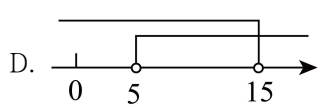
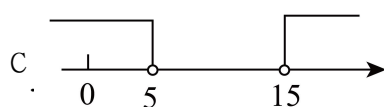
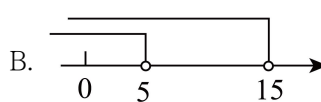
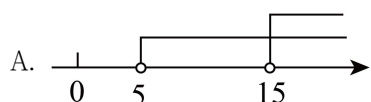
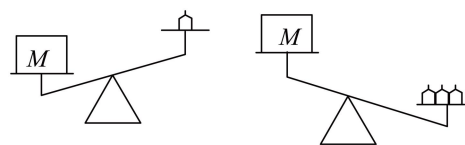


七年级第二学期数学作业检查

一、选择题（每题3分，共18分）

1. 已知天平右盘中每个砝码的质量均为 5g ，则物体 M 的质量 x （单位： g ）的取值范围在数轴上可表示为（ ）

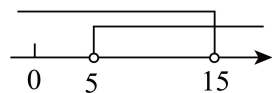


【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了在数轴上表示不等式的解集，先确定 M 的质量 x 的取值范围，在数轴上表示出来即可.

【详解】解：如图所示，可知 $5 < x < 15$ ，
在数轴上表示为：



故选：D.

2. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2(x-1) > 4 \\ x-a \geq 0 \end{cases}$ 的解集为 $x \geq a$ ，那么 a 的取值范围是（ ）

A. $a > 3$

B. $a < 3$

C. $a \geq 3$

D. $a \leq 3$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

先分别解两个不等式，得到 $x > 3$ 和 $x \geq a$ ，由于解集为 $x \geq a$ ，则需满足 $a > 3$ 即可.

【详解】 $\therefore$ 不等式组为：
$$\begin{cases} 2(x-1) > 4 \\ x-a \geq 0 \end{cases}$$

解第一个不等式得 $x > 3$

第二个不等式得 $x \geq a$

$\therefore$ 不等式组的解集为 $x \geq a$,

$\therefore a > 3$,

故选: A.

3. 已知数轴上点 A , B 分别表示实数 a , b , 若点 A 在点 B 的右边, 则下列不等式成立的有 ()

1) $a-1 < b-1$ 2) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 3) $-2a < -2b$ 4) $\frac{a}{2} < \frac{b}{2}$ 5) $a^2 < b^2$

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】A

【解析】

【分析】根据不等式的性质, 结合举反例逐一分析判断即可.

【详解】解: $\because a > b$,

$$\therefore a-1 > b-1, \quad \frac{a}{2} > \frac{b}{2}, \quad -2a < -2b,$$

当 $a=3$, $b=1$ 时, $a > b$, 而 $a^2 > b^2$,

当 $a=-1$, $b=-2$ 时, $a > b$, 而 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$,

$\therefore$ 不等式成立的有 1 个.

4. 哈尔滨市出租车的收费标准: 起步价 8 元 (即行驶距离不超过 3 千米都须付 8 元车费), 超过 3 千米以后, 每增加 1 千米, 加收 2 元 (不足 1 千米的部分按 1 千米计). 某人乘出租车从甲地到乙地共付车费 18 元, 那么甲地到乙地路程 x 满足 ()

A. $x=8.5$

B. $7 \leq x < 8$

C. $7 \leq x \leq 8$

D. $7 < x \leq 8$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了不等式组的应用, 根据总费用 18 元中, 起步价 8 元对应 3 千米, 剩余 10 元为超过 3 千米的费用, 根据超过部分每千米 2 元, 求出超过的千米数为 $10 \div 2 = 5$ 千米, 根据不足 1 千米按 1 千米计, 实际路程需满足: 超过 3 千米的部分大于 4 千米且不超过 5 千米, 据此列出不等式组解不等式组即可.

【详解】解: $\because$ 总费用 18 元中, 起步价 8 元对应 3 千米, 剩余 10 元为超过 3 千米的费用, 超过部分每千米 2 元,

∴ 超过的千米数为 $10 \div 2 = 5$ 千米,

∴ 不足 1 千米按 1 千米计,

∴ 实际路程需满足: 超过 3 千米的部分大于 4 千米且不超过 5 千米,

$$\therefore \begin{cases} x-3 > 4 \\ x-3 \leq 5 \end{cases},$$

解得: $7 < x \leq 8$,

故选: D.

5. 如果三角形的一个外角等于与它相邻的内角的 2 倍, 且等于与它不相邻的一个内角的 2 倍, 那么这个三角形一定是 ()

- A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 等边三角形

【答案】D

【解析】

【分析】因为三角形的一个外角等于与它不相邻两个内角的和. 如果三角形的这一个外角等于与它相邻内角的 2 倍, 且等于与它不相邻一个内角的 2 倍. 可以算出: 这个相邻的内角等于 60 度, 另一个不相邻内角等于 60 度. 则: 第三个角只能是 60 度. 所以此三角形为等边三角形.

