

2025-2026 学年七年级数学下学期 3 月学情自测卷

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 测试范围：新教材沪教版七年级下册第 15~16.2 章 一元一次不等式+相交线与平行线。

第一部分 (选择题 共 18 分)

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的）

1. 如果 $a < b$, 那么下列不等式中一定正确的是 ()
- A. $a - 2b < -b$
- B. $a + 2 > b + 2$
- C. $-a - 2 \leq -b - 2$
- D. $2a > 2b$

【答案】 A

【详解】 解: 如果 $a < b$,

两边同时减去 $2b$ ，得 $a - 2b < -b$ ，则 A 符合题意，

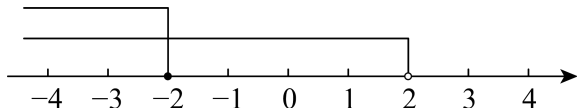
两边同时加上2，得 $a+2 < b+2$ ，则 B 不符合题意，

两边同时乘以 -1 再同时减去 2 ，得 $-a-2>-b-2$ ，则C不符合题意，

两边同时乘以 2，得 $2a < 2b$ ，则 D 不符合题意，

故选: A.

2. 如图, 数轴上公共部分表示的是某个关于 x 的一元一次不等式组的解集, 那么这个不等式组可以是 ()



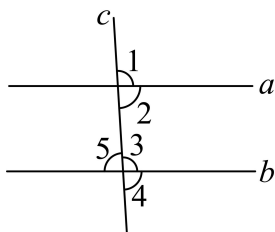
- A. $\begin{cases} x > -2 \\ x < 2 \end{cases}$
- B. $\begin{cases} x < 2 \\ x \leq -2 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x \geq -2 \\ x < 2 \end{cases}$
- D. $\begin{cases} x < -2 \\ x < 2 \end{cases}$

【答案】B

【详解】解：由数轴知，这个不等式组可以为 $\begin{cases} x < 2 \\ x \leq -2 \end{cases}$ ，

故选：B.

3. 如图，直线 a 、 b 被直线 c 所截，下列选项中不一定能判定 $a \parallel b$ 的是 ()



A. $\angle 1 = \angle 3$

B. $\angle 2 = \angle 3$

C. $\angle 2 = \angle 4$

D. $\angle 2 = \angle 5$

【答案】B

【详解】解： $\angle 1 = \angle 3$ ，根据同位角相等，两直线平行，可得 $a \parallel b$ ，故选项 A 不符合题意；

$\angle 2 = \angle 3$ 不一定能判定 $a \parallel b$ ，故选项 B 符合题意；

$\angle 2 = \angle 4$ ，根据同位角相等，两直线平行，可得 $a \parallel b$ ，故选项 C 不符合题意；

$\angle 2 = \angle 5$ ，根据内错角相等，两直线平行，可得 $a \parallel b$ ，故选项 D 不符合题意；

故选 B.

4. **【新考向】**3月12日是我国的植树节，某校学生会组织七年级和八年级共65名同学参加植树活动，七年级学生平均每人植2棵树，八年级学生平均每人植4棵树，为了保证植树总数不少于220棵，则八年级学生参加活动的人数至少需 ()

A. 50名

B. 45名

C. 40名

D. 35名

【答案】B

【详解】解：设需要 x 名八年级学生参加活动，则参加活动的七年级学生为 $(65-x)$ 名，

由题意得，

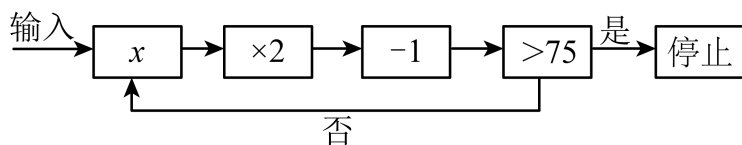
$$4x + 2(65 - x) \geq 220,$$

解得， $x \geq 45$ ，

$\therefore$ 八年级学生参加活动的人数至少需 45 名.

故选：B.

5. **【新考向】**运行程序如图所示，规定：从“输入一个值 x ”到“结果是否 > 75 ”为一次程序操作，如果程序操作进行了两次才停止，那么 x 的取值范围是 ()



- A. $x > \frac{39}{2}$ B. $\frac{39}{2} < x \leq 38$ C. $\frac{39}{2} < x < 38$ D. $x < 38$

【答案】B

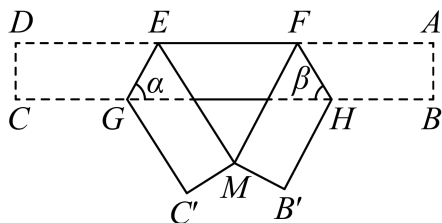
【详解】解：根据题意得：
$$\begin{cases} 2x-1 \leq 75 \\ 2(2x-1)-1 > 75 \end{cases}$$

