

2025-2026 七年级第一次节点练习

一、选择题 (共 6 题, 满分 18 分)

1. 已知 $a < b$, 下列各式中不正确的是 ()

A. $2a < 2b$

B. $1-2a > 1-2b$

C. $a-b < 0$

D. $|a| < |b|$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了不等式的性质：①把不等式的两边都加(或减去)同一个整式，不等号的方向不变；②不等式两边都乘(或除以)同一个正数，不等号的方向不变；③不等式两边都乘(或除以)同一个负数，不等号的方向改变.

根据不等式的性质逐个判断即可.

【详解】解：A、 $\because a < b$, $\therefore 2a < 2b$, 正确, 不符合题意;

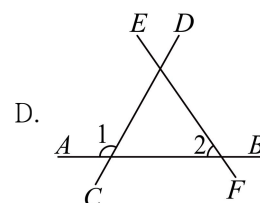
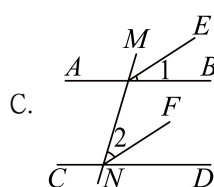
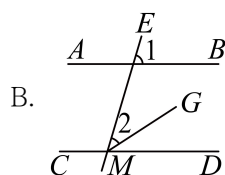
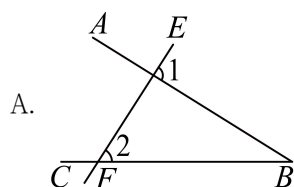
B、 $\because a < b$, $\therefore -2a > -2b$, $\therefore 1-2a > 1-2b$, 正确, 不符合题意;

C、 $\because a < b$, $\therefore a-b < b-b=0$, 正确, 不符合题意;

D、 $a < b$ 时 $|a|$ 与 $|b|$ 可能相等, 也可能 $|a| > |b|$, $|a| < |b|$, 故错误, 符合题意,

故选: D.

2. 下列图形中的 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 不是同位角的是 ()



【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了同位角的定义, 正确理解定义是解题的关键. 根据两条直线被第三条直线所截, 两个角都在截线的同旁, 又分别处在被截的两条直线同侧的位置的角叫做同位角; 根据同位角的定义对各个选项中 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的位置进行分析即可得出答案.

【详解】解: 根据题意, 得

A 中的 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是同位角, 不符合题意;

B 中的 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是同位角, 不符合题意;

C 中的 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 不是同位角，符合题意；

D 中的 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是同位角，不符合题意；

故选：C.

3. 已知某个不等式的解集是 $x < -2$ ，下列说法正确的是（ ）

A. 0 是这个不等式的解

B. -3 不是这个不等式的解

C. 小于 -3 的数都是这个不等式的解

D. 小于 -1 的数都是这个不等式的解

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次不等式. 根据不等式解集，然后逐项分析求解即可.

【详解】解： $\because$ 不等式的解集是 $x < -2$ ，

$\therefore 0$ 不是这个不等式的解，故选项 A 不符合题意；

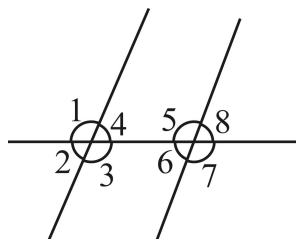
-3 是这个不等式的解，故选项 B 不符合题意；

小于 -3 的数都是这个不等式的解，故选项 C 符合题意；

小于 -2 的数都是这个不等式的解，故选项 D 不符合题意；

故选：C.

4. 如图，若其中 $\angle 1 = \angle 5$ ，则与 $\angle 2$ 互补的角有（ ）



A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

D. 1 个

【答案】A

【解析】

【分析】根据邻补角的定义和对顶角的性质，结合已知条件 $\angle 1 = \angle 5$ ，利用等量代换找出所有与 $\angle 2$ 之和为 180° 的角即可.

【详解】解： $\because \angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为邻补角， $\angle 3$ 与 $\angle 2$ 互为邻补角

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$$

$\therefore \angle 1$ 和 $\angle 3$ 都与 $\angle 2$ 互补

$$\because \angle 1 = \angle 5$$

$$\therefore \angle 5 + \angle 2 = 180^\circ$$

$\therefore \angle 5$ 与 $\angle 2$ 互补

$\because \angle 5$ 与 $\angle 7$ 是对顶角

$\therefore \angle 5 = \angle 7$

$\therefore \angle 7 + \angle 2 = 180^\circ$

$\therefore \angle 7$ 与 $\angle 2$ 互补

综上所述，与 $\angle 2$ 互补的角有 $\angle 1$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 5$ 、 $\angle 7$ ，共 4 个.

