

# 上海蒙山中学 2025-2026 学年下学期 3 月七年级数学学情自测试卷

## 一、选择题 (3 分 $\times$ 6 = 18 分)

1. 如果  $a > b$ ，那么下列结论中正确的是 ( )

- A.  $-2a < -2b$                       B.  $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$                       C.  $2 - a > 2 - b$                       D.  $a - 2 > b + 2$

【答案】A

【解析】

【分析】结合不等式的性质，对各个选项逐个分析，即可得到答案.

【详解】 $\because a > b$

$\therefore -a < -b$ ,  $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$ , 即选项 B 错误;

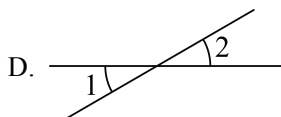
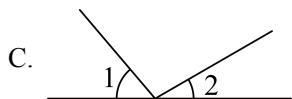
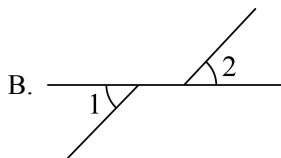
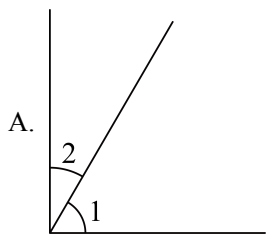
$\therefore -2a < -2b$ ,  $2 - a < 2 - b$ , 即选项 A 正确, 选项 C 错误;

根据题意, 无法推导得  $a - 2 > b + 2$ , 故选项 D 不正确;

故选: A.

【点睛】本题考查了不等式的性质, 解题的关键是熟练掌握不等式的性质并能灵活运用.

2. 下列选项中,  $\angle 1$  与  $\angle 2$  是对顶角的是 ( )



【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了对顶角的概念. 根据对顶角的概念可知, 互为对顶角的两个角的两边应互为反向延长线, 从而可判定满足条件的选项.

【详解】解: A.  $\angle 1$  与  $\angle 2$  不是对顶角;

B.  $\angle 1$  与  $\angle 2$  不是对顶角;

C.  $\angle 1$  与  $\angle 2$  不是对顶角;

D.  $\angle 1$  与  $\angle 2$  是对顶角.

故选: D.

3. 下列表达式中是不等式的有 ( ) 个

①  $-2 < 0$ ; ②  $2x + 3y < 0$ ; ③  $x = 1$ ; ④  $x^2 + 3x - 1$ ; ⑤  $x + 2y = 4$ ; ⑥  $x + 3 < y - 3$

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查不等式的定义，解题思路是根据不等式的定义逐个判断式子，统计符合要求的个数即可，用不等号表示不等关系的式子叫做不等式.

【详解】 解：根据不等式的定义逐个判断：

$\because$  ①  $-2 < 0$  用不等号连接，是不等式；

②  $2x + 3y < 0$  用不等号连接，是不等式；

③  $x = 1$  用等号连接，是等式，不是不等式；

④  $x^2 + 3x - 1$  是代数式，没有不等号连接，不是不等式；

⑤  $x + 2y = 4$  用等号连接，是等式，不是不等式；

⑥  $x + 3 < y - 3$  用不等号连接，是不等式；

$\therefore$  符合不等式定义的共有 3 个.

4. 下列说法中正确的是 ( )

A. 在同一平面内，两条直线的位置只有两种：相交和垂直

B. 有且只有一条直线垂直于已知直线

C. 如果两条直线都与第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行

D. 从直线外一点到这条直线的垂线段，叫做这点到这条直线的距离

【答案】 C

【解析】

【分析】 同一平面内，两条直线可能相交或者平行，一条直线的垂线有很多条，根据平行公理的推论，两条直线都与第三条直线平行则这两条直线平行，点到直线的距离指的是线段的长度.

【详解】 A、在同一平面内，两条直线的位置只有两种：相交和平行，垂直是相交的一种情况，故该选项错误；

B、一条直线的垂线有无数条，故该选项错误；

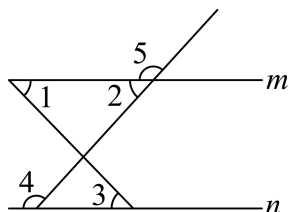
C、根据平行公理的推论，如果两条直线都与第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行，故该选项正确；

D、点到直线的距离指的是垂线段的长度，而非垂线段，故该选项错误.

