

2025-2026 学年七年级数学下学期 5 月学情自测卷

(考试时间：90 分钟 试卷满分：100 分)

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围：沪教版（五四制）（2024）第 15 章 一元一次不等式~第 17 章 三角形。

第一部分（选择题 共 18 分）

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的）

1. 若 $a > b$ ，以下一定成立的是（ ）

- A. $-a > -b$ B. $3a > 4b$ C. $a^2 > b^2$ D. $a+3m > b+3m$

【答案】D

【解答】解：A: $\because a > b$ ，根据不等式的基本性质三，不等式两边同时乘 -1 ，不等号方向改变，

$$\therefore -a < -b,$$

故 A 不成立；

B: 举反例：若 $a = 3.5$ ， $b = 3$ ，满足 $a > b$ ，但 $3a = 10.5$ ， $4b = 12$ ， $3a < 4b$ ，

故 B 不一定成立；

C: 举反例：若 $a = 1$ ， $b = -2$ ，满足 $a > b$ ，但 $a^2 = 1$ ， $b^2 = 4$ ， $a^2 < b^2$ ，

故 C 不一定成立；

D: $\because a > b$ ，根据不等式的基本性质一，不等式两边同时加 $3m$ ，不等号方向不变，

$$\therefore a+3m > b+3m,$$

故 D 一定成立。

故选：D。

2. 下列命题中，真命题的个数是（ ）

①钝角大于直角；

②对顶角相等；

③同位角相等，两直线平行；

④如果两条直线被第三条直线所截，那么一对同旁内角的平分线互相垂直．

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】C

【解答】解：根据真假命题及平行线性质的性质、钝角、对顶角性质逐项分析判断如下：

① $\because$ 钝角是大于 90° 且小于 180° 的角，直角为 90° ，

$\therefore$ 钝角大于直角，①是真命题．

② $\because$ 对顶角相等是对顶角的性质，

$\therefore$ ②是真命题．

③同位角相等，两直线平行是平行线的判定定理，

$\therefore$ ③是真命题．

④只有两条平行直线被第三条直线所截时，同旁内角互补，同旁内角的平分线才互相垂直，命题未说明被截的两条直线平行，

$\therefore$ ④是假命题．

故选：C．

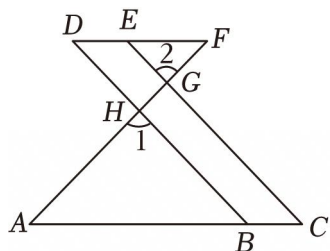
3. 如图，下列说法正确的有（ ）个．

(1) 若 $\angle 1 = \angle 2$ ，则 $DB \parallel EG$ ；

(2) 若 $\angle 1 = 80^\circ$ ， $\angle A = 55^\circ$ ，则 $\angle DBA = 45^\circ$ ；

(3) $\angle A$ 和 $\angle F$ 是内错角；

(4) 若 $DB \parallel EG$ ，则 $\angle A + \angle DBA + \angle 2 = 180^\circ$ ．



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】D

【解答】解： $\because \angle 1 = \angle DHF$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，

$\therefore \angle DHF = \angle 2$ ，

$\therefore DB \parallel EG$.

故①正确;

$\because \angle 1 = 80^\circ$, $\angle A = 55^\circ$,

$\therefore \angle DBA = 180^\circ - 80^\circ - 55^\circ = 45^\circ$.

故②正确;

$\because \angle A$ 和 $\angle F$ 是直线 DF 和 AC 被直线 AF 所截得的一对内错角,

故③正确;

$\because DB \parallel EG$,

$\therefore \angle 2 = \angle DHG$.

$\because \angle 1 = \angle DHG$,

$\therefore \angle 2 = \angle 1$.

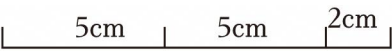
又 $\because \angle A + \angle DBA + \angle 1 = 180^\circ$,

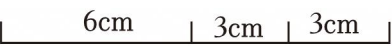
$\therefore \angle A + \angle DBA + \angle 2 = 180^\circ$.

故④正确;

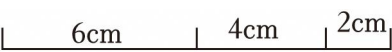
故选: D .

