

2024 学年第二学期期中诊断评估七年级数学试卷

一、选择题 (每题 3 分, 满分 18 分)

1. 已知 $a < b$, 则下列不等式一定成立的是 ()

- A. $a+5 > b+5$ B. $5a < 5b$ C. $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$ D. $-2a < -2b$

【答案】B

【解析】

【分析】此题主要考查了不等式的性质: (1) 不等式两边加 (或减) 同一个数 (或式子), 不等号的方向不变; (2) 不等式两边乘 (或除以) 同一个正数, 不等号的方向不变; (3) 不等式两边乘 (或除以) 同一个负数, 不等号的方向改变. 直接利用不等式的性质分别判断得出即可.

【详解】解: $\because a < b$,

$$\therefore a+5 < b+5, \quad 5a < 5b, \quad \frac{a}{3} < \frac{b}{3}, \quad -2a > -2b,$$

观察四个选项, 选项 B 符合题意,

故选: B.

2. 下列长度的三条线段能组成三角形的是 ()

- A. 1cm, 2cm, 3cm B. 1cm, 3cm, 5cm
C. 2cm, 2cm, 5cm D. 3cm, 4cm, 5cm

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查三角形三边关系, 关键是掌握三角形三边关系定理.

在运用三角形三边关系判定三条线段能否构成三角形时, 只要两条较短的线段长度之和大于第三条线段的长度即可判定这三条线段能构成一个三角形, 由此即可判断.

【详解】解: A、 $1+2=3$, 不能组成三角形, 故 A 不符合题意;

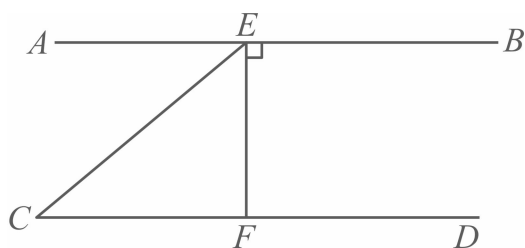
B、 $1+3 < 5$, 不能组成三角形, 故 B 不符合题意;

C、 $2+2 < 5$, 不能组成三角形, 故 C 不符合题意;

D、 $3+4 > 5$, 能组成三角形, 故 D 符合题意.

故选: D.

3. 如图, $AB \parallel CD$, 点 E 在 AB 上, 过点 E 作 AB 的垂线与 CD 相交于点 F, 连接 CE, 若 $\angle ECD = 40^\circ$, 则 $\angle CEF$ 的度数为 ()



- A. 40° B. 45° C. 50° D. 55°

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了垂线的定义，平行线的性质，根据题目的已知条件并结合图形进行分析是解题的关键. 先利用平行线的性质可得 $\angle AEC = \angle ECF = 40^\circ$ ，再根据垂线定义可得 $\angle AEF = 90^\circ$ ，然后利用角的和差关系进行计算，即可解答.

【详解】解： $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle AEC = \angle ECF = 40^\circ,$$

$$\because EF \perp AB,$$

$$\therefore \angle AEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CEF = \angle AEF - \angle AEC = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ.$$

故选：C.

4. 下列命题是假命题的是 ()

①对顶角相等，②直线外的一点到这条直线的垂线段叫做点到直线的距离，③过一点有且只有一条直线与已知直线平行，④两条直线被第三条直线所截，同旁内角互补.

- A. ①②③ B. ②③④ C. ①③④ D. ①②④

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了真假命题的判断，对顶角相等、点到直线的距离、平行公理、平行线的性质的知识，牢记相关定义与定理是解题的关键.

根据对顶角相等、点到直线的距离、平行公理、平行线的性质逐项判断即可.

