

2025-2026 学年七年级数学下学期 5 月学情自测卷

全解全析

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 测试范围: 新教材沪教版七年级下册第 15~17 章一元一次不等式、相交线与平行线、三角形

第一部分 (选择题 共 18 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. 下列长度的三根铁条能首尾顺次连接做成三角形框架的是 ()

- A. 5cm、2cm、2cm B. 5cm、4cm、8cm
C. 5cm、7cm、12cm D. 5cm、5cm、12cm

【答案】 B

【详解】 解: 三角形三边关系为任意两边之和大于第三边, 只需比较较短两边的和与最长边的大小即可,

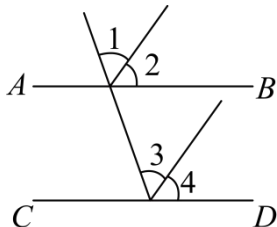
A 选项, 最长边为 5cm, $2+2<5$, 不能做成三角形框架, 不符合题意;

B 选项, 最长边为 8cm, $4+5>8$, 能做成三角形框架, 符合题意;

C 选项, 最长边为 12cm, $5+7=12$, 不能做成三角形框架, 不符合题意;

D 选项, 最长边为 12cm, $5+5<12$, 不能做成三角形框架, 不符合题意。

2. 如图, 下列各组角中是同位角的是 ()



- A. $\angle 1$ 和 $\angle 4$ B. $\angle 2$ 和 $\angle 3$ C. $\angle 2$ 和 $\angle 4$ D. $\angle 1$ 和 $\angle 3$

【答案】 D

【详解】 解: A、观察图形可知, $\angle 1$ 和 $\angle 4$ 无公共边, 即它们没有截线, 因此构不成同位角, 故选项 A 不

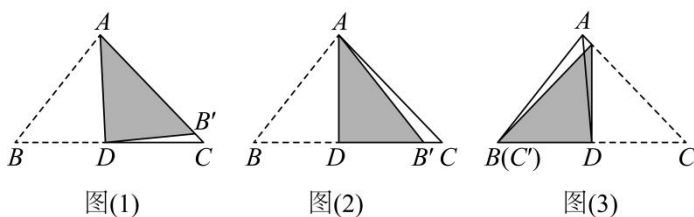
符合题意；

B、观察图形可知， $\angle 2$ 和 $\angle 3$ 无公共边，即它们没有截线，因此构不成同位角，故选项 B 不符合题意；

C、观察图形可知， $\angle 2$ 和 $\angle 4$ 无公共边，即它们没有截线，因此构不成同位角，故选项 C 不符合题意；

D、观察图形可知， $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 有公共边，即它们有截线，且满足这两个角都在截线的右侧，都在被截直线的上方，因此 $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 是同位角，故选项 D 符合题意。

3. 如图，以下是一位同学将 ABC 翻折至阴影处的三种不同折纸示意图，则图 (1)、图 (2)、图 (3) 的 AD 分别是 ABC 的 ()



A. 角平分线、高、中线

B. 高、中线、角平分线

C. 角平分线、中线、高

D. 中线、角平分线、高

【答案】A

【详解】解：由图 (1) 中的折叠方式可知， $\angle BAD = \angle B'AD$ ，

$\therefore AD$ 是 ABC 的角平分线；

由图 (2) 中的折叠方式可知， $\angle ADB = \angle ADB'$ ，

$\because \angle ADB + \angle ADB' = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle ADB = \angle ADB' = 90^\circ$ ，

$\therefore AD \perp BB'$

$\therefore AD$ 是 ABC 的高线；

由图 (3) 中的折叠方式可知， $CD = BD$ ，

$\therefore AD$ 是 ABC 的中线。

4. 已知 $0 < b < a$ ，那么下列不等式组中，无解的是 ()

A. $\begin{cases} x > -a \\ x < b \end{cases}$

B. $\begin{cases} x < -a \\ x > -b \end{cases}$

C. $\begin{cases} x < a \\ x > -b \end{cases}$

D. $\begin{cases} x > -a \\ x < -b \end{cases}$

【答案】B

【详解】解： $\because 0 < b < a$ ，

$\therefore$ 不等式两边同乘 -1 ，不等号方向改变，可得 $-a < -b < 0$ ，

即整体大小关系为 $-a < -b < 0 < b < a$ ；

根据一元一次不等式组解集判定规则逐一判断：

A 选项 $\begin{cases} x > -a \\ x < b \end{cases}$ ，可得解集为 $-a < x < b$ ，有解；

B 选项 $\begin{cases} x < -a \\ x > -b \end{cases}$ ，要求 x 同时满足 $x < -a$ 且 $x > -b$ ， $\because -a < -b$ ，不存在数既小于较小的 $-a$ ，又大于较大的 $-b$ ，
 $\therefore$ 该不等式组无解；

C 选项 $\begin{cases} x < a \\ x > -b \end{cases}$ ，可得解集为 $-b < x < a$ ，有解；

D 选项 $\begin{cases} x > -a \\ x < -b \end{cases}$ ，可得解集为 $-a < x < -b$ ，有解；

因此无解的是 B 选项.