4. 将周长是 12cm 的三角形三条边展开, 展开图正确的是 ()

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】A

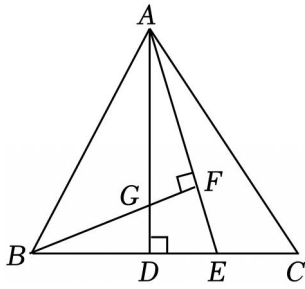
【解答】解: A 、由 $5+2 > 5$, 符合题意;

B 、由 $3+3 = 6$, 不符合题意;

C 、由 $3+2 < 7$, 不符合题意;

D 、由 $2+4 = 6$, 不符合题意,

5. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的高, AE 平分 $\angle CAD$ 交 BC 于点 E , 过点 B 作 $BF \perp AE$, 垂足为点 F , 并交 AD 于点 G . 若 $AF = BF$, 则下列结论中: ① $\angle ABF = 45^\circ$; ② $\triangle AFG \cong \triangle BFE$; ③ $AG + CE = AC$; ④ $BC > BG + 2GF$. 所有正确结论的序号是 ()



A. ①②③

B. ①②④

C. ①③④

D. ①②③④

【答案】D

【解答】解：∵ $BF \perp AE$ 于点 F ,

$$\therefore \angle AFB = 90^\circ,$$

$$\therefore AF = BF,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle BAF = 45^\circ,$$

故①正确;

∵ AD 是 $\triangle ABC$ 的高,

∴ $AD \perp BC$ 于点 D ,

$$\therefore \angle AFG = \angle BFE = \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GAF = \angle EBF = 90^\circ - \angle AEB,$$

在 $\triangle AFG$ 和 $\triangle BFE$ 中,

$$\begin{cases} \angle GAF = \angle EBF \\ AF = BF \\ \angle AFG = \angle BFE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AFG \cong \triangle BFE \text{ (ASA)},$$

故②正确;

$$\therefore AG = BE,$$

$$\therefore AG + CE = BE + CE = BC,$$

∵ AE 平分 $\angle CAD$ 交 BC 于点 E ,

$$\therefore \angle GAF = \angle CAE,$$

$$\therefore \angle EBF = \angle CAE,$$

$$\therefore \angle CBA = \angle EBF + \angle ABF = \angle CAE + \angle BAF = \angle CAB,$$

$$\therefore BC = AC,$$

$$\therefore AG + CE = AC,$$

故③正确;

$\because BG+2GF = BG+GF+GF = BF+EF = AF+EF = AE$ ，又 $AE < AC = BC$ ，

$\therefore BC > BG+2GF$ ，故④正确．

综上，正确结论的序号为①②③④．

故选：D．

6. 下列说法中错误的是（ ）

A. 三角形的三个内角中至少有两个角是锐角

B. 有一个角是锐角的三角形是锐角三角形

C. 一个三角形的三个内角中至少有一个内角不大于 60°

D. 如果三角形的两个内角之和小于 90° ，那么这个三角形是钝角三角形

【答案】B

【解答】解：三角形的三个内角中至少有两个角是锐角，

故 A 正确，不符合题意；

三个角都是锐角的三角形是锐角三角形，

故 B 错误，符合题意；

一个三角形的三个内角中至少有一个内角不大于 60° ，

故 C 正确，不符合题意，

如果三角形的两个内角之和小于 90° ，那么这个三角形是钝角三角形，

故 D 正确，不符合题意，

故选：B．

第二部分（非选择题 共 82 分）

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. 三个连续的正整数之和小于 2026，这样的正整数有 _____ 组．

【答案】674．

【解答】解：设三个连续正整数中最小的数为 x ，则另外两个数分别为 $(x+1)$ ， $(x+2)$ 依题意得：

$x+x+1+x+2 < 2026$ ，合并同类项得： $3x+3 < 2026$ ，移项化简得： $3x < 2023$ ，解得： $x < 674\frac{1}{3}$ ，又

$\because x$ 为正整数， $\therefore$ 符合题意的 x 值有 1, 2, 3, ...674，共有 674（组）．故答案为：674．

8. 若不等式组 $\begin{cases} x-a > 2 \\ b-2x > 0 \end{cases}$ 的解集是 $-1 < x < 1$ ，则 $(a+b)^{2026} = \underline{\hspace{2cm}}$ ．

【答案】1.

【解答】解：由 $x - a > 2$ 得， $x > a + 2$,

由 $b - 2x > 0$ 得， $x < \frac{b}{2}$.

因为该不等式组的解集是 $-1 < x < 1$,

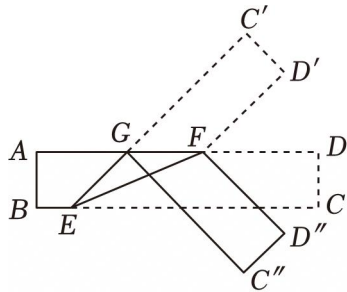
所以 $a + 2 = -1$, $\frac{b}{2} = 1$,

解得 $a = -3$, $b = 2$,

所以 $(a + b)^{2026} = (-3 + 2)^{2026} = 1$.