【详解】解：对顶角相等，故①是真命题；

直线外的一点到这条直线的垂线段的长度叫做点到直线的距离，故②是假命题；

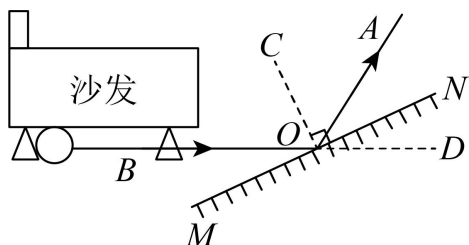
过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行，故③是假命题；

两条平行直线被第三条直线所截，同旁内角互补，故④是假命题；

所以假命题有②③④，

故选：B.

5. **跨物理学科** 如图，小轩的乒乓球掉到沙发下，他借助平面镜反射的原理找到了乒乓球的位置. 已知法线 $OC \perp MN$ ，反射光线 AO 与水平线的夹角 $\angle AOD = 56^\circ$ ，则平面镜 MN 与水平线 BD 的夹角 $\angle DON$ 的大小为（入射光线与镜面的夹角等于反射光线与镜面的夹角）（ ）



- A. 24° B. 28° C. 34° D. 56°

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了求一个角的余角与补角、垂直、对顶角相等，熟练掌握求一个角的余角与补角的方法是解题关键. 先求出 $\angle AOB = 124^\circ$ ，再求出 $\angle AOC = \angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOB = 62^\circ$ ，根据垂直的定义可得 $\angle COM = 90^\circ$ ，从而可得 $\angle BOM = 28^\circ$ ，最后根据对顶角相等即可得.

【详解】解： $\because \angle AOD = 56^\circ$,

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - \angle AOD = 124^\circ,$$

$\because$ 入射光线与镜面的夹角等于反射光线与镜面的夹角,

$$\therefore \angle AOC = \angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOB = 62^\circ,$$

$\because OC \perp MN$,

$$\therefore \angle COM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOM = \angle COM - \angle BOC = 28^\circ,$$

由对顶角相等得： $\angle DON = \angle BOM = 28^\circ$,

故选：B.

6. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{x-1}{3} \leq 1 \\ a-x < 2 \end{cases}$ 恰好只有四个整数解，则 a 的取值范围是（ ）

- A. $2 \leq a < 3$ B. $2 \leq a \leq 3$ C. $a < 3$ D. $2 < a < 3$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查解一元一次不等式组. 根据题意先解第一个不等式，再对整数解进行分析即可列出关于 a

的不等式继而得到本题答案.

【详解】解：∵不等式组
$$\begin{cases} \frac{x-1}{3} \leq 1 \text{ ①} \\ a-x < 2 \text{ ②} \end{cases},$$

∴解不等式①得： $x \leq 4$,

解不等式②得： $x > a-2$,

∴不等式组
$$\begin{cases} \frac{x-1}{3} \leq 1 \\ a-x < 2 \end{cases}$$
 恰好只有四个整数解,

$$\therefore 0 \leq a-2 < 1,$$

$$\therefore 2 \leq a < 3,$$

故选：A.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分)

7. 不等式 $7x < 6x - 3$ 的解集是_____.

【答案】 $x < -3$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式，按照移项，合并同类项的步骤解不等式即可得到答案.

【详解】解： $7x < 6x - 3$

移项得： $7x - 6x < -3$,

合并同类项得： $x < -3$,

故答案为： $x < -3$.

8. x 与 3 的和的 2 倍不小于 10 用不等式表示为_____.

【答案】 $2(x+3) \geq 10$

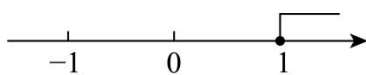
【解析】

【分析】 此题考查了列不等式，读懂题意是解题的关键. 根据“ x 与 3 的和的 2 倍不小于 10”列出不等式即可.

【详解】解：“ x 与 3 的和的 2 倍不小于 10” 用不等式表示为 $2(x+3) \geq 10$.

故答案为： $2(x+3) \geq 10$.

9. 如图，数轴上所表示的不等式的解集是_____.



