (简写主要解答过程即可)

【答案】 (1) 50°

(2) $10^\circ, 25^\circ$ 或 40°

【解析】

【分析】 (1) 根据三角形外角的性质和角的和差关系得到 $\angle EDC = \angle BAD = 50^\circ$.

(2) 首先根据已知条件得到 $\angle DAE = 70^\circ$, $\angle ADC = 80^\circ$, 再根据当 $EA = ED$, $AE = AD$, $AD = ED$ 时, 分三种情况讨论, 得出 $\angle EDC$ 的度数.

【小问1 详解】

解: $\because \angle ADC = \angle B + \angle BAD$, $\angle ADC = \angle ADE + \angle EDC$,

$$\therefore \angle ADE + \angle EDC = \angle B + \angle BAD,$$

$$\because \angle ADE = \angle B, \angle BAD = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle BAD = 50^\circ;$$

【小问2 详解】

解: $\because \angle B = \angle C$, $\angle B = 30^\circ$,

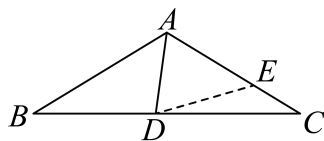
$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ,$$

$$\because \angle BAD = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = 120^\circ - 50^\circ = 70^\circ, \angle ADC = \angle BAD + \angle B = 80^\circ,$$

分三种情况讨论:

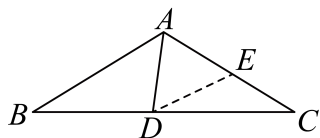
如图, 当 $EA = ED$ 时,



$$\angle EDA = \angle EAD = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle ADC - \angle EDA = 80^\circ - 70^\circ = 10^\circ ,$$

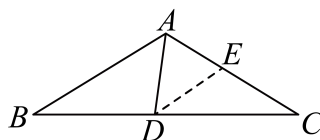
如图，当 $AE = AD$ 时，



$$\therefore \angle ADE = \frac{1}{2}(180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ ,$$

$$\therefore \angle EDC = 80^\circ - 55^\circ = 25^\circ ,$$

如图，当 $AD = ED$ 时，



$$\angle DEA = \angle DAE = 70^\circ ,$$

$$\therefore \angle ADE = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ ,$$

$$\therefore \angle EDC = 80^\circ - 40^\circ = 40^\circ ,$$

综上所述， $\angle EDC$ 的度数为 $10^\circ, 25^\circ$ 或 40° .