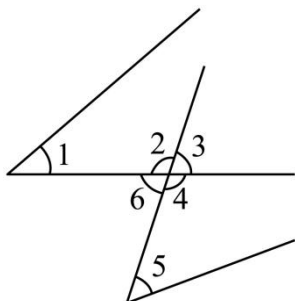


新中初级中学 2024 学年第二学期数学学科初一年级期中练习卷

(考试时间 90 分钟) 2025 年 4 月

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分

1. 如图，下列结论中错误的是 ()



- A. $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是同位角
B. $\angle 4$ 与 $\angle 5$ 是同旁内角
C. $\angle 3$ 与 $\angle 6$ 是对顶角
D. $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 是内错角

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了同位角，内错角，同旁内角和对顶角的定义，两条直线被第三条直线所截形成的角中，若两个角都在两直线的同侧，并且在第三条直线（截线）的同旁，则这样一对角叫做同位角；两条直线被第三条直线所截形成的角中，若两个角都在两直线的之间，并且在第三条直线（截线）的两旁，则这样一对角叫做内错角；两条直线被第三条直线所截形成的角中，若两个角都在两直线的之间，并且在第三条直线（截线）的同旁，则这样一对角叫做同旁内角；有公共顶点，且角的两边互为反向延长线的两个角互为对顶角；据此分别进行分析可得答案.

【详解】解：A、 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是同位角，原说法正确，不符合题意；
B、 $\angle 4$ 与 $\angle 5$ 是同旁内角，原说法正确，不符合题意；
C、 $\angle 3$ 与 $\angle 6$ 是对顶角，原说法正确，不符合题意；
D、 $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 不是内错角，原说法错误，符合题意；
故选：D.

2. 已知 $a > b$ ，下列不等式成立的是 ()

- A. $-a > -b$ B. $2 - a < 2 - b$ C. $2a < 2b$ D. $a - b < 0$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了不等式的基本性质，易错在不等式的基本性质 3，不等式两边同时乘以或除以同一个负数，不等号的方向改变. 不等式性质：基本性质 1. 不等式两边同时加上或减去同一个整式，不等号的方向

不变. 基本性质 2. 不等式两边同时乘以或除以同一个正数, 不等号的方向不变. 基本性质 3. 不等式两边同时乘以或除以同一个负数, 不等号的方向改变. 根据性质逐一分析即可.

【详解】解: A. $\because a > b$,

$\therefore -a < -b$, 故不符合题意;

B. $\because a > b$,

$\therefore -a < -b$,

$\therefore 2-a < 2-b$, 故符合题意;

C. $\because a > b$,

$\therefore 2a > 2b$, 故不符合题意;

D. $\because a > b$,

$\therefore a-b > 0$, 故不符合题意.

故选: B.

3. 如果一个三角形的两边长分别为 3 和 6, 则第三边长可能是 ()

A. 2

B. 12

C. 9

D. 4

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了三角形的三边数量关系, 理解并掌握三角形三边数量关系是解题的关键.

根据三角形三边数量关系是解题的关键.

【详解】解: 一个三角形的两边长分别为 3 和 6,

$\therefore 6-3=3, 6+3=9$,

$\therefore$ 第三边的取值范围是大于 3, 小于 9,

$\therefore$ 只有 D 选项符合题意,

故选: D.

4. 下列说法正确的是 ()

A. 三角形的高所在的直线交于一点, 这一点不在三角形内就在三角形外

B. 三角形的角平分线是射线

C. 三角形的三条中线交于一点

D. 三角形的一条角平分线能把三角形分成两个面积相等的三角形

【答案】C

【解析】

【分析】根据锐角三角形的高的交点在三角形的内部，直角三角形的高的交点即直角顶点，钝角三角形的高所在的直线的交点在三角形的外部，以及三角形的中线，角平分线的性质即可作出判断.

【详解】解：A. 直角三角形的三条高线的交点是三角形的直角顶点，在三角形上，故选项错误；

B. 三角形的角平分线是线段, 故选项错误;

C. 正确;

D. 三角形的一条中线能把三角形分成两个面积相等的三角形, 故选项错误.

故选: C.

【点睛】 本题考查了三角形的角平分线、中线、高线，都是需要熟记的内容.

5. 用反证法证明“若 $l_1 // l_2$, $l_2 // l_3$, 则 $l_1 // l_3$ ”时应假设 ()

A. $l_1 \perp l_3$

B. $l_1 \perp l_2, l_2 \perp l_3$

C. l_1 与 l_3 相交

D. l_1 与 l_2 不平行, l_2 与 l_3 不平行

【答案】 C

【解析】

【分析】由于反证法的步骤是首先假设结论不成立，进而得出答案.