【详解】解: 因为, 三角形的一个外角等于与它相邻的内角的 2 倍,

所以, 这个相邻的内角等于: $\frac{180}{1+2} = 60$ (度), 外角是: 120 度;

因为, 外角等于与它不相邻的一个内角的 2 倍,

所以, 另一个不相邻内角等于 $\frac{120}{2} = 60$ 度. 则: 第三个角只能是 60 度.

所以, 此三角形为等边三角形.

故选 D

【点睛】本题考查了三角形等边三角形的判定, 熟练掌握三角形外角和内角性质是解题的关键.

6. 若 α 、 β 、 γ 是三角形的三个内角, 而 $x = \alpha + \beta$, $y = \beta + \gamma$, $z = \gamma + \alpha$, 那么 x 、 y 、 z 中, 锐角的个数的错误判断是 ()

- A. 可能没有锐角 B. 可能有一个锐角
C. 可能有两个锐角 D. 最多一个锐角

【答案】C

【解析】

【分析】根据三角形内角与外角的关系及两角互补的关系解答.

【详解】解：∵ α 、 β 、 γ 是三角形的三个内角，

$$\therefore \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ,$$

∵ $\alpha + \beta$ ， $\beta + \gamma$ ， $\alpha + \gamma$ 三个角分别 γ ， α ， β ，相邻的外角， α ， β ， γ 三个角中最多有一个钝角，

∴ $\alpha + \beta$ ， $\beta + \gamma$ ， $\alpha + \gamma$ 中（即 x 、 y 、 z 中）锐角的个数至多有 1 个锐角。

∴ C 符合题意；

二、填空题（每题 2 分，共 26 分）

7. 若 $(a-2026)x^{|a|-2025} > 1$ 是关于 x 的一元一次不等式，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 -2026

【解析】

【分析】根据一元一次不等式的概念即可求解。

【详解】解：由题意可知，
$$\begin{cases} |a| - 2025 = 1 \\ a - 2026 \neq 0 \end{cases},$$

则 $a = -2026$

8. 若 $a < b < 0$ ，则 m 、 $m-a$ 、 $m-b$ 三个数之间的大小关系是 ____（用“<”号连接）。

【答案】 $m < m-b < m-a$

【解析】

【分析】根据不等式的性质，不等式两边同乘同一个负数，不等号方向改变，由 $a < b < 0$ ，得 $0 < -b < -a$ 。再根据不等式的性质，不等式两边加上同一个数，不等号方向不变，由 $0 < -b < -a$ ，得 $m < m-b < m-a$ 。

【详解】解：∵ $a < b < 0$ ，

$$\therefore 0 < -b < -a.$$

$$\therefore m < -b+m < -a+m.$$

$$\therefore m < m-b < m-a.$$

故答案为： $m < m-b < m-a$ 。

【点睛】本题主要考查不等式的基本性质，熟练掌握不等式的基本性质是解决本题的关键。

9. 不等式 $\frac{x+2}{2} < x - \frac{x-5}{3}$ 的解都能使不等式 $x > 2m-3$ 成立，则 m 的取值范围是_____

【答案】 $m \leq -\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】解不等式即可得到 x 的取值范围，即可得到 m 的取值范围.

【详解】解： $\frac{x+2}{2} < x - \frac{x-5}{3}$,

解得： $x > -4$,

$\because x > -4$ 使不等式 $x > 2m-3$ 成立,

$\therefore 2m-3 \leq -4$,

则 $m \leq -\frac{1}{2}$.

10. 已知关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} x-2y=3k \\ 2x+y=k+4 \end{cases}$ 满足 $x+3y \geq 0$ ，那么 k 的最大值是_____.

【答案】2

【解析】

【分析】用加减消元法将 $x+3y$ 用 k 来表示即可求解.

【详解】解： $\begin{cases} x-2y=3k \text{ ①} \\ 2x+y=k+4 \text{ ②} \end{cases}$,

将 ②-① 得， $x+3y=4-2k$,

$\because x+3y \geq 0$,

$\therefore 4-2k \geq 0$,

解得： $k \leq 2$,

则 k 的最大值为：2.

11. 在读书节活动中，老师把一些图书分给勤奋小组的同学们，如果每人分 5 本，那么剩余 12 本；如果每人分 8 本，那么最后一人虽分到书但不足 8 本，勤奋小组一共有_____人.

【答案】5 或 6

【解析】

【分析】设勤奋小组一共有 x 人，根据“如果每人分 5 本，那么剩余 12 本”可得这些图书的总数为： $5x+12$ ，根据“如果每人分 8 本，那么最后一人虽分到书但不足 8 本”，即可列出不等式组，进一步可得解.