5. 下列语句中真命题的个数是 ()

- ①两直线平行，同旁内角相等；②命题“对顶角相等”的逆命题是真命题；③若 $a \perp b$ ， $a \perp c$ ，则 $b \parallel c$ ；
④在同一平面内，经过一点有且只有一条直线与已知直线垂直；⑤两条平行直线被第三条直线所截，一组同旁内角的平分线互相垂直

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】B

【解析】

【分析】根据平行线的判定和性质判断①③⑤命题；根据对顶角判断②命题；根据垂线判断④命题.

【详解】解：①两直线平行，同旁内角互补，原命题是假命题；

②命题“对顶角相等”的逆命题是“相等的角是对顶角”，逆命题是假命题；

③在同一平面内，若 $a \perp b$ ， $a \perp c$ ，则 $b \parallel c$ ，原命题是假命题；

④在同一平面内，经过一点有且只有一条直线与已知直线垂直，原命题是真命题；

⑤两条平行直线被第三条直线所截，一组同旁内角互补，则其平分线互相垂直，原命题是真命题.

即真命题的个数是 2 个.

6. 我市某学校有住宿生若干名，分住若干间宿舍，若每间住 4 人，则还有 19 人无宿舍住；若每间住 7 人，则有一间宿舍不空但所住的人数不足 5 人. 若设宿舍间数为 x ，根据题意 x 应满足的不等式 (组) 为 ()

A. $4x + 19 - 7(x - 1) > 0$

B. $4x + 19 - 7(x - 1) < 5$

C.
$$\begin{cases} 4x + 19 - 7(x - 1) > 0 \\ 4x + 19 - 7(x - 1) < 5 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 4x + 19 - 7x > 0 \\ 4x + 19 - 7x < 5 \end{cases}$$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了由实际问题列不等式组，易得学生总人数，有一间宿舍不空但所住的人数不足 5 人是一个宿舍人数比 0 多，比 5 人少，关系式为：总人数 $-(x-1)$ 间宿舍的人数 > 0 ；总人数 $-(x-1)$ 间宿

舍的人数 <5 ，把相关数值代入即可.

【详解】解： $\because$ 若每间住4人，则还有19人无宿舍住，

$\therefore$ 学生总人数为 $(4x+19)$ 人，

由题意得：
$$\begin{cases} 4x+19-7(x-1)>0 \\ 4x+19-7(x-1)<5 \end{cases}$$

故选：C.

二、填空题 (有 12 题, 满分 36 分)

7. 用不等式表示“ x 与 y 的一半的和是非负数”：_____.

【答案】 $x + \frac{1}{2}y \geq 0$

【解析】

【分析】本题考查的是列不等式，解答本题的关键是读懂题意，找出量与量之间的关系，正确列出不等式. 直接根据题意列不等式即可.

【详解】解：由题意得： $x + \frac{1}{2}y \geq 0$,

故答案为： $x + \frac{1}{2}y \geq 0$.

8. 不等式 $-2x+5>-3$ 的解集是_____.

【答案】 $x < 4$

【解析】

【分析】本题主要考查了解一元一次不等式按照移项，合并同类项，系数化为1的步骤解不等式即可得到答案.

【详解】解： $-2x+5>-3$

移项得： $-2x>-3-5$,

合并同类项得： $-2x>-8$,

系数化为1得： $x < 4$,

故答案为： $x < 4$.

9. 已知 $a < b$ ，则 $-2a$ _____ $-2b$. (填“ $>$ ”或“ $<$ ”)

【答案】 $>$

【解析】

【分析】直接利用不等式的性质即可得到答案.

【详解】解： $\because a < b$,

$$\therefore -2a > -2b,$$

故答案为: $>$.

【点睛】本题主要考查了不等式的基本性质, 不等式的基本性质为: 不等式两边同时加或减去同一个整式, 不等号方向不变; 不等式两边同时乘以 (或除以) 同一个大于 0 的整式, 不等号方向不变; 不等式两边同时乘以 (或除以) 同一个小于 0 的整式, 不等号方向改变, 熟练掌握不等式的基本性质是解题的关键.

10. a 的 $\frac{2}{3}$ 减去 4 的差不小于 -4 用不等式表示为_____

【答案】 $\frac{2}{3}a - 4 \geq -4$

【解析】

【分析】本题主要考查了列不等式, a 的 $\frac{2}{3}$ 减去 4 即为 $\frac{2}{3}a - 4$, 不小于 -4 即为大于等于 -4 , 据此列出不等式即可.