故选 C.

【点睛】本题考查了相交线的位置关系、垂线、点到直线距离的定义以及平行公理的推论，属于基础考题，比较简单.

5. 如图，由下列条件不能得到  $m \parallel n$  的是 ( )



- A.  $\angle 1 = \angle 3$       B.  $\angle 4 = \angle 5$       C.  $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$       D.  $\angle 2 = \angle 3$

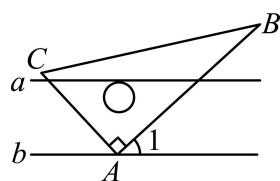
【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查平行线的判定，解答的关键是熟记平行线的判定定理并运用.  
利用平行线的判定定理进行分析即可.

【详解】解：A、当  $\angle 1 = \angle 3$  时，根据内错角相等，两直线平行得  $m \parallel n$ ，故 A 不符合题意；  
B、当  $\angle 4 = \angle 5$  时，根据同位角相等，两直线平行得  $m \parallel n$ ，故 B 不符合题意；  
C、当  $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$  时，根据同旁内角互补，两直线平行得  $m \parallel n$ ，故 C 不符合题意；  
D、 $\angle 2$  与  $\angle 3$  不属于同位角或内错角，故不能判定  $m \parallel n$ ，故 D 符合题意，  
故选：D.

6. 三角板  $ABC$  ( $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $\angle B = 30^\circ$ ) 与一组平行线  $a$  和  $b$  的位置如图所示，点  $A$  在直线  $b$  上，已知  $\angle 1 = 40^\circ$ ，将三角板绕点  $A$  顺时针转动，若要使  $BC \parallel a$ ，则需转动的最小角度为 ( )



- A.  $10^\circ$       B.  $20^\circ$       C.  $30^\circ$       D.  $60^\circ$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了平行线的判定即性质，熟练掌握平行线的性质是解题的关键.  
假设  $BC \parallel a \parallel b$  时，得到  $\angle 1$  的度数，再对比原来的度数即可求解.

【详解】解： $\because a \parallel b$ ，  
 $\therefore$  当  $BC \parallel a$  时，即  $BC \parallel a \parallel b$ ，

$\therefore$  此时  $\angle B = \angle 1 = 30^\circ$ ,

又  $\because \angle 1 = 40^\circ$ ,

$\therefore$  则需转动的最小角度为:  $40^\circ - 30^\circ = 10^\circ$ ,

故选: A.

## 二、填空题 (2 分 $\times$ 12 = 24 分)

7. 一元一次不等式  $3x - 2 \geq x$  的解集为\_\_\_\_\_.

【答案】  $x \geq 1$

【解析】

【分析】 根据一元一次不等式的求解方法直接计算即可.

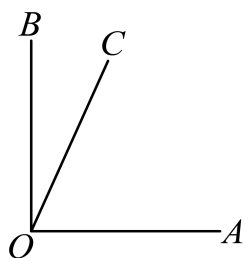
【详解】 解: 移项得:  $2x \geq 2$ ,

解得:  $x \geq 1$ ,

故答案为:  $x \geq 1$ .

【点睛】 本题考查解一元一次不等式, 掌握不等式的基本性质是解题关键.

8. 如图,  $BO \perp AO$ ,  $\angle BOC$  与  $\angle AOC$  的度数之比为 1:5, 则  $\angle BOC =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$ .



【答案】 15

【解析】

【分析】 由垂直的定义得  $\angle BOA = 90^\circ$ , 结合  $\angle BOC$  与  $\angle AOC$  的度数比, 即可求解.

【详解】 解:  $\because BO \perp AO$ ,

$\therefore \angle BOA = 90^\circ$ ,

$\because \angle BOC$  与  $\angle AOC$  的度数之比为 1:5,  $\angle BOC + \angle AOC = \angle BOA$ ,

$\therefore \angle BOC = \frac{1}{1+5} \times \angle BOA = \frac{1}{6} \times 90^\circ = 15^\circ$ .

9. 已知  $\frac{1}{2}(m-3)x^{|m|-2} + 6 > 0$  是关于  $x$  的一元一次不等式, 则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

【答案】 -3

【解析】

【分析】利用一元一次不等式的定义判断即可.