【详解】解：设勤奋小组一共有 x 人，

$\because$ 如果每人分 5 本，那么剩余 12 本，

$\therefore$ 这些图书的总数为： $5x+12$,

∴如果每人分 8 本，那么最后一人虽分到书但不足 8 本，

$$\therefore 0 < 5x + 12 - 8(x-1) < 8, \text{ 即 } \begin{cases} 5x + 12 - 8(x-1) > 0 \textcircled{1} \\ 5x + 12 - 8(x-1) < 8 \textcircled{2} \end{cases},$$

由①得: $x < \frac{20}{3}$,

由②得: $x > 4$,

∴不等式组的解集为: $4 < x < \frac{20}{3}$,

∴ x 为正整数,

∴ $x = 5$ 或 $x = 6$,

∴勤奋小组一共有 5 人或 6 人.

12. 若关于 x 的不等式 $2x - 3a + 2 \geq 0$ 的最小整数解为 -5 , 则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $-\frac{10}{3} < a \leq -\frac{8}{3}$

【解析】

【分析】根据不等式的基本性质, 先将 a 看作常数解关于 x 的不等式, 得 $x \geq \frac{3a-2}{2}$, 根据最小整数解为 -5 , 得 $-6 < \frac{3a-2}{2} \leq -5$, 解出 a 即可.

【详解】解: $2x - 3a + 2 \geq 0$ 移项,

移项, 得 $2x \geq 3a - 2$,

解得 $x \geq \frac{3a-2}{2}$,

∴关于 x 的不等式 $2x - 3a + 2 \geq 0$ 的最小整数解为 -5 ,

∴ $-6 < \frac{3a-2}{2} \leq -5$,

解得 $-\frac{10}{3} < a \leq -\frac{8}{3}$.

13. 设 $a > 0 > b > c$, $a + b + c = 1$, $M = \frac{b+c}{a}$, $N = \frac{a+c}{b}$, $P = \frac{a+b}{c}$, 则 M 、 N 、 P 之间的关系是_____.

【答案】 $M > P > N$ ## $N < P < M$

【解析】

【分析】本题考查了分式的加减法, 熟练掌握分式的加减法法则是解题的关键.

根据 $a + b + c = 1$ 得出 $b + c = 1 - a$, $a + c = 1 - b$, $a + b = 1 - c$, 分别代入 M 、 N 、 P 计算, 然后比较即可得出结果.

【详解】解： $\because a+b+c=1$,

$$\therefore b+c=1-a, \quad a+c=1-b, \quad a+b=1-c,$$

$$\therefore M = \frac{b+c}{a} = \frac{1-a}{a} = \frac{1}{a} - 1,$$

$$\text{同理可得 } N = \frac{1}{b} - 1, P = \frac{1}{c} - 1,$$

$$\because a > 0 > b > c,$$

$$\therefore \frac{1}{a} > 0 > \frac{1}{c} > \frac{1}{b},$$

$$\therefore \frac{1}{a} - 1 > \frac{1}{c} - 1 > \frac{1}{b} - 1, \text{ 即 } M > P > N,$$

故答案为: $M > P > N$.

14. 已知实数 x, y, z 满足 $x+y=6, x-z=8$, 若 $x \geq -3y$, 则 $x+y+z$ 的最大值为_____

【答案】7

【解析】

【分析】由条件可得 $x+y+z=x-2$, 因此求最大值等价于求 x 的最大值, 结合 $x+y=6$ 和 $x \geq -3y$ 约束, 得到 $x \geq -3(6-x)$, 解不等式可得 $x \leq 9$, 从而求出最大值.

【详解】解: $\because x+y=6, x-z=8$,

$$\therefore z=x-8,$$

$$\therefore x+y+z=6+(x-8)=x-2,$$

故求 $x+y+z$ 的最大值即求 x 的最大值,

$$\text{由 } x+y=6, \text{ 得 } y=6-x,$$

$$\text{代入 } x \geq -3y, \text{ 得 } x \geq -3(6-x),$$

$$\text{即 } x \geq -18+3x,$$

$$\text{解得 } x \leq 9$$

$$\therefore x \text{ 的最大值为 } 9,$$

$$\text{此时 } x+y+z=9-2=7,$$

故最大值为7.

15. 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, ABC 的三边长度为 4、 $x+y$ 和 $2x$, $\triangle DEF$ 的三边长度为 6、 x 、 $x+2y$, 则 ABC 的周长是_____.

【答案】18

【解析】

【分析】根据全等三角形对应边相等的性质，分情况列出方程组求解，舍去不符合三角形边长要求的解，得到三角形三边长后计算周长即可.

【详解】解：∵ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，根据全等三角形的性质，对应边相等，分情况讨论如下：

$$\text{情况 1: 列方程组} \begin{cases} x = 4 \\ 6 = x + y \\ x + 2y = 2x \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases},$$

此时 ABC 的三边长为 4, $x + y = 6$, $2x = 8$, 满足三角形三边关系, 符合题意;

$$\text{情况 2: 列方程组} \begin{cases} x = 4 \\ 2x = 6 \\ x + 2y = x + y \end{cases}, \text{由 } 2x = 6 \text{ 得 } x = 3, \text{ 与 } x = 4 \text{ 矛盾, 舍去;}$$

$$\text{情况 3: 列方程组} \begin{cases} x = 2x \\ 6 = x + y \\ x + 2y = 4 \end{cases},$$

由 $x = 2x$ 得 $x = 0$, 边长不能为 0, 不符合题意, 舍去;

$$\text{情况 4: 列方程组} \begin{cases} x = x + y \\ 2x = 6 \\ x + 2y = 4 \end{cases},$$

由 $x = x + y$ 得 $y = 0$, 则 $x + 2y = x = 4$, 此时 $2x = 2 \times 4 = 8$, 这与 $2x = 6$ 矛盾, 舍去,

故 ABC 的周长为 $4 + 6 + 8 = 18$.