解得： $\frac{39}{2} < x \leq 38$ ，

$\therefore x$ 的取值范围是 $\frac{39}{2} < x \leq 38$ 。

故选：B。

6. 如图，现有一张长方形纸片 $ABCD$ ，点 E, F 在 AD 上，点 G, H 在 BC 上，分别沿 EG, FH 折叠，使点 D 和点 A 都落在点 M 处，点 C 的对应点为点 C' ，点 B 对应点为点 B' 。若 $\angle \alpha + \angle \beta = 132^\circ$ ，则 $\angle C'MB'$ 的度数为 ()



- A. 104° B. 106° C. 96° D. 132°

【答案】C

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是长方形，

$\therefore AD \parallel BC$ 。

$\therefore \angle DEG = \angle \alpha$ ， $\angle AFH = \angle \beta$ 。

$\therefore \angle DEG + \angle AFH = \angle \alpha + \angle \beta = 132^\circ$ ，

$\because$ 点 E, F 在 AD 上，点 G, H 在 BC 上，分别沿 EG, FH 折叠，使点 D 和点 A 都落在点 M 处，点 C 的对应点为点 C' ，点 B 对应点为点 B' ，

$\therefore \angle DEM = 2\angle DEG$ ， $\angle AFM = 2\angle AFH$ ， $\angle C'ME = \angle B'MF = 90^\circ$ 。

$\therefore \angle MEF + \angle MFE = 180^\circ - \angle DEM + 180^\circ - \angle AFM$

$= 180^\circ - 2\angle DEG + 180^\circ - 2\angle AFH$

$= 360^\circ - 2(\angle DEG + \angle AFH)$

$$= 360^\circ - 2 \times 132^\circ$$

$$= 96^\circ.$$

$$\therefore \angle EMF = 180^\circ - (\angle MEF + \angle MFE) = 84^\circ,$$

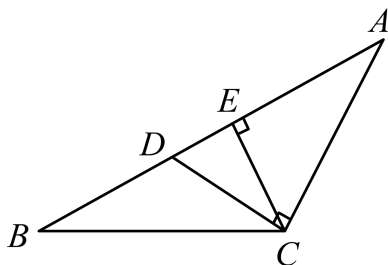
$$\therefore \angle C'MB' = 360^\circ - \angle EMF - \angle C'ME - \angle B'MF = 360^\circ - 84^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 96^\circ.$$

故选：C.

第二部分（非选择题 共 82 分）

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. 如图， $\triangle ABC$ 中， $CD \perp AC$ ， $CE \perp AB$ ，垂足分别是 C 、 E ，那么点 A 到 CE 的距离是线段_____的长度.

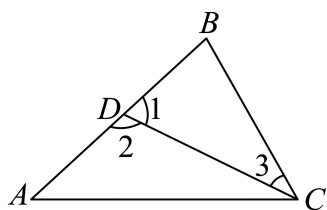


【答案】 AE

【详解】解：因为 $CE \perp AB$ ，垂足是 E ，
所以点 A 到线段 CE 的距离是线段 AE 的长度.

故答案为： AE .

8. 如图，下列结论：① $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是内错角；② $\angle 2$ 与 $\angle B$ 是同位角；③ $\angle 1$ 与 $\angle B$ 是同旁内角，其中正确的有_____（只填序号）.



【答案】 ①②③

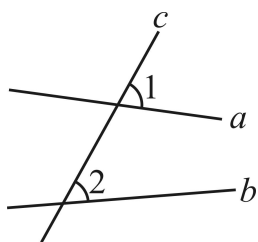
【详解】解： $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是内错角，①正确；

$\angle 2$ 与 $\angle B$ 是同位角，②正确；

$\angle 1$ 与 $\angle B$ 是同旁内角，③正确；

故答案为： ①②③ .

9. **新考向** 牛顿曾说过：“反证法是数学家最精良的武器之一。”那么我们用反证法证明：如图，“已知：在同一平面内， $\angle 1 \neq \angle 2$ ，求证： a 与 b 不平行”时，应先应假设_____.

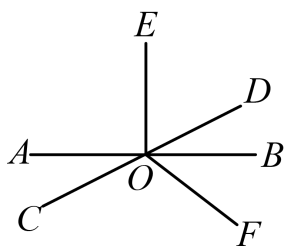


【答案】 $a \parallel b$

【详解】解：反证法证明命题“已知：在同一平面内， $\angle 1 \neq \angle 2$ ，求证： a 与 b 不平行”时，首先应假设 a 与 b 平行，即 $a \parallel b$.

故答案为： $a \parallel b$.

10. 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 O ， OD 平分 $\angle EOF$ ， $OE \perp AB$. 如果 $\angle BOF = 28^\circ$ ，那么 $\angle COF =$ _____°.



