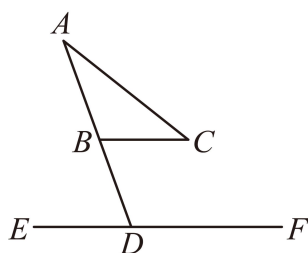


2025 学年第二学期阶段练习

七年级数学学科试卷

一、选择题 (每题 3 分)

1. 长风破浪会有时，直挂云帆济沧海. 如图，这是一个帆船模型抽象出来的几何图形，已知 $BC \parallel EF$ ，若 $\angle CBD = 70^\circ$ ，则 $\angle BDF$ 的度数为 ()



- A. 100° B. 105° C. 110° D. 115°

【答案】C

【解析】

【分析】直接利用两直线平行、同旁内角互补求解即可.

【详解】解: $\because BC \parallel EF$, $\angle CBD = 70^\circ$,

$\therefore \angle BDF = 180^\circ - \angle CBD = 110^\circ$, 即选项 C 符合题意.

2. 下列命题中，真命题的是 ()

- ①钝角大于直角; ②对顶角相等; ③同位角相等，两直线平行;
④如果两条直线被第三条直线所截，那么一对同旁内角的平分线互相垂直.

- A. ①②③④ B. ②③ C. ①②③ D. ②③④

【答案】C

【解析】

【详解】解: ① $\because$ 钝角是大于 90° 且小于 180° 的角，直角为 90° ,

$\therefore$ 钝角大于直角，①是真命题;

② $\because$ 对顶角相等是对顶角的基本性质,

$\therefore$ ②是真命题.

③同位角相等，两直线平行是平行线的判定定理,

$\therefore$ ③是真命题.

④只有两条平行直线被第三条直线所截时，同旁内角互补，同旁内角的平分线才互相垂直，命题未说明被截的两条直线平行，

∴④是假命题

综上，真命题为①②③

3. 对于命题“如果 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，那么 $\angle 1 = \angle 2$ ”，能说明它是假命题的反例是（ ）

A. $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$

B. $\angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle 2 = 130^\circ$

C. $\angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle 2 = 50^\circ$

D. $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$

【答案】B

【解析】

【分析】要说明原命题是假命题，需要找到满足命题条件，但不满足命题结论的例子.

【详解】解：A、 $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ ，则 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，满足条件也满足结论，不能作为反例，故 A 不符合题意；

B、 $\angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle 2 = 130^\circ$ ，则 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，满足条件，但 $\angle 1 \neq \angle 2$ ，不满足结论，可以作为反例，故 B 符合题意；

C、 $\angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle 2 = 50^\circ$ ， $\angle 1 + \angle 2 = 100^\circ \neq 180^\circ$ ，不满足条件，不能作为反例，故 C 不符合题意；

D、 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ \neq 180^\circ$ ，不满足条件，不能作为反例，故 D 不符合题意.

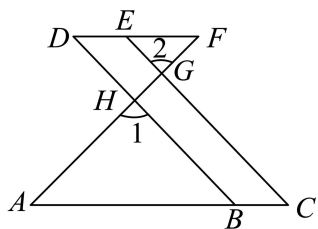
4. 如图，下列说法正确的有（ ）.

①若 $\angle 1 = \angle 2$ ，则 $DB \parallel EG$ ；

②若 $\angle 1 = 80^\circ$ ， $\angle A = 55^\circ$ ，则 $\angle DBA = 45^\circ$ ；

③ $\angle A$ 和 $\angle 1$ 是同旁内角；

④若 $DB \parallel EG$ ，则 $\angle A + \angle DBA + \angle 2 = 180^\circ$.



A. ①②④

B. ①②③④

C. ①②③

D. ②③④

【答案】B

【解析】

【分析】根据平行线的判定和性质，三角形的内角和定理，同旁内角的定义，逐一进行判断即可.

【详解】解：① $\because \angle 1 = \angle DHG$ （对顶角相等），

若 $\angle 1 = \angle 2$ ，

$$\therefore \angle DHG = \angle 2,$$

$\therefore DB \parallel EG$ （同位角相等，两直线平行），故①正确；

② $\because \angle 1 = 80^\circ$ ， $\angle A = 55^\circ$ ，

$\therefore \angle DBA = 180^\circ - \angle 1 - \angle A = 180^\circ - 80^\circ - 55^\circ = 45^\circ$ ，故②正确；

③由图可知， $\angle A$ 和 $\angle 1$ 是直线 AC 、 DB 被直线 AF 所截形成的同旁内角，故③正确；

④ $\because DB \parallel EG$ ，

$\therefore \angle 2 = \angle DHG$ ，

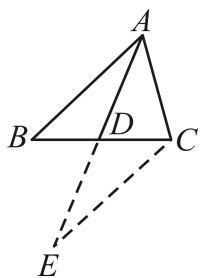
$\because \angle 1 = \angle DHG$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ ， $\angle A + \angle DBA + \angle 1 = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle A + \angle DBA + \angle 2 = 180^\circ$ ，故④正确；

综上，正确的有①②③④.

5. 课外兴趣小组活动时，老师提出了如下问题：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 8$ ， $AC = 6$ ，求 BC 边上的中线 AD 的取值范围. 小明在组内经过合作交流，得到了如下的解决方法：延长 AD 至点 E ，使 $DE = AD$ ，连接 CE . 请根据小明的方法进行思考，求得 AD 的取值范围是（ ）



A. $6 < AD < 8$

B. $6 \leq AD \leq 8$

C. $1 < AD < 7$

D. $1 \leq AD \leq 7$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了三角形的三边关系、全等三角形的判定和性质，延长 AD 至点 E ，使 $DE = AD$ ，连接 CE ，根据SAS证明 $\triangle ABD \cong \triangle ECD$ ，即可得到 $AB = CE = 8$ ，然后根据三角形的三边关系解答即可.

