

2025-2026 学年七年级数学下学期 5 月学情自测

提升卷 · 全解全析版

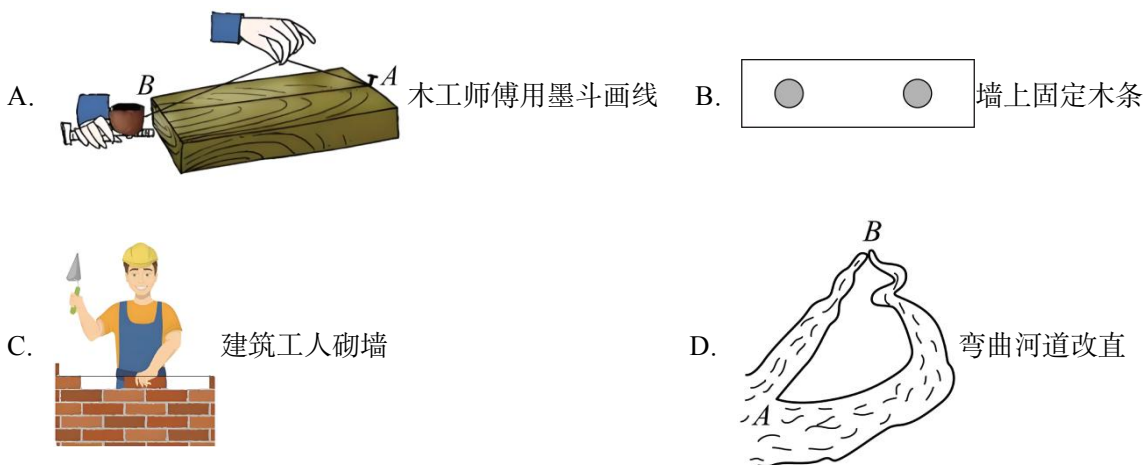
(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 新教材沪教版七年级下册第 15 章~18.2。

一、选择题 (本题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。)

1. 下列生活实例中, 能用两点之间, 线段最短这一数学原理解释的是 ()

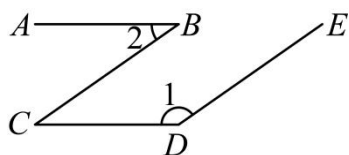


【答案】D

【分析】本题主要考查了“两点确定一条直线”和“两点之间线段最短”，解题的关键是理解以上知识点，直接利用直线的性质以及线段的性质分析得出答案。

【详解】解：A、选项中的现象可用“两点确定一条直线”来解释，故不符合题意；
B、选项中的现象可用“两点确定一条直线”来解释，故不符合题意；
C、选项中的现象可用“两点确定一条直线”来解释，故不符合题意；
D、选项中的现象可用“两点之间线段最短”来解释，故符合题意；
故选：D。

2. 如图, 直线 $AB \parallel CD$, 过点 D 作 $DE \parallel BC$, 若 $\angle 2 = 35^\circ$, 则 $\angle 1$ 为 ()



- A. 145° B. 135° C. 125° D. 115°

【答案】A

【分析】根据平行线的性质求解即可.

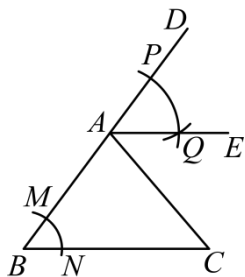
【详解】解: $\because AB \parallel CD$, $\angle 2 = 35^\circ$,

$$\therefore \angle C = \angle 2 = 35^\circ,$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle 1 = 180^\circ - \angle C = 145^\circ.$$

3. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB > AC$, AD 为 BA 的延长线. ①以点 B 为圆心, 小于 BA 的长为半径作弧, 分别交 BA , BC 于点 M , N ; ②以点 A 为圆心, BM 为半径作弧, 交 AD 于点 P ; ③以点 P 为圆心, MN 为半径作弧, 交上一段弧于点 Q ; ④过点 Q 作射线 AE . 则下列结论错误的是 ()



- A. $\angle DAE = \angle B$ B. $AE \parallel BC$ C. $\angle EAC = \angle C$ D. $\angle DAE = \angle EAC$

【答案】D

【分析】本题考查了平行线的判定、尺规作图作一个角等于已知角. 由作图可得 $\angle DAE = \angle B$, 利用平行线的判定得到 $AE \parallel BC$, 再利用平行线的性质得到 $\angle EAC = \angle C$, 由题意无法证明 $\angle DAE = \angle EAC$, 结合选项分析判断即可得出答案.

【详解】解: 由尺规作图可得, $\angle DAE = \angle B$,

故 A 选项正确;

$$\therefore \angle DAE = \angle B,$$

$$\therefore AE \parallel BC \text{ (同位角相等, 两直线平行),}$$

故 B 选项正确;

$$\therefore AE \parallel BC$$

$$\therefore \angle EAC = \angle C \text{ (两直线平行, 内错角相等),}$$

故 C 选项正确;

由题意无法证明 $\angle DAE = \angle EAC$,

故 D 选项错误;

故选: D.

4. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} -2(x-2)-x < 2 \\ \frac{k-x}{2} \geq -\frac{1}{2}+x \end{cases}$ 最多有 2 个整数解, 且关于 y 的一元一次方程 $3(y-1)-2(y-k)=7$

的解为非正数, 则符合条件的所有整数 k 的和为 ()

A. 13

B. 18

C. 21

D. 26

【答案】B

【分析】分别求出不等式组的解集, 一元一次方程的解, 根据题意, 求出符合条件的所有整数 k , 再将它们相加, 即可得出结果.

【详解】解: 由 $\begin{cases} -2(x-2)-x < 2 \\ \frac{k-x}{2} \geq -\frac{1}{2}+x \end{cases}$, 可得: $\begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x \leq \frac{k+1}{3} \end{cases}$,

$\therefore$ 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} -2(x-2)-x < 2 \\ \frac{k-x}{2} \geq -\frac{1}{2}+x \end{cases}$ 最多有 2 个整数解,

$\therefore \frac{2}{3} < x \leq \frac{k+1}{3}$ 或无解,

$\therefore$ 不等式组的整数解最多时为: 1, 2,

$\therefore \frac{k+1}{3} < 3$, 解得: $k < 8$;

解 $3(y-1)-2(y-k)=7$, 得: $y=10-2k$,

$\therefore$ 方程的解为非正数,

$\therefore 10-2k \leq 0$, 解得: $k \geq 5$,

综上: $5 \leq k < 8$,

符合条件的 k 的整数值为: 5, 6, 7, 和为 $5+6+7=18$;

故选 B.

【点睛】本题考查由不等式组的解集和方程的解的情况求参数的值. 正确的求出不等式组的解集和方程的解, 是解题的关键.

5. 下列说法中, 是真命题的是 ()

A. 如果直线 a 与 b 相交, b 与 c 相交, 那么 a 与 c 相交

B. 三角形的外角大于任何一个内角

C. 从直线外一点到已知直线引垂线，点和垂足之间的垂线段叫做这个点到这条直线的距离

D. 经过直线外的一点，有且只有一条直线与已知直线平行

【答案】D

【分析】根据相交线的位置关系，三角形外角性质，点到直线的距离定义，平行公理，逐个判断即可.

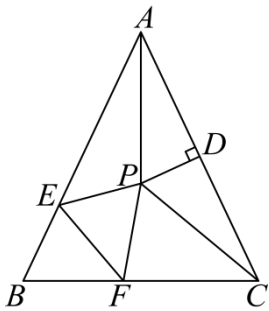
【详解】解：A、如果直线 a 与 b 相交， b 与 c 相交，那么 a 与 c 不一定相交，有可能平行，原命题为假命题，故选项不符合题意；

B、三角形的一个外角大于与其不相邻的任何一个内角，原命题为假命题，故选项不符合题意；

C、从直线外一点到这条直线上的垂线段的长度，叫做点到直线的距离，原命题为假命题，故选项不符合题意；

D、经过直线外一点，有且只有一条直线与已知直线平行是平行公理，是真命题，故选项符合题意.

6. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 E, F 分别为 AB, BC 上的点，将 $\triangle BEF$ 沿 EF 折叠得 $\triangle PEF$ ，连接 AP, CP ，过点 P 作 $PD \perp AC$ 于点 D ，点 D 恰好是 AC 的中点. 若 $\angle ACB = 65^\circ$ ， AP 平分 $\angle BAC$ ，则 $\angle PFC =$ ()



A. 100°

B. 90°

C. 80°

D. 60°

【答案】C

【分析】连接 PB ，过点 P 作 $PG \perp BC$ 交 BC 于点 G ，利用 AP 平分 $\angle BAC$ ，得到 $\angle BAP = \angle PAC = 25^\circ$ ，证明 $\triangle APD \cong \triangle CPD$ 后，求出 $\angle PCF$ ，再证明 $\triangle PGB \cong \triangle PGC$ ，利用三角形外角得到 $\angle PFC$ 。

【详解】解： $\because AB = AC$ ， $\angle ACB = 65^\circ$ ，

$\therefore \angle B = \angle ACB = 65^\circ$ ，

$\because AP$ 平分 $\angle BAC$ ，

$\therefore \angle BAP = \angle PAC = \frac{1}{2} \angle BAC$ ，

$\because \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle BCA = 50^\circ$ ，

$\therefore \angle BAP = \angle PAC = 25^\circ$ ，

$\because$ 点 D 恰好是 AC 的中点，

$$\therefore AD = CD,$$

$$\because PD \perp AC,$$

$$\therefore \angle ADP = \angle PDC = 90^\circ,$$

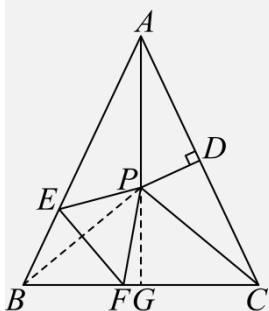
$$\because PD = PD,$$

$$\therefore \triangle APD \cong \triangle CPD (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle DCP = \angle PAD = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle FCP = \angle BCA - \angle DCP = 40^\circ,$$