【答案】 $x \geq 1$

【解析】

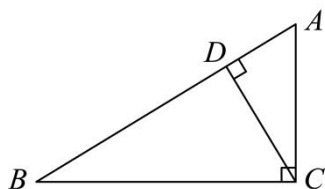
【分析】 本题考查了在数轴上表示不等式的解集，熟知“小于向左，大于向右”是解答此题的关键；根据在数轴上表示不等式解集的方法即可得出结论.

【详解】 解： $\because 1$ 处是实心圆点且折线向右，

$\therefore$ 不等式的解集是 $x \geq 1$.

故答案为： $x \geq 1$.

10. 如图，在直角三角形 ABC 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D ，则线段_____的长可以表示点 B 到直线 CD 的距离.



【答案】 BD 或 DB

【解析】

【分析】 本题考查了点到直线的距离的定义（垂线段的长度），能熟记点到直线的距离的定义的内容是解此题的关键. 根据点到直线的距离的定义得出即可.

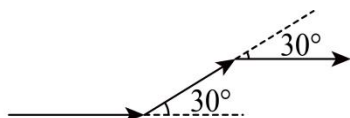
【详解】 解： 结合图形，

$\because CD \perp AB$ ，

$\therefore$ 点 B 到 CD 的距离是线段 BD 的长度，

故答案为： BD .

11. 某学员在练车场练习开小轿车，第一次向左拐弯 30° 行驶一段后，第二次向右拐弯 30° ，如图. 经过两次拐弯后行驶的方向与原来行驶的方向_____（填“平行”或“不平行”）.



【答案】 平行

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的判定，掌握平行线的性质是解题的关键，根据图形可知两次拐弯得到的角为同位角； 两次拐弯得到的角都是 30° ，再根据同位角相同，两直线平行，即可解题.

【详解】解：根据图意，由同位角相同，两直线平行可知，经过两次拐弯后，轿车行驶的方向与最初行驶的方向平行.

故答案为：平行.

12. 不等式的 $3x - 4 \leq 2 + x$ 非负整数解共有 _____ 个.

【答案】4

【解析】

【分析】本题考查了求一元一次不等式的整数解. 正确的解一元一次不等式是解题的关键. 移项合并，最后系数化为1，可求不等式的解集，进而可得非负整数解的个数.

【详解】解： $3x - 4 \leq 2 + x$,

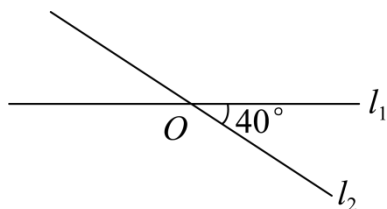
$2x \leq 6$,

解得， $x \leq 3$,

$\therefore$ 非负整数解有 0, 1, 2, 3 共 4 个,

故答案为：4.

13. 如图，已知直线 l_1 和直线 l_2 相交于点 O ，且夹角为 40° ，现将直线 l_2 绕点 O 逆时针方向旋转 60° ，那么此时直线 l_1 和直线 l_2 的夹角为 _____ 度.



【答案】20

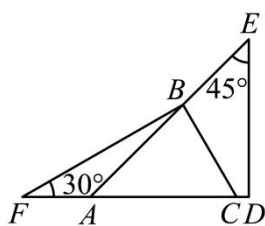
【解析】

【分析】本题考查了旋转的性质，解题的关键是熟练掌握旋转的性质，根据旋转的性质即可求解

【详解】解：依题意可得： $60^\circ - 40^\circ = 20^\circ$

故答案为：20

14. 将一副三角板按照如图方式摆放，则 $\angle FBA$ 的度数为 _____.