【详解】 $\because \frac{1}{2}(m-3)x^{|m|-2} + 6 > 0$  是关于  $x$  的一元一次不等式,

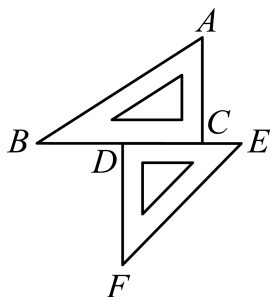
$$\therefore |m| - 2 = 1, \quad m - 3 \neq 0,$$

解得:  $m = -3$ ,

故答案为:  $-3$ .

【点睛】此题考查了一元一次不等式的定义, 熟练掌握一元一次不等式的定义是解本题的关键.

10. 小亮将一副三角板  $ABC$  和  $DEF$  按如图所示方式摆放, 其中  $BC$  边和  $DE$  边重合, 由此判定  $AC \parallel DF$ , 他的判定依据是\_\_\_\_\_.



【答案】内错角相等, 两直线平行

【解析】

【分析】本题考查了平行线的判断, 熟练掌握判定方法是解题的关键.

根据平行线的判定方法求解即可.

【详解】解:  $\because \triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  都为直角三角板,

$$\therefore \angle ACB = \angle FED = 90^\circ,$$

$$\therefore AC \parallel DF \quad (\text{内错角相等, 两直线平行}),$$

故答案为: 内错角相等, 两直线平行.

11. 根据题意写出不等式:  $m$  的 2 倍与  $n$  的和不大于 3: \_\_\_\_\_.

【答案】 $2m + n \leq 3$

【解析】

【分析】先将题目中的文字描述转化为代数式, 再根据“不大于”的含义确定不等关系, 即可写出对应不等式.

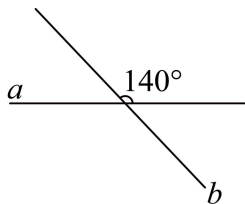
【详解】解: 根据题意,  $m$  的 2 倍可表示为  $2m$ .

$m$  的 2 倍与  $n$  的和可表示为  $2m+n$ .

“不大于 3” 的含义是小于或等于 3.

因此可得不等式  $2m+n \leq 3$ .

12. 如图, 直线  $a$  和  $b$  的夹角是\_\_\_\_°.

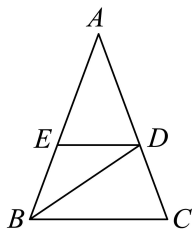


【答案】 40

【解析】

【详解】解: 直线  $a$  和  $b$  的夹角为  $180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ .

13. 如图,  $BD$  平分  $\angle ABC$ ,  $DE \parallel BC$ , 且  $\angle AED = 70^\circ$ , 则  $\angle DBC =$  \_\_\_\_°.



【答案】 35

【解析】

【分析】由  $DE \parallel BC$  得到  $\angle ABC = \angle AED = 70^\circ$ , 再根据  $BD$  平分  $\angle ABC$  得到答案.

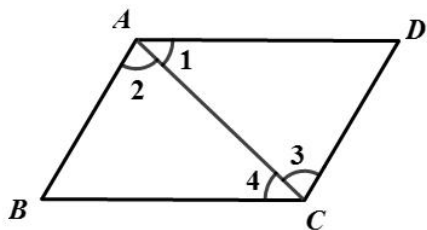
【详解】解:  $\because DE \parallel BC$ ,

$$\therefore \angle ABC = \angle AED = 70^\circ,$$

$\because BD$  平分  $\angle ABC$ ,

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 35^\circ.$$

14. 如图, 要使  $AB \parallel CD$ , 需添加一个条件, 这个条件可以是\_\_\_\_\_ (只需写出一种情况)



【答案】  $\angle 2 = \angle 3$  等

【解析】

【分析】根据内错角相等，两直线平行即可得出答案.

【详解】 $\because \angle 2 = \angle 3$

$\therefore AB \parallel CD$

故答案为:  $\angle 2 = \angle 3$ .

【点睛】本题考查了平行线的判定定理: 同位角相等, 两直线平行; 内错角相等, 两直线平行; 同旁内角互补, 两直线平行.

15. 一件衬衫进价 50 元, 问定价至少是多少元, 打八折后才不会亏本? 设定价为  $x$  元, 列出关于  $x$  的一元一次不等式: \_\_\_\_\_.