5. 下列命题中是真命题的是 ()

- A. 两条直线被第三条直线所截，内错角相等
- B. 三角形的三条高所在的直线相交于三角形内一点
- C. 同一平面上，经过一点有且只有一条直线垂直于已知直线
- D. 同一平面上，经过一点有且只有一条直线与已知直线平行

【答案】C

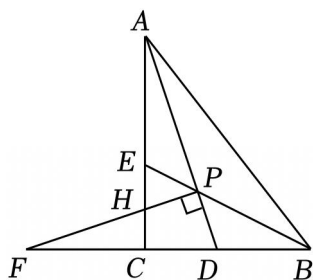
【详解】A、只有两条平行直线被第三条直线所截，内错角才相等，原命题缺少“两直线平行”的前提条件，故该选项不符合题意；

B、钝角三角形的三条高所在直线相交于三角形外一点，直角三角形三条高所在直线相交于直角顶点，只有锐角三角形三条高相交于三角形内一点，故该选项不符合题意；

C、根据同一平面内垂线的基本事实，经过任意一点有且只有一条直线垂直于已知直线，故该选项符合题意；

D、若该点在已知直线上，无法作出与已知直线平行的直线，只有过直线外一点才有且只有一条直线与已知直线平行，原命题缺少“直线外”条件，故该选项不符合题意.

6. 如图，在 $\triangle ACB$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\triangle ABC$ 的角平分线 AD 、 BE 相交于点 P ，过 P 作 $PF \perp AD$ 交 BC 的延长线于点 F ，交 AC 于点 H 。有下列结论：① $\angle APB = 135^\circ$ ；② $\triangle ABP \cong \triangle FBP$ ；③ $\angle AHP = \angle ABC$ ；④ $AH + BD = AB$ ；其中正确的个数是 ()



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】C

【解答】解：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，

$$\therefore \angle CAB + \angle CBA = 90^\circ,$$

$\because AD$ 、 BE 分别平分 $\angle CAB$ 、 $\angle CBA$,

$$\therefore \angle PAC = \angle PAB = \frac{1}{2}\angle CAB, \quad \angle PBF = \angle PBA = \frac{1}{2}\angle CBA,$$

$$\therefore \angle PAB + \angle PBA = \frac{1}{2}(\angle CAB + \angle CBA) = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = 180^\circ - (\angle PAB + \angle PBA) = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ, \text{ 故结论①正确;}$$

$$\therefore \angle BPD = 180^\circ - \angle APB = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ,$$

又 $\because PF \perp AD$,

$$\therefore \angle FPA = \angle FPD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FPB = \angle FPD + \angle BPD = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = \angle FPB,$$

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle FBP$ 中,

$$\begin{cases} \angle APB = \angle FPB \\ PB = PB \\ \angle PBA = \angle PBF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle FBP$ (ASA), 故结论②正确;

$$\therefore \angle BAP = \angle BFP, \quad AB = FB, \quad PA = PF,$$

$$\therefore \angle PAH = \angle PFD,$$

在 $\triangle PAH$ 和 $\triangle PFD$ 中,

$$\begin{cases} \angle PAH = \angle PFD \\ PA = PF \\ \angle APH = \angle FPD \end{cases},$$

$\therefore \triangle PAH \cong \triangle PFD$ (ASA),

$$\therefore AH = FD, \quad \angle AHP = \angle FDP,$$

$\because \angle FDP$ 是 $\triangle ABD$ 的外角,

$$\therefore \angle FDP > \angle ABC,$$

$\therefore \angle AHP > \angle ABC$, 故结论③错误;

$$\text{又} \because AH = FD, \quad AB = FB,$$

$$\therefore AB = FB = FD + BD = AH + BD,$$

即 $AH + BD = AB$, 故结论④正确,

∴ 正确的个数是 3 个.

故选: C.

第二部分 (非选择题 共 82 分)

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

7. 如果 $a > b$, 那么 $-3a + 1$ _____ $-3b + 1$. (填入 “>”、“<” 或 “=”)

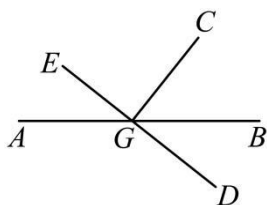
【答案】 <

【详解】解: $\because a > b$,

$\therefore -3a < -3b$,

$-3a + 1 < -3b + 1$.

8. 如图, AB 、 DE 交于点 G , $CG \perp DE$, 垂足为 G , $\angle BGC = 52^\circ$, 则 $\angle AGD =$ _____ $^\circ$.