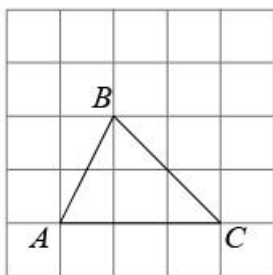
【详解】解: $\because$ 求证: $l_1 \parallel l_3$, 若用反证法证明该题, 则需要从结论的反面出发,

∴ 第一步应假设 l_1 与 l_3 不平行, 则 l_1 与 l_3 相交.

故选: C.

【点睛】本题考查了反证法，注意逆命题的与原命题的关系是解题关键.

6. 如图, 在 5×5 方格中, 每个小方格都是边长为 1 的正方形, ABC 是格点三角形 (即顶点恰好是正方形的顶点), 那么与 ABC 有一条公共边且全等的所有格点三角形的个数是 ().



A.2

B. 3

C.4

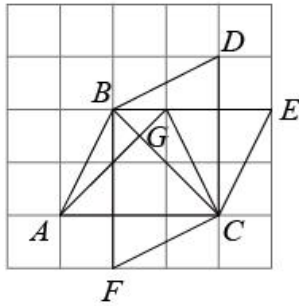
D. 5

【答案】 C

【解析】

【分析】以 BC 为公共边时有 3 个三角形，以 AC 为公共边时有 1 个三角形与 $\triangle ABC$ 全等.

【详解】解析：画出符合题意要求的三角形如图所示



以 BC 为公共边的三角形有 3 个，分别是 $\triangle BCD$ ， $\triangle BCE$ ， $\triangle BCF$

以 AB 为公共边的三角形有 0 个

以 AC 为公共边的三角形有 1 个，为 $\triangle ACG$

共 $3+0+1=4$ 个

故选：C

【点睛】本题考查了全等三角形的判定的应用，找出符合条件的所有三角形是解此题的关键．解题时考虑要全面，不要漏解．

二、填空题：本题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分

7. 用不等式表示“ x 的 2 倍减去 3 所得的差是正数”_____.

【答案】 $2x-3>0$

【解析】

【分析】此题主要考查了由实际问题抽象出一元一次不等式，直接利用“ x 的 2 倍”即 $2x$ ，再减 3，结果是正数，即大于零，即可得出不等式．正确得出不等关系是解题关键．

【详解】解：用不等式表示“ x 的 2 倍减去 3 所得的差是正数”为 $2x-3>0$ ，

故答案为： $2x-3>0$ ．

8. 在 $\triangle ABC$ 中，如果 $\angle A = \angle B + \angle C$ ，那么这个三角形是_____（形状）的三角形．

【答案】 直角

【解析】

【分析】本题考查了三角形的内角和定理，解决本题的关键是熟记三角形内角和为 180° ．根据三角形的内角和是 180° 计算．

【详解】解： $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ．

又 $\angle A = \angle B + \angle C$ ，

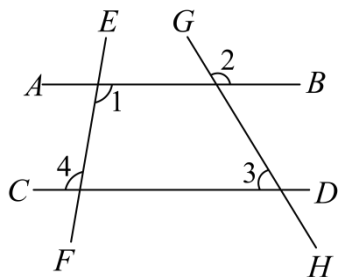
则 $2\angle A = 180^\circ$ ，

即 $\angle A = 90^\circ$ ．

即该三角形是直角三角形.

故答案为: 直角.

9. 如图, 直线 AB 、 CD 分别与 EF 、 GH 相交, 已知 $\angle 1 = 100^\circ$, $\angle 2 = 115^\circ$, $\angle 3 = 65^\circ$, 那么 $\angle 4 =$ _____.

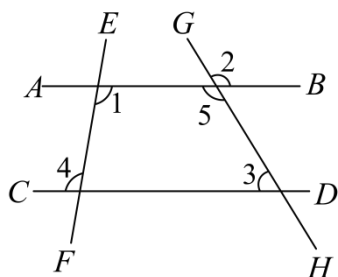


【答案】 100° ## 100 度

【解析】

【分析】 本题考查平行线的判定和性质, 由对顶角相等可得 $\angle 2 = \angle 5 = 115^\circ$, 根据 $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$ 可得 $AB \parallel CD$, 由平行线的性质可得 $\angle 4 = \angle 1 = 100^\circ$.

【详解】 解: 如图,



$$\because \angle 2 = \angle 5 = 115^\circ, \angle 3 = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 + \angle 5 = 180^\circ,$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 1 = 100^\circ,$$

故答案为: 100° .

10. 命题“全等三角形的面积相等”的逆命题是_____命题. (填入“真”或“假”)

【答案】 假

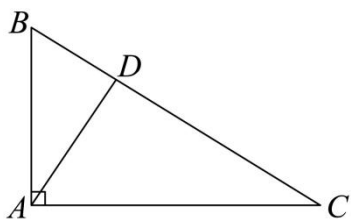
【解析】

【详解】 解: 原命题的逆命题为: 面积相等的两个三角形为全等三角形, 则这个命题为假命题.

故答案为: 假.

【点睛】 本题考查了命题的真假性, 解决此题的关键是会写出原命题的逆命题.