【答案】 15° ##15 度

【解析】

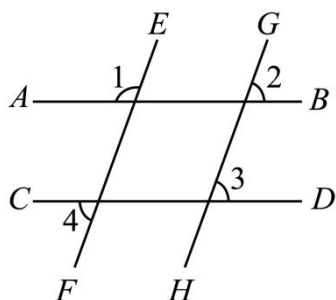
【分析】 本题主要考查了三角形外角的性质，三角板中角度的计算，熟知三角形一个外角的度数等于与其不相邻的两个内角的度数之和是解题的关键. 根据题意先得到 $\angle EAD = 45^\circ$ ，再根据三角形的外角性质进行计算即可.

【详解】 解：由题意可知 $\angle EAD = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ ，

$$\therefore \angle FBA = \angle EAD - \angle F = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ,$$

故答案为： 15° .

15. 如图，如果直线 $EF \parallel GH$ ，那么图中标记的 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 中一定相等的角是_____.

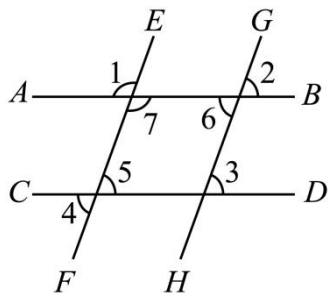


【答案】 $\angle 3 = \angle 4$

【解析】

【分析】 本题考查了对顶角相等、平行线的性质，熟练掌握平行线的性质是解题关键. 如图（见解析），先根据对顶角相等可得 $\angle 4 = \angle 5$ ，再根据平行线的性质可得 $\angle 3 = \angle 5$ ，由此即可得出答案.

【详解】 解：如图，由对顶角相等得： $\angle 4 = \angle 5$ ， $\angle 1 = \angle 7$ ， $\angle 2 = \angle 6$ ，



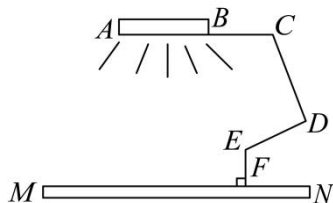
$$\therefore EF \parallel GH,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 5, \angle 6 + \angle 7 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4, \quad \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$$

故答案为: $\angle 3 = \angle 4$.

16. 如图是一款折叠LED护眼灯示意图, EF 与桌面 MN 垂直, 当发光的灯管 AB 恰好与桌面 MN 平行时, $\angle BCD = 105^\circ$, $\angle CDE = 93^\circ$, 则 $\angle DEF$ 的度数为_____.

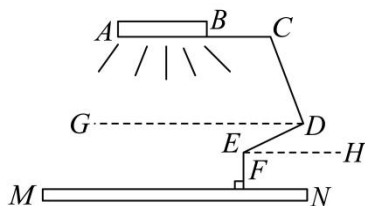


【答案】 108° ## 108 度

【解析】

【分析】 本题考查平行线的判定和性质, 过点 D 作 $DG \parallel AB$, 过点 E 作 $EH \parallel AB$, 根据平行线的性质求解即可, 解题的关键是过拐点构造平行线.

【详解】 解: 如图, 过点 D 作 $DG \parallel AB$, 过点 E 作 $EH \parallel AB$,



$$\because EF \perp MN,$$

$$\therefore \angle MFE = 90^\circ,$$

$$\because AB \parallel MN,$$

$$\therefore AB \parallel DG \parallel EH \parallel MN,$$

$$\therefore \angle BCD + \angle CDG = 180^\circ, \angle GDE = \angle DEH, \angle HEF = \angle MFE = 90^\circ,$$

$$\because \angle CDE = 93^\circ, \quad \angle BCD = 105^\circ,$$

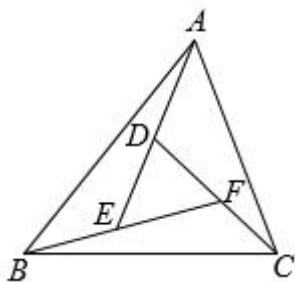
$$\therefore \angle CDG = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle GDE = \angle DEH = \angle CDE - \angle CDG = 18^\circ,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle DEH + \angle HEF = 108^\circ,$$

故答案为: 108° .