【答案】 142

【详解】解: $\because CG \perp DE$,

$\therefore \angle CGE = 90^\circ$,

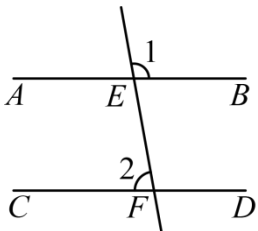
$\because \angle BGC = 52^\circ$,

$\therefore \angle BGE = \angle CGE + \angle BGC = 90^\circ + 52^\circ = 142^\circ$,

$\because \angle AGD$ 与 $\angle BGE$ 是对顶角,

$\therefore \angle AGD = \angle BGE = 142^\circ$.

9. 如图, 直线 AB 、 CD 被直线 EF 所截, 且 $AB \parallel CD$. 若 $\angle 1 = 100^\circ$, 则 $\angle 2$ 的大小为 _____.



【答案】 80°

【详解】解: $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle 2 + \angle AEF = 180^\circ$,

$\because \angle AEF = \angle 1 = 100^\circ$,

$\therefore \angle 2 = 80^\circ$.

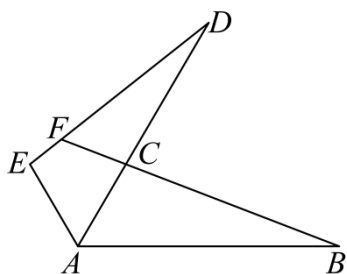
10. 一部电梯的额定载重量为1000kg，某人用这部电梯把一批相同质量的货物从底层搬到顶层. 该人体重为70kg，每箱货物的质量为45kg. 那么每次最多能搬运多少箱货物？设每次搬运 x 箱货物，依题意可列不等式_____.

【答案】 $45x + 70 \leq 1000$

【详解】解：设每次搬运 x 箱货物，由题意得，

$45x + 70 \leq 1000$.

11. 如图， $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ， $\angle D = 20^\circ$ ， $\angle E = 100^\circ$ ，点 C 在 AD 上， BC 的延长线交 DE 于点 F ，那么 $\angle EFC =$ _____ $^\circ$.



【答案】 120

【详解】解： $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$ ， $\angle D = 20^\circ$ ， $\angle E = 100^\circ$ ，

$\therefore \angle ACB = \angle E = 100^\circ$ ，

$\therefore \angle DCF = \angle ACB = 100^\circ$ ，

$\therefore \angle EFC$ 是 $\triangle CFD$ 的一个外角，

$\therefore \angle EFC = \angle D + \angle DCF = 120^\circ$.

12. 已知关于 x 的不等式 $(m-2)x > m^2 - 4$ 的解为 $x < m+2$ ，则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m < 2$

【详解】解： $(m-2)x > m^2 - 4$

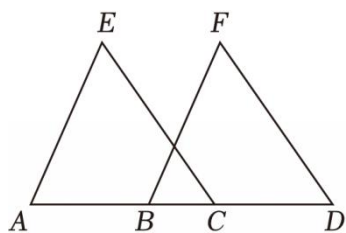
$(m-2)x > (m-2)(m+2)$

$\therefore$ 原不等式的解集为 $x < m+2$ ，

$\therefore m-2 < 0$

解得 $m < 2$.

13. 如图，已知点 A 、 B 、 C 、 D 在同一直线上， $AE = BF$ ， $CE = DF$ ，如果要运用“SSS”来证明 $\triangle AEC \cong \triangle BFD$ ，可以添加的条件是 _____ . (只需写出一种情况)



【答案】 $AC = BD$ (答案不唯一).

【解答】 证明: 在 $\triangle AEC$ 和 $\triangle BFD$ 中,

$$\begin{cases} AE = BF \\ CE = DF, \\ AC = BD \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEC \cong \triangle BFD$ (SSS),

$\therefore$ 要运用“SSS”来证明 $\triangle AEC \cong \triangle BFD$, 可以添加的条件是 $AC = BD$ (答案不唯一).

故答案为: $AC = BD$ (答案不唯一).

14. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x \geq 2 \\ x < a \end{cases}$ 只有 4 个整数解, 则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $5 < a \leq 6$

【详解】 解: $\because \begin{cases} x \geq 2 \\ x < a \end{cases}$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $2 \leq x < a$,

$\therefore$ 不等式组只有 4 个整数解,

$\therefore$ 不等式组的 4 个整数解为 2, 3, 4, 5,

由此可得 $5 < a \leq 6$.

15. 在等腰三角形 ABC 中, $AB = AC$, 周长为 16cm, AC 边上的中线 BD 把 ABC 分成周长差为 4cm 的两个三角形, 求 ABC 底边 BC 的长_____ cm.