11. 如图: $\angle BAC = 90^\circ$, $AD \perp BC$, 垂足为 D , 则点 A 到直线 BC 的距离是线段_____的长度.



【答案】 AD ## DA

【解析】

【分析】 根据点到直线的距离及线段的长的意义可求出答案.

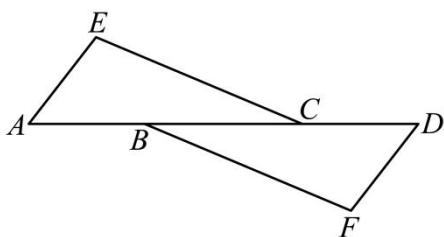
【详解】 解: $\because AD \perp BC$, 垂足为 D ,

$\therefore$ 点 A 到直线 BC 的距离是线段 AD 的长度.

故答案为: AD .

【点睛】 此题考查点到直线的距离, 解题的关键是根据点到直线的距离及线段的长的意义.

12. 如图, $\triangle ACE \cong \triangle DBF$, 如果 $\angle E = \angle F$, $DA = 10$, $CB = 4$, 那么线段 AB 的长是_____.



【答案】 3

【解析】

【分析】 根据全等三角形的性质得 $AC = BD$, 进而可证 $AB = CD$, 然后根据 $AB = CD = \frac{AD - BC}{2}$ 求解即可.

【详解】 解: 因为 $\triangle ACE \cong \triangle DBF$,

所以 $AC = BD$,

所以 $AC - BC = BD - BC$, 即 $AB = CD$.

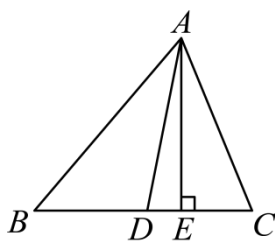
又因为 $DA = 10$, $CB = 4$,

所以 $AB = CD = \frac{AD - BC}{2} = 3$.

故答案为: 3.

【点睛】 本题考查了全等三角形的性质, 熟练掌握全等三角形的性质是解答本题的关键. 全等三角形的对应角相等, 对应边相等.

13. 如图, AD, AE 分别是 $\triangle ABC$ 的角平分线和高线, 且 $\angle B = 50^\circ$, $\angle C = 70^\circ$, 则 $\angle EAD =$ _____.



【答案】 10° ## 10 度

【解析】

【分析】 本题考查了三角形的内角和定理，三角形的角平分线、高线的定义，是基础题，准确识图找出各角度之间的关系是解题的关键。

根据三角形的内角和等于 180° 求出 $\angle BAC$ ，再根据角平分线的定义求出 $\angle BAD$ ，根据直角三角形两锐角互余求出 $\angle BAE$ ，然后根据 $\angle EAD = \angle BAE - \angle BAD$ 代入数据进行计算即可得解。

【详解】 解： $\because \angle B = 50^\circ, \angle C = 70^\circ$,

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 50^\circ - 70^\circ = 60^\circ,$$

$\because AD$ 是 ABC 的角平分线，

$$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ,$$

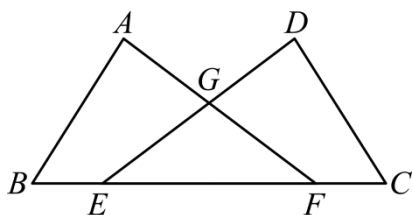
$\because AE$ 是 ABC 的高线，

$$\therefore \angle BAE = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle EAD = \angle BAE - \angle BAD = 40^\circ - 30^\circ = 10^\circ.$$

故答案为： 10° .

14. 如图, 点 E, F 在 BC 上, $AB = CD$, $\angle AFB = \angle DEC$, AF, DE 相交于点 G , 要使得 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$, 则还需添加的条件为_____.



【答案】 $\angle B = \angle C$

【解析】

【分析】 本题主要考查了全等三角形的判定，全等三角形的判定定理有 SSS，SAS，AAS，ASA，HL. 根据全等三角形的判定条件逐一判断即可。

【详解】 解： 添加 $\angle B = \angle C$,

$\therefore \angle AFB = \angle DEC$, $AB = CD$, 根据 AAS 证明 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$.

添加 $\angle A = \angle D$,

$\therefore \angle AFB = \angle DEC$, $AB = CD$, 根据 AAS 证明 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$.

故答案为: $\angle B = \angle C$. (答案不唯一)

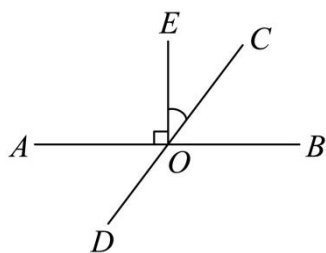
15. 在相交线与平行线这一章节中我们学习了垂直的定义, 仿照垂直的定义方法给出以下新定义: 两条直线相交所形成的四个角中, 如果有一个角是 60° , 就称这两条直线互为完美交线, 交点叫完美点, 已知直线 AB 、 CD 互为完美交线, O 为它们的完美点, $OE \perp AB$, 则 $\angle EOC$ 的度数为_____.