连接 PB ，延长 AP ，交 BC 于点 G ，



$$\because AB = AC, \angle BAP = \angle PAC, AG = AG,$$

$$\therefore \triangle ABG \cong \triangle ACG (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle PGB = \angle PGC = 90^\circ, \quad BG = GC,$$

$$\because PG = PG,$$

$$\therefore \triangle PGB \cong \triangle PGC (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle PBG = \angle PCG = 40^\circ,$$

$\because \triangle BEF$ 沿 EF 折叠得 $\triangle PEF$ ，

$$\therefore BF = PF,$$

$$\therefore \angle BPF = \angle PBF = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle PFC = \angle BPF + \angle PBF = 80^\circ.$$

二、填空题 (本题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分)

7. 已知不等式 $x < y$ ，有 $(a-3)x > (a-3)y$ ，则 a 的取值范围是_____.

【答案】

$$a < 3$$

【分析】本题考查了不等式的性质，熟练掌握其性质是解题的关键.

根据不等式的性质解题即可.

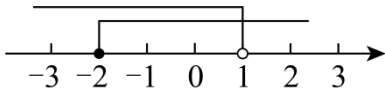
【详解】解：由 $x < y$ 和 $(a-3)x > (a-3)y$ 可知，不等式两边乘以 $a-3$ 后不等号方向改变，

$$\therefore a-3 < 0,$$

解得 $a < 3$.

故答案为： $a < 3$.

8. 如图，数轴上表示的是关于 x 的不等式组的解集，则该不等式组的整数解有_____个.



【答案】 3

【分析】此题考查了在数轴上表示不等式组的解集，不等式组的整数解，理解题意是解决本题的关键.

根据数轴得到不等式组的解集为 $-2 \leq x < 1$ ，据此即可得到该不等式组的整数解的个数.

【详解】解：由数轴可知关于 x 的不等式组的解集为 $-2 \leq x < 1$ ，

$\therefore$ 该不等式组的整数解有 $-2, -1, 0$ ，共 3 个，

故答案为： 3.

9. 若 ABC 的三个内角之比为 $1:3:5$ ，那么 ABC 中最大角的度数为_____.

【答案】 100° / 100 度

【分析】三角形的内角和为 180° ，然后按比例分配即可.

【详解】解：由题意得，最大角为 $180^\circ \times \frac{5}{1+3+5} = 100^\circ$.

故答案为： 100° .

【点睛】本题考查三角形的内角和定理，熟练掌握三角形的内角和定理是解题的关键.

10. 若等腰三角形的顶角是 72° ，则它的一个底角是_____°.

【答案】 54

【分析】本题主要考查了等腰三角形的性质，根据等腰三角形两底角相等，即可求解.

【详解】解： $\because$ 等腰三角形的顶角是 72° ，

$$\therefore \text{它的一个底角是 } \frac{1}{2}(180^\circ - 72^\circ) = 54^\circ.$$

故答案为： 54

11. 已知：在钝角三角形中，一个锐角的度数是另一个锐角的度数的 2 倍，则较大的锐角 x 的取值范围是_____.

【答案】 $0^\circ < x < 60^\circ$

【分析】该题主要考查了三角形的内角和，不等式，要灵活掌握三角形的内角和，然后根据题意得出所求的答案.

若较大的锐角为 x 度，则较小的锐角为 $\frac{x}{2}$ 度，那么这两个锐角的和为 $x + \frac{x}{2}$ 度，钝角三角形中两锐角的和的取值范围为 $0 - 90$ 度.

【详解】解：根据题意列出不等式 $0^\circ < x + \frac{x}{2} < 90^\circ$,

化简后得出 $0^\circ < x < 60^\circ$,

则较大的锐角 x 的取值范围是 $0^\circ < x < 60^\circ$,

故答案为： $0^\circ < x < 60^\circ$.

12. 若等腰三角形的两边长分别是10cm和5cm，则这个等腰三角形的周长是_____cm.

【答案】25

【分析】题目未明确腰和底边的长度，因此需要分两种情况讨论，再根据三角形三边关系验证能否组成三角形，即可得到结果.

【详解】解：根据等腰三角形的定义，分以下两种情况讨论：

当边长为5cm的边为腰时，

三角形的三边长分别为5cm，5cm，10cm，

因为 $5 + 5 = 10$ ，不满足三角形的三边关系“任意两边之和大于第三边”，因此这种情况不成立，舍去；

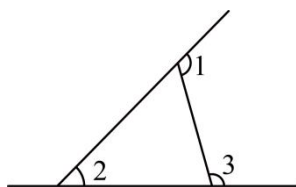
当边长为10cm的边为腰时，

三角形的三边长分别为10cm，10cm，5cm，

满足三角形的三边关系定理，

此时这个等腰三角形的周长为 $10 + 10 + 5 = 25(\text{cm})$.