【答案】 $\frac{8}{3}$

【详解】 解: 设 $AB = AC = x$ cm, $BC = y$ cm,

由 ABC 周长为 16cm, 得

$$2x + y = 16,$$

$\because BD$ 是 AC 边上的中线,

$$\therefore AD = CD,$$

又 BD 是 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$ 的公共边,

∴ 两个三角形的周长差为 $|AB - BC| = 4$ ，即 $|x - y| = 4$ ，

分两种情况讨论：

(1) 当 $x > y$ 时， $x - y = 4$ ，

$$\text{联立方程组} \begin{cases} 2x + y = 16 \\ x - y = 4 \end{cases},$$

两式相加得 $3x = 20$ ，解得 $x = \frac{20}{3}$ ，

代入 $x - y = 4$ 得 $y = \frac{8}{3}$ ，

此时三边长为 $\frac{20}{3}\text{cm}$ ， $\frac{20}{3}\text{cm}$ ， $\frac{8}{3}\text{cm}$ ，满足三角形三边关系，符合题意。

(2) 当 $x < y$ 时， $y - x = 4$ ，

$$\text{联立方程组} \begin{cases} 2x + y = 16 \\ y - x = 4 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 4 \\ y = 8 \end{cases},$$

此时三边长为 4cm ， 4cm ， 8cm ，不满足三角形任意两边之和大于第三边，不能构成三角形，故舍去。

综上，底边 BC 的长为 $\frac{8}{3}\text{cm}$ 。

16. **新考向** 对 x 、 y 定义一种新运算，规定 $\theta(x, y) = 2ax - by + 1$ （其中， a 、 b 均为非零常数）。例如：

$\theta(2, 1) = 2a \times 2 - b \times 1 + 1$ 。现已知， $\theta(-1, 1) = -2$ ， $\theta(3, -1) = 12$ 。在此条件下，若关于 m 的不等式组

$$\begin{cases} \theta(2 - m, m + 1) \leq 1 \\ \theta\left(\frac{m}{4}, \frac{1 - m}{2}\right) < p \end{cases} \text{ 恰好有 2025 个整数解，求实数 } p \text{ 的取值范围} \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 $1015 < p \leq \frac{2031}{2}$

【详解】解： ∵ $\theta(-1, 1) = -2$ ， $\theta(3, -1) = 12$ ，

$$\therefore \begin{cases} -2a - b + 1 = -2 \\ 6a + b + 1 = 12 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases},$$

∴ $\theta(x, y) = 4x + y + 1$ ，

$$\therefore \begin{cases} \theta(2-m, m+1) \leq 1 \\ \theta\left(\frac{m}{4}, \frac{1-m}{2}\right) < p \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} 4(2-m) + m + 1 \leq 1 \\ 4 \times \frac{m}{4} + \frac{1-m}{2} + 1 < p \end{cases},$$

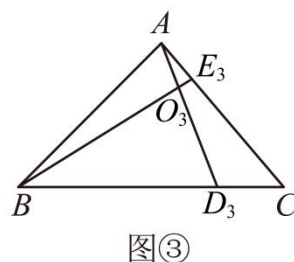
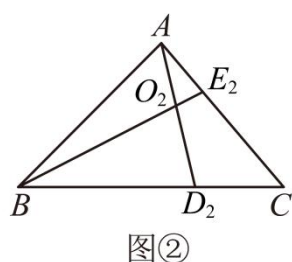
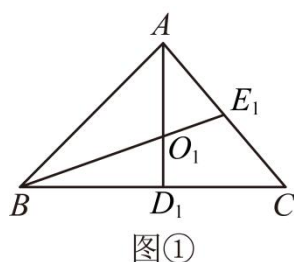
解得: $\frac{8}{3} \leq m < 2p - 3,$

$\therefore$ 不等式组恰好有 2025 个整数解,

$$\therefore 2027 < 2p - 3 \leq 2028,$$

解得: $1015 < p \leq \frac{2031}{2}.$

17. **【新考向】** 设 $\triangle ABC$ 的面积为 1. 如图①, E_1, D_1 分别是 AC, BC 的中点, BE_1, AD_1 相交于点 O_1 , $\triangle BO_1D_1$ 与 $\triangle AO_1E_1$ 的面积差记为 S_1 ; 如图②, E_2, D_2 分别是 AC, BC 的 3 等分点, BE_2, AD_2 相交于点 O_2 , $\triangle BO_2D_2$ 与 $\triangle AO_2E_2$ 的面积差记为 S_2 ; 如图③, E_3, D_3 分别是 AC, BC 的 4 等分点, BE_3, AD_3 相交于点 O_3 , $\triangle BO_3D_3$ 与 $\triangle AO_3E_3$ 的面积差记为 $S_3 \cdots$ 依此类推, 则 S_{2026} 的值为_____.