故答案为：1.

9. 如图是将一个长方形纸条先沿 EF 折叠，再沿 GF 折叠所得. 若 $C''D'' \parallel EG$ ，则 $\angle CEF =$ _____ .



【答案】 22.5° .

【解答】解： $\because C''D'' \parallel EG$,

$\therefore \angle C'GC'' + \angle C'' = 180^\circ$.

$\because \angle C'' = 90^\circ$,

$\therefore \angle C'GC'' = 90^\circ$.

由折叠可知， $\angle C'GF = \angle C''GF = 45^\circ$.

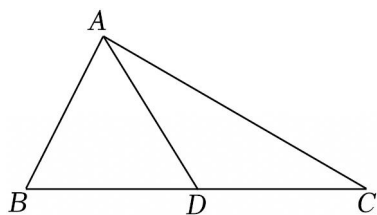
$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle GEC = \angle C'GF = 45^\circ$.

由折叠可知， $\angle CEF = \angle C'EF = 22.5^\circ$.

故答案为： 22.5° .

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 是 BC 边上的中线， $\triangle ADC$ 的周长是 22cm ， $\triangle ABD$ 的周长是 18cm ， $AB = 2\text{cm}$ ，
则 $AC =$ _____ cm .



【答案】6.

【解答】解：由条件可知 $BD = CD$,

$\therefore \triangle ADC$ 的周长是 22cm , $\triangle ABD$ 的周长是 18cm ,

$\therefore \triangle ADC$ 的周长 - $\triangle ABD$ 的周长 = $(AC + CD + AD) - (AB + BD + AD)$

$= AC - AB$

$= 22 - 18$

$= 4 (\text{cm})$,

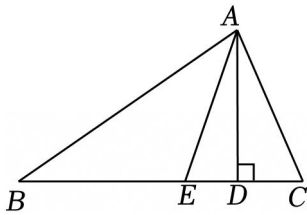
$\therefore AB = 2\text{cm}$,

$\therefore AC - 2 = 4$,

$\therefore AC = 6\text{cm}$.

故答案为：6.

11. 如图, AD , AE 分别是 $\triangle ABC$ 的高和角平分线, $\angle B = 36^\circ$, $\angle C = 76^\circ$, 则 $\angle DAE =$ _____ $^\circ$.



【答案】20.

【解答】解： $\because AD$, AE 分别是 $\triangle ABC$ 的高和角平分线,

$\therefore AD \perp BC$ 于点 D , $\angle BAE = \angle CAE = \frac{1}{2} \angle BAC$,

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$,

$\therefore \angle B = 36^\circ$, $\angle C = 76^\circ$,

$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 36^\circ - 76^\circ = 68^\circ$, $\angle CAD = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 76^\circ = 14^\circ$,

$\therefore \angle CAE = \frac{1}{2} \times 68^\circ = 34^\circ$,

$\therefore \angle DAE = \angle CAE - \angle CAD = 34^\circ - 14^\circ = 20^\circ$,

故答案为：20.

12. 如果 $\triangle ABC$ 的一个外角等于 150° , 且 $\angle B = \angle C$, 则 $\angle A =$ _____.

【答案】 30° 或 120° .

【解答】解：依题意, 分两种情况讨论:

当 150° 的外角是 $\angle A$ 的外角时, 则 $\angle A = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$,

当 150° 的外角是 $\angle B$ (或 $\angle C$) 的外角时,

根据邻补角的定义可得: $\angle B = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$,

由条件可知 $\angle C = 30^\circ$,

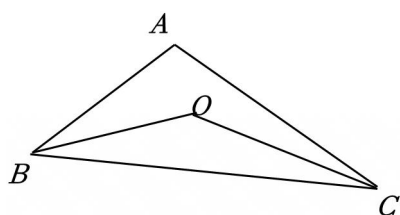
$\angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$,

综上, $\angle A$ 的度数为 30° 或 120° ,

故答案为: 30° 或 120° .

13. 在钝角 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 120^\circ$, 则 $\angle B$ 、 $\angle C$ 平分线所在直线的夹角为 _____ $^\circ$.

【答案】150.



【解答】解:

$$\because \angle A = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle C = 60^\circ,$$

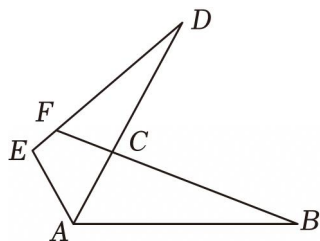
$\because \angle B$ 、 $\angle C$ 平分线,

$$\therefore \angle OBC + \angle OCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle O = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ,$$

故答案为: 150° .

14. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, $\angle D = 20^\circ$, $\angle E = 100^\circ$, 点 C 在 AD 上, BC 的延长线交 DE 于点 F , 那么 $\angle EFC =$ _____ $^\circ$.



【答案】120.

【解答】解: $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$, $\angle E = 100^\circ$,

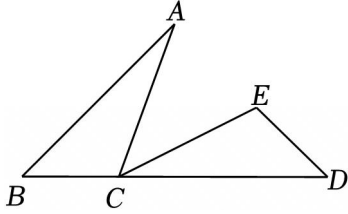
$$\therefore \angle ACB = \angle E = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle FCD = \angle ACB = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle EFC = \angle FCD + \angle D = 100^\circ + 20^\circ = 120^\circ,$$

故答案为：120.

15. 如图，点 B 、 C 、 D 在同一直线上，若 $\triangle ABC \cong \triangle CDE$ ， $AB = 7$ ， $BD = 11$ ，顶点 A 、 B 、 C 分别与顶点 C 、 D 、 E 分别对应，则 $DE =$ _____ .



【答案】4.

【解答】解：∵ $\triangle ABC \cong \triangle CDE$ ，顶点 A 、 B 、 C 分别与顶点 C 、 D 、 E 分别对应，

$$\therefore AB = CD = 7, BC = DE,$$

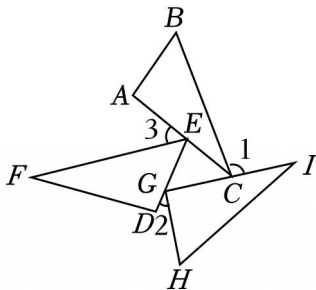
$$\because \text{点 } B、C、D \text{ 在同一直线上, } BD = 11,$$

$$\therefore BC = BD - CD = 11 - 7 = 4,$$

$$\therefore DE = 4,$$

故答案为：4.

16. 如图，已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF \cong \triangle GHI$ ，并将它们摆成如图所示的形式，那么 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ 的度数等于 _____° .



【答案】180

【解答】解：∵ $\triangle ABC \cong \triangle DEF \cong \triangle GHI$ ，

$$\therefore \angle HGI = \angle BAC, \angle FED = \angle ABC \text{ (全等三角形对角相等)},$$

$$\therefore \angle ACB + \angle HGI + \angle FED = \angle ABC + \angle BAC + \angle ABC = 180^\circ,$$

根据题意可得， $\angle 1 = 180^\circ - \angle ECG - \angle ACB$ ， $\angle 2 = 180^\circ - \angle EGC - \angle HGI$ ， $\angle 3 = 180^\circ - \angle FED - \angle CEG$ ，

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^\circ - (\angle ECG + \angle EGC + \angle CEG) - (\angle ACB + \angle HGI + \angle FED),$$

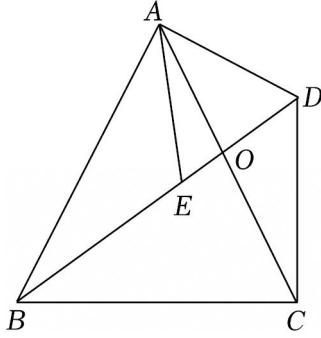
又∵ $\angle ECG + \angle EGC + \angle CEG = 180^\circ$ (三角形内角和定理)，

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^\circ - 180^\circ - 180^\circ = 180^\circ,$$

所以 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ 的度数等于 180° ,

故答案为: 180° .

17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 是 $\triangle ABC$ 外一点, 连接 AD , BD , CD , 且 BD 交 AC 于点 O , 在 BD 上取一点 E , 使得 $AE = AD$, $\angle EAD = \angle BAC$. 若 $\angle ABC = \angle ACB = \alpha$, 则 $\angle BDC =$ _____ $^\circ$.



【答案】 $(180 - 2\alpha)$.

【解答】解: $\because \angle EAD = \angle BAC$,

$$\therefore \angle BAC - \angle EAC = \angle EAD - \angle EAC,$$

即 $\angle BAE = \angle CAD$;

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAE = \angle CAD, \\ AE = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD$ (SAS),

$\therefore \angle ABD = \angle ACD$,

$\because \angle BOC$ 是 $\triangle ABO$ 和 $\triangle DCO$ 的外角,

$$\therefore \angle BOC = \angle ABD + \angle BAC, \quad \angle BOC = \angle ACD + \angle BDC,$$

$$\therefore \angle ABD + \angle BAC = \angle ACD + \angle BDC,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BDC,$$

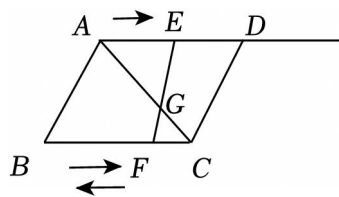
$$\because \angle ABC = \angle ACB = \alpha^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB = 180^\circ - \alpha^\circ - \alpha^\circ = (180 - 2\alpha)^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle BAC = (180 - 2\alpha)^\circ,$$

故答案为: $(180 - 2\alpha)^\circ$.