【答案】  $0.8x \geq 50$

【解析】

【分析】利用售价 = 定价  $\times$  折扣率, 结合售价不低于进价, 可列出关于  $x$  的一元一次不等式, 此题得解.

【详解】解: 根据题意得:  $0.8x \geq 50$ .

故答案为:  $0.8x \geq 50$ .

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出一元一次不等式, 根据各数量之间的关系, 正确列出一元一次不等式是解题的关键.

16. 若关于  $x$  的方程  $3k - 5x = -9$  的解是非负数, 则  $k$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

【答案】  $k \geq -3$

【解析】

【分析】把  $k$  看作已知数表示出方程的解, 根据解为非负数, 确定出  $k$  的范围即可.

【详解】解: 方程  $3k - 5x = -9$ ,

解得:  $x = \frac{3k - 9}{5}$ ,

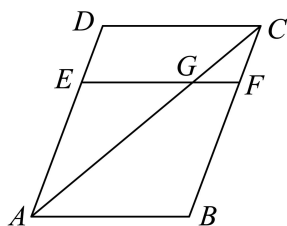
由题意得:  $\frac{3k - 9}{5} \geq 0$ ,

解得:  $k \geq 3$ .

故答案为:  $k \geq 3$ .

【点睛】此题考查了一元一次方程的解, 方程的解即为能使方程左右两边相等的未知数的值.

17. 如图, 点  $E$ 、 $F$  分别在线段  $AD$ 、 $BC$  上, 线段  $AC$ 、 $EF$  交于点  $G$ ,  $AB \parallel EF \parallel DC$ , 找出图中与所有  $\angle CGF$  相等的角: \_\_\_\_\_.



【答案】  $\angle CAB$  ,  $\angle DCG$  ,  $\angle AGE$

【解析】

【分析】 根据平行线的性质和对顶角相等进行求解即可.

【详解】 解:  $\because AB \parallel EF$  , (已知)

$\therefore \angle CGF = \angle CAB$  (两直线平行, 同位角相等),

$\therefore EF \parallel CD$  ,

$\therefore \angle DCG = \angle CGF$  (两直线平行, 内错角相等),

$\therefore \angle CGF = \angle CAB = \angle DCG$  (等量代换),

又  $\because \angle AGE$  与  $\angle CGF$  是对顶角,

$\therefore \angle AGE = \angle CGF$  (对顶角相等),

$\therefore$  图中与所有  $\angle CGF$  相等的角有  $\angle CAB$  ,  $\angle DCG$  ,  $\angle AGE$  .

18. 如图 1, 已知长方形纸带  $ABCD$  ,  $AB \parallel CD$  ,  $AD \parallel BC$  ,  $\angle C = 90^\circ$  , 点  $E$ 、 $F$  分别在边  $AD$ 、 $BC$  上,  $\angle 1 = 35^\circ$  , 如图 2, 将纸带先沿直线  $EF$  折叠后, 点  $C$ 、 $D$  分别落在  $H$ 、 $G$  的位置. 将纸带再折叠一次, 使折痕经过点  $F$  , 且点  $H$  落在线段  $EF$  上, 这时的折痕和  $BC$  的夹角是 \_\_\_\_\_  $^\circ$  .

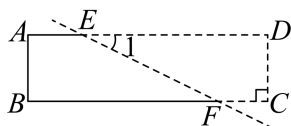


图1

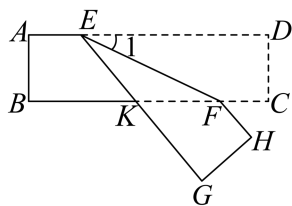


图2

【答案】 37.5

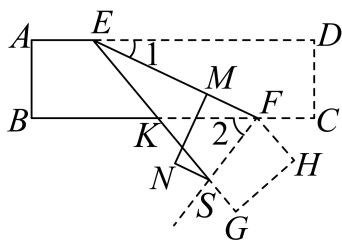
【解析】

【分析】 此题考查了折叠的性质, 平行线的性质, 正确理解折叠的性质是解题的关键. 由折叠得,

$\angle GEF = \angle 1 = 35^\circ$  , 根据  $FH \parallel EG$  , 得到  $\angle EFH = 145^\circ$  , 由折叠的性质得到  $\angle EFS = \frac{1}{2} \angle EFH = 72.5^\circ$  ,

再根据  $AD \parallel BC$  求出  $\angle EFB = \angle 1 = 35^\circ$  , 即可求出答案.