13. 一天，爸爸带小明到建筑工地考察，看见一个如图所示的人字架，爸爸说：“小明，我考考你，这个人字架的夹角 $\angle 1$ 等于 130° ，你知道 $\angle 3$ 比 $\angle 2$ 大多少吗？”小明马上得到了正确的答案，他的答案是_____.

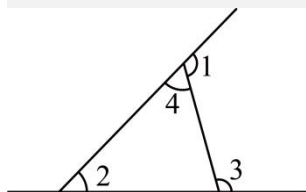


【答案】 $50^\circ/50$ 度

【分析】本题考查三角形外角的性质和邻补角的性质. 掌握邻补角互补和三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和是解题关键.

由三角形外角的性质结合邻补角的性质即可得出答案.

【详解】解：如图，



根据三角形外角的性质得： $\angle 3 = \angle 2 + \angle 4$ ，

$\because \angle 1$ 等于 130° ，

$\therefore \angle 4 = 180^\circ - 130^\circ$ ，

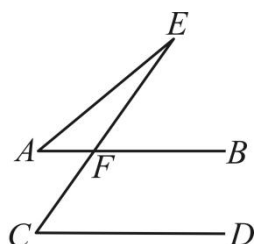
$\therefore \angle 3 = \angle 2 + 50^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 - \angle 2 = 50^\circ$ ，

即 $\angle 3$ 比 $\angle 2$ 大 50° .

故答案为： 50° .

14. 如图， $AB \parallel CD$ ， CE 交 AB 于 F ， $\angle C = 55^\circ$ ， $\angle AEC = 15^\circ$ ， 则 $\angle A =$ _____ $^\circ$.



【答案】 40

【分析】 本题考查了平行线的性质， 三角形外角和定理， 掌握以上知识， 数形结合分析是关键.

根据平行线的性质得到 $\angle BFE = \angle C = 55^\circ$ ， 由三角形外角和的性质得到 $\angle A = \angle BFE - \angle AEC$ ， 由此即可求解.

【详解】 解： $\because AB \parallel CD$ ，

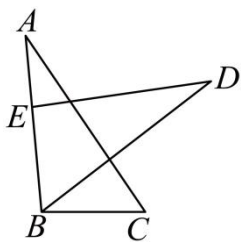
$\therefore \angle BFE = \angle C = 55^\circ$ ，

$\because \angle BFE = \angle A + \angle AEC$ ，

$\therefore \angle A = \angle BFE - \angle AEC = 55^\circ - 15^\circ = 40^\circ$ ，

故答案为： 40 .

15. 如图， $\triangle ABC \cong \triangle DEB$ ， 点 E 在边 AB 上， 若 $AE = 6$ ， $BC = 9$ ， 则线段 DE 的长是 _____.



【答案】15

【分析】由全等三角形的性质推出 $DE = AB$, $EB = BC = 9$, 求出 $AB = 15$, 即可得到 DE 的长.

【详解】解: $\because \triangle ABC \cong \triangle DEB$,

$$\therefore DE = AB, EB = BC = 9,$$

$$\because AE = 6,$$

$$\therefore AB = AE + BE = 15,$$

$$\therefore DE = 15.$$

16. 为了激发学生学习数学的积极性, 某校举行了主题为“学数学、用数学、爱数学”的知识竞赛活动, 共 20 道题, 答对一题得 5 分, 答错或不答扣 2 分, 大赛规定总分不低于 80 分获奖, 伊伊想获奖, 至少要答对 _____ 道题.

【答案】18

【分析】找出不等关系, 正确列出一元一次不等式 $5x - 2(20 - x) \geq 80$, 解答即可.

【详解】解: 设伊伊答对 x 道题, 则答错或不答 $(20 - x)$ 道题,

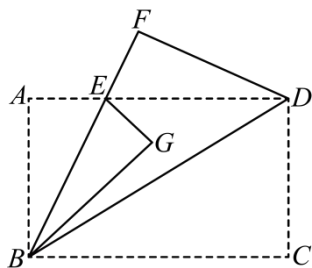
$$\text{根据题意得: } 5x - 2(20 - x) \geq 80,$$

$$\text{解不等式得: } x \geq 17\frac{1}{7},$$

$\because x$ 为正整数,

$\therefore x$ 的最小值为 18.

17. 如图, 在长方形纸片 $ABCD$ 中, 将 $\angle CBD$ 沿对角线 BD 折叠得 $\angle FBD$, FB 和 AD 相交于点 E , 将 $\angle ABE$ 沿 BE 折叠得 $\angle GBE$ ($\angle GBE < \angle DBE$). 若 $\angle GBD = 12^\circ$, 则 $\angle ABE$ 的度数为 _____.