【详解】解: a 的 $\frac{2}{3}$ 减去 4 的差不小于 -4 用不等式表示为 $\frac{2}{3}a - 4 \geq -4$,

故答案为: $\frac{2}{3}a - 4 \geq -4$.

11. 若一个 30° 角的两边分别与另一个角的两边平行, 则另一个角为_____.

【答案】 30° 或 150°

【解析】

【分析】本题考查了平行线的性质. 分类讨论; 分两种情况分别画出图形, 利用平行线的性质即可求解.

【详解】解: 已知 $\angle ABC = 30^\circ$, $AB \parallel DE$, $BC \parallel EF$, DE 、 BC 交于点 O . 求 $\angle DEF$ 的度数.

①如图 1, $\because AB \parallel DE$,

$$\therefore \angle DOC = \angle ABC = 30^\circ;$$

$$\because BC \parallel EF,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle DOC = 30^\circ;$$

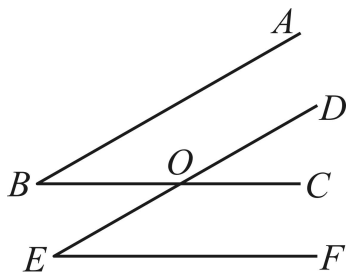


图1

②如图 2, $\because AB \parallel DE$,

$$\therefore \angle EOC = \angle ABC = 30^\circ;$$

$$\therefore BC \parallel EF,$$

$$\therefore \angle DEF + \angle EOC = 180^\circ;$$

$$\therefore \angle DEF = 180^\circ - \angle EOC = 150^\circ;$$

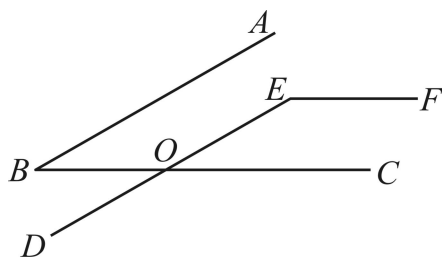
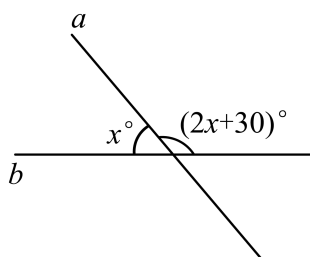


图2

综上，另一个角的度数为 30° 或 150° .

故答案为: 30° 或 150° .

12. 如图，已知直线 a 、 b 相交，这两条直线的夹角是_____.



【答案】 50° ##50 度

【解析】

【分析】 本题考查了邻补角的性质，一元一次方程的应用．根据邻补角的性质推出 $x + (2x + 30^\circ) = 180^\circ$ ，解方程即可求解．

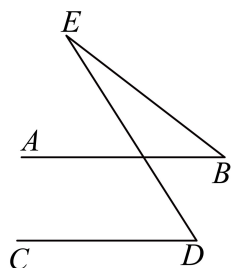
【详解】 解：由题意得 $x + (2x + 30^\circ) = 180^\circ$ ，

解得 $x = 50^\circ$ ，

这两条直线的夹角是 50° ，

故答案为: 50° .

13. 如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle D = 58^\circ$ ， $\angle B = 38^\circ$ ，则 $\angle E =$ _____ $^\circ$.



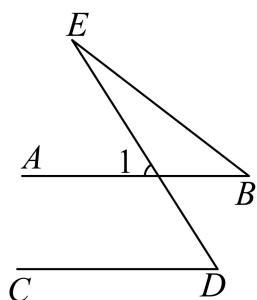
【答案】 20

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质以及三角形的外角定理，掌握三角形的外角等于与之不相邻的两个内角的和是解题的关键.

由平行得到 $\angle 1 = \angle D = 58^\circ$ ，再由三角形的外角定理得到 $\angle 1 = \angle B + \angle E$ ，即可求解.

【详解】 解：如图：



$$\because AB \parallel CD, \angle D = 58^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle D = 58^\circ,$$

$$\because \angle 1 = \angle B + \angle E, \angle B = 38^\circ$$

$$\therefore \angle E = \angle 1 - \angle B = 20^\circ,$$

故答案为：20.

14. 不等式组 $\begin{cases} \frac{x}{2} < \frac{x+1}{9} \\ \frac{2x-1}{5} \leq \frac{x}{2} \end{cases}$ 的所有整数解的和为_____.