【详解】解：延长 AD 至点 E ，使 $DE = AD$ ，连接 CE ，

$\because$ 点 D 是 BC 的中点，

$\therefore BD = DC$ ，

又 $\because \angle ADB = \angle EDC$ ，

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ECD$ ，

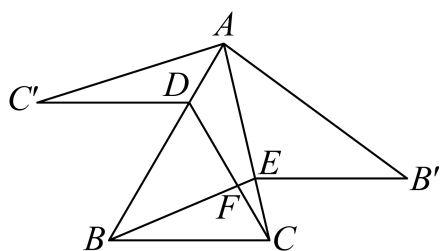
$\therefore AB = CE = 8$ ，

$\therefore CE - AC < AE < AC + CE$ ，

即 $2 < AE < 14$ ，故 $1 < AD < 7$ ，

故选：C.

6. 如图，锐角 ABC 中， D 、 E 分别是 AB 、 AC 边上的点， $\triangle ADC \cong \triangle ADC'$ ， $\triangle AEB \cong \triangle AEB'$ ，且 $C'D \parallel EB' \parallel BC$ ， BE 、 CD 交于点 F 。若 $\angle BAC = 35^\circ$ ，则 $\angle BFC$ 的大小是（ ）



A. 125°

B. 120°

C. 110°

D. 105°

【答案】C

【解析】

【分析】设 $\angle C' = x^\circ$ ， $\angle B' = y^\circ$ ，由全等三角形的性质可得 $\angle ACD = \angle C' = x^\circ$ ， $\angle ABE = \angle B' = y^\circ$ ， $\angle B'AC = \angle BAC = 35^\circ$ ， $\angle C'AD = \angle BAC = 35^\circ$ ，由三角形外角的定义及性质结合平行线的性质可得 $\angle C'DB = \angle DBC = (35 + x)^\circ$ ， $\angle BCE = \angle CEB' = (35 + y)^\circ$ ，求出 $\angle ABE + \angle ACD = (x + y)^\circ = 75^\circ$ ，再利用三角形内角和定理计算即可得解.

【详解】解：设 $\angle C' = x^\circ$ ， $\angle B' = y^\circ$ ，

$\because \triangle ADC \cong \triangle ADC'$ ， $\triangle AEB \cong \triangle AEB'$ ，

$\therefore \angle ACD = \angle C' = x^\circ$ ， $\angle ABE = \angle B' = y^\circ$ ， $\angle B'AC = \angle BAC = 35^\circ$ ， $\angle C'AD = \angle BAC = 35^\circ$ ，

$\because \angle C'DB$ 是 $AC'D$ 的一个外角， $\angle CEB'$ 是 $\triangle AEB'$ 的一个外角，

$\therefore \angle C'DB = \angle C' + \angle C'AD = (35 + x)^\circ$ ， $\angle CEB' = \angle B' + \angle B'AC = (35 + y)^\circ$ ，

$\because C'D \parallel EB' \parallel BC$ ，

$\therefore \angle C'DB = \angle DBC = (35 + x)^\circ$ ， $\angle BCE = \angle CEB' = (35 + y)^\circ$ ，

$\because \angle BCE + \angle BAC + \angle DBC = 180^\circ$ ，

$\therefore 35 + 35 + x + 35 + y = 180$ ，

$\therefore x + y = 75$ ，

$\therefore \angle ABE + \angle ACD = (x + y)^\circ = 75^\circ$ ，

$\therefore \angle FBC + \angle FCB = 180^\circ - \angle BAC - (\angle ABE + \angle ACD) = 70^\circ$ ，

$$\therefore \angle BFC = 180^\circ - (\angle FBC + \angle FCB) = 110^\circ,$$

故选：C.

【点睛】本题考查了全等三角形内角和定理、平行线的性质、全等三角形的性质、三角形外角的性质，熟练掌握以上知识点并灵活运用是解此题的关键.

二、填空题 (每题 2 分)

7. 已知一个三角形的三条边的长分别是 5, 7, 10, 另一个三角形的三条边的长分别是 5, $2x+1$, $3x+1$. 若这两个三角形全等, 则 x 的值是_____.

【答案】 3

【解析】

【分析】本题主要考查了全等三角形的性质, 解一元一次方程等知识点, 根据全等三角形的对应边相等即可得到答案, 熟练掌握全等三角形对应边相等是解决此题的关键.

【详解】解: $\because$ 两个三角形全等,

$$\therefore 2x+1=7, \quad 3x+1=10,$$

解得: $x=3$,

故答案为: 3.

8. 在 $\triangle ABC$, $a=1$, $b=5$, 若第三边 c 的长度是整数, 则 $c=$ _____.

【答案】 5

【解析】

【分析】利用三角形三边关系确定第三边 c 的取值范围, 进而根据 c 为整数即可求解.

【详解】解: $\because$ 三角形任意两边之差小于第三边, 任意两边之和大于第三边,

$$\therefore b-a < c < a+b$$

$$\text{即 } 5-1 < c < 1+5,$$

$$\therefore 4 < c < 6,$$

$\because c$ 为整数,

$$\therefore c=5.$$

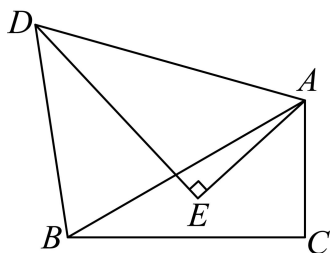
9. 命题“和为 180° 的两个角互为补角”的条件是_____, 结论是_____.

【答案】 ①. 两个角的和为 180° ②. 这两个角互为补角

【解析】

【详解】解: 命题“和为 180° 的两个角互为补角”的条件是: 两个角的和为 180° , 结论是: 这两个角互为补角.