【答案】 121

【详解】解： $\because OE \perp AB$,

$$\therefore \angle BOE = 90^\circ,$$

$$\because \angle BOF = 28^\circ,$$

$$\therefore \angle EOF = \angle BOE + \angle BOF = 118^\circ,$$

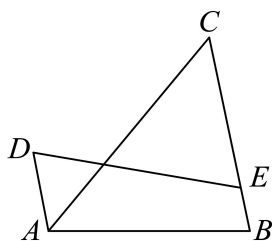
$\because OD$ 平分 $\angle EOF$,

$$\therefore \angle DOF = \frac{1}{2} \angle EOF = 59^\circ,$$

$$\therefore \angle COF = 180^\circ - \angle DOF = 121^\circ,$$

故答案为：121.

11. 如图，已知 $\angle D = \angle CED$ ， AC 平分 $\angle DAB$ ，如果 $\angle B = 80^\circ$ ，那么 $\angle BAC =$ _____°.



【答案】50

【详解】解：∵ $\angle D = \angle CED$ ，

∴ $AD \parallel BC$ ，

∴ $\angle DAC = \angle C$ ，

∵ AC 平分 $\angle DAB$ ，

∴ $\angle DAC = \angle BAC$ ，

∴ $\angle C = \angle BAC$ ，

∵ $\angle BAC + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，

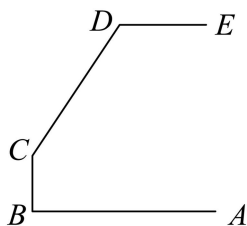
$\angle B = 80^\circ$ ，

∴ $\angle BAC + 80^\circ + \angle BAC = 180^\circ$ ，

解得 $\angle BAC = 50^\circ$ 。

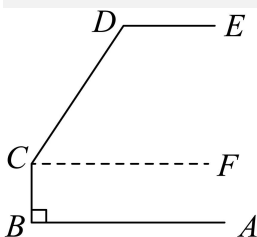
故答案为：50。

12. **【新考向】**近几年中学生近视的现象越来越严重，为保护视力，某公司推出了护眼灯，其侧面示意图（台灯底座高度忽略不计）如图所示，其中 $BC \perp AB$ ， $DE \parallel AB$ ，经使用发现，当 $\angle DCB = 144^\circ$ 时，台灯光线最佳，则此时 $\angle CDE$ 的度数为_____。



【答案】 126°

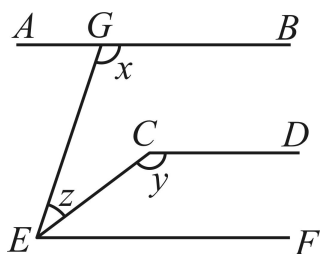
【详解】解：如图所示，过点 C 作 $CF \parallel AB$ ，



$\because BC \perp AB$,
 $\therefore \angle ABC = 90^\circ$,
 $\because DE \parallel AB$,
 $\therefore DE \parallel AB \parallel CF$,
 $\therefore \angle DCF = 180^\circ - \angle CDE$, $\angle BCF = 180^\circ - \angle ABC = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BCD = \angle DCF + \angle BCF = 144^\circ$,
 $\therefore \angle CDE = (180^\circ - \angle CDE) + 90^\circ = 270^\circ - 144^\circ = 126^\circ$

故答案为: 126° .

13. 如图, 如果 $AB \parallel CD \parallel EF$, 那么 x 、 y 、 z 之间的数量关系是_____.



【答案】 $x + z = y$

【详解】解: $\because AB \parallel CD \parallel EF$,

$\therefore x + z + \angle CEF = 180^\circ$, $y + \angle CEF = 180^\circ$,

$\therefore \angle CEF = 180^\circ - (x + z)$, $\angle CEF = 180^\circ - y$,

$\therefore x + z = y$.

故答案为: $x + z = y$.

14. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} -x + 2 > 1 \\ x - 2m \geq 1 \end{cases}$ 有 4 个整数解, 那么 m 的取值范围是_____.

【答案】 $-2.5 < m \leq -2$

【详解】解: 解不等式 $-x + 2 > 1$ 得, $x < 1$,

解不等式 $x - 2m \geq 1$ 得, $x \geq 2m + 1$,

因此不等式组有 4 个整数解,

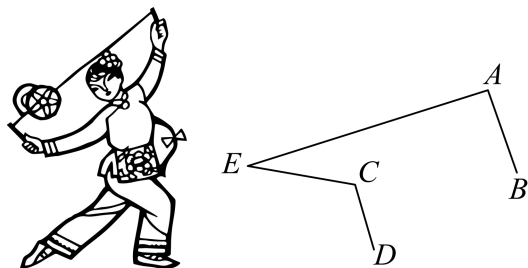
所以 $-4 < 2m + 1 \leq -3$,

解得 $-2.5 < m \leq -2$.

故答案为: $-2.5 < m \leq -2$.