【答案】 -3

【解析】

【分析】 先求出每一个不等式的解集，后确定不等式组的解集，后确定整数解求和即可． 本题考查了一元一次不等式组的解法，熟练进行不等式求解是解题的关键.

$$\text{【详解】 } \because \begin{cases} \frac{x}{2} < \frac{x+1}{9} \text{ ①} \\ \frac{2x-1}{5} \leq \frac{x}{2} \text{ ②} \end{cases}$$

$$\therefore \text{解不等式①, 得 } x < \frac{2}{7},$$

$$\text{解不等式②, 得 } x \geq -2,$$

∴ 不等式组的解集为 $-2 \leq x < \frac{2}{7}$,

故其整数解有 $-2, -1, 0$, 且 $-2 - 1 + 0 = -3$,

故答案为: -3 .

15. 若不等式组 $\begin{cases} 2x - 3 \leq a, \\ 1 - x < 4 \end{cases}$ 有 3 个整数解, 则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $-3 \leq a < -1$

【解析】

【分析】 本题考查根据不等式组的解集的情况求参数的范围, 先求出不等式组的解集, 进而得到关于参数的不等式组, 进行求解即可.

【详解】 解: 解 $\begin{cases} 2x - 3 \leq a, \\ 1 - x < 4 \end{cases}$, 得: $\begin{cases} x \leq \frac{1}{2}(a + 3), \\ x > -3 \end{cases}$

∴ 不等式组有 3 个整数解,

∴ 整数解为: $-2, -1, 0$,

∴ $0 \leq \frac{1}{2}(a + 3) < 1$,

∴ $-3 \leq a < -1$;

故答案为: $-3 \leq a < -1$.

16. 小明准备用零花钱购买一个学生 VR 眼镜, 他已经存有 60 元, 从现在起计划每月平均存 25 元. 他想购买的这款眼镜至少需要 480 元, 如果存钱 x 个月, 不等式可列为_____.

【答案】 $25x + 60 \geq 480$

【解析】

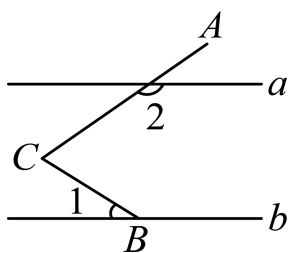
【分析】 本题考查列不等式, 每月存 25 元, 则 x 个月存 $25x$ 元, 与已存的 60 元之和大于等于 480 元即可.

【详解】 解: 由题意知, 已存的 60 元与 x 个月存的钱之和大于等于 480 元,

因此 $25x + 60 \geq 480$,

故答案为: $25x + 60 \geq 480$.

17. 如图, $a \parallel b$, $\angle 1 = 50^\circ$, 则 $\angle ACB + \angle 2 =$ _____.

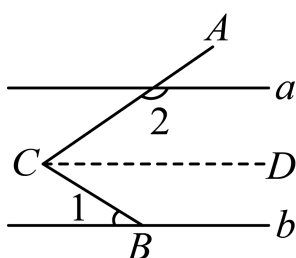


【答案】 230° ##230 度

【解析】

【分析】 过点 C 作 $CD \parallel a$ ，利用平行线的性质进行求解.

【详解】 解：如图，过点 C 作 $CD \parallel a$ ，



$$\because a \parallel b,$$

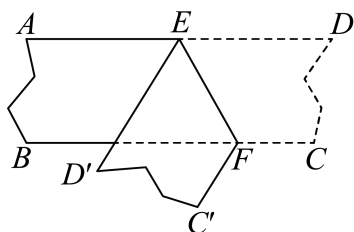
$$\therefore a \parallel CD \parallel b,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle 1 = 50^\circ, \angle 2 + \angle ACD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB + \angle 2 = \angle BCD + \angle ACD + \angle 2 = 50^\circ + 180^\circ = 230^\circ.$$

【点睛】 注意掌握“铅笔头”模型.

18. 如图，在等宽纸带 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$. 将该纸带沿 EF 折叠后，点 C, D 分别落在 C', D' 的位置. 若 $\angle AED' = 44^\circ$ ，则 $\angle EFC' =$ _____ $^\circ$.



【答案】 112

【解析】

【分析】 根据折叠性质得到 $\angle DEF = \angle D'EF$, $\angle EFC = \angle EFC'$ ，根据 $\angle AED' = 44^\circ$ 求出 $\angle DED' = 136^\circ$ ，进而得到 $\angle DEF = 68^\circ$. 根据 $AD \parallel BC$ 求出 $\angle EFC = 112^\circ$ ，即可求出 $\angle EFC' = 112^\circ$.