10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 中, $\angle ACB = \angle AED = 90^\circ$, $\angle CAE = \angle BAD = 56^\circ$, $BC = DE$, 则 $\angle ABD$ 的度数为_____°.



【答案】 62° ##62 度

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定和性质、三角形内角和定理和等边对等角, 证明三角形全等是解决本题的关键.

根据题意可得 $\angle CAB = \angle EAD$, 进而证明 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, 则 $AB = AD$, 可得 $\angle ABD = \angle ADB$, 再利用三角形内角和定理求解即可.

【详解】 解: $\because \angle CAE = \angle BAD = 56^\circ$, 且 $\angle BAE = \angle BAE$,

$$\therefore \angle CAB = \angle EAD,$$

又 $\because \angle ACB = \angle AED = 90^\circ$, $BC = DE$,

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AB = AD,$$

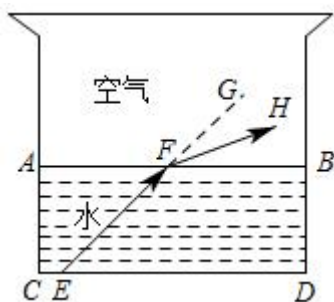
$$\therefore \angle ABD = \angle ADB.$$

$$\because \angle BAD = 56^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = \frac{180^\circ - 56^\circ}{2} = 62^\circ,$$

故答案为: 62° .

11. 光线在不同介质中传播速度不同, 从一种介质射向另一种介质时会发生折射, 如图, 水面 AB 与水杯下沿 CD 平行, 光线 EF 从水中射向空气时发生折射, 光线变成 FH , 点 G 在射线 EF 上, 已知 $\angle HFB = 20^\circ$, $\angle FED = 45^\circ$, 求 $\angle GFH$ 的度数.



【答案】 25°

【解析】

【分析】 使用平行线的性质得到 $\angle GFB = \angle FED = 45^\circ$ ，再根据 $\angle GFH = \angle GFB - \angle HFB$ 得到结果.

【详解】 解: $\because AB \parallel CD$

$$\therefore \angle GFB = \angle FED = 45^\circ$$

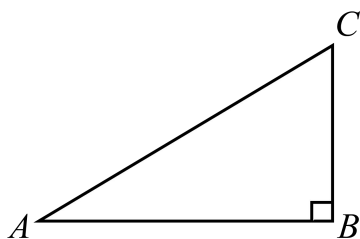
$$\because \angle HFB = 20^\circ$$

$$\therefore \angle GFH = \angle GFB - \angle HFB$$

$$= 45^\circ - 20^\circ = 25^\circ$$

【点睛】 本题考查了平行线的性质，及角度间的加减计算，熟知平行线的性质是解题的关键.

12. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $BC = 6$ ， $AB = 8$ ， $AC = 10$ ，则点 B 到 AC 的距离是_____.



【答案】 $\frac{24}{5}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了求三角形的高，点 B 到 AC 的距离是 h ，根据等面积法得到

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} AC \cdot h, \text{ 据此代值计算即可.}$$

【详解】 解: 设点 B 到 AC 的距离是 h ,

$$\because \angle B = 90^\circ,$$

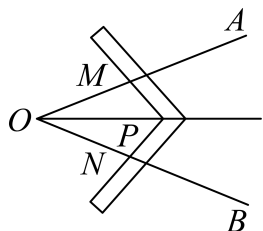
$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} AC \cdot h,$$

$$\therefore h = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{6 \times 8}{10} = \frac{24}{5},$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 到 } AC \text{ 的距离是 } \frac{24}{5}.$$

故答案为: $\frac{24}{5}$.

13. 工人师傅常常利用角尺构造全等三角形的方法来平分一个角, 如图, 在 $\angle AOB$ 的两边 OA 、 OB 上分别在取 $OM = ON$, 移动角尺, 使角尺两边相同的刻度分别与点 M 、 N 重合, 这时过角尺顶点 P 的射线 OP 就是 $\angle AOB$ 的平分线. 这里构造全等三角形的依据是_____.



【答案】SSS

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定定理和性质定理. 根据全等三角形的判定定理SSS推出 $\triangle OPM \cong \triangle OPN$, 根据全等三角形的性质得出 $\angle MOP = \angle NOP$, 根据角平分线的定义得出答案即可.

【详解】解: 在 $\triangle OPM$ 和 $\triangle OPN$ 中,

$$\begin{cases} OM = ON \\ OP = OP \\ PM = PN \end{cases}$$

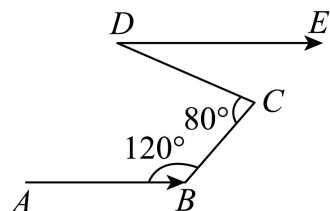
$$\therefore \triangle OPM \cong \triangle OPN (\text{SSS}),$$

$$\therefore \angle MOP = \angle NOP,$$

即 OP 就是 $\angle AOB$ 的平分线,

故答案为: SSS.

14. 珠江流域某江段江水流向经过 B 、 C 、 D 三点拐弯后与原来相同, 如图, 若 $\angle ABC = 120^\circ$, $\angle BCD = 80^\circ$, 则 $\angle CDE =$ _____度.



【答案】20

【解析】

【分析】由已知珠江流域某江段江水流向经过 B 、 C 、 D 三点拐弯后与原来相同, 得 $AB \parallel DE$, 过点 C 作 $CF \parallel AB$, 则 $CF \parallel DE$, 由平行线的性质可得, $\angle BCF + \angle ABC = 180^\circ$, 所以能求出 $\angle BCF$, 继而求出 $\angle DCF$, 又由 $CF \parallel DE$,

所以 $\angle CDE = \angle DCF$.