16. 如果 ABC 的一个外角等于 150° , 且 $\angle B = \angle C$, 则 $\angle A =$ _____.

【答案】 30° 或 120°

【解析】

【分析】本题考查了三角形内角和性质, 邻补角, 外角性质, 本题需要分类讨论, 分两种情况: 150° 的外角为 $\angle A$ 的外角, 以及 150° 的外角为 $\angle B$ (或 $\angle C$) 的外角, 结合邻补角定义, 三角形内角和定理与三角形外角性质计算, 即可得到 $\angle A$ 的度数.

【详解】解: 依题意, 分两种情况讨论: 当 150° 的外角是 $\angle A$ 的外角时, 则 $\angle A = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$, 当 150° 的外角是 $\angle B$ (或 $\angle C$) 的外角时,

根据邻补角的定义可得： $\angle B = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$ ，

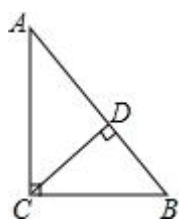
$\therefore \angle B = \angle C$ ，

$\therefore \angle C = 30^\circ$ ，

$\angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$ ，

综上， $\angle A$ 的度数为 30° 或 120°

17. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为 D ，则与 $\angle A$ 相等的角是_____



【答案】 $\angle BCD$

【解析】

【分析】 根据直角三角形两锐角互余和同角的余角相等解答.

【详解】 解：如图， $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ ，

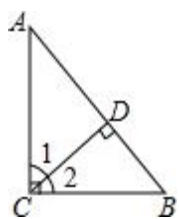
$\therefore \angle 1 + \angle A = 90^\circ$ ， $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ，

$\angle 2 + \angle B = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle A = \angle 2$ ， $\angle 1 = \angle B$ ，

即 $\angle A = \angle BCD$ ， $\angle B = \angle ACD$ ，

故答案为： $\angle BCD$.



【点睛】 本题考查了直角三角形两锐角互余的性质，同角的余角相等的性质，熟记性质是解题的关键.

18. 在等腰三角形 ABC 中， $AB = AC$ ，周长为 16cm ， AC 边上的中线 BD 把 ABC 分成周长差为 4cm 的两个三角形，求 ABC 底边 BC 的长_____ cm .

【答案】 $\frac{8}{3}$

【解析】

【分析】 设 $AB = AC = x \text{ cm}$ ， $BC = y \text{ cm}$ ，根据三角形周长得到第一个方程，再利用中线性质的两个三角形的周长差即为腰长与底边长的差，分两种情况建立方程组求解，最后根据三角形三边关系检验，得到符合条件的 BC 的长.

【详解】解：设 $AB = AC = x$ cm, $BC = y$ cm,

由 $\triangle ABC$ 周长为16cm, 得

$$2x + y = 16,$$

$\because BD$ 是 AC 边上的中线,

$$\therefore AD = CD,$$

又 BD 是 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$ 的公共边,

$$\therefore \text{两个三角形的周长差为 } |AB - BC| = 4, \text{ 即 } |x - y| = 4,$$

分两种情况讨论:

$$(1) \text{ 当 } x > y \text{ 时, } x - y = 4,$$

$$\text{联立方程组 } \begin{cases} 2x + y = 16 \\ x - y = 4 \end{cases},$$

$$\text{两式相加得 } 3x = 20, \text{ 解得 } x = \frac{20}{3},$$

$$\text{代入 } x - y = 4 \text{ 得 } y = \frac{8}{3},$$

此时三边长为 $\frac{20}{3}$ cm, $\frac{20}{3}$ cm, $\frac{8}{3}$ cm, 满足三角形三边关系, 符合题意.

$$(2) \text{ 当 } x < y \text{ 时, } y - x = 4,$$

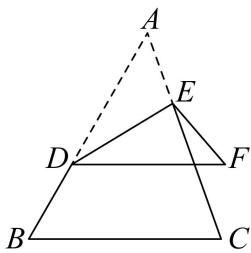
$$\text{联立方程组 } \begin{cases} 2x + y = 16 \\ y - x = 4 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x = 4 \\ y = 8 \end{cases},$$

此时三边长为 4cm, 4cm, 8cm, 不满足三角形任意两边之和大于第三边, 不能构成三角形, 故舍去.

综上, 底边 BC 的长为 $\frac{8}{3}$ cm.

19. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是边 AB 和 AC 上的点, 将 $\triangle ABC$ 纸片沿 DE 折叠, 点 A 落到点 F 的位置. 如果 $DF \parallel BC$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle CEF = 20^\circ$, 那么 $\angle A =$ _____ 度.



【答案】 50

【解析】

【分析】 根据平行线的性质和折叠的性质求出 $\angle ADE = 30^\circ$ ， $\angle AED = \angle FED$ ，然后结合已知得出 $\angle DEC + 20^\circ + \angle DEC = 180^\circ$ ，求出 $\angle DEC$ ，再利用三角形外角的性质得出答案.

【详解】 解： $\because DF \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle ADF = \angle B = 60^\circ,$$

$$\text{由折叠得： } \angle ADE = \angle EDF = \frac{1}{2} \angle ADF = 30^\circ, \quad \angle AED = \angle FED,$$

$$\therefore \angle CEF = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = \angle FED = \angle DEC + 20^\circ,$$

$$\therefore \angle AED + \angle DEC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle DEC + 20^\circ + \angle DEC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle DEC = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle DEC - \angle ADE = 80^\circ - 30^\circ = 50^\circ,$$

故答案为： 50.

【点睛】 本题考查了平行线的性质，折叠的性质以及三角形外角的性质，熟知三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和是解题的关键.

三、解答题 (共 56 分)

20. 解不等式： $3 - \frac{x-1}{4} \geq 2 + \frac{3(x+1)}{8}$.

【答案】 $x \leq \frac{7}{5}$

【解析】

【分析】 按照一元一次不等式的标准求解步骤计算即可，注意不等式两边同时乘或除以负数时，不等号方向需要改变.

【详解】 解： $3 - \frac{x-1}{4} \geq 2 + \frac{3(x+1)}{8}$,

不等式两边同乘8去分母得, $24-2(x-1) \geq 16+3(x+1)$,

去括号得, $24-2x+2 \geq 16+3x+3$,

移项合并同类项得 $-5x \geq -7$,

不等式两边同时除以 -5 , 不等号方向改变, 得 $x \leq \frac{7}{5}$.

21. 已知关于 x 的不等式组
$$\begin{cases} 2(x-1)+1 > x+a \\ \frac{x-4}{2}+3 \geq x \end{cases}$$

(1) 当 $a = -2$ 时, 求这个不等式组的解集, 并把解集在数轴上表示出来;

(2) 如果不等式组只有 3 个整数解, 求 a 的取值范围.

【答案】(1) $-1 < x \leq 2$, 作图见解析

(2) $-2 \leq a < -1$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式、解一元一次不等式组、不等式组的整数解等知识点, 能求出关于 a 的不等式或不等式组的解集是解题的关键.

(1) 先分别求出两个不等式的解集, 再求出不等式组的解集, 然后在数轴上表示出来即可;

(2) 先分别求出两个不等式的解集, 根据不等式组只有 3 个整数解得出 $0 \leq a+1 < 1$, 求出 a 的范围即可.

【小问 1 详解】

解:
$$\begin{cases} 2(x-1)+1 > x+a \textcircled{1} \\ \frac{x-4}{2}+3 \geq x \textcircled{2} \end{cases},$$

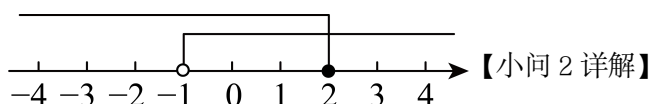
解不等式①, 得 $x > a+1$,

当 $a = -2$ 时, $x > -2+1 = -1$

解不等式②, 得 $x \leq 2$,

$\therefore$ 不等式组的解集是 $-1 < x \leq 2$;

在数轴上表示如下:



解:
$$\begin{cases} 2(x-1)+1 > x+a \textcircled{1} \\ \frac{x-4}{2}+3 \geq x \textcircled{2} \end{cases}$$

解不等式①，得 $x > a+1$ ，

解不等式②，得 $x \leq 2$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为 $a+1 < x \leq 2$ ，

$\therefore$ 该不等式组只有 3 个整数解，

$\therefore$ 该不等式组的 3 个整数解为 2,1,0

$\therefore -1 \leq a+1 < 0$ ，

即 $-2 \leq a < -1$ 。

22. 已知关于 x 的不等式 $(a+b)x + (2a-3b) < 0$ 的解集是 $x > -\frac{1}{3}$ ，求关于 y 的不等式 $(a-3b)y > 2a-b$ 的解集。