【答案】 $\frac{2025}{2027}$

【详解】 解: 由题意得: $S_1 = S_{\triangle BO_1D_1} - S_{\triangle AO_1E_1} = S_{\triangle BCE_1} - S_{\triangle ACD_1},$

$\therefore E_1, D_1$ 分别是 AC, BC 的中点,

$$\therefore S_{\triangle BCE_1} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}, \quad S_{\triangle ACD_1} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore S_1 = S_{\triangle BCE_1} - S_{\triangle ACD_1} = 0.$$

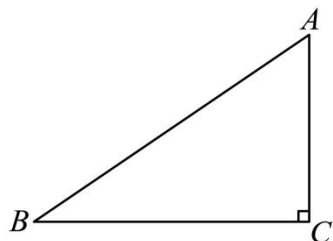
同理可得: $S_2 = S_{\triangle BCE_2} - S_{\triangle ACD_2} = \frac{2}{3} S_{\triangle ABC} - \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}.$

则 $S_3 = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}, \quad S_4 = \frac{4}{5} - \frac{1}{5}, \quad \dots,$

$$\therefore S_n = \frac{n}{n+1} - \frac{1}{n+1} = \frac{n-1}{n+1}.$$

$$\therefore S_{2026} = \frac{2026-1}{2026+1} = \frac{2025}{2027}.$$

18. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle B = 34^\circ$ ，点 D 是边 AB 上一点，将 $\triangle BCD$ 沿直线 CD 翻折得到 $\triangle B'CD$ ，如果 $B'D$ 与 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的一边互相平行，那么 $\angle BDC = \underline{\hspace{2cm}}$



【答案】 118° 或 73°

【详解】解：当 $B'D \parallel AC$ 时，

$$\because \angle ACB = 90^\circ, \angle B = 34^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ.$$

$$\because B'D \parallel AC,$$

$$\therefore \angle ADB' = \angle A = 56^\circ.$$

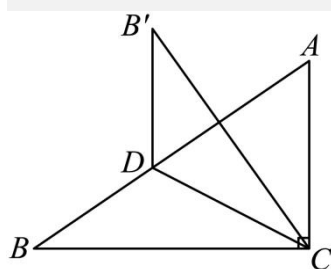
由折叠的性质可知， $\angle BDC = \angle B'DC = 56^\circ + \angle ADC$ ，

$$\therefore \angle ADC = \angle BDC - 56^\circ,$$

$$\because \angle BDC + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC + \angle BDC - 56^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BDC = 118^\circ.$$



当 $B'D \parallel BC$ 时，

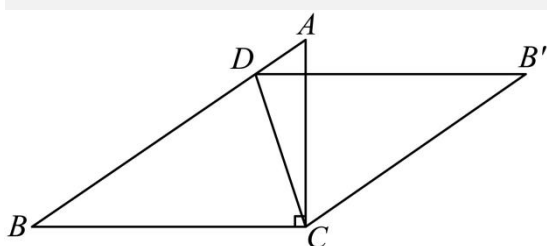
$$\therefore \angle B + \angle BDB' = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BDB' = 180^\circ - 34^\circ = 146^\circ,$$

由折叠的性质可知， $\angle BDC = \angle B'DC$ ，

$$\therefore \angle BDC + \angle B'DC = \angle BDB' = 146^\circ$$

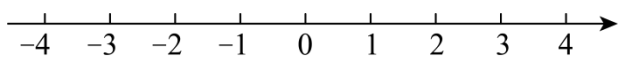
$$\therefore \angle BDC = 73^\circ$$



综上所述： $\angle BDC = 118^\circ$ 或 73° 。

三.解答题 (本大题共 8 小题, 58 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. (5 分) 解不等式组: $\begin{cases} 5-x \geq x-1 \\ 6-3(x-1) > 4(2-x) \end{cases}$ 将其解集在数轴上表示出来, 并写出它的整数解.

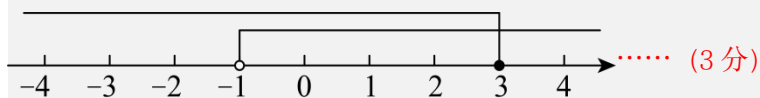


【详解】
$$\begin{cases} 5-x \geq x-1 & \text{①} \\ 6-3(x-1) > 4(2-x) & \text{②} \end{cases}$$

解不等式①, 得: $x \leq 3$; (1 分)

解不等式②, 得: $x > -1$; (2 分)

数轴上表示:



即不等式组的解集为: $-1 < x \leq 3$, (4 分)

不等式的整数解为: 0, 1, 2, 3. (5 分)

20. **新考向** (5 分) 对于同一平面上的直线 a 、 b 、 c , 如果 a 与 b 平行, c 与 a 相交, 那么 c 与 b 的位置关系是相交还是平行? 并给出证明 (用反证法).

证明: c 与 b 的位置关系是_____, 反证法证明如下:

假设_____.

因为 a 与 b 平行, 所以_____ (_____).

这与_____矛盾.

故假设不成立, 所以原来的结论是正确的.