【详解】解：过点 C 作 $CF \parallel AB$,

已知珠江流域某江段江水流向经过 B 、 C 、 D 三点拐弯后与原来相同,

$$\therefore AB \parallel DE,$$

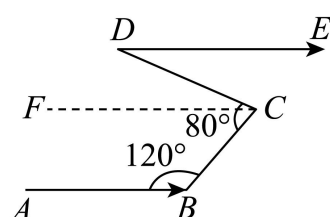
$$\therefore CF \parallel DE,$$

$$\therefore \angle BCF + \angle ABC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BCF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DCF = 20^\circ,$$

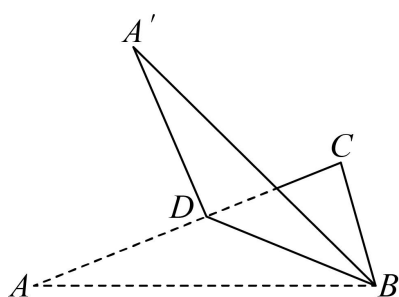
$$\therefore \angle CDE = \angle DCF = 20^\circ.$$



故答案为：20.

【点睛】此题考查的知识点是平行线的性质，关键是过 C 点先作 AB 的平行线，由平行线的性质求解.

15. 如图， $\triangle ABC$ 中 $\angle ABC = 75^\circ$ ， AC 边上有一点 D ，使得 $\angle A = \angle ABD$ ，将 $\triangle ABC$ 沿 BD 翻折得 $\triangle A'BD$ ，此时 $A'D \parallel BC$ ，则 $\angle C =$ _____ 度.



【答案】80

【解析】

【分析】本题考查了折叠，平行线的性质，三角形内角和定理的运用，掌握折叠的性质是关键.

根据折叠，平行线的性质得到 $\angle ABD = \angle A'BD = \angle A'BC$ ，结合题意得到 $\angle ABD = \angle A' = 25^\circ$ ，根据三角形内角和定理即可求解.

【详解】解： $\because$ 折叠，

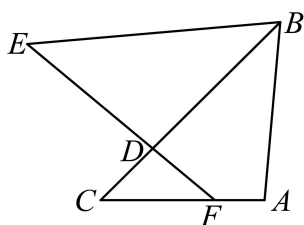
$$\therefore \angle A = \angle A', \angle ABD = \angle A'BD,$$

$$\therefore \angle A = \angle ABD,$$

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle A' = \angle ABD = \angle A'BD, \\
&\therefore A'D \parallel BC, \\
&\therefore \angle A' = \angle A'BC, \\
&\therefore \angle ABD = \angle A'BD = \angle A'BC, \\
&\therefore \angle ABC = \angle ABD + \angle A'BD + \angle A'BC = 75^\circ, \\
&\therefore \angle ABD = \frac{75^\circ}{3} = 25^\circ = \angle A, \\
&\therefore \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle ABC = 180^\circ - 25^\circ - 75^\circ = 80^\circ,
\end{aligned}$$

故答案为：80.

16. 如图， $\triangle DBE \cong \triangle ABC$ ，点 D 在边 BC 上，延长 ED 交边 AC 于点 F ，若 $\angle CBA = 42^\circ$ ，则 $\angle AFD =$ _____ 度.



【答案】138

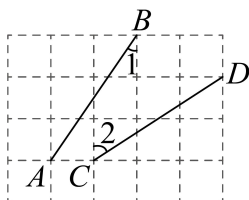
【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的性质，三角形内角和定理等，熟练掌握全等三角形的性质是解题的关键. 根据 $\triangle DBE \cong \triangle ABC$ 得出 $\angle E = \angle C$ ， $\angle EBC = \angle CBA = 42^\circ$ ，再根据三角形内角和定理可求出 $\angle EBC = \angle CFD = 42^\circ$ ，即可求解.

【详解】解： $\because \triangle DBE \cong \triangle ABC$ ，
 $\therefore \angle E = \angle C$ ， $\angle EBC = \angle CBA = 42^\circ$ ，
 又 $\because \angle EBC = 180^\circ - \angle E - \angle EDB$ ， $\angle CFD = 180^\circ - \angle C - \angle CDF$ ，且 $\angle EDB = \angle CDF$ ，
 $\therefore \angle EBC = \angle CFD = 42^\circ$ ，
 $\therefore \angle AFD = 180^\circ - \angle CFD = 138^\circ$.

故答案为：138.

17. 如图是 5×4 的网格，其中每个小方格都是边长相等的正方形，其顶点称为格点. 点 A 、 B 、 C 、 D 均在格点上，则 $\angle 1 + \angle 2 =$ _____ $^\circ$.

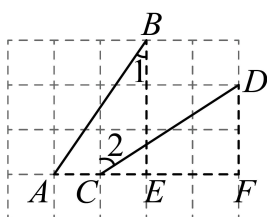


【答案】 90

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定与性质，根据网格的特点证明三角形全等是解题的关键。取格点 E 、 F ，连接 AE 、 BE 、 CF 、 BF ，根据网格的特点，利用 SAS 易证 $\triangle AEB \cong \triangle DFC$ ，得到 $\angle 1 = \angle DCF$ ，结合 $\angle DCF + \angle 2 = 90^\circ$ ，即可解答。

【详解】 解：如图，取格点 E 、 F ，连接 AE 、 BE 、 CF 、 BF ，



由题意可知， $\angle AEB = \angle DFC = 90^\circ$ ， $AE = DF$ ， $BE = CF$ ，

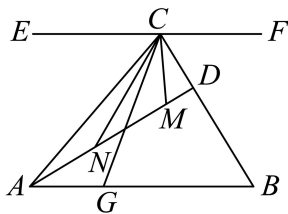
$\therefore \triangle AEB \cong \triangle DFC$ (SAS)，

$\therefore \angle 1 = \angle DCF$ ，

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle DCF + \angle 2 = 90^\circ$ 。