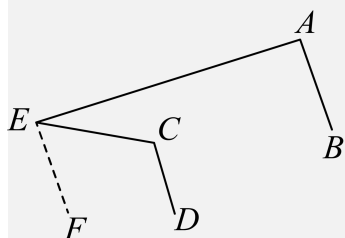
15. **【新考向】**抖空竹是我国的传统体育, 也是国家级非物质文化遗产之一, 明代《帝京景物略》一书中就有

空竹玩法和制作方法的记述，明定陵亦有出土的文物为证，可见抖空竹在民间流行的历史至少在 600 年以上. 如图，通过观察抖空竹发现，可以将某一时刻的情形抽象成数学问题： $AB \parallel CD$ ， $\angle BAE = 93^\circ$ ， $\angle E = 29^\circ$ ，则 $\angle DCE$ 的度数为_____.



【答案】 122°

【详解】 解：过点 E 作 $EF \parallel CD$ ，



$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore EF \parallel AB \parallel CD$

$\therefore \angle AEF + \angle BAE = 180^\circ$ ， $\angle FEC + \angle ECD = 180^\circ$ ，

$\because \angle BAE = 93^\circ$

$\therefore \angle AEF = 180^\circ - \angle BAE = 87^\circ$ ，

$\therefore \angle CEF = \angle AEF - \angle CEA = 58^\circ$ ，

$\therefore \angle DCE = 180^\circ - \angle FEC = 122^\circ$

故答案为： 122° .

16. **【新考向】** 若关于 x 的分式方程 $\frac{2x-4}{x-1} + \frac{m-3x}{1-x} = 1$ 的解是非负数，则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m \geq -3$ 且 $m \neq 1$

【详解】 解：解 $\frac{2x-4}{x-1} + \frac{m-3x}{1-x} = 1$ ，得： $x = \frac{3+m}{4}$ ，

$\therefore$ 分式方程 $\frac{2x-4}{x-1} + \frac{m-3x}{1-x} = 1$ 的解是非负数，

$\therefore \begin{cases} x = \frac{3+m}{4} \geq 0 \\ x-1 = \frac{3+m}{4} - 1 \neq 0 \end{cases}$ ，解得： $m \geq -3$ 且 $m \neq 1$ ；

故答案为: $m \geq -3$ 且 $m \neq 1$.

17. **【新考向】** 已知关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} x+2y=5k-2 \\ x-y=-k+4 \end{cases}$ 的解是一对异号的数, 则 k 的取值范围是_____.

【答案】 $-2 < k < 1$

【详解】解: $\begin{cases} x+2y=5k-2 \text{ ①} \\ x-y=-k+4 \text{ ②} \end{cases}$,

由 ① - ② 得: $3y = 6k - 6$,

解得: $y = 2k - 2$,

将 $y = 2k - 2$ 代入 ② 得: $x - (2k - 2) = -k + 4$,

解得: $x = k + 2$,

$\therefore$ 方程组的解为 $\begin{cases} x = k + 2 \\ y = 2k - 2 \end{cases}$,

$\therefore$ 关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} x+2y=5k-2 \\ x-y=-k+4 \end{cases}$ 的解是一对异号的数,

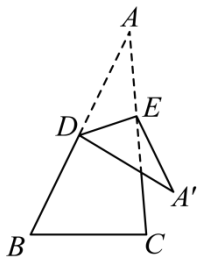
$\therefore \begin{cases} k+2 > 0 \\ 2k-2 < 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} k+2 < 0 \\ 2k-2 > 0 \end{cases}$,

解得: $-2 < k < 1$,

$\therefore k$ 的取值范围是 $-2 < k < 1$,

故答案为: $-2 < k < 1$

18. **【新考向】** 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 63^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 沿 DE 折叠, 点 A 落在点 A' 处, $\angle ADE = 47^\circ$, 再将 $\triangle A'DE$ 绕点 D 顺时针旋转, 旋转角为 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$), 当 $A'D$ 旋转至与 $\triangle ABC$ 的一边平行时, α 的度数为_____.



【答案】 56° 或 149°

【详解】解: 如图 1 所示, 由折叠的性质可得 $\angle A'DE = \angle ADE = 47^\circ$,

$$\therefore \angle A'DB = 180^\circ - \angle A'DE - \angle ADE = 86^\circ;$$

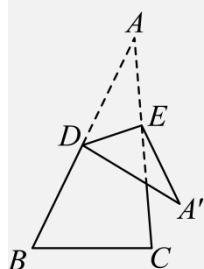


图1

如图 2 所示, 当 $A'D \parallel AC$ 时, 则 $\angle A'DB = \angle A = 30^\circ$,

$$\therefore a = 86^\circ - 30^\circ = 56^\circ;$$

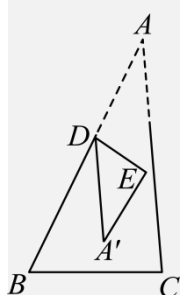


图2

如图 3 所示, 当 $A'D \parallel BC$ 时, 则 $\angle A'DB = \angle B = 63^\circ$,

$$\therefore a = 86^\circ + 63^\circ = 149^\circ;$$

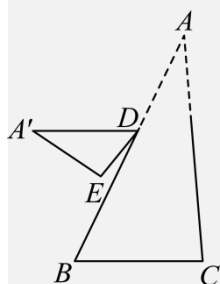


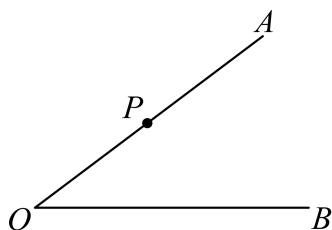
图3

综上所述, a 的度数为 56° 或 149° ,

故答案为: 56° 或 149° .