【答案】 30° 或 150°

【解析】

【分析】 本题考查了垂直定义和邻补角定义, 熟练掌握概念是解题的关键. 分当 OE 在直线 AB 的上方时及当 OE 在直线 AB 的下方时两种情况进行讨论, 求得 $\angle EOC$ 的度数.

【详解】 解: 如图, 当 OE 在直线 AB 的上方时,



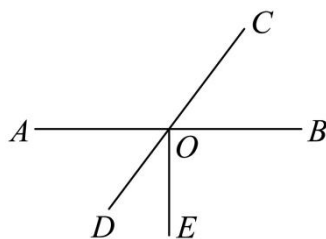
由题意可得: $\angle BOC = 60^\circ$,

$\because OE \perp AB$,

$\therefore \angle BOE = 90^\circ$,

$\therefore \angle COE = \angle BOE - \angle BOC = 30^\circ$,

如图, 当 OE 在直线 AB 的下方时,



由题意可得: $\angle BOC = 60^\circ$,

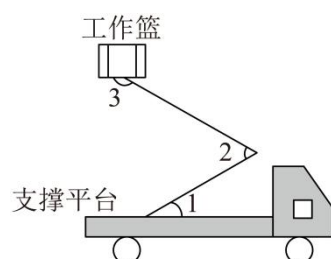
$\because OE \perp AB$,

$\therefore \angle BOE = 90^\circ$,

$\therefore \angle COE = \angle BOE + \angle BOC = 150^\circ$,

故答案为: 30° 或 150°

16. 如图是路政工程车的工作示意图，工作篮底部与支撑平台平行. 若 $\angle 1 = 30^\circ$ ， $\angle 2 = 50^\circ$ ，则 $\angle 3$ 的度数为_____.

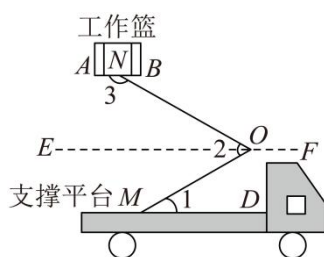


【答案】 160° ##160 度

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质，熟练掌握平行线的性质是解答本题的关键. 过 $\angle 2$ 顶点 O 作直线 $EF \parallel CD$ ，直线 l 将 $\angle 2$ 分成两个角即 $\angle EOM$ 、 $\angle EON$ ，根据平行线的性质即可求解.

【详解】 解：如图所示，过 $\angle 2$ 顶点 O 作直线 $EF \parallel CD$ ，



$\therefore AB \parallel CD$ ，

$\therefore AB \parallel CD \parallel EF$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle EOM = 30^\circ$ ， $\angle EON + \angle 3 = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle MON = 50^\circ$ ，

$\therefore \angle EON = 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ$ ，

$\therefore \angle 3 = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$ ，

故答案为： 160° .

17. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-1 < m \\ x+2 > 2m \end{cases}$ 无解，则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m \geq 3$

【解析】

【分析】 本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键. 解第一个不等式得出其解集，再根据“大大小小无解了”可得答案.

【详解】解：
$$\begin{cases} x-1 < m \text{①} \\ x+2 > 2m \text{②} \end{cases}$$

解不等式①得： $x < m+1$

解不等式②得： $x > 2m-2$

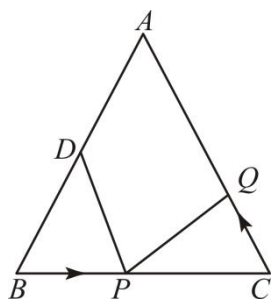
$\therefore$ 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-1 < m \\ x+2 > 2m \end{cases}$ 无解，

$$\therefore m+1 \leq 2m-2$$

解得： $m \geq 3$

故答案为： $m \geq 3$

18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 24$ 厘米， $BC = 18$ 厘米，且 $\angle B = \angle C$ ，点 D 为 AB 的中点．如果点 P 在线段 BC 上以 v 厘米/秒的速度由 B 点向 C 点运动，同时，点 Q 在线段 CA 上由 C 点向 A 点运动．若点 Q 的运动速度为 4 厘米/秒，则当 $\triangle BPD$ 与 $\triangle CQP$ 全等时， v 的值为_____．



【答案】 3 或 4

【解析】

【分析】此题考查了全等三角形的性质．分两种情况讨论：①若 $\triangle BPD \cong \triangle CPQ$ ，根据全等三角形的性质，则 $BD = CQ = 12$ 厘米， $BP = CP = \frac{1}{2}BC = 9$ （厘米），根据速度、路程、时间的关系即可求得；②若