【答案】 22° / 22 度

【分析】本题考查了折叠的性质、一元一次方程的应用，利用数形结合的思想是解题的关键.

设 $\angle CBD = x$ ，根据折叠可得 $\angle FBD = x$ ， $\angle GBE = x - 12^\circ$ ，依据 $\angle ABC = \angle ABE + \angle FBD + \angle CBD = 90^\circ$ ，进而求解.

【详解】解：设 $\angle CBD = x$ ，

则 $\angle FBD = x$ ，

$\therefore \angle GBD = 12^\circ$ ，

$\therefore \angle GBE = x - 12^\circ$ ，

由折叠可得， $\angle ABE = \angle GBE = x - 12^\circ$

$\therefore \angle ABC = \angle ABE + \angle FBD + \angle CBD = 90^\circ$ ，

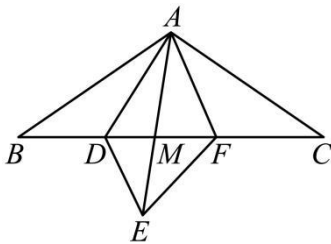
$\therefore x - 12^\circ + x + x = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 解得 $x = 34^\circ$ ，

$\therefore \angle ABE = 90^\circ - 2 \times 34^\circ = 22^\circ$.

故答案为： 22° .

18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 110^\circ$ ， D 是 BC 上的动点，连接 AD ，将 $\triangle ABD$ 沿 AD 折叠，得到 $\triangle AED$ ，且点 E 在直线 BC 的下方， AE 与边 BC 交于点 M ，继续将 AC 向下折叠，使 AC 与 AE 重合，折痕为 AF （ F 在边 CM 上），连接 EF . 若 $\triangle DEF$ 是以 DE 为底边的等腰三角形，则 $\angle BAD$ 的度数为 _____ .



【答案】 20°

【分析】可由 $\triangle ABC$ 为等腰三角形求解 $\angle B = \angle C = 35^\circ$ ，再根据图形翻折的性质可得 $\angle AED = \angle B$ ， $\angle AEF = \angle C$ ，再由 $\triangle DEF$ 为等腰可求解 $\angle FDE$ 的度数，再根据翻折的性质可得 $\angle ADB = \angle ADE$ ，再结合平角的性质求解即可.

【详解】解： $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 110^\circ$ ，

$\therefore \angle B = \angle C = \frac{180^\circ - 110^\circ}{2} = 35^\circ$ ，

$\therefore \triangle ADE$ 是由 $\triangle ADB$ 翻折得到， $\triangle AFC$ 是由 $\triangle AFE$ 翻折得到，

$\therefore \angle AED = \angle B = 35^\circ$ ， $\angle AEF = \angle C = 35^\circ$ ，

$$\therefore \angle DEF = 70^\circ,$$

$\therefore \triangle DEF$ 是以 DE 为底边的等腰三角形,

$$\therefore \angle FDE = \angle DEF = 70^\circ,$$

$\therefore \triangle ADE$ 是由 $\triangle ADB$ 翻折得到,

$$\therefore \angle ADB = \angle ADE = \angle ADC + \angle FDE = \angle ADC + 70^\circ,$$

$$\text{即 } \angle ADB - 70^\circ = \angle ADC,$$

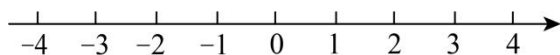
$$\therefore \angle ADB + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB + \angle ADB - 70^\circ = 180^\circ, \text{ 可得 } \angle ADB = 125^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 180^\circ - \angle ABD - \angle ADB = 180^\circ - 35^\circ - 125^\circ = 20^\circ.$$

三、解答题 (本题共 7 小题, 共 52 分)

19. (本小题 6 分) 解不等式 $3(2x-1) \leq 4x$, 并在数轴上表示解集.



【答案】 $x \leq \frac{3}{2}$, 见解析

【分析】 本题考查了解一元一次不等式, 在数轴上表示不等式的解集, 熟练掌握解一元一次不等式的步骤是解题的关键. 按照解一元一次不等式的步骤进行计算, 并在数轴上表示解集, 即可求解.

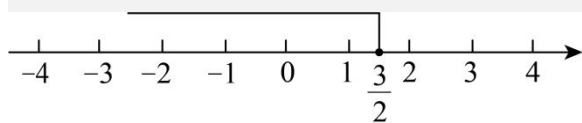
【详解】 解: 去括号, 得: $6x - 3 \leq 4x$

移项, 得: $6x - 4x \leq 3$

合并同类项得, $2x \leq 3$

$$\text{解得 } x \leq \frac{3}{2}$$

把解集表示在数轴上, 如下图:



20. (本小题 6 分) 解不等式组
$$\begin{cases} 4(x-1) > 3x-2 \\ \frac{1+x}{2} + \frac{1-x}{3} \geq 1 \end{cases}.$$

【答案】 $x > 2$

【分析】 本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键. 分别求出每一个不等式的解集, 再根据口诀确定不等式组的解集即可,

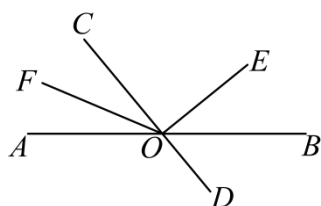
【详解】解：
$$\begin{cases} 4(x-1) > 3x-2 \text{ ①} \\ \frac{1+x}{2} + \frac{1-x}{3} \geq 1 \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①得： $x > 2$,

解不等式②得： $x \geq 1$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $x > 2$.