【详解】 解: 如图, 将纸带再沿  $FS$  折叠一次, 使点  $H$  落在线段  $EF$  上点  $M$  的位置,



由折叠得,  $\angle GEF = \angle 1 = 35^\circ$ ,

$\therefore AD \parallel BC$ ,

$\therefore FH \parallel EG$ ,

$\therefore \angle GEF + \angle EFH = 180^\circ$ ,

$\therefore \angle EFH = 145^\circ$ ,

$\therefore$  折叠,

$\therefore \angle EFS = \frac{1}{2} \angle EFH = 72.5^\circ$ ,

$\therefore AD \parallel BC$ ,

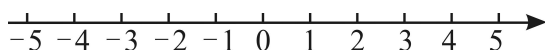
$\therefore \angle EFB = \angle 1 = 35^\circ$ ,

$\therefore \angle 2 = \angle EFS - \angle EFB = 37.5^\circ$ ,

故答案为: 37.5.

### 三、简答题 (19、20 题 6 分, 21 题 7 分, 22 题 6 分, 23、24 题 5 分)

19. 解不等式组: 
$$\begin{cases} 3x-2 \leq \frac{x+6}{2} \\ 2(x+1) < 5x+11 \end{cases}$$
, 并把解集在数轴上表示出来.



**【答案】**  $-3 < x \leq 2$ , 数轴见解析

**【解析】**

**【分析】** 分别求出每一个不等式的解集, 再求出公共部分, 最后把解集表示在数轴上.

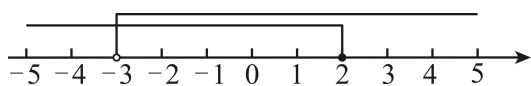
**【详解】** 解: 
$$\begin{cases} 3x-2 \leq \frac{x+6}{2} \text{ ①} \\ 2(x+1) < 5x+11 \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式 ① 得,  $x \leq 2$ ,

解不等式 ② 得,  $x > -3$ ,

所以不等式组的解集为  $-3 < x \leq 2$ ,

在数轴上表示为:



20. 求一元一次不等式  $\frac{2x-1}{2} - 3x \leq -1$  的最小正整数解.

【答案】

1

【解析】

【分析】按照去括号，移项，合并同类项，系数化为 1 的步骤解不等式，即可得到答案.

【详解】解：  $\frac{2x-1}{2} - 3x \leq -1$

去分母得：  $2x - 1 - 6x \leq -2$  ,

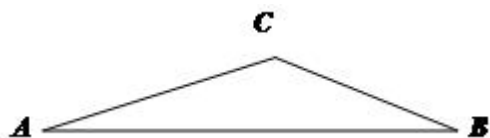
移项得：  $2x - 6x \leq -2 + 1$  ,

合并同类项得：  $-4x \leq -1$  ,

系数化为 1 得：  $x \geq \frac{1}{4}$  ,

∴ 最小正整数解为： 1.

21. 按下列要求画图并填空：



(1) 画图：

① 过点 A 画  $AD \perp BC$  , 垂足为 D;

② 过点 C 画  $CE \perp AB$  , 垂足为 E;

③ 过点 B 画  $BF \perp AC$  , 垂足为 F;

(2) 填空：

① 点 B、C 两点的距离是线段\_\_\_\_\_的长度， AD 的长度表示点 A 到直线\_\_\_\_\_的距离；

② 点 B 到直线 AC 的距离是线段\_\_\_\_\_的长度；

③ 点 E 到直线 AB 的距离是\_\_\_\_\_.

【答案】 (1) ①见解析； ②见解析； ③见解析；

(2) ① BC , BC ; ② BF ; ③ 0 .

【解析】

【分析】 (1) ①根据垂线的画法作图即可；

②根据垂线的画法作图即可；

③根据垂线的画法作图即可；

(2) ①根据两点间的距离，点到直线的距离的定义作答；

②根据点到直线的距离的定义作答；

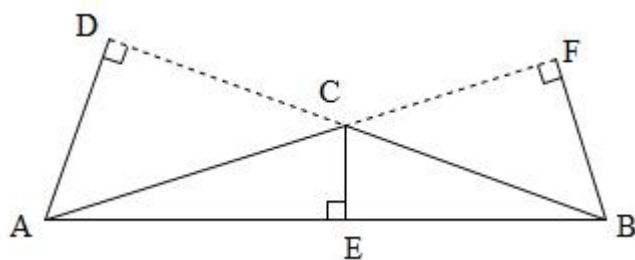
③根据点到直线的距离的定义作答.