18. 如图在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC = AD = 8\text{cm}$. 点 F 从点 B 出发, 沿线段 BC 以 4cm/s 的速度持续作往返运动, 点 E 从点 A 出发沿线段 AD 方向以 2cm/s 的速度运动, 记 EF 与 AC 的交点为 G . 若 E 、 F 两点同时出发, 则当 $\triangle AGE \cong \triangle CGF$ 时, 点 E 运动时间 $t =$ _____ 秒.



【答案】 $\frac{4}{3}$ 或4.

【解答】解：根据题意得， $AE = 2t\text{cm}$,

当点 F 沿 BC 方向运动时， $\because \triangle AGE \cong \triangle CGF$,

$$\therefore AE = CF,$$

$$\therefore 2t = 8 - 4t,$$

$$\therefore t = \frac{4}{3},$$

当点 F 沿 CB 方向运动时， $\because \triangle AGE \cong \triangle CGF$,

$$\therefore AE = CF,$$

$$\therefore 2t = 4t - 8,$$

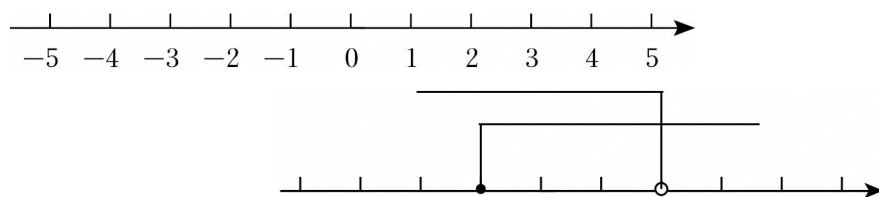
$$\therefore t = 4,$$

综上所述，当 $\triangle AGE \cong \triangle CGF$ 时，点 E 运动时间 $t = \frac{4}{3}$ 或 4 秒，

故答案为： $\frac{4}{3}$ 或4.

三、解答题（本大题共有 8 题，满分 58 分）解答下列各题必须写出必要的步骤

- 19.（本题 6 分）解不等式组： $\begin{cases} 3(x-2) \leq 4x-5 \\ \frac{5x-2}{4} < 1+\frac{x}{2} \end{cases}$ 并在数轴上表示出来，再写出其整数解.



【答案】 $-1 \leq x < 2$, 它的整数解为：-1, 0, 1.

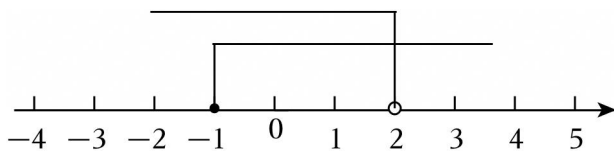
【解答】解： $\begin{cases} 3(x-2) \leq 4x-5 \text{ ①} \\ \frac{5x-2}{4} < 1+\frac{x}{2} \text{ ②} \end{cases}$,

解不等式①得： $x \geq -1$,1 分

解不等式②得： $x < 2$,3 分

$\therefore$ 原不等式组的解集为： $-1 \leq x < 2$,4 分

$\therefore$ 该不等式组的解集在数轴上表示如图所示：



5分

∴它的整数解为：-1, 0, 1. 6分

20. (本题8分) 如图, 点 A 、 B 、 C 和点 D 、 E 、 F 分别在同一直线上, DB 、 EC 分别交 AF 于点 G 、 H , $\angle A = \angle F$, $\angle C = \angle D$, 求证: $\angle AGB = \angle EHF$.

证明: $\because \angle A = \angle F$,

$\therefore DF \parallel AC$ ().

$\therefore \angle D = \angle DBA$ ().

$\because \angle D = \angle C$,

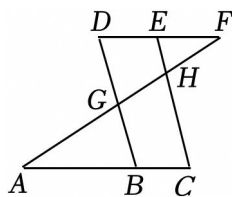
$\therefore \angle C = \angle DBA$.

$\therefore \underline{\hspace{1cm}} \parallel \underline{\hspace{1cm}}$ ().