【答案】 $y > -3$

【解析】

【分析】 根据已知条件，判断出 $a+b < 0, a = 2b$ ，再求得不等式 $(a-3b)y > 2a-b$ 的解集。

【详解】 解： $\because$ 不等式 $(a+b)x + (2a-3b) < 0$ 的解集是 $x > -\frac{1}{3}$ ，

$\therefore x > -\frac{2a-3b}{a+b}$ ， $a+b < 0$ ，

$\therefore -\frac{2a-3b}{a+b} = -\frac{1}{3}$ ， 整理得： $a = 2b$ ，

把 $a = 2b$ 代入 $(a-3b)y > 2a-b$ 得 $(2b-3b)y > 2 \cdot 2b-b$ ， 整理得： $-by > 3b$ ，

$\because a+b < 0, a = 2b$ ，

$\therefore 3b < 0$ ，

$\therefore b < 0$ ，

$\therefore -b > 0$ ，

$\therefore y > -3$ 。

23. 按要求完成下列计算：

(1) 已知在 ABC 中， $a = 12$ ， $b = 18$ ， 求第三边 c 的取值范围。

(2) 已知在 ABC 中， $a = 7$ ， $b:c = 4:3$ ， 求这个三角形周长 L 的取值范围。

【答案】 (1) $6 < c < 30$

(2) $14 < L < 56$

【解析】

【分析】(1) 三角形中，任意两边之和大于第三边，两边之差小于第三边；

(2) 设 $c = 3x$ ，则 $b = 4x$ ，根据三角形的三边关系得出 $1 < x < 7$ ，结合 ABC 的周长 $L = 7x + 7$ ，求出 L 的取值范围.

【小问 1 详解】

解：由三角形的三边关系可得，

$$|a - b| < c < a + b,$$

$$\therefore 6 < c < 30;$$

【小问 2 详解】

解：设 $c = 3x$ ，

$$\therefore b : c = 4 : 3,$$

$$\therefore b = 4x,$$

$$\text{同理 (1) 可得, } |4x - 3x| < 7 < 4x + 3x,$$

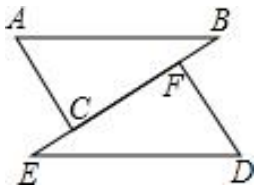
$$\therefore x < 7 < 7x,$$

解得 $1 < x < 7$,

$$\therefore ABC \text{ 的周长 } L = a + b + c = 7x + 7,$$

$$\therefore 14 < L < 56.$$

24. 如图，点 B 、 F 、 C 、 E 在同一条直线上， $BF = EC$ ， $AB = DE$ ， $AC = DF$ ，说明 $AB \parallel DE$ 的理由.



【答案】见解析

【解析】

【分析】先求出 $BC = EF$ ，再根据“边边边”证明 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 全等，根据全等三角形对应角相等可得 $\angle B = \angle E$ ，然后根据内错角相等，两直线平行即可得证.

【详解】解： $\because BF = EC$,

$$\therefore BF + FC = EC + CF,$$

$$\text{即 } BC = EF,$$

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中，

$$\therefore \begin{cases} AB = DE \\ AC = DF, \\ BC = EF \end{cases}$$

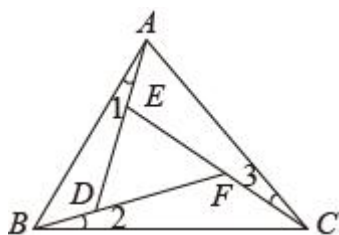
$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SSS),

$\therefore \angle B = \angle E$ (全等三角形对应角相等),

$\therefore AB \parallel DE$.

【点睛】 本题考查了全等三角形的判定与性质，平行线的判定，求出 $BC = EF$ ，得到三角形全等是解题的关键.

25. 如图，已知 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ ，且 $\angle BAC = 70^\circ$ ， $\angle DFE = 50^\circ$ ，求 $\angle ABC$ 的度数.



【答案】 $\angle ABC = 60^\circ$

【解析】

【分析】 根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和， $\angle DEF = 70^\circ$ ，再根据三角形的内角和得到 $\angle EDF = 60^\circ$ ，从而即可求得 $\angle ABC$ 的度数.

【详解】 解： $\because \angle DEF$ 是 $\triangle ACE$ 的外角，

$$\therefore \angle DEF = \angle 3 + \angle CAE,$$

$$\because \angle 1 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle 1 + \angle CAE = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle EDF = 180^\circ - \angle DEF - \angle DFE = 180^\circ - 70^\circ - 50^\circ = 60^\circ,$$

$$\because \angle 1 = \angle 2, \angle EDF = \angle 1 + \angle ABD,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle 2 + \angle ABD = \angle 1 + \angle ABD = \angle EDF = 60^\circ.$$

【点睛】 题目主要考查三角形内角和及外角的定义，结合图形，找准各角之间的关系是解题关键.

26. 已知，如图， CE 是 ABC 的外角平分线， BE 平分 $\angle ABC$ ，且 BE 、 CE 交于 E 点.

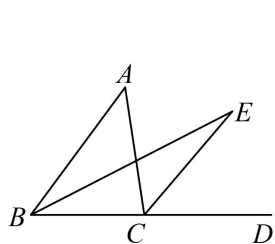


图1

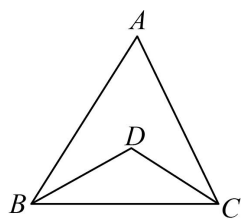


图2

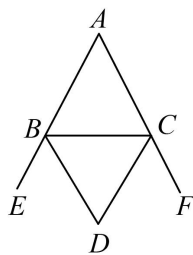


图3

(1) 求证: $\angle E = \frac{1}{2}\angle A$.