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知点 D 、 E 、 F 分别是边 AB 、 BC 、 CA 上的中点, 若 $\triangle ABC$ 的面积是 14, 则 $\triangle DEF$ 的面积为_____.

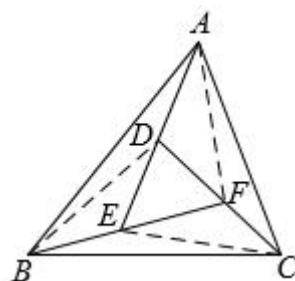


【答案】2

【解析】

【分析】连接 AF ， BD ， CE ，利用三角形的中线的性质，三角形的一条中线把三角形的面积分成相等的两部分进行计算，得到 $7S_{\triangle DEF} = S_{\triangle ABC} = 14$ ，计算即可求解.

【详解】解：如图，连接 AF ， BD ， CE ，



$\because$ 点 D 是 AB 的中点，点 E 是 BF 的中点，

$\therefore BD$ 是 $\triangle ABE$ 的中线， DE 是 $\triangle BDF$ 的中线，

$$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle BDE}, S_{\triangle DEF} = S_{\triangle BDE},$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle BDE} = S_{\triangle DEF};$$

同理可得 $S_{\triangle BCE} = S_{\triangle CEF} = S_{\triangle DEF}$ ； $S_{\triangle ACF} = S_{\triangle ADF} = S_{\triangle DEF}$ ；

$$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle BDE} = S_{\triangle BCE} = S_{\triangle CEF} = S_{\triangle ACF} = S_{\triangle ADF} = S_{\triangle DEF},$$

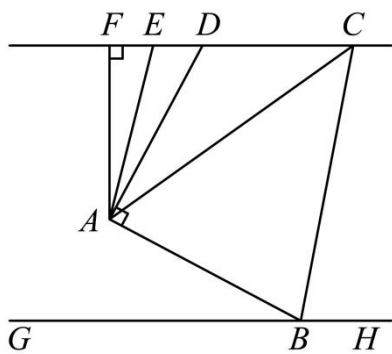
$$\therefore S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BDE} + S_{\triangle BCE} + S_{\triangle CEF} + S_{\triangle ACF} + S_{\triangle ADF} + S_{\triangle DEF} = S_{\triangle ABC}, S_{\triangle ABC} = 14,$$

$$\therefore 7S_{\triangle DEF} = S_{\triangle ABC} = 14, \text{ 解得 } S_{\triangle DEF} = 2,$$

故答案为：2

【点睛】本题考查了三角形的中线的性质，熟记三角形的中线把三角形的面积分成相等的两部分是解题的关键.

18. 如图，已知 $CD \parallel GH$ ，点 B 在 GH 上，点 A 为平面内一点， $AB \perp AD$ ，过点 A 作 $AF \perp CD$ ， AE 平分 $\angle FAD$ ， AC 平分 $\angle FAB$ ，若 $\angle ABC + \angle GBC = 180^\circ$ ， $\angle ACB = 4\angle FAE$ 。则 $\angle ABG =$ _____.

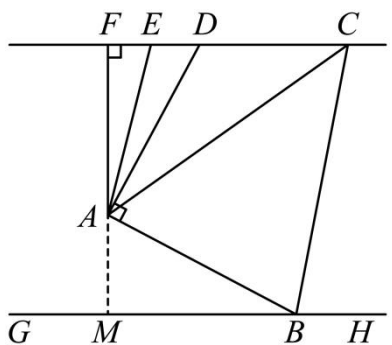


【答案】 22.5°

【解析】

【分析】 延长 FA 交 GB 于点 M ，结合所给的条件，则可找到 $\angle ABM = 2\angle FAE$ ，通过角之间关系的转化，可以得到 $\angle BAC = 45^\circ + \angle FAE$ ，从而可得 $\angle ABC = 135^\circ - 5\angle FAE$ ，再结合 $\angle ABC + \angle GBC = 180^\circ$ 可求得 $\angle FAE$ 的度数，则可求 $\angle ABG$ 的度数。本题主要考查了平行线的性质，垂线，角平分线的定义，三角形的内角和定理，解答的关键是结合图形，找到已知条件与所求角之间的关系。