$\therefore \angle AGB = \angle \underline{\hspace{1cm}}$ ().

又 $\because \angle EHF = \angle \underline{\hspace{1cm}}$ ().

$\therefore \angle AGB = \angle EHF$.



【答案】内错角相等, 两直线平行; 两直线平行, 内错角相等; BD ; CE ; 同位角相等, 两直线平行; AHC ; 两直线平行, 同位角相等; AHC ; 对顶角相等.

【解答】证明: $\because \angle A = \angle F$,

$\therefore DF \parallel AC$ (内错角相等, 两直线平行). 1分

$\therefore \angle D = \angle DBA$ (两直线平行, 内错角相等). 2分

$\because \angle D = \angle C$,

$\therefore \angle C = \angle DBA$.

$\therefore BF \parallel CE$ (同位角相等, 两直线平行). 4分

$\therefore \angle AGB = \angle AHC$ (两直线平行, 同位角相等). 6分

又 $\because \angle EHF = \angle AHC$ (对顶角相等), 8分

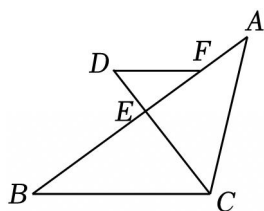
$\therefore \angle AGB = \angle EHF$.

21. (本题6分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, CD 是 $\angle ACB$ 的平分线, 交边 AB 于点 E , 在 AE 上取点 F , 连接 DF ,

使 $\angle ACD = \angle D$.

(1) 求证: $DF \parallel BC$;

(2) 当 $\angle A = 38^\circ$, $\angle DFE = 36^\circ$ 时, 求 $\angle AEC$ 的度数.



【答案】(1) 见详解;

(2) 89° .

【解答】(1) 证明: $\because CD$ 是 $\angle ACB$ 的平分线,

$$\therefore \angle DCB = \angle ACD,$$

$$\text{又} \because \angle ACD = \angle D,$$

$$\therefore \angle DCB = \angle D,$$

$$\therefore DF \parallel BC; \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) 解: $\because DF \parallel BC$, $\angle DFE = 36^\circ$,

$$\therefore \angle B = \angle DFE = 36^\circ,$$

在 $\triangle ABC$ 中, $\because \angle ACB + \angle A + \angle B = 180^\circ$, $\angle A = 38^\circ$, $\angle B = 36^\circ$,

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - 38^\circ - 36^\circ = 106^\circ, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

又 $\because CD$ 平分 $\angle ACB$,

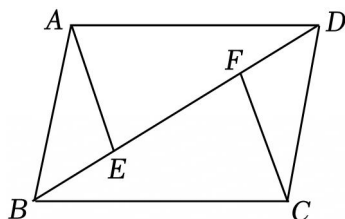
$$\therefore \angle ACD = \frac{1}{2} \angle ACB = 53^\circ,$$

$$\therefore \angle AEC = 180^\circ - \angle ACE - \angle A = 180^\circ - 53^\circ - 38^\circ = 89^\circ. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

22. (本题 6 分) 如图, 已知 $AD \parallel BC$, 且 $AD = BC$, E 、 F 是 BD 上两点, 且 $BE = DF$.

(1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle CBF$;

(2) 若 $\angle CBD = 35^\circ$, $\angle BCF = 95^\circ$, 求 $\angle AEB$ 的度数.



【答案】(1) 证明见解答; (2) $\angle AEB$ 的度数是 130° .

【解答】(1) 证明: $\because AD \parallel BC$, E 、 F 是 BD 上两点,

$$\therefore \angle ADE = \angle CBF,$$

$$\because BE = DF,$$

$$\therefore BE + EF = DF + EF,$$

$$\therefore BF = DE,$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CBF$ 中,

$$\begin{cases} AD = CB \\ \angle ADE = \angle CBF, \\ DE = BF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF \text{ (SAS)}. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 解: } \because \angle CBD = 35^\circ, \angle BCF = 95^\circ,$$

$$\therefore \angle CFB = 180^\circ - \angle CBD - \angle BCF = 50^\circ,$$

由 (1) 得 $\triangle ADE \cong \triangle CBF$,

$$\therefore \angle AED = \angle CFB = 50^\circ,$$

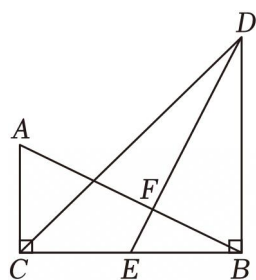
$$\therefore \angle AEB = 180^\circ - \angle AED = 130^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB \text{ 的度数是 } 130^\circ. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

23. (本题 6 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBC$ 中, $\angle ACB = \angle DBC = 90^\circ$, $AB = DE$, E 是 BC 中点, $DE \perp AB$, 垂足为点 F .