【小问 1 详解】

解：①如图， $AD$  即为所求；

②如图， $CE$  即为所求；

③如图， $BF$  即为所求；



【小问 2 详解】

解：① 点  $B$ 、 $C$  两点的距离是线段  $BC$  的长度， $AD$  的长度表示点  $A$  到直线  $BC$  的距离；

② 点  $B$  到直线  $AC$  的距离是线段  $BF$  的长度；

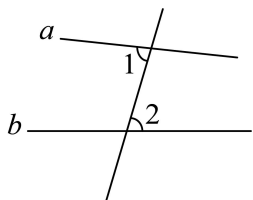
③点  $E$  到直线  $AB$  的距离是 0.

故答案为：①  $BC$ ， $BC$ ；②  $BF$ ；③ 0 .

【点睛】 本题考查了垂线的画法，两点间的距离，点到直线的距离的定义，掌握点到直线的距离的概念是解题的关键.

22. 用反证法证明. 如图，已知：直线  $a$ 、 $b$  被直线  $c$  所截， $\angle 1 \neq \angle 2$ ，求证： $a$  与  $b$  不平行.

证明：假设\_\_\_\_\_，则根据\_\_\_\_\_，可得  $\angle 1 = \angle 2$ . 这与\_\_\_\_\_矛盾，故假设不成立， $a$  与  $b$  不平行.



【答案】  $a \parallel b$ ；两直线平行，内错角相等； $\angle 1 \neq \angle 2$

【解析】

【分析】 利用反证法进行证明，先假设，再证明与原已知条件不符即可.

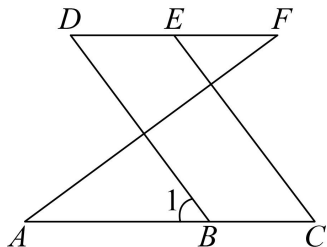
【详解】 证明：假设  $a \parallel b$ ，则根据两直线平行，内错角相等，

可得  $\angle 1 = \angle 2$ .

这与  $\angle 1 \neq \angle 2$  矛盾, 故假设不成立,  $a$  与  $b$  不平行.

23. 在下面的解题过程的横线上填空, 并在括号内注明理由.

如图, 已知  $\angle A = \angle F$ ,  $\angle C = \angle D$ , 试说明  $BD \parallel CE$ .



解: 因为  $\angle A = \angle F$  (已知),

所以  $AC \parallel DF$  (\_\_\_\_\_).

所以  $\angle 1 = \angle$  \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_).

又因为  $\angle C = \angle D$  (已知),

所以  $\angle 1 = \angle C$  (\_\_\_\_\_).

所以  $BD \parallel CE$  (\_\_\_\_\_).

**【答案】** 内错角相等, 两直线平行;  $D$ ; 两直线平行, 内错角相等; 等量代换; 同位角相等, 两直线平行

**【解析】**

**【分析】** 根据平行线的判定证明  $AC \parallel DF$ , 可得  $\angle 1 = \angle D$ , 等量代换求出  $\angle 1 = \angle C$ , 再根据平行线的判定得出结论.

**【详解】** 解: 因为  $\angle A = \angle F$  (已知),

所以  $AC \parallel DF$  (内错角相等, 两直线平行).

所以  $\angle 1 = \angle D$  (两直线平行, 内错角相等).

又因为  $\angle C = \angle D$  (已知),

所以  $\angle 1 = \angle C$  (等量代换).

所以  $BD \parallel CE$  (同位角相等, 两直线平行).

故答案为: 内错角相等, 两直线平行;  $D$ ; 两直线平行, 内错角相等; 等量代换; 同位角相等, 两直线平行.

**【点睛】** 本题考查了平行线的判定和性质, 注意: 平行线的性质是: ①两直线平行, 同位角相等, ②两直线平行, 内错角相等, ③两直线平行, 同旁内角互补, 反之亦然.

24. 已知关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} 5-2x \geq -1 \\ x-a > 0 \end{cases}$  无解, 求  $a$  的取值范围.