【详解】证明: c 与 b 的位置关系是相交, 反证法证明如下: (1 分)

假设 c 与 b 平行, (2 分)

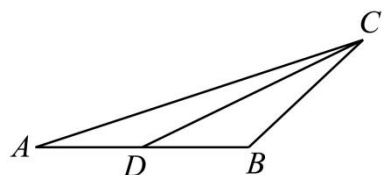
因为 a 与 b 平行,

所以 $c \parallel a$ (平行于同一条直线的两条直线互相平行), …… (4 分)

这与 c 与 a 相交矛盾, …… (5 分)

故假设不成立, 所以原来的结论是正确的.

21. (5 分) 如图, 在三角形 ABC 中, 点 D 是边 AB 的中点, 根据下面的要求画出图形并填空.



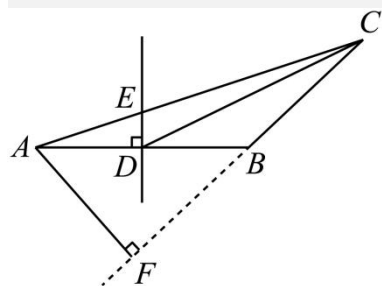
(1) 画出三角形 ABC 的边 BC 上的高;

(2) 过点 D 画 $DE \perp AB$, 直线 DE 交边 AC 于点 E ;

(3) 点 A 到直线 DE 的距离是线段_____的长度;

(4) 写出图形中面积相等的两个三角形: _____.

【详解】(1) 解: 如图, AF 即为所求; …… (1 分)



(2) 解: 如图, DE 即为所求; …… (2 分)

(3) 解: $\because DE \perp AB$,

$\therefore$ 点 A 到直线 DE 的距离是线段 AD 的长度; …… (3 分)

(4) 解: $\because$ 点 D 是边 AB 的中点,

$\therefore AD = BD$,

$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle BCD}$,

即图形中面积相等的两个三角形为 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCD$. …… (5 分)

22. (7 分) 如图, $\angle A = \angle B$, $AE = BE$, 点 D 在 AC 边上, $\angle 1 = \angle 2$, AE 和 BD 相交于点 O , 求证: $\triangle AEC \cong \triangle BED$. 请补全证明过程, 并在括号里写上理由.

证明: $\because \angle 1 = \angle 2$,

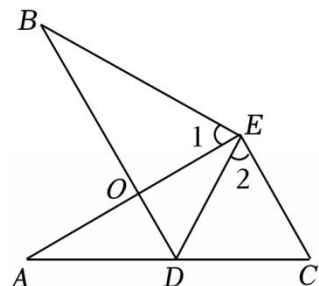
$\therefore \angle 1 + \underline{\hspace{2cm}} = \angle 2 + \underline{\hspace{2cm}}$,

$\therefore \angle AEC = \underline{\hspace{2cm}}$,

在 $\triangle AEC$ 和 $\triangle BED$ 中

$$\therefore \begin{cases} (&) = (&) \\ (&) = (&) \\ (&) = (&) \end{cases},$$

所以 $\triangle AEC \cong \triangle BED$ (_____).



【解答】证明： $\because \angle 1 = \angle 2$,

$$\therefore \angle 1 + \angle AED = \angle 2 + \angle AED, \dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\therefore \angle AEC = \angle BED, \dots\dots (3 \text{ 分})$$

在 $\triangle AEC$ 和 $\triangle BED$ 中

$$\begin{cases} \angle A = \angle B \\ AE = BE \\ \angle AEC = \angle BED \end{cases}, \dots\dots (6 \text{ 分})$$

所以 $\triangle AEC \cong \triangle BED$ (ASA). $\dots\dots (7 \text{ 分})$

23. **新素材** (8分) 保持规范的姿势有助于视力保护 (如图1), 小乐在阅读时, 示意图如图2所示. 已知水平线 $AB \parallel$ 桌面 CD , 从侧面看到的书本 PD 与桌面 CD 的夹角是 $\angle PDC$, 视线 BP 与水平线 AB 的夹角 $\angle ABP$ 为 35° .



图1

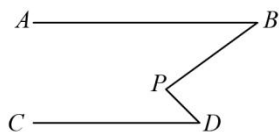


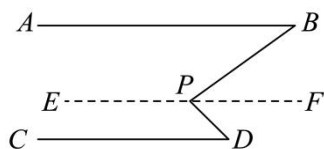
图2

1. 坐姿: 腰背挺直, 胸离桌一拳, 双肩两臂平放, 双腿弯曲平放.
 2. 读姿: 身正, 书本与桌面的夹角的度数要保持在 30° 至 45°
 3. 写姿: 拇指、食指、中指握笔, 离笔尖约一寸, 笔杆与纸呈 50°

图3

- (1) 如果视线与书本的夹角 $\angle BPD$ 为 78° , 求书本与桌面的夹角 $\angle PDC$ 的度数;
- (2) 请根据图3中的读姿规范要求, 求出符合规范要求下 $\angle BPD$ 度数的取值范围.