(2) 请探究, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B$ 、 $\angle C$ 内角平分线形成的 $\angle D$ 与 $\angle A$ 的关系? $\angle B$ 、 $\angle C$ 外角平分线形成的 $\angle D$ 与 $\angle A$ 的关系? (直接写出结果)

【答案】 (1) 见解析 (2) 图 2 结论: $\angle D = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$; 图 3 结论: $\angle D = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$

【解析】

【分析】 (1) 由三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和得出 $\angle ECD = \angle E + \angle EBC$, 结合角平分线的定义即可得证;

(2) 在图 2 中, $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的角平分线交于点 D , $\angle D = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB)$, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$, 即可得出 $\angle D = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$; 在图 3 中, 根据三角形的外角的性质可得 $\angle EBC = \angle A + \angle ACB$, $\angle BCF = \angle A + \angle ABC$, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$, 进而在 $\triangle ECD$ 中, $\angle D = 180^\circ - (\angle DBC + \angle DCB)$, 即可求解.

【小问 1 详解】

证明: $\because CE$ 是 $\triangle ABC$ 的外角平分线, BE 平分 $\angle ABC$, 且 BE 、 CE 交于 E 点.

$$\therefore \angle ECD = \frac{1}{2}\angle ACD = \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC), \quad \angle EBC = \frac{1}{2}\angle ABC$$

又 $\because \angle ECD$ 是 $\triangle BCE$ 的外角,

$$\therefore \angle ECD = \angle E + \angle EBC,$$

$$\therefore \angle E = \angle ECD - \angle EBC = \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC) - \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2}\angle A$$

【小问 2 详解】

解: 图 2 结论: $\angle D = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$; 图 3 结论: $\angle D = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$

在图 2 中, $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的角平分线交于点 D ,

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2}\angle ABC, \angle DCB = \frac{1}{2}\angle ACB,$$

在 $\triangle BCD$ 中, $\angle D + \angle DBC + \angle DCB = 180^\circ$

$$\therefore \angle D = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB)$$

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A$$

$$\therefore \angle D = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$$

在图 3 中, $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的外角平分线交于点 D ,

$$\angle EBC = \angle A + \angle ACB, \angle BCF = \angle A + \angle ABC,$$

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2}\angle EBC, \angle DCB = \frac{1}{2}\angle BCF,$$

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$

$$\text{在 } \triangle ECD \text{ 中, } \angle D = 180^\circ - (\angle DBC + \angle DCB)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle EBC + \angle FCB)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle ACB + \angle A + \angle ABC)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ + \angle A)$$

$$= 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A.$$

27. 某乡村合作社为了提升农业生产效率, 现计划购置甲、乙两种农业设备共 60 台. 已知购置一台甲种设备比购置一台乙种设备的进价少 2 万元, 购置 2 台甲种设备和 3 台乙种设备需要 11 万元.

(1) 甲、乙两种农业设备每台进价分别是多少万元?

(2) 若合作社预计投入资金不超过 150 万元, 且购置乙种设备超过 42 台, 那么有哪些可行的购置方案?

哪种方案投入资金最少?

【答案】 (1) 甲种农业设备每台进价是 1 万元, 则乙种农业设备每台进价是 3 万元

(2) 有 3 种方案, 具体如下: ①购买甲种农业设备 15 台, 购买乙种农业设备 45 台; ②购买甲种农业设备 16 台, 购买乙种农业设备 44 台; ③购买甲种农业设备 17 台, 购买乙种农业设备 43 台; 方案③投入资金最少

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次方程的应用, 不等式组的应用, 解题的关键是:

(1) 甲种农业设备每台进价是 x 万元, 根据“购置 2 台甲种设备和 3 台乙种设备需要 11 万元”列方程求解即可;

(2) 设购买甲种农业设备 y 台, 根据“投入资金不超过 150 万元, 且购置乙种设备超过 42 台”列不等式组求解即可.

【小问 1 详解】

解: 设甲种农业设备每台进价是 x 万元, 则乙种农业设备每台进价是 $(x+2)$ 万元,

根据题意, 得 $2x+3(x+2)=11$,

解得 $x=1$,

$\therefore x+2=3$,

答: 甲种农业设备每台进价是 1 万元, 则乙种农业设备每台进价是 3 万元;

【小问 2 详解】

解: 设购买甲种农业设备 y 台, 则购买乙种农业设备 $(60-y)$ 台,

根据题意, 得
$$\begin{cases} y+3(60-y) \leq 150 \\ 60-y > 42 \end{cases},$$

解得 $15 \leq y < 18$,

所以整数 y 的值为 15, 16, 17,

$\therefore$ 有 3 种方案, 具体如下:

①购买甲种农业设备 15 台, 购买乙种农业设备 $60-15=45$ 台;

②购买甲种农业设备 16 台, 购买乙种农业设备 $60-16=44$ 台;

③购买甲种农业设备 17 台, 购买乙种农业设备 $60-17=43$ 台;

①投入资金为 $15 \times 1 + 45 \times 3 = 150$ 万元;

②投入资金为 $16 \times 1 + 44 \times 3 = 148$ 万元;

③投入资金为 $17 \times 1 + 43 \times 3 = 146$ 万元;

$\therefore 146 < 148 < 150$,

$\therefore$ 方案③投入资金最少.