$\triangle BPD \cong \triangle CQP$ ，则 $CP = BD = 12$ 厘米， $BP = CQ$ ，得出 $vt = 4t$ ，解得： $v = 4$ ．注意垂直平分线上任意一点，到线段两端点的距离相等．

【详解】解： $\because \triangle ABC$ 中， $AB = AC = 24$ 厘米，点 D 为 AB 的中点，

$\therefore BD = 12$ 厘米，

若 $\triangle BPD \cong \triangle CPQ$ ，则需 $BD = CQ = 12$ 厘米， $BP = CP = \frac{1}{2}BC = 9$ （厘米），

$\because$ 点 Q 的运动速度为 4 厘米/秒，

$\therefore$ 点 Q 的运动时间为： $12 \div 4 = 3s$ ，

$\therefore v = 9 \div 3 = 3$ （厘米/秒）；

若 $BPD \cong CQP$ ，则需 $CP = BD = 12$ 厘米， $BP = CQ$ ，

$$vt = 4t,$$

解得： $v = 4$ ；

$\therefore v$ 的值为 3 或 4.

故答案为：3 或 4.

三、简答题：本题共 3 小题，共 18 分

19. 解不等式组： $\begin{cases} 6x - 4 \leq x + 6 \\ 2(x + 1) < 5x + 11 \end{cases}$ ，并把解集在数轴上表示出来.

【答案】 $-3 < x \leq 2$ ，解集在数轴上表示见解析

【解析】

【分析】本题考查的是解一元一次不等式组，分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集. 再在数轴上表示出即可，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

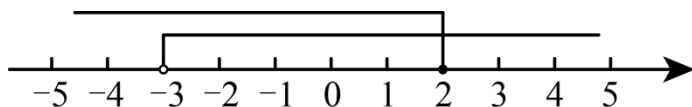
【详解】解： $\begin{cases} 6x - 4 \leq x + 6 \\ 2(x + 1) < 5x + 11 \end{cases}$

由 $6x - 4 \leq x + 6$ 得： $x \leq 2$ ，

由 $2(x + 1) < 5x + 11$ 得： $x > -3$ ，

则不等式组的解集为 $-3 < x \leq 2$ ，

将解集表示在数轴上如下：



20. 已知不等式 $\frac{1+3x}{2} > 2x-1$ 的最大整数解是关于 x 的方程 $3m - (2+x) = 6$ 的解，求 m 的值.

【答案】 $m = \frac{10}{3}$

【解析】

【分析】本题主要考查解一元一次不等式的基本能力，解不等式求出其最大整数解，再代入计算即可. 严格遵循解不等式的基本步骤是关键，尤其需要注意不等式两边都乘以或除以同一个负数不等号方向要改变.

【详解】解：解不等式 $\frac{1+3x}{2} > 2x-1$ ，

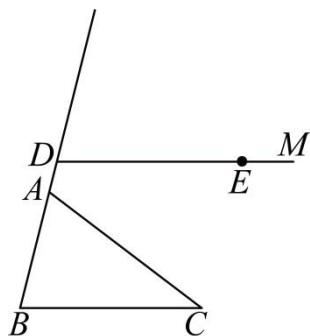
得 $x < 3$ ，

则该不等式组的最大整数解为 $x = 2$,

将 $x = 2$ 代入方程得: $3m - 4 = 6$,

解得 $m = \frac{10}{3}$.

21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BA 的延长线上, 过点 D 作射线 $DM \parallel BC$, 点 E 是射线 DM 上一个定点.



(1) 用尺规完成以下基本作图: 在射线 DM 上方作 $\angle DEF = \angle C$, 与 BA 的延长线交于点 F . (不写作法, 但保留作图痕迹)

(2) 在 (1) 的条件下, 若 $BD = AF$, 求证: $AC \parallel FE$, 请把以下的解题过程补充完整.

证明: $\because DM \parallel BC$ (已知),

$\therefore \angle B = \angle FDE$ (_____ ① _____),

$\because BD = AF$ (已知),

$\therefore BD - AD =$ _____ ② _____ (等式的性质)

$\therefore AB = FD$,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FDE$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle FDE \\ \angle C = \angle DEF \\ AB = FD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle FDE$ (_____ ③ _____)

$\therefore \angle BAC =$ _____ ④ _____ (全等三角形的对应角相等),

$\therefore AC \parallel FE$ (_____ ⑤ _____).

【答案】(1) 画图见解析

(2) 两直线平行，同位角相等； $AF - AD$ ；AAS； $\angle DFE$ ；同位角相等，两直线平行

【解析】

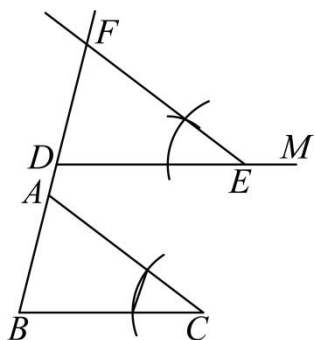
【分析】本题考查的是作一个角等于已知角，全等三角形的判定与性质，平行线的判定与性质；

(1) 作 $\angle DEF = \angle ACB$ 即可；

(2) 根据题干信息逐步填写推理过程与推理依据即可.