(1) 求证: $\triangle BCA \cong \triangle DBE$;

(2) 若 $AC = 3\text{cm}$, 求 BD 的长.



【答案】(1) 证明详见解析;

(2) 6cm .

【解答】(1) 证明: $\because DE \perp AB$,

$$\therefore \angle EFB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF + \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\because \angle A + \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle BEF,$$

在 $\triangle BCA$ 和 $\triangle DBE$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle DEB \\ \angle ACB = \angle DBC = 90^\circ, \\ AB = DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BCA \cong \triangle DBE$ (AAS).3分

(2) 解: $\because \triangle BCA \cong \triangle DBE$,

$\therefore BC = DB, AC = BE$,

$\because E$ 是 BC 中点,

$\therefore BC = 2BE$,

$\because AC = 3cm$,

$\therefore BC = 6cm$,

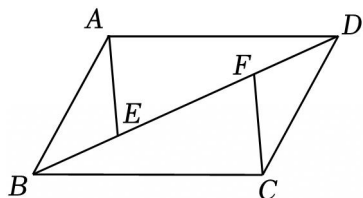
$\therefore BD = BC = 6cm$,

即 BD 的长为 $6cm$6分

24. (本题6分) 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AB = CD, AE = CF, BF = DE$.

(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle CDF$;

(2) 求证: $AD = BC$.



【答案】(1) 证明见解答过程;

(2) 证明见解答过程.

【解答】证明: (1) $\because BF = DE$,

$\therefore BE + EF = DF + EF$,

$\therefore BE = DF$,

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} AB = CD \\ AE = CF, \\ BE = DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$ (SSS);3分

(2) 由(1)可知: $\triangle ABE \cong \triangle CDF$,

$\therefore \angle AEB = \angle CFD$,

$$\because \angle AEB + \angle AED = 180^\circ, \quad \angle CFD + \angle BFC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = \angle BFC,$$

在 $\triangle AED$ 和 $\triangle BFC$ 中,

$$\begin{cases} AE = CF \\ \angle AED = \angle BFC, \\ BF = DE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle BFC \text{ (SAS)},$$

$$\therefore AD = BC. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

25. (本题 8 分) 安安同学遇到这样一个问题: 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = 6$, $AC = 4$, AD 是中线, 求 AD 的取值范围.

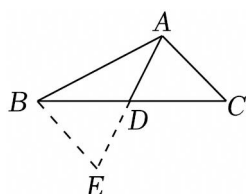
宁宁同学提示她可以延长 AD 到 E , 使 $DE = AD$, 连接 BE , 证明 $\triangle BED \cong \triangle CAD$, 经过推理和计算使问题得到解决.

(1) 请说明 $\triangle BED \cong \triangle CAD$ 理由;

(2) 求 BE 的长, 并根据 AB 、 BE 的长, 求出 AE 的取值范围;

(3) 请根据 AE 与 AD 的数量关系, 直接写出 AD 的取值范围;

(4) 过点 D 作直线 FG , 分别交边 AC 、 BE 于点 F 、 G , 画图并求证: $DF = DG$.



【答案】(1) 证明见解答过程;

(2) $BE = 4$; $2 < AE < 10$;

(3) $1 < AD < 5$;

(4) 图形及证明见解答过程.

【解答】(1) 证明: 延长 AD 到 E , 使 $DE = AD$, 连接 BE , 如图 1 所示:

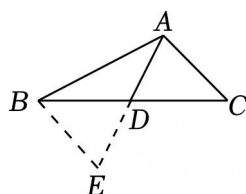


图1

$\because AD$ 是中线,

$$\therefore BD = CD,$$

$$\begin{cases} BD = CD \\ \angle BDE = \angle CDA, \\ DE = AD \end{cases}$$

(2) 解: $\because \triangle BED \cong \triangle CAD$, $AB = 6$, $AC = 4$,

$\therefore 2 < AE < 10$; 4 分

$\therefore 1 < AD < 5$; 5 分

$$\begin{cases} \angle C = \angle GBD \\ BD = CD \\ \angle BDG = \angle CDF \end{cases},$$

$\therefore DF = DG$ 8 分

(2) 如图 2, 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, 过点 C 作直线 CE , 过点 A 作 $AD \perp CE$ 于点 D , 过点 B 作 $BE \perp CE$ 于点 E , $AD = 11$, $BE = 5$, 则 DE 的长为_____.