【答案】

$$a \geq 3$$

【解析】

【分析】先求出不等式组的解集，利用不等式组的解集是无解可知， $x$  应该是“大小小找不到”，所以可以判断出  $a \geq 3$ .

【详解】解：解关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} 5-2x \geq -1 \\ x-a > 0 \end{cases}$ ，得  $\begin{cases} x \leq 3 \\ x > a \end{cases}$ ，

$\therefore$  不等式组无解，

$$\therefore a \geq 3.$$

#### 四、解答题 (25 题 6 分, 26 题 8 分, 27 题 9 分)

25. 某次数学考试小王第一次得分 70 分, 第二次得分 83 分, 第三次至少多少分才能使平均分不低于 80 分?

【答案】87 分

【解析】

【分析】根据题意列出不等式并解不等式即可.

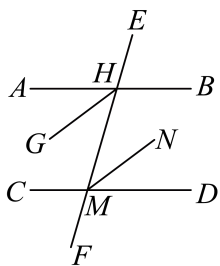
【详解】解：设第三次得  $x$  分, 根据题意,

$$\text{可得 } 70 + 83 + x \geq 80 \times 3,$$

$$\text{解得 } x \geq 87,$$

所以, 第三次至少得 87 分, 才能使三次的平均分不低于 80 分.

26. 如图, 已知  $AB \parallel CD$ ,  $GH$  平分  $\angle AHM$ ,  $MN$  平分  $\angle DMH$ , 求证:  $GH \parallel MN$ .



【答案】证明见解析

【解析】

【分析】先证明  $\angle AHM = \angle HMD$ , 再证明  $\angle GHM = \angle HMN$  即可得到结论.

【详解】证明:  $\because AB \parallel CD$ ,

$$\therefore \angle AHM = \angle HMD,$$

$\because GH$  平分  $\angle AHM$ ,  $MN$  平分  $\angle DMH$ ,

$$\therefore \angle GHM = \frac{1}{2} \angle AHM, \angle HMN = \frac{1}{2} \angle HMD,$$

$$\therefore \angle GHM = \angle HMN,$$

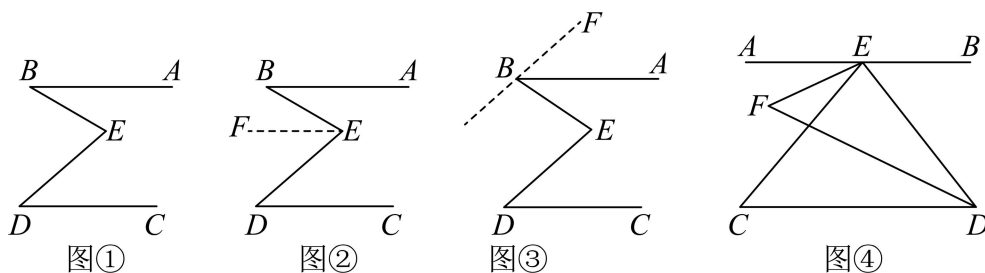
$$\therefore GH \parallel MN.$$

27. 问题探究:

如图①, 已知  $AB \parallel CD$ , 我们发现  $\angle E = \angle B + \angle D$ . 我们怎么证明这个结论呢?

张山同学: 如图②, 过点  $E$  作  $EF \parallel AB$ , 把  $\angle BED$  分成  $\angle BEF$  与  $\angle DEF$  的和, 然后分别证明  $\angle BEF = \angle B$ ,  $\angle DEF = \angle D$ .

李思同学: 如图③, 过点  $B$  作  $BF \parallel DE$ , 则  $\angle E = \angle EBF$ , 再证明  $\angle ABF = \angle D$ .



问题解答:

(1) 填空: 请按张山同学的思路, 写出证明过程.