三.解答题 (本大题共 8 小题, 58 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. (4 分) 如图, 已知点 P 在 $\angle AOB$ 的边 OA 上, 按下列语句画图.

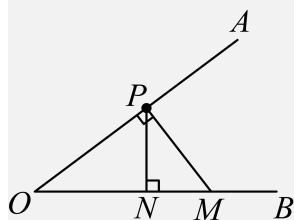


(1) 过点 P 画边 OA 的垂线, 交边 OB 于点 M ;

(2)过点 P 画边 OB 的垂线, 垂足为点 N .

【详解】(1) 解: 如图, 直线 PM 即为所求; …… (2 分)

(2) 解: 如图, 直线 PN 即为所求. …… (4 分)



20. (6 分) 解下列不等式 (组):

(1) $9x-1 < 4x+9$ (解集在数轴上表示出来).

$$(2) \begin{cases} \frac{3x}{2} + 1 > \frac{x-1}{4} \\ x-1 \leq 5+3x \end{cases}.$$

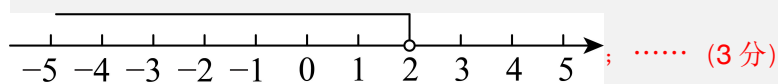
【详解】(1) $9x-1 < 4x+9$,

移项得, $9x-4x < 9+1$,

合并同类项得, $5x < 10$,

系数化为1得, $x < 2$,

把解集表示在数轴上, 如图所示:



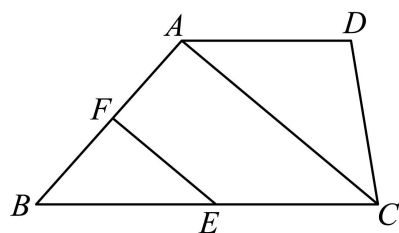
$$(2) \begin{cases} \frac{3x}{2} + 1 > \frac{x-1}{4} \text{ ①} \\ x-1 \leq 5+3x \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式 ① 得, $x > -1$,

解不等式 ② 得, $x \geq -3$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $x > -1$. …… (6 分)

21. (6 分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle D = 116^\circ$, AC 平分 $\angle BCD$, E 是 BC 上一点, $EF \parallel AC$ 交 AB 于点 F .



(1)求 $\angle DAC$ 的大小;

(2)若 $\angle BFE = 3\angle B$ ，求 $\angle BAC$ 的大小.

【详解】(1) 解: $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle D + \angle BCD = 180^\circ, \angle DAC = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle BCD = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ,$$

$\because AC$ 平分 $\angle BCD$,

$$\therefore \angle ACD = \frac{1}{2} \angle BCD = \frac{1}{2} \times 64^\circ = 32^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ACB = 32^\circ; \dots\dots (3 \text{ 分})$$

(2) $\because EF \parallel AC$,

$$\therefore \angle BEF = \angle ACB = 32^\circ, \angle BAC = \angle BFE,$$

$$\because \angle BFE = 3\angle B, \angle BEF + \angle BFE + \angle B = 180^\circ,$$

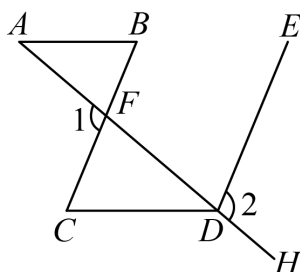
$$\therefore 3\angle B + \angle B + 32^\circ = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 37^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BFE = 3 \times 37^\circ = 111^\circ. \dots\dots (6 \text{ 分})$$

22. (6 分) 完成下列证明:

已知: $\angle B + \angle CDE = 180^\circ$, $\angle 1 = \angle 2$, 求证: $AB \parallel CD$.