故答案为：90。

18. 如图，在三角形 ABC 中， $AD \perp BC$ ，垂足为点 D ， $EF \parallel AB$ ，点 G 为线段 AB 上一点，连接 CG ， $\angle BCG$ 与 $\angle BCE$ 的角平分线 CM 、 CN 分别交 AD 于点 M 、 N ，若 $\angle ECG = 70^\circ$ ，则 $\angle MCN =$ _____ $^\circ$ 。



【答案】 35

【解析】

【分析】 根据角平分线的定义可得 $\angle BCN = \frac{1}{2} \angle BCE$ ， $\angle BCM = \frac{1}{2} \angle BCG$ ，再根据 $\angle MCN = \angle BCN - \angle BCM$ 及 $\angle ECG = \angle BCE - \angle BCG$ 进行等量代换即可求解。

【详解】解：∵CN平分 $\angle BCE$ ，

$$\therefore \angle BCN = \frac{1}{2} \angle BCE,$$

∵CM平分 $\angle BCG$ ，

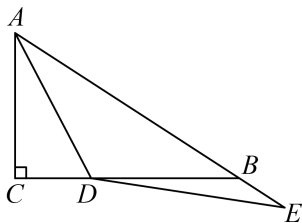
$$\therefore \angle BCM = \frac{1}{2} \angle BCG,$$

$$\therefore \angle MCN = \angle BCN - \angle BCM = \frac{1}{2} \angle BCE - \frac{1}{2} \angle BCG = \frac{1}{2} (\angle BCE - \angle BCG) = \frac{1}{2} \angle ECG,$$

∵ $\angle ECG = 70^\circ$ ，

$$\therefore \angle MCN = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ.$$

19. 如图 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， AD 平分 $\angle CAB$ 交 BC 于 D ，点 E 在 AB 的延长线上，满足 $\angle ADE + \angle CAB = 180^\circ$ ，若 $AC = 6$ ， $BE = 2$ ，则线段 AB 的长为_____

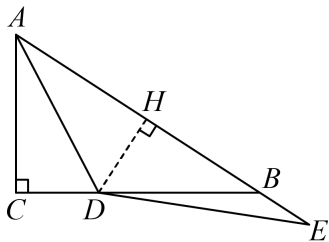


【答案】10

【解析】

【分析】本题考查全等三角形的判定和性质、角平分线的定义，补角的性质，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题. 过点 D 作 $DH \perp AB$ 于 H ，由 AAS 可证 $\triangle ADC \cong \triangle ADH$ ，可得 $AC = AH = 6$ ， $CD = DH$ ，由 AAS 可证 $\triangle ACD \cong \triangle EHD$ ，可得 $AC = HE = 6$ ，根据 $BE = 2$ 即可可求解.

【详解】解：如图，过点 D 作 $DH \perp AB$ 于 H ，如图所示：



∵ AD 平分 $\angle CAB$ ，

$$\therefore \angle DAC = \angle DAH,$$

∵ $\angle ACB = 90^\circ, DH \perp AB$,

$$\therefore \angle C = \angle AHD,$$

$$\because AD = AD, \angle DAC = \angle DAH,$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle ADH (\text{AAS}),$$

$$\therefore AC = AH = 6, CD = DH,$$

$$\because \angle ADE + \angle CAB = 180^\circ, \angle BAC + \angle CDH = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle CDH = \angle ADE,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle HDE,$$

$$\text{又} \because CD = DH, \angle ACD = \angle DHE = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle EHD (\text{ASA}),$$

$$\therefore AC = HE = 6,$$

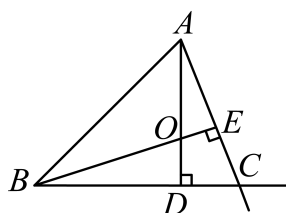
$$\because BE = 2,$$

$$\therefore HB = HE - BE = 4,$$

$$\therefore AB = AH + HB = 6 + 4 = 10,$$

故答案为：10.

20. 如图， $\triangle ABC$ 的两条高 AD 与 BE 交于点 O ， $AD = BD$ ， $AC = 7$ 。F 是射线 BC 上一点，且 $CF = AO$ ，动点 P 从点 O 出发，沿线段 OB 以每秒 1 个单位长度的速度向终点 B 运动，同时动点 Q 从点 A 出发，沿射线 AC 以每秒 3 个单位长度的速度运动，当点 P 到达点 B 时， P 、 Q 两点同时停止运动，设运动时间为 t 秒，当 $\triangle AOP$ 与 $\triangle FCQ$ 全等时，则 $t =$ _____ 秒。



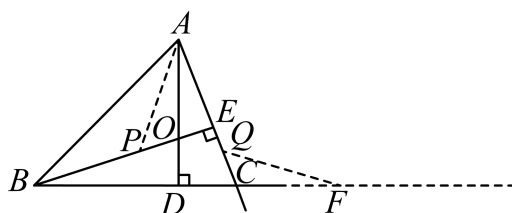
【答案】 $\frac{7}{4}$ 或 $\frac{7}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了四边形内角和定理，全等三角形的判定和性质，一元一次方程的应用；

分情况讨论：①当点 F 在 BC 延长线上时，②当点 F 在线段 BC 上时， $\triangle AOP \cong \triangle FCQ$ ，证明 $\angle AOP = \angle FCQ$ ，可得此时 $OP = CQ$ ，用含 t 的式子表示出 OP 和 CQ ，然后得出方程，解方程即可。

【详解】 解：①当点 F 在 BC 延长线上时：设 t 时刻， P 、 Q 分别运动到如图位置， $\triangle AOP \cong \triangle FCQ$ 。



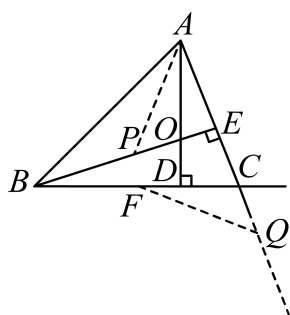
$\therefore CF = AO$, $\angle AOP = \angle EOD = 180^\circ - \angle DCE = \angle FCQ$,

$\therefore$ 当 $AOP \cong FCQ$ 时, $OP = CQ$.