【小问1详解】

解：如图， $\angle DEF$ 即为所求作的角；



【小问2详解】

证明： $\because DM \parallel BC$ （已知），

$\therefore \angle B = \angle FDE$ （两直线平行，同位角相等），

$\because BD = AF$ （已知），

$\therefore BD - AD = AF - AD$ （等式的性质）

$\therefore AB = FD$ ，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FDE$ 中，

$$\begin{cases} \angle B = \angle FDE \\ \angle C = \angle DEF \\ AB = FD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle FDE$ （AAS）

$\therefore \angle BAC = \angle DFE$ （全等三角形的对应角相等），

$\therefore AC \parallel FE$ （同位角相等，两直线平行）.

四、解答题：本题共4小题，共28分

22. 静安购物节期间甲乙两家商店各自推出优惠活动

商店	优惠方式
----	------

甲	所购商品按原价打八五折
乙	所购商品按原价每满 300 元减 60 元

设顾客在甲乙两家商店购买商品的原价都为 x 元，请根据条件回答下列问题：

- (1) 如果顾客在甲商店购买商品选择优惠活动后实际付款_____元（用含有 x 的代数式表示）
- (2) 顾客购买原价在 600 元（包括 600 元）以上，900 元（不包括 900 元）以下的商品时，如果选择乙商店的优惠活动比选择甲商店的优惠活动更合算，求 x 的取值范围．

【答案】(1) $0.85x$

(2) $600 \leq x < 800$

【解析】

【分析】本题考查了一元一次不等式的应用、列代数式，找准数量关系，正确列出一元一次不等式是解题的关键．

- (1) 由甲商店所购商品按原价打八五折，即可得出结果；
- (2) 先算出顾客选择乙商店的优惠活动购买原价在 600 元（包括 600 元）以上，900 元（不包括 900 元）以下的商品时的实际付款，再根据如果选择乙商店的优惠活动比选择甲商店的优惠活动更合算，结合 (1) 的结论，列出一元一次不等式，解不等式即可．

【小问 1 详解】

解：如果顾客在甲商店购买商品选择优惠活动后实际付款为： $0.85x$ 元，

故答案为： $0.85x$ ；

【小问 2 详解】

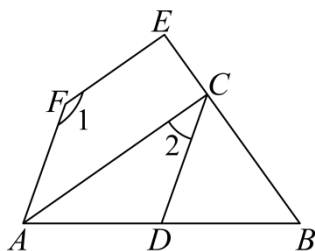
解：在 $600 \leq x < 900$ 时，选择乙商店的优惠活动后实际付款为： $(x - 120)$ 元，

由题意得： $x - 120 < 0.85x$ ，

解得： $x < 800$ ，

$\therefore 600 \leq x < 800$ ．

23. 如图，已知 $AC \parallel FE$ ， $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ．



(1) 求证: $\angle FAB = \angle BDC$;

(2) 若 AC 平分 $\angle FAD$, $EF \perp BE$ 于点 E , $\angle FAD = 80^\circ$, 求 $\angle BCD$ 的度数.

【答案】(1) 见解析 (2) 50°

【解析】

【分析】 本题考查的是平行线的判定和性质, 解题的关键是熟练掌握平行线的判定和性质并灵活运用.

(1) 根据 $AC \parallel FE$, 证得 $\angle 1 + \angle FAC = 180^\circ$, 又 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, 等量代换得 $\angle 2 = \angle FAC$, 从而证得 $FA \parallel CD$, 即可由平行线的性质得出结论;

(2) 根据角平分线的定义得 $\angle FAD = 2\angle 2$, 根据已知求出 $\angle 2$ 的度数, 再根据 $EF \perp BE$, $AC \parallel FE$, 证得 $AC \perp BE$, 得出 $\angle ACB = 90^\circ$, 进一步求出 $\angle BCD$ 的度数.

【小问 1 详解】

证明: $\because AC \parallel FE$,

$$\therefore \angle 1 + \angle FAC = 180^\circ,$$

$$\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle FAC,$$

$$\therefore FA \parallel CD,$$

$$\therefore \angle FAB = \angle BDC;$$

【小问 2 详解】

解: $\because AC$ 平分 $\angle FAD$,

$$\therefore \angle FAC = \angle CAD, \angle FAD = 2\angle FAC,$$

由 (1) 知 $\angle 2 = \angle FAC$,

$$\therefore \angle FAD = 2\angle 2,$$

$$\therefore \angle 2 = \frac{1}{2}\angle FAD,$$

$$\because \angle FAD = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ,$$

$$\because EF \perp BE, AC \parallel FE,$$

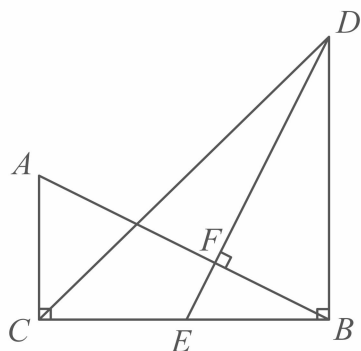
$$\therefore AC \perp BE,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle ACB - \angle 2 = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ.$$

24. 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBC$ 中, $\angle ACB = \angle DBC = 90^\circ$, $AB = DE$. E 是 BC 中点, $DE \perp AB$,

垂足为点 F .