【详解】(1) 解: 过点 P 作 $EF \parallel AB$, 如图所示:



$\because$ 水平线 $AB \parallel$ 桌面 CD , $EF \parallel AB$

$\therefore \angle ABP = \angle BPF$, $\angle PDC = \angle DPF$,

$\because \angle BPD = \angle BPF + \angle DPF$,

$\therefore \angle BPD = \angle ABP + \angle PDC$,

$\because \angle ABP$ 为 35° .

$\therefore \angle BPF = 35^\circ$,

$\because \angle BPD$ 为 78° ,

$\therefore \angle PDC = \angle DPF = 78^\circ - 35^\circ = 43^\circ$. $\cdots \cdots$ (4 分)

(2) 解: 由 (1) 的角度关系可得: $\angle BPD = \angle ABP + \angle PDC = 35^\circ + \angle PDC$,

根据规范要求, 书本与桌面夹角满足 $30^\circ \leq \angle PDC \leq 45^\circ$,

代入得: $30^\circ + 35^\circ \leq 35^\circ + \angle PDC \leq 45^\circ + 35^\circ$

$\therefore 30^\circ + 35^\circ \leq \angle BPD \leq 45^\circ + 35^\circ$,

即符合要求的 $\angle BPD$ 范围为: $65^\circ \leq \angle BPD \leq 80^\circ$. $\cdots \cdots$ (8 分)

24. (8 分) 某工厂计划生产 A、B 两种产品共 10 件, 其生产成本和利润如表:

	A 种产品	B 种产品
成本 (万元/件)	2	5
利润 (万元/件)	1	3

(1) 若工厂计划投入资金不多于 44 万元, 且获利多于 20 万元, 问工厂有哪几种生产方案?

(2) 在 (1) 的条件下, 哪种生产方案获利最大? 并求出最大利润.

【详解】(1) 解: 设生产 A 种产品 x 件, 则生产 B 种产品 $(10-x)$ 件 (x 为非负整数),

根据题意可得:
$$\begin{cases} 2x + 5(10-x) \leq 44 \\ x + 3(10-x) > 20 \end{cases}$$

解得: $2 \leq x < 5$,

$\because x$ 为整数,

$\therefore x = 2, 3, 4$,

对应三种生产方案：方案 1：生产 A 产品 2 件，B 产品 8 件；

方案 2：生产 A 产品 3 件，B 产品 7 件；

方案 3：生产 A 产品 4 件，B 产品 6 件；…… (4 分)

(2) 解：方案 1：总利润 $= 2 + 3 \times (10 - 2) = 26$ (万元)，

方案 2：总利润 $= 3 + 3 \times (10 - 3) = 24$ (万元)，

方案 3：总利润 $= 4 + 3 \times (10 - 4) = 22$ (万元)，

$\therefore 22 < 24 < 26$ ，

$\therefore$ 生产 A 产品 2 件，B 产品 8 件获利最大，最大利润为 26 万元。…… (8 分)

25. (9 分) 已知，如图，CE 是 $\triangle ABC$ 的外角平分线，BE 平分 $\angle ABC$ ，且 BE、CE 交于 E 点。

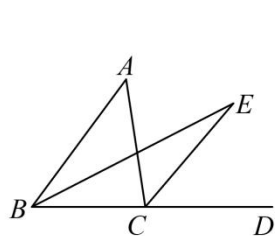


图1

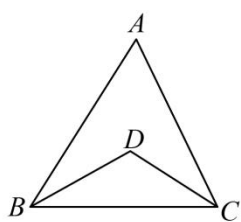


图2

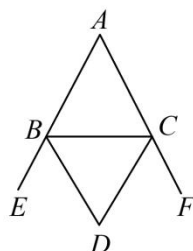


图3

(1) 求证： $\angle E = \frac{1}{2} \angle A$.

(2) 请探究，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B$ 、 $\angle C$ 内角平分线形成的 $\angle D$ 与 $\angle A$ 的关系？ $\angle B$ 、 $\angle C$ 外角平分线形成的 $\angle D$ 与 $\angle A$ 的关系？ (直接写出结果)

【详解】(1) 证明： $\because$ CE 是 $\triangle ABC$ 的外角平分线，BE 平分 $\angle ABC$ ，且 BE、CE 交于 E 点。

$$\therefore \angle ECD = \frac{1}{2} \angle ACD = \frac{1}{2} (\angle A + \angle ABC), \quad \angle EBC = \frac{1}{2} \angle ABC$$

又 $\because \angle ECD$ 是 $\triangle BCE$ 的外角，

$$\therefore \angle ECD = \angle E + \angle EBC,$$

$$\therefore \angle E = \angle ECD - \angle EBC = \frac{1}{2} (\angle A + \angle ABC) - \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \angle A \cdots \cdots (4 \text{ 分})$$

(2) 解：图 2 结论： $\angle D = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$ ；图 3 结论： $\angle D = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$

在图 2 中， $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的角平分线交于点 D，

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC, \angle DCB = \frac{1}{2} \angle ACB,$$