$\therefore OP = t$, $CQ = 7 - 3t$,

$\therefore t = 7 - 3t$, 解得 $t = \frac{7}{4}$.

②当点 F 在 BC 之间时: 设 t 时刻, P 、 Q 分别运动到如图位置, $AOP \cong FCQ$.



$\therefore CF = AO$, $\angle AOP = \angle EOD = 180^\circ - \angle DCE = \angle FCQ$,

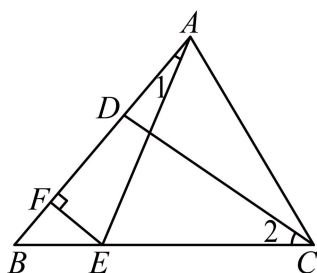
$\therefore$ 当 $AOP \cong FCQ$ 时, $OP = CQ$.

$\therefore OP = t$, $CQ = 3t - 7$,

$\therefore t = 3t - 7$, 解得 $t = \frac{7}{2}$.

综上, $t = \frac{7}{4}$ 或 $\frac{7}{2}$.

21. 如图, ABC 中, E 在 BC 上, D 在 BA 上, 过 E 作 $EF \perp AB$ 于 F , $\angle B = \angle 1 + \angle 2$, $AE = CD$, $BF = \frac{4}{3}$, 则 AD 的长为_____.



【答案】 $\frac{8}{3}$

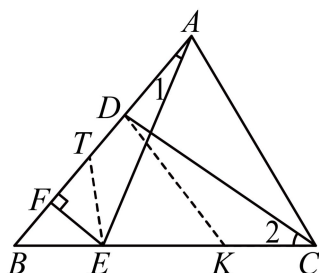
【解析】

【分析】本题考查全等三角形的判定和性质，等腰三角形的判定和性质，垂直平分线的性质等知识点，解题关键在于学会添加常用辅助线，构造出全等三角形. 在 FA 上取一点 T ，使得 $FT = BF$ ，连接 ET ，在 CB 上取一点 K ，使得 $CK = ET$ ，连接 DK . 证明 $AT = DK$ ， $DK = BD$ ，推出 $BD = AT$ ，推出 $BT = AD$ 即可解决问题.

【详解】解：在 FA 上取一点 T ，使得 $FT = BF$ ，连接 ET ，在 CB 上取一点 K ，使得 $CK = ET$ ，连接 DK .

$$\because EF \perp AB, \quad FT = BF,$$

$$\therefore EB = ET,$$



$$\therefore \angle B = \angle ETB,$$

$$\because \angle ETB = \angle 1 + \angle AET, \quad \angle B = \angle 1 + \angle 2,$$

$$\therefore \angle AET = \angle 2,$$

$$\because AE = CD, \quad ET = CK,$$

$$\therefore \triangle AET \cong \triangle DCK \text{ (SAS)},$$

$$\therefore DK = AT, \quad \angle ATE = \angle DKC,$$

$$\therefore \angle ETB = \angle DKB,$$

$$\therefore \angle B = \angle DKB,$$

$$\therefore DB = DK,$$

$$\therefore BD = AT,$$

$$\therefore AD = BT,$$

$$\because BT = 2BF = \frac{8}{3},$$

$$\therefore AD = \frac{8}{3},$$

故答案为： $\frac{8}{3}$.

三、解答题（第 22、23、24、25 题每题 8 分，第 26、27 题每题 10 分）

22. 中国汉字博大精深，方块文字智慧灵秀，奥妙无穷，2026 年是农历丙午马年，“马”字的书法形态飘

逸灵动. 如图 1 是一幅“马”字书法作品, 图 2 是其抽象的几何图形, 其中 $AC \parallel BD$, $AB \parallel FG$. 若 $\angle B = \angle C$, 试判断 $\angle E$ 和 $\angle G$ 的数量关系, 并说明理由. 请将下面的解题过程补充完整.

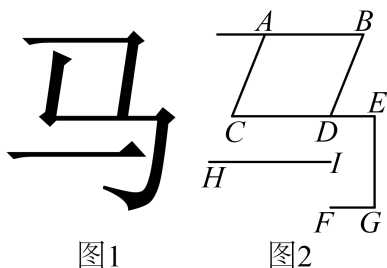


图1

图2

解: $\angle E + \angle G = 180^\circ$, 理由如下:

$\because AC \parallel BD$, (已知)

$\therefore \angle C = \text{①}$ (依据: ②)

$\because \angle B = \angle C$ (已知)

$\therefore \angle B = \text{③}$, (等式的基本事实)

$\therefore AB \parallel \text{④}$, (依据: ⑤)

$\because AB \parallel FG$ (已知)

$\therefore CE \parallel \text{⑥}$, (依据: ⑦)

$\therefore \angle E + \angle G = 180^\circ$ (依据: ⑧)

【答案】 $\angle BDE$; 两直线平行, 同位角相等; $\angle BDE$; CE ; 内错角相等, 两直线平行; FG ; 平行于同一条直线的两直线互相平行; 两直线平行, 同旁内角互补

【解析】

【分析】 根据平行线的性质及判定结合所给的推理过程逐一填空即可.

【详解】 解: $\angle E + \angle G = 180^\circ$, 理由如下:

$\because AC \parallel BD$, (已知)

$\therefore \angle C = \angle BDE$ (依据: 两直线平行, 同位角相等)

$\because \angle B = \angle C$ (已知)

$\therefore \angle B = \angle BDE$, (等式的基本事实)

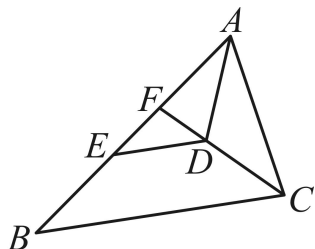
$\therefore AB \parallel CE$, (依据: 内错角相等, 两直线平行)

$\because AB \parallel FG$ (已知)

$\therefore CE \parallel FG$ (依据: 平行于同一条直线的两直线互相平行)

$\therefore \angle E + \angle G = 180^\circ$ (依据: 两直线平行, 同旁内角互补)

23. 如图, $\angle ACF = \angle B$, AD 平分 $\angle CAF$ 交 CF 于点 D , $DE \parallel CB$ 交 AB 于点 E .