21. (本小题 6 分) 如图, 直线 AB 与 CD 相交于点 O , $EO \perp CD$ 于点 O , OF 平分 $\angle AOC$. 若 $\angle BOE : \angle AOC = 4: 5$, 求 $\angle EOF$ 的度数



【答案】 115°

【分析】依据 $\angle AOC + \angle BOE = 90^\circ$, $\angle BOE : \angle AOC = 4: 5$, 即可得出 $\angle AOC = 50^\circ$, 根据 OF 平分 $\angle AOC$, 可得 $\angle COF = 25^\circ$, 进而得到 $\angle EOF = \angle COF + \angle COE = 115^\circ$.

【详解】解： $\because EO \perp CD$,

$\therefore \angle COE = 90^\circ$,

$\therefore \angle AOC + \angle BOE = 90^\circ$,

又 $\because \angle BOE : \angle AOC = 4: 5$,

$\therefore \angle AOC = 50^\circ$,

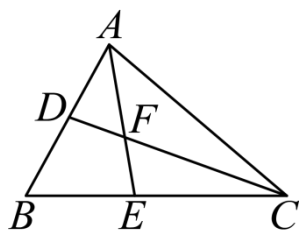
又 $\because OF$ 平分 $\angle AOC$,

$\therefore \angle COF = 25^\circ$,

$\therefore \angle EOF = \angle COF + \angle COE = 25^\circ + 90^\circ = 115^\circ$.

【点睛】本题主要考查垂线的定义、角平分线的定义、平角的定义, 解题关键在于正确识图, 根据相关定义推出相关角的度数.

22. (本小题 8 分) 如图, AE , CD 分别是 $\angle BAC$, $\angle ACB$ 的平分线, 且 AE , CD 相交于点 F .



(1) 若 $\angle BAC = 80^\circ$, 若 $\angle ACB = 40^\circ$, 求 $\angle AFC$ 的度数;

(2)若 $\angle B = 80^\circ$ ，求 $\angle AFC$ 的度数.

【答案】 (1) 120°

(2) 130°

【分析】 本题考查三角形内角和、角平分线，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答；

(1) 根据 $\angle BAC = 80^\circ$ ， $\angle ACB = 40^\circ$ ，可以得到 $\angle FAC$ 和 $\angle FCA$ 的度数，然后根据三角形内角和，即可求得 $\angle AFC$ 的度数；

(2) 根据 $\angle B$ 的度数，可以求得 $\angle BAC + \angle BCA$ 的度数，然后根据角平分线的定义和三角形内角和可以计算出 $\angle AFC$ 的度数.

【详解】 (1) 解： $\because \angle BAC = 80^\circ$ ， $\angle ACB = 40^\circ$ ， AE ， CD 分别是 $\angle BAC$ ， $\angle ACB$ 的平分线，
 $\therefore \angle FAC = 40^\circ$ ， $\angle FCA = 20^\circ$ ，
 $\therefore \angle AFC = 180^\circ - \angle FAC - \angle FCA = 120^\circ$ ；

(2) 解： $\because \angle B = 80^\circ$ ，
 $\therefore \angle BAC + \angle BCA = 100^\circ$ ，
 $\because AE$ ， CD 分别是 $\angle BAC$ ， $\angle ACB$ 的平分线，
 $\therefore \angle FAC + \angle FCA = 50^\circ$ ，
 $\therefore \angle AFC = 130^\circ$.

23. (本小题 8 分) 目前，我国国产电影《哪吒之魔童闹海》累计票房已超过 150 亿元. 某影院商家推出 A 、 B 两种类型的哪吒纪念娃娃. 该商家若购进 40 个 A 种娃娃和 50 个 B 种娃娃，则一共需要 800 元；若购进 20 个 A 种娃娃和 60 个 B 种娃娃，则一共需要 680 元. 该商家将 A 种娃娃的售价定为每个 15 元， B 种娃娃的售价定为每个 10 元.