证明: $\because \angle 1 = \angle BFD$ (①____),

又 $\because \angle 1 = \angle 2$,

$$\therefore \angle BFD = \angle 2,$$

$$\therefore BC \parallel \text{②____} (\text{③____}).$$

$$\therefore \angle C + \text{④____} = 180^\circ (\text{⑤____}).$$

$\because \angle B + \angle CDE = 180^\circ$ (已知),

$$\therefore \angle B = \angle C.$$

$$\therefore AB \parallel CD (\text{⑥____}).$$

【详解】证明: $\because \angle 1 = \angle BFD$ (对顶角相等), $\dots\dots (1 \text{ 分})$

又 $\because \angle 1 = \angle 2$,

$$\therefore \angle BFD = \angle 2,$$

$\therefore BC \parallel DE$ (同位角相等, 两直线平行), (3分)

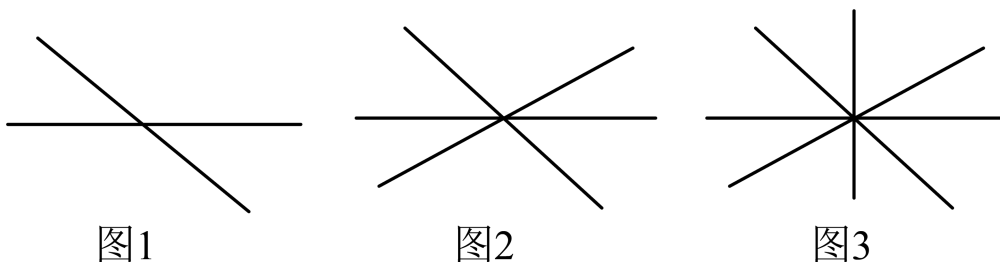
$\therefore \angle C + \angle CDE = 180^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补), (5分)

$\therefore \angle B + \angle CDE = 180^\circ$ (已知),

$$\therefore \angle B = \angle C,$$

$\therefore AB \parallel CD$ (内错角相等, 两直线平行), (6分)

23. (8分) **数学思想·类比思想** 观察系列图形, 补全探究过程.

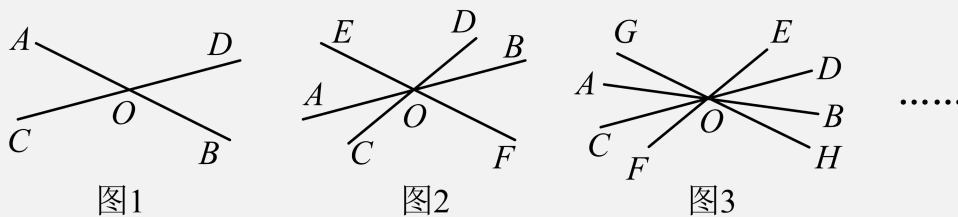


【规律探究】 如图 1, 有 2 条直线相交于一点, 则图中共有_____对对顶角; 如图 2, 有 3 条直线相交于一点, 则图中共有_____对对顶角; 如图 3, 有 4 条直线相交于一点, 则图中共有_____对对顶角.

【归纳总结】 若有 n 条直线相交于一点, 则可形成_____对对顶角.

【规律应用】 若有 40 条直线相交于一点, 则可形成几对对顶角.

【详解】 解: (1) 对图形进行点标注.



图①中对顶角有 $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$, $\angle AOD$ 与 $\angle BOC$, 共 2 对;

图②中对顶角有 $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$, $\angle COF$ 与 $\angle DOE$, $\angle BOF$ 与 $\angle AOE$, $\angle AOF$ 与 $\angle BOE$, $\angle COB$ 与 $\angle AOD$, $\angle DOF$ 与 $\angle COE$, 共 6 对;

图③中对顶角有 $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$, $\angle COF$ 与 $\angle DOE$, $\angle GOA$ 与 $\angle HOB$, $\angle GOE$ 与 $\angle HOF$, $\angle BOF$ 与 $\angle AOE$, $\angle HOC$ 与 $\angle GOD$, $\angle FOA$ 与 $\angle EOB$, $\angle COG$ 与 $\angle DOH$, $\angle BOC$ 与 $\angle AOD$, $\angle HOA$ 与 $\angle GOB$, $\angle FOG$ 与 $\angle EOH$, $\angle COE$ 与 $\angle DOF$, 共 12 对; (4分)

(2) ① $2 = 2 \times (2-1)$, ② $6 = 3 \times (3-1)$, ③ $12 = 4 \times (4-1)$,

则可以推理得到 n 条直线相交于一点共有 $n(n-1)$ 对对顶角,

故答案为: $n(n-1)$. …… (6 分)

(3) 由归纳总结可知 n 条直线相交于一点共有 $n(n-1)$ 对对顶角,

当 $n=40$ 时, 共有 $40 \times 39 = 1560$ 条对顶角. …… (8 分)

24. **新考向** (8 分) 为了丰富学生的阅读资源, 上外松外图书馆准备采购文学名著和人物传记两类图书. 所采购的文学名著价格都一样, 所采购的人物传记价格都一样. 经了解, 30 本文学名著和 20 本人物传记共需 1150 元, 10 本文学名著比 10 本人物传记多 50 元.

(1) 求每本文学名著和人物传记各多少元?

(2) 图书馆存书不足, 学校要求再次购进两种图书, 购买的文学名著比人物传记多 20 本, 总费用不超过 2000 元, 请求出人物传记至多买多少本?