【详解】 解：延长 FA 交 GB 于点 M ，如图所示：



$\because CD \parallel GH, AF \perp CD,$

$\therefore AM \perp GH,$

$\because AE$ 平分 $\angle FAD,$

$\therefore \angle FAD = 2\angle FAE, \angle FAE = \angle DAE,$

$\because AB \perp AD,$

$\therefore \angle FAD + \angle MAB = 90^\circ,$

$\because \angle MAB + \angle ABM = 90^\circ,$

$\therefore \angle ABM = \angle FAD = 2\angle FAE,$

$\therefore \angle MAB = 90^\circ - \angle ABM = 90^\circ - 2\angle FAE,$

$\because AC$ 平分 $\angle FAB,$

$\therefore \angle BAC = \angle FAC = \angle FAD + \angle DAC = 2\angle FAE + \angle DAC,$

$$\therefore \angle BAC + \angle DAC = 90^\circ,$$

$$\therefore 2\angle FAE + \angle DAC + \angle DAC = 90^\circ, \text{ 整理得: } \angle DAC = 45^\circ - \angle FAE,$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ - \angle DAC = 90^\circ - (45^\circ - \angle FAE) = 45^\circ + \angle FAE,$$

$$\therefore \angle ACB = 4\angle FAE,$$

$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 中, } \angle ABC = 180^\circ - \angle BAC - \angle ACB = 180^\circ - (45^\circ + \angle FAE) - 4\angle FAE = 135^\circ - 5\angle FAE,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle GBC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ABC + \angle ABG = 180^\circ,$$

$$\text{即 } 2\angle ABC + \angle ABG = 180^\circ,$$

$$2(135^\circ - 5\angle FAE) + 2\angle FAE = 180^\circ,$$

$$\text{解得: } \angle FAE = 11.25^\circ,$$

$$\therefore \angle ABG = 2\angle FAE = 22.5^\circ.$$

故答案为: 22.5° .

三、简答题 (本题共 5 题, 每题 6 分, 满分 30 分)

19. 当 x 满足什么条件时, $5-4x$ 的值不小于 $2x-1$ 的值?

【答案】 $x \leq 1$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式, 根据题意可知, 只需要求出不等式 $5-4x \geq 2x-1$ 的解集即可得到答案.

【详解】 解: $5-4x \geq 2x-1,$

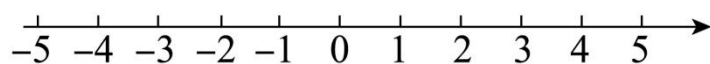
移项得: $-4x-2x \geq -1-5,$

合并同类项得: $-6x \geq -6,$

系数化为 1 得: $x \leq 1,$

$\therefore$ 当 $x \leq 1$, $5-4x$ 的值不小于 $2x-1$ 的值.

20. 解不等式组:
$$\begin{cases} 5+2(x-1) > -1 \\ \frac{6-5x}{2} \geq -x-3 \end{cases},$$
 并将其解集在数轴上表示出来.



【答案】 $-2 < x \leq 4$, 数轴见解析

【解析】

【分析】 求出各不等式的解集, 再求出其公共解集, 并在数轴上表示出来即可.