(3) 如图 3, $\angle BAD = \angle CAE = 90^\circ$, $AB = AD$, $AC = AE$, 连接 BC , DE , 且 $BC \perp AF$ 于点 F , DE 与直线 AF 交于点 G . 若 $BC = 28$, $AF = 19$, 求 $\triangle ADG$ 的面积.

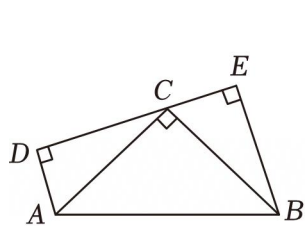


图1

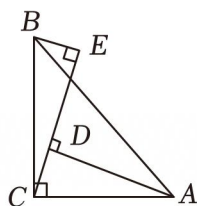


图2

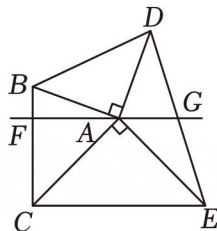


图3

【答案】(1) $AD + BE = DE$, 理由见解答过程;

(2) 6;

(3) 133.

【解答】解: (1) AD 、 BE 与 DE 之间满足的数量关系是: $AD + BE = DE$,1 分
理由如下:

如图 1 所示:

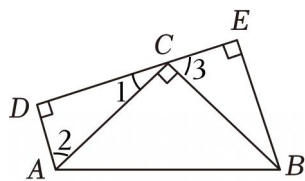


图1

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$,

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\because AD \perp DE, BE \perp DE,$$

$$\therefore \angle D = \angle E = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle CBE$ 中,

$$\begin{cases} \angle D = \angle E = 90^\circ \\ \angle 2 = \angle 3 \\ AC = BC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBE (AAS), \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore AD = CE, CD = BE,$$

$$\therefore AD + BE = CE + CD = DE; \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 如图 2 所示:

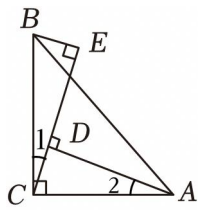


图2

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ，

$$\therefore \angle 1 + \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\because AD \perp CE, BE \perp CE,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle E = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 1,$$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle CBE$ 中，

$$\begin{cases} \angle ADC = \angle E = 90^\circ \\ \angle 2 = \angle 1 \\ AC = BC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBE (AAS), \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore AD = CE = 11, CD = BE = 5,$$

$$\therefore DE = CE - CD = 11 - 5 = 6; \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

(3) 过点 D 作 $DP \perp FG$ 于点 P ，过点 E 作 $EH \perp FG$ 于点 H ，如图3所示：

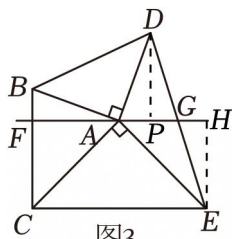


图3

设 $BF = a$ ，

$$\because BC = 28, AF = 19,$$

$$\therefore CF = BC - BF = 28 - a,$$

$$\because \angle CAE = 90^\circ, AC = AE,$$

$$\therefore \angle FAC + \angle HAE = 90^\circ,$$

$$\because BC \perp AF, EH \perp FG,$$

$$\therefore \angle AFC = \angle H = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle HEA + \angle HAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FAC = \angle HEA,$$

在 $\triangle FAC$ 和 $\triangle HEA$ 中,

$$\begin{cases} \angle AFC = \angle H = 90^\circ \\ \angle FAC = \angle HEA \\ AC = AE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle FAC \cong \triangle HEA \text{ (AAS)}, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore AF = EH = 19, \quad CF = AH = 28 - a,$$

同理证明: $\triangle FAB \cong \triangle PDA \text{ (AAS)},$

$$\therefore BF = AP = a, \quad AF = DP = 19,$$

$$\therefore DP = EH = 19,$$

$$\because DP \perp FG, \quad EH \perp FG,$$

$$\therefore \angle DPG = \angle H = 90^\circ,$$

在 $\triangle DPG$ 和 $\triangle EHG$ 中,

$$\begin{cases} \angle DPG = \angle H = 90^\circ \\ \angle AGP = \angle EGH \\ DP = EH \end{cases},$$

$$\therefore \triangle DPG \cong \triangle EHG \text{ (AAS)}, \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\therefore PG = HG,$$

$$\therefore PH = 2PG,$$

$$\because AH = AP + PH = a + 2PG = 28 - a,$$

$$\therefore PG = 14 - a,$$

$$\therefore AG = AP + PG = a + 14 - a = 14, \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\therefore S_{\triangle ADG} = \frac{1}{2} AG \cdot DP = \frac{1}{2} \times 14 \times 19 = 133. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$