(1) 求证: $\triangle BCA \cong \triangle DBE$;

(2) 若 $AC = 3\text{cm}$, 求 BD 的长.

【答案】 (1) 见解析 (2) $BD = 6\text{cm}$

【解析】

【分析】 本题考查全等三角形的判定和性质, 解题的关键是正确寻找全等三角形, 利用全等三角形的性质解决问题.

(1) 先证明 $\angle A = \angle DEB$, 即可证明 $\triangle BCA \cong \triangle DBE$ (AAS);

(2) 由 $\triangle ABC \cong \triangle EDB$, 得到 $AC = BE$, 由 E 是 BC 中点, 得到 $BC = 2BE = 6\text{cm}$, 即可求解.

【小问 1 详解】

$\because DE \perp AB$,

$\therefore \angle BFE = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABC + \angle DEB = 90^\circ$,

$\because \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABC + \angle A = 90^\circ$,

$\therefore \angle A = \angle DEB$,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDB$ 中,

$$\begin{cases} \angle ACB = \angle DBC \\ \angle A = \angle DEB \\ AB = DE \end{cases} ,$$

$\therefore \triangle BCA \cong \triangle DBE$ (AAS);

【小问 2 详解】

$\because \triangle ABC \cong \triangle EDB$, $AC = 3\text{cm}$,

$\therefore BC = BD, AC = BE = 3\text{cm}$

$\because E$ 是 BC 中点,

$\therefore BD = BC = 2BE = 6\text{cm}$.

25. 如图 1, 数学课上老师将一副三角板按图中所示位置摆放, 点 F 在直线 AC 上, 且 $ED \parallel AC$, DF 与 AB 相交于点 G , 其中 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$, $\angle EFD = 90^\circ$, $\angle DEF = \angle EDF = 45^\circ$.

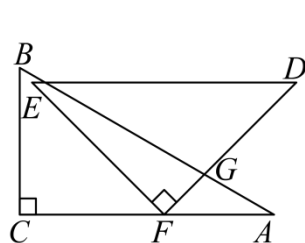


图1

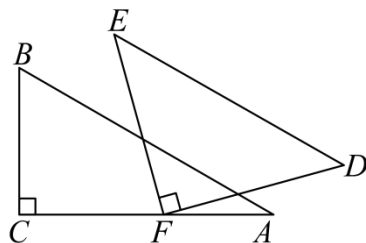
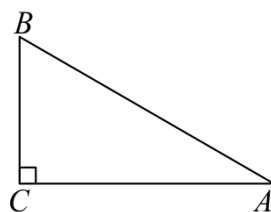


图2



备用图

- (1) 求此时 $\angle DGA$ 的度数;
- (2) 如图 2, 若三角板 DEF 绕点 F 按顺时针方向旋转, 当 $ED \parallel AB$ 时, 求此时 $\angle DFA$ 的度数;
- (3) 在 (2) 的前提下, 三角板 DEF 绕 F 点按逆时针方向以每秒 5° 的速度旋转, 设旋转的时间为 t ($0 < t < 72$) 秒, 当三角板 DEF 第一次回到图 2 的位置时, 在这个旋转过程中, 是否还存在三角板 DEF 的某一条边与 AB 平行的情况? 若存在, 请求出所有满足题意的 t 值; 若不存在, 请说明理由.

【答案】 (1) 75°

(2) 15°

(3) 9 秒或 27 秒或 36 秒或 45 秒或 63

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质、一元一次方程的应用, 全面分类、熟练掌握平行线的性质是解此题的关键.

(1) 过 G 作 $GH \parallel AC$, 由平行线的性质得出 $\angle DGH = \angle EDF = 45^\circ$, $\angle AGH = \angle BAC = 30^\circ$, 再由 $\angle DGA = \angle DGH + \angle AGH$ 计算即可得出答案;

(2) 过 F 作 $FH \parallel AB$. 由平行线的性质得出 $\angle DFH = \angle EDF = 45^\circ$, $\angle AFH = \angle BAC = 30^\circ$, 再由 $\angle DFA = \angle DFH - \angle AFH$ 计算即可得出答案;

(3) 分五种情况, 分别画出图形, 利用平行线的性质建立方程, 解方程即可得出答案.

【小问 1 详解】

解: 如图 1, 过 G 作 $GH \parallel AC$.