【详解】 (1) 解: 设每本文学名著和人物传记各 x 元、 y 元, 依题意, 得

$$\begin{cases} 30x + 20y = 1150 \\ 10x = 10y + 50 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} x = 25 \\ y = 20 \end{cases},$

答: 每本文学名著和人物传记各 25, 20 元. …… (4 分)

(2) 设人物传记买 m 本, 依题意, 得

$$25(20 + m) + 20m \leq 2000,$$

解得: $m \leq \frac{100}{3},$

$\therefore m$ 取最大整数为 33.

答: 人物传记至多买 33 本. …… (8 分)

25. **新考向** (8 分) 2025 年春节凸显了我国在机器人领域的强大实力, 随着人工智能与物联网等技术的快速发展, 人形机器人的应用场景不断拓展, 某快递企业为提高工作效率, 拟购买 A、B 两种型号智能机器人进行快递分拣, 相关信息如下:

信息一

A 型机器人台数	B 型机器人台数	总费用 (单位: 万元)
1	3	260
3	2	360

信息二

A 型机器人每台每天可分拣快递 22 万件； B 型机器人每台每天可分拣快递 18 万件.

(1) 求 A 、 B 两种型号智能机器人的单价；

(2) 现该企业准备购买 A 、 B 两种型号智能机器人共 10 台，若要求总价不超过 720 万元，并且每天分拣快递不少于 200 万件，则该企业购买方案有哪几种？

【详解】(1) 解：设 A 种型号智能机器人的单价为 x 万元， B 种型号智能机器人的单价为 y 万元，

由题意得：
$$\begin{cases} x + 3y = 260 \\ 3x + 2y = 360 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x = 80 \\ y = 60 \end{cases}$$

答： A 种型号智能机器人的单价为 80 万元， B 种型号智能机器人的单价为 60 万元；…… (4 分)

(2) 解：设该企业需要购买 A 型智能机器人 a 台，则需要购买 B 型智能机器人 $(10 - a)$ 台，

由题意得：
$$\begin{cases} 80a + 60(10 - a) \leq 720 \\ 22a + 18(10 - a) \geq 200 \end{cases}$$

解得： $5 \leq a \leq 6$,

$\therefore a$ 为正整数，

$\therefore a = 5, 6$,

$\therefore$ 该企业购买方案有 2 种：

① 购买 A 型智能机器人 5 台， B 型智能机器人 5 台；

② 购买 A 型智能机器人 6 台， B 型智能机器人 4 台. …… (8 分)

26. **新考向** (12 分) 【问题背景】

同学们，我们一起观察小猪的猪蹄，你会发现一个我们熟悉的几何图形（如图 1），我们就把这个图形形象的称为“猪蹄模型”，猪蹄模型中蕴含着角的数量关系.

(1) 如图 (1)， $AB \parallel CD$ ， E 为 AB 、 CD 之间一点，连接 ME 、 NE ，得到 $\angle MEN$ ，试探究 $\angle MEN$ 与 $\angle AME$ ， $\angle CNE$ 之间的数量关系，并说明理由.

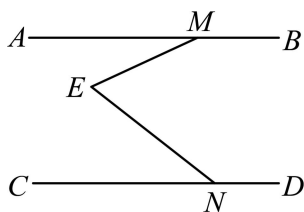


图 (1)



【实际运用】

(2) 消防云梯的示意图如图 (2) 所示, 其由救援台 AB 、延展臂 BC (B 在 C 的左侧)、伸展主臂 CD 、支撑臂 EF 构成, 在作业过程中, 救援台 AB 、车身 GH 及地面 MN 三者始终保持水平平行. 为了参与一项高空救援工作, 需要进行作业调整, 如图 (3). 使得延展臂 BC 与支撑臂 EF 所在直线互相垂直, 且 $\angle EFH = 75^\circ$, 这时展角 $\angle ABC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



消防云梯

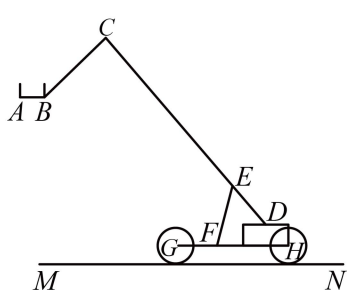


图 (2)

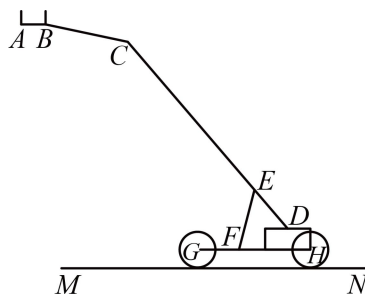


图 (3)

【深入探索】

(3) 今年元宵节小美江边观赏灯光秀时, 发现两岸灯光在有规律的旋转. 如图 (4), 射线 ME 从 MA 开始, 绕 M 点以 10° 每秒的速度逆时针旋转, 同时射线 NF 从 ND 开始, 绕 N 点以 25° 每秒的速度逆时针旋转, 直线 ME 与直线 NF 相交所夹的锐角为 45° , 请求出运动时间 t 秒 ($0 \leq t \leq 10$) 的值.