证明: 过点  $E$  作  $EF \parallel AB$

$$\therefore \angle B = \angle \underline{\hspace{1cm}},$$

$$\because EF \parallel AB, AB \parallel CD,$$

$$\therefore EF \parallel CD \text{ ( )},$$

$$\therefore \angle \underline{\hspace{1cm}} = \angle DEF \text{ ( )},$$

$$\therefore \angle BEF + \angle DEF = \angle B + \angle D,$$

$$\text{即 } \angle BED = \angle B + \angle D,$$

(2) 请按李思同学的思路, 写出证明过程:

证明: 过点  $B$  作  $BF \parallel DE$  交  $CD$  的延长线于点  $G$ ……

问题迁移:

(3) 如图④, 已知  $AB \parallel CD$ ,  $EF$  平分  $\angle AEC$ ,  $FD$  平分  $\angle EDC$ . 若  $\angle CED = 3\angle F$ , 请直接写出  $\angle F$  的度数.

**【答案】** (1) 见解析; (2) 见解析; (3)  $\angle F = 36^\circ$

**【解析】**

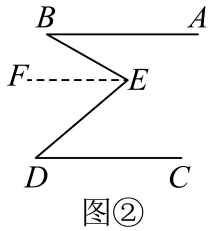
**【分析】** (1) 如图②中, 过点  $E$  作  $EF \parallel AB$ , 利用平行线的性质求出  $\angle B = \angle BEF$ ,  $\angle D = \angle DEF$ , 根据

$\angle BED = \angle BEF + \angle DEF$  证明即可；

(2) 如图③中，过点  $B$  作  $BF \parallel DE$  交  $CD$  的延长线于  $G$ ，利用平行线的性质求出  $\angle EDC = \angle BGD$ ， $\angle DEB = \angle EBF$ ， $\angle EDC = \angle ABF$ ，根据  $\angle DEB = \angle EBF = \angle ABE + \angle ABF$  证明即可；

(3) 设  $\angle AEF = \angle CEF = x$ ， $\angle CDF = \angle EDF = y$ ，则  $\angle F = x + y$ ，求出  $\angle CED = 3x + 3y$ ， $\angle BED = \angle CDE = 2y$ ，根据  $\angle AEC + \angle CED + \angle DEB = 180^\circ$ ，构建方程求出  $x + y$  可得结论.

【详解】(1) 证明：如图②，过点  $E$  作  $EF \parallel AB$ ，



$\therefore \angle B = \angle BEF$ ，

$\because EF \parallel AB$ ， $AB \parallel CD$ ，

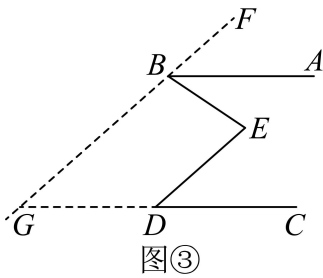
$\therefore EF \parallel CD$ （平行于同一直线的两直线平行），

$\therefore \angle D = \angle DEF$ （两直线平行，内错角相等），

$\therefore \angle BEF + \angle DEF = \angle B + \angle D$ ，

即  $\angle BED = \angle B + \angle D$ ，

(2) 如图③，过点  $B$  作  $BF \parallel DE$  交  $CD$  的延长线于  $G$ 。



$\therefore \angle EDC = \angle BGD$ ， $\angle DEB = \angle EBF$ ，

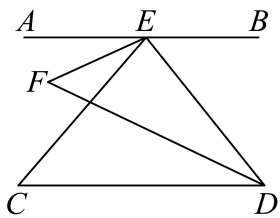
$\because AB \parallel CG$ ，

$\therefore \angle BGD = \angle ABF$ ，

$\therefore \angle EDC = \angle ABF$ ，

$\therefore \angle DEB = \angle EBF = \angle ABE + \angle ABF = \angle ABE + \angle EDC$ ；

(3) 如图④中，



图④

$\because EF$  平分  $\angle AEC$ ,  $DF$  平分  $\angle EDC$ ,

$\therefore \angle AEF = \angle CEF$ ,  $\angle CDF = \angle EDF$ ,

设  $\angle AEF = \angle CEF = x$ ,  $\angle CDF = \angle EDF = y$ ,

结合 (1) 可得:  $\angle F = x + y$ ,

$\therefore \angle CED = 3\angle F$ ,

$\therefore \angle CED = 3x + 3y$ ,

$\because AB \parallel CD$ ,

$\therefore \angle BED = \angle CDE = 2y$ ,

$\because \angle AEC + \angle CED + \angle DEB = 180^\circ$ ,

$\therefore 5x + 5y = 180^\circ$ ,

$\therefore x + y = 36^\circ$ ,

$\therefore \angle F = 36^\circ$ .