【详解】 解：由折叠可得 $\angle DEF = \angle D'EF$, $\angle EFC = \angle EFC'$.

$$\begin{aligned}\therefore \angle AED' &= 44^\circ, \\ \therefore \angle DED' &= 180^\circ - \angle AED' = 180^\circ - 44^\circ = 136^\circ, \\ \therefore \angle DEF &= \angle D'EF = 68^\circ. \\ \therefore AD &\parallel BC, \\ \therefore \angle EFC &= 180^\circ - \angle DEF = 112^\circ, \\ \therefore \angle EFC &= \angle EFC' = 112^\circ.\end{aligned}$$

三、解答题 (本题共 7 小题, 共 46 分)

19. 解不等式: $2(x-4) > 2-3x$, 并把它解集在数轴上表示出来.

【答案】 $x > 2$, 数轴见解析.

【解析】

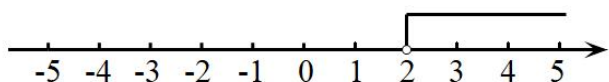
【分析】 根据解一元一次不等式基本步骤去括号、移项、合并同类项、系数化为 1 可得解集, 再在数轴上表示即可.

【详解】 解: 去括号得, $2x-8 > 2-3x$

移项, 合并同类项得, $5x > 10$

系数化为 1 得, $x > 2$;

数轴表示如下:



【点睛】 本题主要考查解一元一次不等式的基本能力,

严格遵循解不等式的基本步骤是关键, 尤其需要注意不等式两边都乘以或除以同一个负数不等号方向要改变.

20. 解不等式组:
$$\begin{cases} -2x+3 \geq -1 \\ \frac{x+2}{2} > -1 \end{cases}$$
, 并将解集在数轴上表示出来.

【答案】 $-4 < x \leq 2$, 见解析

【解析】

【分析】 先求出每个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小无解了确定不等式组的解集, 再将解集在数轴上表示出来即可.

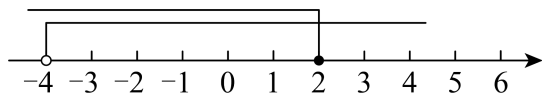
【详解】 解:
$$\begin{cases} -2x+3 \geq -1 \text{ ①} \\ \frac{x+2}{2} > -1 \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①得: $x \leq 2$

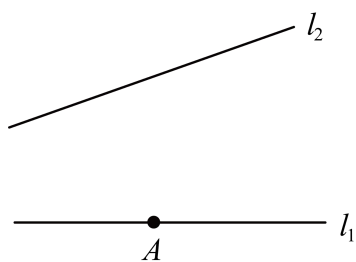
解不等式②得: $x > -4$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-4 < x \leq 2$,

在数轴上表示如下:



21. 如图, 平面上有两条直线 l_1 、 l_2 , 点 A 在直线 l_1 上, 按要求画图 (不写结论) 并填空:



(1) 过点 A 画直线 l_2 的垂线, 垂足为点 B ;

(2) 过点 A 画直线 $AC \perp l_1$ 交直线 l_2 于点 C ;

(3) 过点 A 画直线 $AD \parallel l_2$. 由图可知: 点 A 到直线 l_2 距离为线段_____的长度.

【答案】 (1) 作图见解析

(2) 作图见解析 (3) 作图见解析, AB

【解析】

【分析】 本题考查作图-复杂作图, 垂线, 平行线的性质等知识, 解题的关键是理解题意, 灵活运用所学知识解决问题.

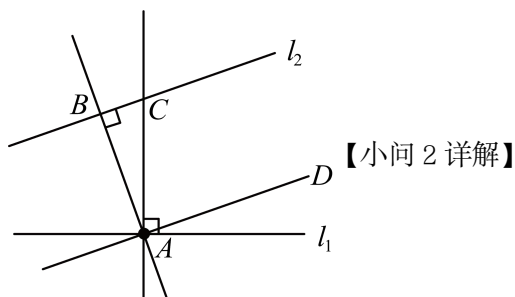
(1) 根据垂线段的定义画出即可;

(2) 根据垂线的定义画出即可;

(3) 根据平行线的定义画出即可, 根据点到直线间的距离求解即可得到答案.