(1) 试说明 $\triangle ACD \cong \triangle AED$;

(2) 若 $CF = 7$, $AC = 8$, $AF = 5$, 求 FDE 的周长.

【答案】 (1) 见解析 (2) 10

【解析】

【分析】 本题考查了角平分线的定义、平行线的性质、全等三角形的判定和性质, 关键是灵活应用这些知识点解题;

(1) 利用角角边证明三角形全等即可;

(2) 利用全等三角形的性质把线段进行转换, 即可得到结果.

【小问 1 详解】

解: $\because DE \parallel CB$,

$\therefore \angle AED = \angle B$,

$\because \angle ACF = \angle B$,

$\therefore \angle ACF = \angle AED$,

$\because AD$ 平分 $\angle CAF$,

$\therefore \angle CAD = \angle BAD$,

$\because AD = AD$,

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle AED (AAS)$;

【小问 2 详解】

解: $\because \triangle ACD \cong \triangle AED$, $AC = 8$,

$\therefore AE = AC = 8$, $CD = ED$,

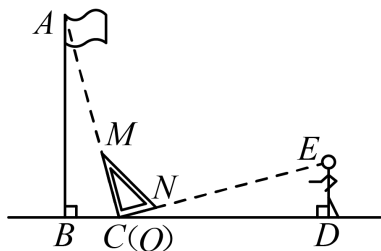
$\because AF = 5$,

$\therefore EF = AE - AF = 8 - 5 = 3$,

$$\because CF = 7,$$

$$\therefore FDE \text{ 的周长为 } FD + DE + EF = FD + DC + EF = CF + EF = 7 + 3 = 10.$$

24. 为巩固数学知识、提升实践操作与解决实际问题的能力，小明按如下方式测量旗杆高度 AB ：将旗杆顶部 A 处的绳子拉直至地面 C 点，使 B, C 两点间距离等于小明直立时眼睛的离地高度；在 C 处放置直角三角板 OMN ，让直角顶点 O 与 C 点重合，边 OM 与绳子 AC 重合。随后小明后退，当看到点 N, O 共线时（即 N, O, E 共线），停在 D 点。



(1) 小明认为 CD 的长等于旗杆高度 AB ，你认同他的观点吗？请说明理由。

(2) 若 $DE = 1.7$ 米， $DB = 16$ 米，求旗杆高度 AB 。

【答案】(1) 认同，理由见解析

(2) 14.3 米

【解析】

【分析】(1) 利用全等三角形判定定理证明 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 全等，进而判断线段相等。

(2) 因为已知 DE 、 DB 的长度，且 $DB = BC + CD$ ，可求 CD 的长度，且由第 (1) 问的结论可知 $AB = CD$ ，即可得解。

【小问 1 详解】

认同小明的观点，理由如下：

由题意可知： $AB \perp BD$ ， $ED \perp BD$ ， $\angle ACE = 90^\circ$ ， $BC = DE$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle CDE = 90^\circ, \angle ACB + \angle ECD = 90^\circ, \angle ACB + \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle ECD.$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 中，

$$\begin{cases} \angle ABC = \angle CDE \\ \angle A = \angle ECD \\ BC = DE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDE (\text{AAS}),$$

$$\therefore AB = CD,$$

答: $\angle BED = \angle B + \angle D$, 理由如下:

过点 E 作 $EF \parallel AB$,

$$\therefore \angle BEF = \angle B,$$

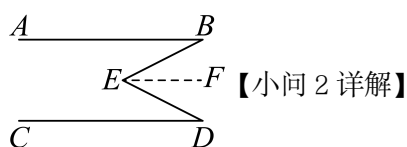
$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore EF \parallel CD,$$

$$\therefore \angle FED = \angle D,$$

$$\therefore \angle BEF + \angle FED = \angle B + \angle D,$$

$$\therefore \angle BED = \angle B + \angle D;$$



①解: $\angle ABG = \angle BOE + \angle BGH$, 理由如下:

过点 B 作 $BM \parallel DE$,

$$\therefore \angle BOE = \angle MBO,$$

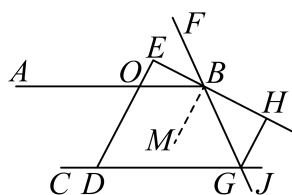
$$\because DE \parallel GH,$$

$$\therefore BM \parallel GH,$$

$$\therefore \angle BGH = \angle MBG,$$

$$\therefore \angle NBO + \angle MBG = \angle BOE + \angle BGH,$$

即: $\angle ABG = \angle BOE + \angle BGH$;



②证明: $\because \angle BED = 90^\circ, DE \parallel GH$,

$$\therefore \angle GHB = 180^\circ - \angle BED = 90^\circ, \angle HGJ = \angle EDG,$$

$$\because \angle ABE = \angle EBF, \angle EBF = \angle GBH \text{ (对顶角相等)},$$

$$\therefore \angle ABE = \angle GBH,$$

$$\therefore 90^\circ - \angle ABE = 90^\circ - \angle GBH,$$

$$\therefore \angle BOE = \angle BGH,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle BOE = \angle EDG,$$

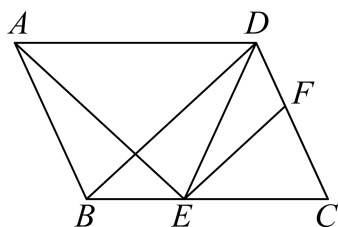
$$\therefore \angle BGH = \angle EDG,$$

$$\because \angle HGJ = \angle EDG,$$

$$\therefore \angle BGH = \angle HGJ,$$

即: GH 平分 $\angle BGJ$.