在 $\triangle BCD$ 中， $\angle D + \angle DBC + \angle DCB = 180^\circ$

$$\therefore \angle D = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB)$$

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A$$

$$\therefore \angle D = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$$

在图 3 中, $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的外角平分线交于点 D ,

$$\angle EBC = \angle A + \angle ACB, \angle BCF = \angle A + \angle ABC,$$

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2}\angle EBC, \angle DCB = \frac{1}{2}\angle BCF,$$

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$

在 $\triangle ECD$ 中, $\angle D = 180^\circ - (\angle DBC + \angle DCB)$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle EBC + \angle FCB)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle ACB + \angle A + \angle ABC)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ + \angle A)$$

$$= 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A. \dots\dots (9 \text{ 分})$$

26. (11 分) (1) 如图 1, 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, 过点 C 作直线 DE , 且有 $AD \perp DE$ 于点 D , $BE \perp DE$ 于点 E , 猜想 AD 、 BE 与 DE 之间满足的数量关系, 并说明理由.

(2) 如图 2, 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, 过点 C 作直线 CE , 过点 A 作 $AD \perp CE$ 于点 D , 过点 B 作 $BE \perp CE$ 于点 E , $AD = 11$, $BE = 5$, 则 DE 的长为_____.

(3) 如图 3, $\angle BAD = \angle CAE = 90^\circ$, $AB = AD$, $AC = AE$, 连接 BC , DE , 且 $BC \perp AF$ 于点 F , DE 与直线 AF 交于点 G . 若 $BC = 28$, $AF = 19$, 求 $\triangle ADG$ 的面积.

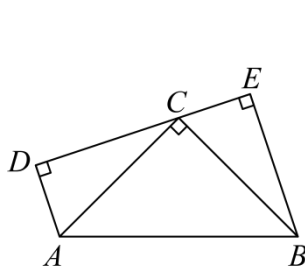


图1

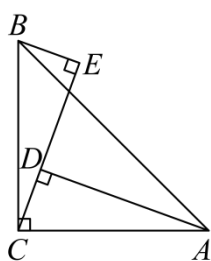


图2

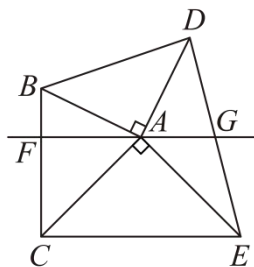


图3

【详解】解: (1) $AD + BE = DE$, 理由如下:

$$\because AD \perp DE, BE \perp DE,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle CEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle CAD = 90^\circ,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle BCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle BCE,$$

在 $\triangle CAD$ 和 $\triangle BCE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ADC = \angle CEB \\ \angle CAD = \angle BCE, \\ AC = BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CAD \cong \triangle BCE (\text{AAS}),$$

$$\therefore CD = BE, \quad AD = CE.$$

$$\because CD + CE = DE,$$

$$\therefore BE + AD = DE; \quad \dots\dots (4 \text{ 分})$$

$$(2) \because AD \perp DE, \quad BE \perp DE,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle CEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle CAD = 90^\circ,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle BCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle BCE,$$

在 $\triangle CAD$ 和 $\triangle BCE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ADC = \angle CEB \\ \angle CAD = \angle BCE, \\ AC = BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CAD \cong \triangle BCE (\text{AAS}),$$

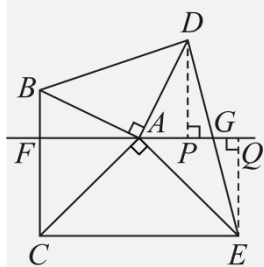
$$\therefore CD = BE, \quad AD = CE;$$

$$\because AD = 11, \quad BE = 5,$$

$$\therefore DE = CE - CD = AD - BE = 6.$$

故答案为: 6; $\dots\dots$ (6 分)

(3) 解: 如图, 过点 D 作 $DP \perp AG$ 于 P , 过点 E 作 $EQ \perp AG$ 交 AG 的延长线于 Q ,



由 (2) 思路可证 $\triangle AFB \cong \triangle DPA$, $\triangle AFC \cong \triangle EQA$,

$\therefore DP = AF = 19$, $EQ = AF = 19$, $AP = BF$, $AQ = CF$,

在 $\triangle DPG$ 和 $\triangle EQG$ 中,

$$\begin{cases} \angle DPG = \angle EQG = 90^\circ \\ \angle DGP = \angle EGQ \\ DP = EQ \end{cases},$$

$\therefore \triangle DPG \cong \triangle EQG$ (AAS),

$\therefore PG = GQ$,

$\because BC = 28$,

$\therefore CF + BF = AQ + AP = 28$,

$\therefore AP + AP + PG + PG = 28$,

$\therefore AG = AP + PG = 14$,

$\therefore S_{\triangle ADG} = \frac{1}{2} \times 19 \times 14 = 133$ (11 分)