【小问 1 详解】

解: 如图, 直线 AB 即为所求;



解：直线 AC 即为所求；

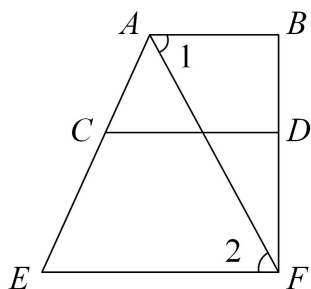
【小问 3 详解】

解：直线 AD 即为所求，由图可知：点 A 到直线 l_2 距离为线段 AB 的长度．

故答案为： AB ．

22. 完成下面的证明：

已知：如图， $AB \perp BF$ ， $CD \perp BF$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ．



求证： $\angle E + \angle ECD = 180^\circ$ ．

证明： $\because AB \perp BF$ ， $CD \perp BF$ （已知），

$\therefore \angle ABF = \angle CDF = 90^\circ$ （_____）．

$\therefore AB \parallel$ _____（同位角相等，两直线平行）．

$\because \angle 1 = \angle 2$ （已知），

$\therefore AB \parallel$ _____（_____）．

$\therefore CD \parallel EF$ （_____）．

$\therefore \angle E + \angle ECD = 180^\circ$ （_____）．

【答案】见解析

【解析】

【分析】根据垂直定义得出 $\angle ABD = \angle CDF = 90^\circ$ ，根据平行线的判定定理得出 $AB \parallel CD$ ， $AB \parallel EF$ ，求出 $CD \parallel EF$ ，再根据平行线的性质定理得出即可．

【详解】证明： $\because AB \perp BF$ ， $CD \perp BF$ （已知），

$\therefore \angle ABF = \angle CDF = 90^\circ$ （垂直定义）．

$\therefore AB \parallel CD$ (同位角相等, 两直线平行).

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (已知),

$\therefore AB \parallel EF$ (内错角相等, 两直线平行).

$\therefore CD \parallel EF$ (如果两条直线都与第三条直线平行, 那么这两条直线也互相平行)

$\therefore \angle E + \angle ECD = 180^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补).

【点睛】 本题考查了平行线的性质定理和判定定理, 能熟记平行线的性质定理和判定定理是解此题的关键, 平行线的性质定理: ①两直线平行, 同位角相等, ②两直线平行, 内错角相等, ③两直线平行, 同旁内角互补, 反之亦然.

23. 列方程组和不等式解应用题: 某校为丰富学生的校园生活, 准备从某体育用品商店一次性购买若干个足球和篮球 (每个足球的价格相同, 每个篮球的价格相同), 若购买 4 个足球和 7 个篮球共需 740 元, 购买 7 个足球和 5 个篮球共需 860 元.

(1) 购买一个足球, 一个篮球各需多少元?

(2) 根据学校的实际情况, 需从该体育用品商店一次性购买足球和篮球共 50 个, 要求购买足球和篮球的总费用不超过 3650 元, 这所中学最多可以购买多少个足球?

【答案】 (1) 足球单价 80 元、篮球单价 60 元;

(2) 这所中学最多可以购买 32 个足球.

【解析】

【分析】 (1) 根据“购买 4 个足球和 7 个篮球共需 740 元, 购买 7 个足球和 5 个篮球共需 860 元”分别得出等式方程组成方程组求出即可;

(2) 利用一次性购买足球和篮球共 50 个, 购买足球和篮球的总费用不超过 3650 元, 得出不等式求出即可.

【小问 1 详解】

解: 设足球单价为 x 元、篮球单价为 y 元,

根据题意, 得
$$\begin{cases} 4x + 7y = 740 \\ 7x + 5y = 860 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} x = 80 \\ y = 60 \end{cases}.$$

答: 足球单价 80 元、篮球单价 60 元;

【小问 2 详解】

解: 设购买足球 m 个, 则买篮球 $(50-m)$ 个, 根据题意得:

$80m + 60(50-m) \leq 3650,$

解得 $m \leq 32.5$,

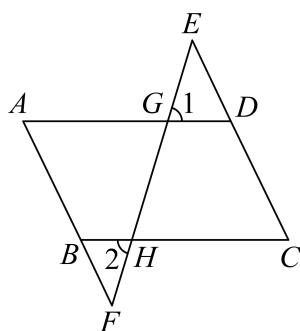
$\therefore m$ 为整数,

$\therefore m$ 最大取 32,

答: 这所中学最多可以购买 32 个足球.

【点睛】 本题考查了列二元一次方程组解实际问题的运用, 列一元一次不等式解实际问题的运用, 解答本题时找到建立方程的等量关系和建立不等式的不等关系是解答本题的关键.

24. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, E 、 F 分别是 CD 、 AB 延长线上的点, 连接 EF . 分别交 AD 、 BC 于点 G 、 H . 若 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle A = \angle C$. 试证明



(1) $AD \parallel BC$

(2) $AB \parallel CD$.

【答案】 (1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的判定和性质;

(1) 根据对顶角相等, 等量代换得到 $\angle AGF = \angle 2$, 再根据平行线的判定得出结论;

(2) 由 $AD \parallel BC$ 推出 $\angle A = \angle FBC$, 结合已知, 等量代换得到 $\angle FBC = \angle C$, 再根据平行线的判定得出结论.

【小问 1 详解】

证明: $\because \angle 1 = \angle AGF$, $\angle 1 = \angle 2$,

$\therefore \angle AGF = \angle 2$,

$\therefore AD \parallel BC$;

【小问 2 详解】

由 (1) 知 $AD \parallel BC$,

$\therefore \angle A = \angle FBC$,

$\because \angle A = \angle C$,

$\therefore \angle FBC = \angle C$,

$\therefore AB \parallel CD$.

25. 在一副三角尺中 $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle BPA = 45^\circ$, $\angle CPD = 60^\circ$

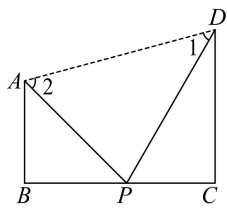
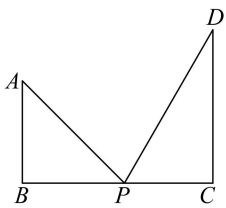
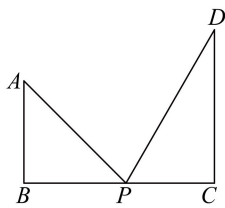


图1



备用图1



备用图2

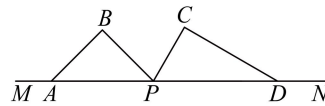


图2

(1) 将一副三角尺按如图 1 所示方式摆放 (两条直角边在同一条直线上)

①联结 AD , 测得 $\angle 1 = 45^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是多少?

②将三角尺 PCD 绕点 P 以每秒 3° 的速度逆时针旋转, 当三角尺 PCD 的边 PD 与射线 PB 重合时停止运动, 经历多久使得其中一块三角尺的直角边与另一块三角尺的斜边平行?

(2) 若将这副三角尺按照如图 2 所示方式摆放 (两条斜边在同一条直线 MN 上). 三角尺 PCD 绕点 P 以每秒 2° 的速度逆时针旋转, 同时三角尺 PAB 以每秒 3° 的速度顺时针旋转, 当三角尺 PAB 的边 PB 与射线 PN 重合时两块三角尺都停止运动, 运动_____秒, 使得其中一块三角尺的直角边与另一块三角尺的斜边平行?

(只写答案)

【答案】 (1) ① 60° ; ② 10 秒或 15 秒

(2) 6 或 9 或 42 或 45

【解析】

【分析】 (1) ①先由平角的意义求出 $\angle APD$, 再对 $\triangle APD$ 由三角形内角和定理即可求解;

②分两种情况讨论: 当 $PD' \parallel AB$ 和 $D'C \parallel AP$, 作出图形, 根据旋转的性质以及平行线的性质进行角度和差计算求出旋转角 $\angle DPD'$ 即可;

(2) 设旋转时间为 t 秒, 由题意得, $\angle MPA = 3t$, $\angle NPD = 2t$, 然后分四种情况讨论, 当 $PA \parallel CD$ 时, 得到 $\angle MPA + \angle APC + \angle DPC + \angle NPD = 180^\circ$; 当 $AB \parallel PD$ 时, 得到

$\angle MPA + \angle APB + \angle DPB + \angle NPD = 180^\circ$; 当 $CD \parallel AP$ 时, 得到 $\angle MPA + \angle NPD - \angle APD = 180^\circ$;

当 $AB \parallel PD$ 时, 得到 $\angle MPA + \angle NPD - \angle APD = 180^\circ$, 分别建立起关于时间 t 的方程求解即可.