26. 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, 点 E 、 F 分别在边 BC 、 CD 上, 连接 AE 、 DE 、 EF , 且 $EF \parallel BD$, 若 $\triangle DEC$ 是等腰三角形, $DE = DC$,



(1) 求证 $\angle BAD = \angle C$.

(2) 求证 $\angle DAE = \angle FEC$.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 根据平行线的性质即可得出结论;

(2) 通过论证 $\triangle ABE \cong \triangle DEB$ 可得 $\angle DBC = \angle AEB$, 结合 $\angle FEC = \angle DBC$, $\angle AEB = \angle DAE$, 即可得出结论.

【小问 1 详解】

证明: $\because AB \parallel CD, AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle C + \angle ABC = 180^\circ, \angle BAD + \angle ABC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BAD = \angle C;$$

【小问 2 详解】

证明: $\because AB = CD, DE = DC$,

$$\therefore AB = DE, \angle DEC = \angle C,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ABE = 180^\circ - \angle BAD, \quad \angle AEB = \angle DAE,$$

$$\therefore \angle DEB = 180^\circ - \angle DEC,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle DEB,$$

$$\therefore BE = EB,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DEB (SAS),$$

$$\therefore \angle DBC = \angle AEB,$$

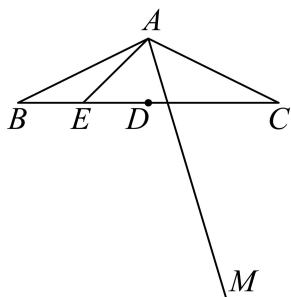
$$\therefore EF \parallel BD,$$

$$\therefore \angle FEC = \angle DBC,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle DAE,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle FEC.$$

27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 2\alpha$, ($45^\circ < \alpha < 90^\circ$), D 是 BC 的中点, E 是 BD 的中点, 连接 AE . 将射线 AE 绕点 A 逆时针旋转 α 得到射线 AM , 过点 E 作 $EF \perp AE$ 交射线 AM 于点 F .



(1) ①依题意补全图形;

②求证: $\angle B = \angle AFE$;

(2) 连接 CF , DF , 用等式表示线段 CF , DF 之间的数量关系, 并证明.

【答案】 (1) ①见解析; ②见解析

(2) $CF = DF$, 见解析

【解析】

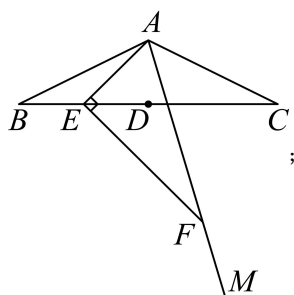
【分析】 (1) ①根据题意补全图形即可;

②根据题意得出 $\angle BAD = \alpha$, $\angle ABC = 90^\circ - \alpha$, $\angle FAE = \alpha$, 再由直角三角形两锐角互余即可证明;

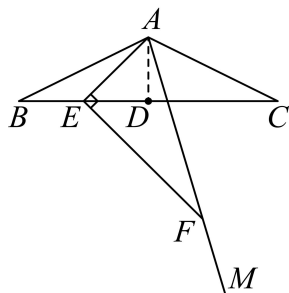
(2) 延长 FE 至点 H , 使得 $EH = EF$, 连接 BH, AH , 根据全等三角形的判定和性质得出 $\triangle BEH \cong \triangle DEF (SAS)$, $\triangle HAB \cong \triangle FAC (SAS)$ 即可证明.

【小问 1 详解】

①解: 如图, EF 即为所求;



②证明：连接 AD ，



$\because AB = AC$ ， $\angle BAC = 2\alpha$ ($45^\circ < \alpha < 90^\circ$)， D 是 BC 的中点，

$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2}\angle BAC = \alpha$ ， $AD \perp BC$ ，

$\therefore \angle ABC = 90^\circ - \alpha$ ，

$\therefore$ 将射线 AE 绕点 A 逆时针旋转 α 得到射线 AM ，

$\therefore \angle FAE = \alpha$ ，

$\because EF \perp AE$ ，

$\therefore \angle AFE = 90^\circ - \alpha$ ，

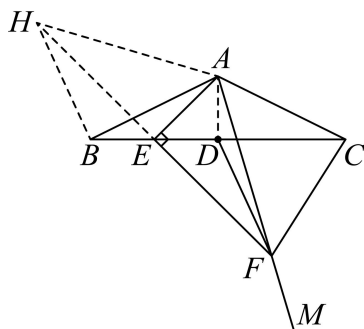
$\therefore \angle AFE = \angle ABC$ ；

【小问 2 详解】

解： $CF = DF$ ，

证明如下：

延长 FE 至点 H ，使得 $EH = EF$ ，连接 BH ， AH ，如图所示：



$\because E$ 是 BD 的中点,
 $\therefore BE = DE$,
 $\because EH = EF$, $\angle BEH = \angle FED$,
 $\therefore \triangle BEH \cong \triangle DEF$ (SAS) ,
 $\therefore BH = DF$,
 $\because EF \perp AE$, $EH = EF$,
 $\therefore AH = AF$,
 $\therefore \angle AFE = \angle AHE = 90^\circ - \alpha$,
 $\therefore \angle HAF = 2\alpha = \angle BAC$,
 $\therefore \angle HAF - \angle BAF = \angle BAC - \angle BAF$, 即 $\angle HAB = \angle FAC$,
 $\because AB = AC, AH = AF$,
 $\therefore \triangle HAB \cong \triangle FAC$ (SAS) ,
 $\therefore BH = CF$,
 $\therefore CF = DF$.