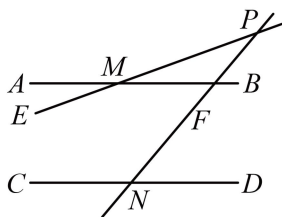
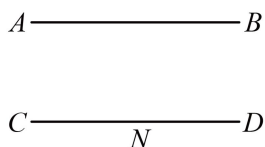


图 (4)

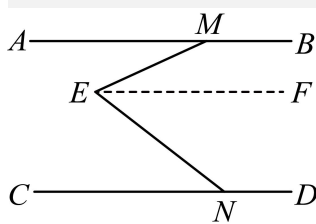


备用图

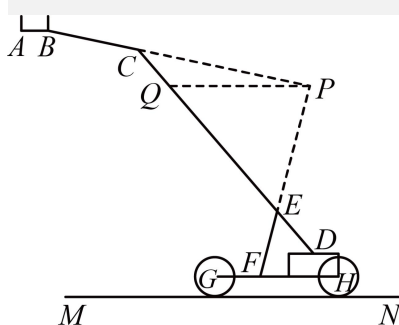


【详解】解: (1) $\angle MEN = \angle AME + \angle CNE$, 理由如下:

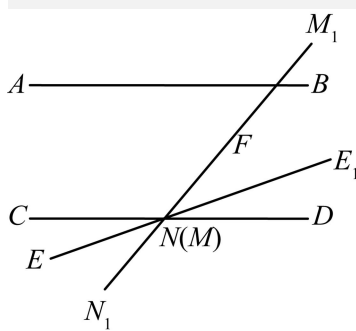
如图, 过 E 点作 $EF \parallel AB$,

 $\therefore AB \parallel CD,$
$$\therefore AB \parallel CD \parallel EF,$$
$$\therefore \angle AME = \angle MEF, \quad \angle CNE = \angle NEF,$$
$$\therefore \angle MEN = \angle MEF + \angle NEF = \angle AME + \angle CNE. \dots\dots (4 \text{ 分})$$

(2) 如图: 延长 BC, FE 相交于点 P , 过 P 作 $PQ \parallel AB$,


$$\therefore AB \parallel GH,$$
$$\therefore AB \parallel GH \parallel PQ,$$
$$\therefore \angle QPF = \angle EFH = 75^\circ, \quad \angle ABC + \angle BPQ = 180^\circ,$$
$$\therefore BC \perp EF,$$
$$\therefore \angle BPF = 90^\circ,$$
$$\therefore \angle BPQ = 90^\circ - \angle QPF = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ,$$
$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle BPQ = 180^\circ - 15^\circ = 165^\circ; \dots\dots (8 \text{ 分})$$

(3) 将直线 EM 的点 M 平移与直线 NF 的 N 点重合,

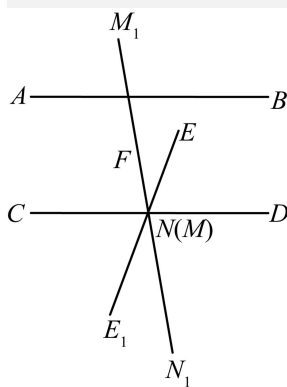


根据题意得, $\angle DME_1 = 10^\circ t, \angle DNF = 25^\circ t$,

$$\therefore \angle FNE_1 = \angle DNF - \angle DME_1 = 15^\circ t,$$

$$\text{由题意可得: } \angle FNE_1 = 45^\circ,$$

$$\therefore 15^\circ t = 45^\circ, \text{ 解得: } t = 3;$$

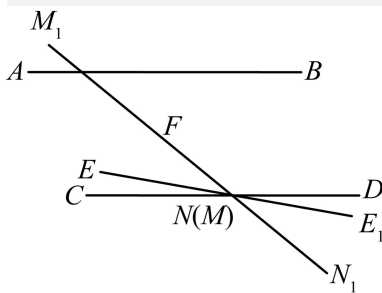


$$\text{根据题意得, } \angle DNM_1 = 10^\circ t, \angle CNE_1 = 25^\circ t - 180^\circ,$$

$$\text{由题意可得: } \angle M_1NE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CNE_1 + \angle M_1NE = \angle DNM_1,$$

$$\therefore 25^\circ t - 180^\circ + 45^\circ = 10^\circ t, \text{ 解得: } t = 9;$$



$$\text{根据题意得, } \angle DNM_1 = 10^\circ t, \angle CNE_1 = 360^\circ - 25^\circ t,$$

$$\text{由题意可得: } \angle N_1NE_1 = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle N_1NE = \angle DNN_1 - \angle DNE_1,$$

$$\therefore 45^\circ = 180^\circ - 10^\circ t - (360^\circ - 25^\circ t), \text{ 解得: } t = 15 > 10 \text{ (不符合题意);}$$

综上所述, 运动时间 t 秒为 3 或 9. (12 分)