$\therefore ED \parallel AC$, $GH \parallel AC$,

$\therefore ED \parallel GH \parallel AC$.

$\therefore \angle DGH = \angle EDF = 45^\circ$, $\angle AGH = \angle BAC = 30^\circ$,

$$\therefore \angle DGA = \angle DGH + \angle AGH = 75^\circ.$$

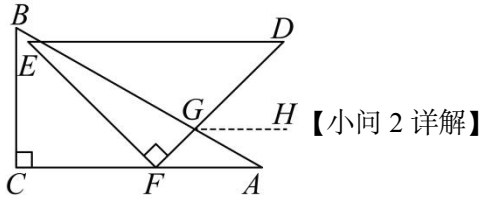


图1

解：如图 2，过 F 作 $FH \parallel AB$.

$$\because ED \parallel AB, FH \parallel AB,$$

$$\therefore ED \parallel AB \parallel FH.$$

$$\therefore \angle DFH = \angle EDF = 45^\circ, \angle AFH = \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DFA = \angle DFH - \angle AFH = 15^\circ.$$

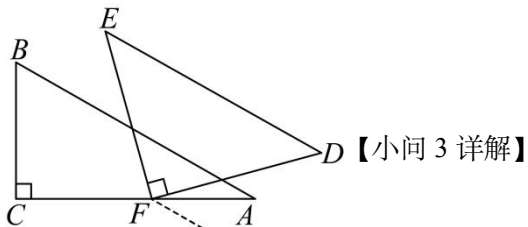


图2

解：如图 3，当 $EF \parallel AB$ 时，

$$\because EF \parallel AB, \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle EFA = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle DFA = \angle EFA - \angle EFD = 60^\circ.$$

$$\therefore 5t + 15 = 60,$$

解得： $t = 9$.

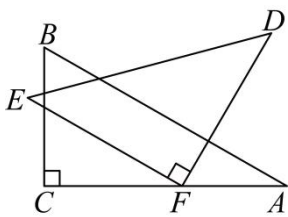


图3

如图 4，当 $DF \parallel AB$ 时，

$$\because DF \parallel AB, \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DFA = 150^\circ.$$

$$\therefore 5t + 15 = 150,$$

解得： $t = 27$.

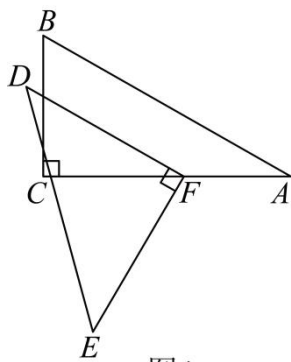


图4

如图 5, 当 $DE \parallel AB$ 时, 过 F 作 $FG \parallel AB$.

$$\because DE \parallel AB, \quad FG \parallel AB,$$

$$\therefore DE \parallel FG \parallel AB.$$

$$\therefore \angle AFG = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ, \quad \angle GFD = \angle EDF = 45^\circ.$$

$$\therefore 5t = 150 + 45 - 15,$$

解得: $t = 36$.

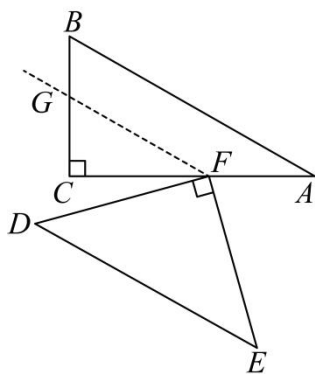


图5

如图 6, 当 $EF \parallel AB$ 时,

$$\because EF \parallel AB, \quad \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle EFA = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AFD = 30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore 5t + 15 = 360 - 120,$$

解得: $t = 45$.

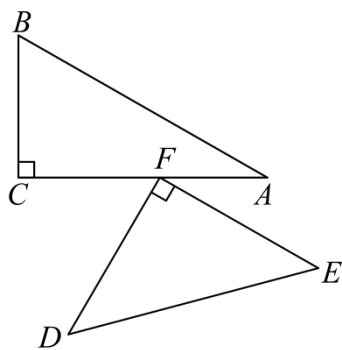


图6

如图 7, 当 $DF \parallel AB$ 时,

$$\because DF \parallel AB, \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DFA = 150^\circ.$$

$$\therefore 5t + 15 = 360 - 30,$$

解得: $t = 63$.

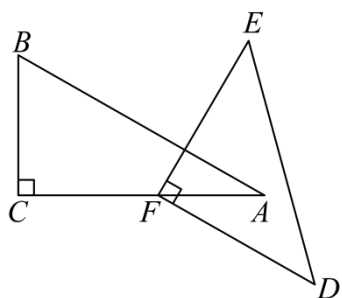


图7

综上, t 值为 9 秒或 27 秒或 36 秒或 45 秒或 63 秒时, 存在三角板的某一条边与 AB 平行的情况.