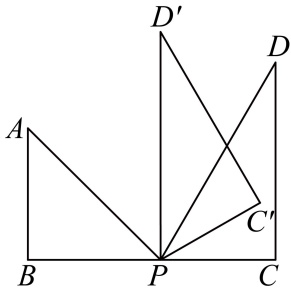
【小问 1 详解】

解: ① $\because \angle BPA = 45^\circ$, $\angle CPD = 60^\circ$,

$\therefore \angle APD = 180^\circ - \angle BPA - \angle CPD = 75^\circ$,

$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 1 - \angle APD = 180^\circ - 45^\circ - 75^\circ = 60^\circ$;

②当 $PD' \parallel AB$ 时,

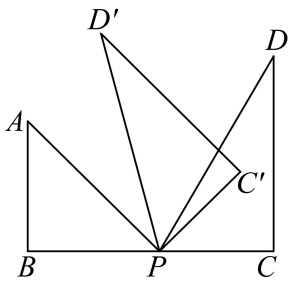


则 $\angle D'PC = \angle B = 90^\circ$,

$$\therefore \angle D'PD = \angle D'PC - \angle DPC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore t = 30 \div 3 = 10 \text{ (秒)};$$

当 $D'C \parallel AP$ 时,



$$\because \angle C = 90^\circ, \angle CPD = 60^\circ$$

$$\therefore \angle D = 180^\circ - \angle C - \angle CPD = 30^\circ,$$

$\because$ 旋转,

$$\therefore \angle D' = D = 30^\circ$$

$$\because D'C \parallel AP$$

$$\therefore \angle APD' = \angle D' = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DPD' = \angle APD - \angle APD' = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ$$

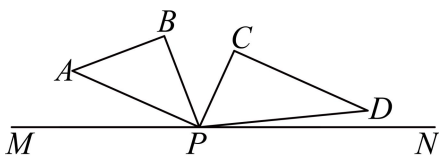
$$\therefore t = 45 \div 3 = 15 \text{ (秒)},$$

综上所述: 当 10 秒或 15 秒时, 其中一块三角尺的直角边与另一块三角尺的斜边平行;

【小问 2 详解】

解: 设旋转时间为 t 秒, 由题意得, $\angle MPA = 3t$, $\angle NPD = 2t$,

当 $PA \parallel CD$ 时,



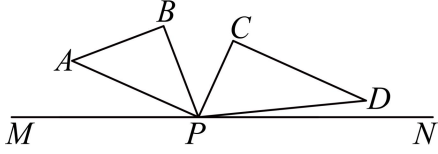
则 $\angle APC = \angle C = 90^\circ$,

$$\therefore \angle MPA + \angle APC + \angle DPC + \angle NPD = 180^\circ ,$$

$$\therefore 3t + 90^\circ + 60^\circ + 2t = 180^\circ$$

解得: $t = 6$;

当 $AB \parallel PD$ 时,



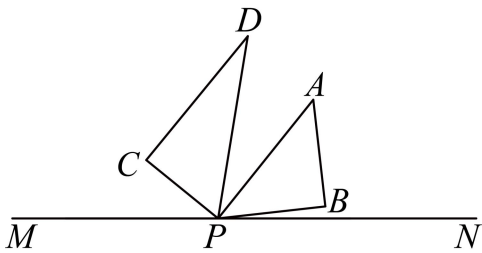
$$\therefore \angle BPD = \angle B = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle MPA + \angle APB + \angle DPB + \angle NPD = 180^\circ$$

$$\therefore 3t + 45^\circ + 90^\circ + 2t = 180^\circ ,$$

解得: $t = 9$;

当 $CD \parallel AP$ 时,



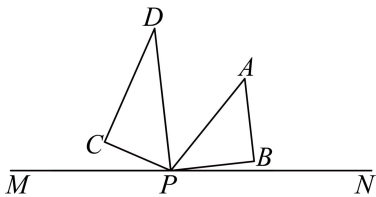
$$\text{则 } \angle APD = \angle D = 30^\circ ,$$

$$\therefore \angle MPA + \angle NPD - \angle APD = 180^\circ ,$$

$$\therefore 3t + 2t - 30^\circ = 180^\circ ,$$

解得: $t = 42$;

当 $AB \parallel PD$ 时,



$$\text{则 } \angle APD = \angle A ,$$

$$\therefore \angle B = 90^\circ , \quad \angle BPA = 45^\circ ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle B - \angle BPA = 45^\circ ,$$

$$\therefore \angle APD = 45^\circ$$

$$\therefore \angle MPA + \angle NPD - \angle APD = 180^\circ ,$$

$$\therefore 3t + 2t - 45^\circ = 180^\circ,$$

解得: $t = 45$,

综上所述: 运动时间为 6 或 9 或 42 或 45 秒, 使得其中一块三角尺的直角边与另一块三角尺的斜边平行.

【点睛】 本题考查了旋转的性质, 平行线的性质, 三角形的内角和定理, 角的和差计算, 以及一元一次方程的应用, 难度较大, 注意分类讨论思想的应用,