(1) A 、 B 两种娃娃每个的进价分别是多少元？

(2) 该商家计划购进 A 、 B 两种娃娃共 200 个，总花费不超过 1760 元，该商家如何进货能在这 200 个娃娃全部售完时获利最大？最大利润是多少元？

【答案】 (1) 每个 A 种娃娃的进价为 10 元，每个 B 种娃娃的进价为 8 元

(2) 购进 80 个 A 种娃娃，120 个 B 种娃娃时获利最大，为 640 元

【分析】 本题考查了二元一次方程的实际应用，一次函数的实际应用，一元一次不等式，获取相关信息列出方程是解题的关键.

(1) 设每个 A 种娃娃的进价为 x 元，每个 B 种娃娃的进价为 y 元，利用 A 的总价 + B 的总价 = 所需总价，列出方程运算即可；

(2) 设购进 m 个 A 种娃娃, 则购进 $(200-m)$ 个 B 种娃娃, 利用不等式求出 m 的取值范围, 设这 200 个娃娃全部售完时总利润为 w 元, 列出利润表达式, 在根据 m 的取值分析求解即可.

【详解】(1) 解: 设每个 A 种娃娃的进价为 x 元, 每个 B 种娃娃的进价为 y 元,

由题意得,
$$\begin{cases} 40x + 50y = 800 \\ 20x + 60y = 680 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = 10 \\ y = 8 \end{cases},$$

$\therefore$ 每个 A 种娃娃的进价为 10 元, 每个 B 种娃娃的进价为 8 元;

(2) 设购进 m 个 A 种娃娃, 则购进 $(200-m)$ 个 B 种娃娃,

由题意得, $10m + 8(200-m) \leq 1760$, 解得, $m \leq 80$,

设这 200 个娃娃全部售完时总利润为 w 元,

由题意得, $w = (15-10)m + (10-8)(200-m) = 3m + 400$,

$\because 3 > 0$,

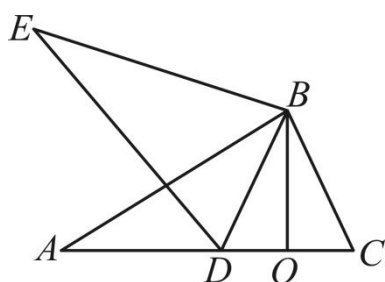
$\therefore w$ 随 m 的增大而增大,

$\therefore$ 当 $m = 80$ 时, w 取得最大值, 为 $w = 3 \times 80 + 400 = 640$,

此时, $200-m = 120$,

答: 该商家购进 80 个 A 种娃娃, 120 个 B 种娃娃时获利最大, 为 640 元.

24. (本小题 8 分) 如图, 已知: $\angle A = \angle E$, $AB = EB$, 点 D 在 AC 边上, 且 $\angle ABE = \angle CBD$.



(1) 求证: $\triangle EBD \cong \triangle ABC$;

(2) 如果 O 为 CD 中点, $\angle BDE = 65^\circ$, 求 $\angle OBD$ 的度数.

【答案】(1) 见解析

(2) 25°

【分析】(1) 先根据角的和差运算得到 $\angle EBD = \angle ABC$, 结合已知条件即可利用 ASA 证得结论;

(2) 根据全等三角形对应边和对应角相等, 可知 $\triangle BDC$ 为等腰三角形, 然后根据等边对等角、三线合一以及三角形内角和定理, 即可解答.

【详解】(1) 证明: $\because \angle ABE = \angle CBD$,

$$\therefore \angle ABE + \angle ABD = \angle CBD + \angle ABD,$$

$$\text{即 } \angle EBD = \angle ABC,$$

在 $\triangle EBD$ 和 $\triangle ABC$ 中,

$$\begin{cases} \angle E = \angle A \\ EB = AB \\ \angle EBD = \angle ABC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle EBD \cong \triangle ABC (\text{ASA});$$

(2) 解: 由 (1) 可知 $\triangle EBD \cong \triangle ABC$,

$$\therefore BD = BC, \angle BDE = \angle BCD,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle BCD,$$

$$\therefore \angle BDE = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle BCD = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle CBD = 180^\circ - (\angle BDC + \angle BCD) = 50^\circ,$$

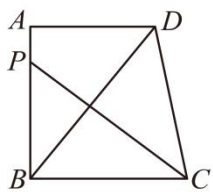
又 $\because O$ 点为 CD 中点,

$$\therefore \angle OBD = \frac{1}{2} \angle CBD = 25^\circ.$$

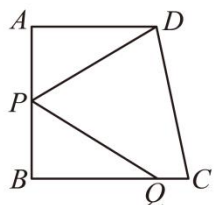
25. (本小题 10 分) 综合与探究

【问题情境】

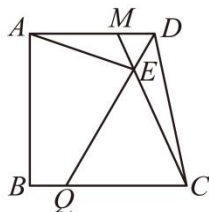
如图①, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle A = 90^\circ$, $AB = BC = 12\text{cm}$, $AD = 10\text{cm}$. 动点 P 从点 A 出发, 以 3cm/s 的速度沿 AB 方向向点 B 匀速运动, 连接 BD , CP . 设运动时间为 t (单位: s).