28. 定义: 若一元一次方程的解在一元一次不等式组的解集范围内, 则称该一元一次方程为该不等式组的

“子方程”例如: $2x+4=2$ 的解为 $x=-1$, $\begin{cases} 2x-3 < 9-x \\ 5x+5 \geq 2x-4 \end{cases}$ 集为 $-3 \leq x < 4$, 不难发现 $x=-1$ 在 $-3 \leq x < 4$

的范围内, 所以 $2x+4=2$ 是 $\begin{cases} 2x-3 < 9-x \\ 5x+5 \geq 2x-4 \end{cases}$ 的“子方程”.

问题解决:

(1) 在方程① $4x-5=x+7$, ② $\frac{1}{11}x-\frac{1}{3}=0$, ③ $2x+3(x+2)=21$ 中, 不等式组 $\begin{cases} 2x-1>-x+8 \\ 3(x-2)-x\leq 4 \end{cases}$ 的“子方程”是_____ (填序号);

(2) 若方程 $4x+4=0$ 是关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x+8\geq m \\ 3x+m<2m+9 \end{cases}$ 的“子方程”, 试求 m 的取值范围;

(3) 若关于 x 的方程 $2x-k=4$ 接不等式组 $\begin{cases} 5x-7>11-x \\ \frac{1}{3}x\geq\frac{1}{2}x-1 \end{cases}$ 的“子方程”, 求 k 的取值范围.

【答案】(1) ①② (2) $-12 < m \leq 6$

(3) $2 < k \leq 8$

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次不等式组, 一元一次方程的解, 理解材料中的不等式组的“子方程”是解题的关键.

(1) 先求出方程的解和不等式组的解集, 再判断即可;

(2) 先求出方程的解和不等式组的解集, 根据“子方程”的定义列出关于 m 的不等式组, 进行计算即可;

(3) 先求出方程的解和不等式组的解集, 根据“子方程”的定义列出关于 k 的不等式组, 进行计算即可;

【小问 1 详解】

$$\textcircled{1} 4x-5=x+7,$$

解得: $x=4$,

$$\textcircled{2} \frac{1}{11}x-\frac{1}{3}=0,$$

解得: $x=\frac{11}{3}$,

$$2x+3(x+2)=21,$$

解得: $x=3$,

$$\begin{cases} 2x-1>-x+8 \textcircled{1} \\ 3(x-2)-x\leq 4 \textcircled{2} \end{cases},$$

解不等式①得: $x>3$,

解不等式②得: $x\leq 5$,

$\therefore$ 原不等式组的解集为: $3 < x \leq 5$,

$\therefore$ 不等式组 $\begin{cases} 2x-1 > -x+8 \\ 3(x-2)-x \leq 4 \end{cases}$ 的“子方程”是：①②，

故答案为：①②；

【小问2 详解】

$$\begin{cases} 2x+8 \geq m \text{①} \\ 3x+m < 2m+9 \text{②} \end{cases},$$

解不等式①得： $x \geq \frac{m-8}{2}$ ，

解不等式②得： $x < \frac{m+9}{3}$ ，

$\therefore$ 原不等式组的解集为： $\frac{m-8}{2} \leq x < \frac{m+9}{3}$ ，

解方程 $4x+4=0$ 得， $x=-1$ ，

方程 $4x+4=0$ 是关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x+8 \geq m \\ 3x+m < 2m+9 \end{cases}$ 的“子方程”，

$$\therefore \begin{cases} \frac{m-8}{2} \leq -1 \\ \frac{m+9}{3} > -1 \end{cases},$$

$\therefore -12 < m \leq 6$ ；

【小问3 详解】

方程 $2x-k=4$ ，

解得： $x = \frac{k+4}{2}$ ，

$$\begin{cases} 5x-7 > 11-x \text{①} \\ \frac{1}{3}x \geq \frac{1}{2}x-1 \text{②} \end{cases},$$

解不等式①得： $x > 3$ ，

解不等式②得： $x \leq 6$ ，

$\therefore$ 不等式组 $\begin{cases} 5x-7 > 11-x \\ \frac{1}{3}x \geq \frac{1}{2}x-1 \end{cases}$ 的解集为： $3 < x \leq 6$ ，

$\therefore$ 关于 x 的方程 $2x - k = 4$ 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 5x - 7 > 11 - x \\ \frac{1}{3}x \geq \frac{1}{2}x - 1 \end{cases}$ 的“子方程”，

$$\therefore 3 < \frac{k+4}{2} \leq 6,$$

解得： $2 < k \leq 8$.