图①



图②



图③

【初步探究】

(1) 如图①, 若 $\triangle ABD \cong \triangle BCP$, 求 t 的值.

【拓展延伸】

(2) 如图②, 当点 P 开始运动时, 另一动点 Q 同时从点 C 出发, 以 $a\text{cm/s}$ 的速度沿 CB 方向向点 B 匀速运动, 其中一点到达终点时, 另一点也随之停止运动.

①在 P 、 Q 运动的过程中，若 $\triangle ADP$ 与 $\triangle BQP$ 全等，请求出此时 a 和 t 的值.

②如图③，当点 Q 开始运动时，动点 M 同时从点 D 出发，以 1.5cm/s 的速度沿 DA 方向向点 A 运动，连接 CM ，交 DQ 于点 E . 连接 AE ，当 $MD = \frac{1}{4}AD$ 时， $S_{\triangle ADE} = S_{\triangle CDE}$ ，请直接写出此时 a 的值.

【答案】(1) $t = \frac{2}{3}\text{s}$ ；(2) ① $t = 2$ ， $a = 1$ 或 $t = \frac{2}{3}$ ， $a = 15$ ；② 6 .

【分析】本题考查了全等三角形的性质.

(1) 根据全等三角形的性质可知 $BP = AD = 10\text{cm}$ ，所以 $AP = 2\text{cm}$ ，根据 $3t = 2$ 即可求出运动的时间；

(2) ①当 $\triangle ADP$ 与 $\triangle BQP$ 全等时，有两种情况，一种情况是 $\triangle ADP \cong \triangle BQP$ ，即 $AP = BP$ ；另一种情况是 $\triangle ADP \cong \triangle BPQ$ ，即 $AD = BP$ 时. 根据对应相等的线段的长度求出运动时间 t 的值，再根据运动的时间和路程求出 a 即可；

②根据三角形的面积公式，可得： $AD = CQ = 10\text{cm}$ ，可以求出 MD 的长度，即点 M 的运动路程，根据点 M 的运动路程和速度求出运动时间 t ，根据运动的时间 t 和点 Q 运动的路程 CQ 的长度求出 a 值即可.

【详解】(1) 解： $\because \triangle ABD \cong \triangle BCP$ ，

$$\therefore BP = AD = 10\text{cm}，$$

$$\therefore AP = AB - BP = 12 - 10 = 2\text{cm}，$$

$$\therefore t = \frac{2}{3}\text{s}；$$

(2) ①解：若 $\triangle ADP \cong \triangle BQP$ ，

$$\therefore AP = BP，AD = BQ = 10\text{cm}，$$

$$\because AB = 12\text{cm}，$$

$$\therefore AP = BP = 6\text{cm}，$$

$$\therefore t = \frac{6}{3} = 2\text{s}，$$

$$\because CQ = BC - BQ = 12 - 10 = 2\text{cm}，$$

$$\therefore 2a = 12 - 10，$$

$$\therefore a = 1，$$

若 $\triangle ADP \cong \triangle BPQ$ ，

$$\therefore AD = BP = 10\text{cm}，BQ = AP = AB - BP = 12 - 10 = 2\text{cm}，$$

$$\therefore t = \frac{2}{3}\text{s}，$$

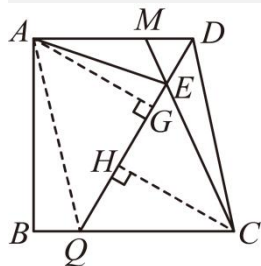
$$\because CQ = BC - BQ = 12 - 2 = 10\text{cm}，$$

$$\therefore \frac{2}{3}a = 10,$$

$$\therefore a = 15;$$

综上所述: $t = 2$, $a = 1$ 或 $t = \frac{2}{3}$, $a = 15$;

②解: 如下图所示, 连接 AQ , 过点 A 作 $AG \perp DQ$ 于 G , 过点 C 作 $CH \perp DQ$ 于 H ,



$$\because MD = \frac{1}{4}AD, \quad AD = 10\text{cm},$$

$$\therefore MD = \frac{5}{2}\text{cm},$$

$$\therefore t = \frac{\frac{5}{2}}{1.5} = \frac{5}{3}\text{s},$$

$$\because S_{\triangle ADE} = S_{\triangle CDE},$$

$$\therefore \frac{1}{2}DE \cdot AG = \frac{1}{2}DE \cdot CH,$$

$$\therefore AG = CH,$$

$$\therefore \frac{1}{2}DQ \cdot AG = \frac{1}{2}DQ \cdot CH,$$

$$\therefore S_{\triangle ADQ} = S_{\triangle CDQ},$$

$$\therefore \frac{1}{2}AD \cdot AB = \frac{1}{2}QC \cdot AB,$$

$$\therefore AD = CQ = 10\text{cm},$$

$$\therefore t = \frac{5}{3}\text{s},$$

$$\therefore \frac{5}{3}a = 10,$$

$$\therefore a = 6.$$