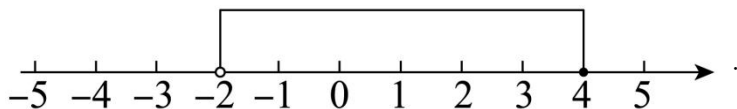
【详解】解：
$$\begin{cases} 5+2(x-1) > -1 \text{①} \\ \frac{6-5x}{2} \geq -x-3 \text{②} \end{cases},$$

由①得， $x > -2$ ；

由②得， $x \leq 4$ ，

故此不等式组的解集为： $-2 < x \leq 4$ 。

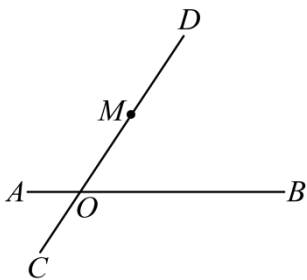
在数轴上表示为：



【点睛】 本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键。

21. 按下列要求画图并填空：

如图，直线 AB 和 CD 相交于点 O ， M 是 CD 上的一点，



- (1) 过点 M 画出直线 CD 的垂线，交直线 AB 于点 N ；
- (2) 过点 M 画出直线 AB 的垂线，垂足为点 F ；
- (3) 过点 M 画出直线 AB 的平行线 PQ ；
- (4) 点 M 到点 N 之间的距离是线段_____的长；
- (5) 点 O 到直线 MN 的距离是线段_____的长。

【答案】 (1) 见解析 (2) 见解析

(3) 见解析 (4) MN

(5) OM

【解析】

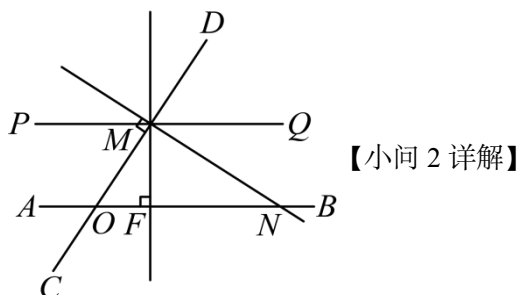
【分析】 本题考查作图-复杂作图，垂线，到直线的距离，点到点的距离，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题。

- (1) 根据垂线的定义画出图形即可；
- (2) 根据垂线的定义画出图形即可；

- (3) 根据平行线的定义画出图形即可；
- (4) 根据点到点的距离的定义，判断即可．
- (5) 根据点到直线的距离的定义，判断即可．

【小问 1 详解】

解：如图所示：直线 MN 即为所求；



解：如上图所示，直线 MF 即为所求；

【小问 3 详解】

解：如上图所示，直线 PQ 即为所求；

【小问 4 详解】

解：点 M 到点 N 之间的距离是线段 MN 的长；

故答案为： MN ，

【小问 5 详解】

解：点 O 到直线 MN 的距离是线段 OM 的长，

故答案为： OM ．

22. (1) 问题发现：如图①，已知点 F, G 分别在直线 AB, CD 上，且 $AB \parallel CD$ ，若 $\angle BFE = 40^\circ$ ， $\angle CGE = 130^\circ$ ，则 $\angle GEF$ 的度数为_____；

(2) 拓展探究：如图①，已知点 F, G 分别在直线 AB, CD 上，且 $AB \parallel CD$ ，则 $\angle GEF, \angle BFE, \angle CGE$ 之间有怎样的数量关系？写出结论并说明理由．

结论： $\angle GEF =$ _____．

理由：如图②，过点 E 作 $EH \parallel AB$ ，

$\therefore \angle HEF = \angle BFE$ (_____)，

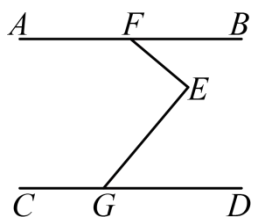
$\because AB \parallel CD, EH \parallel AB$ ，

$\therefore EH \parallel CD$ (_____)，

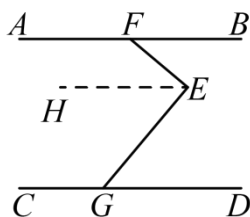
$\therefore \angle HEG + \angle CGE = 180^\circ$ (_____)，

$$\therefore \angle HEG = 180^\circ - \angle CGE,$$

$$\therefore \angle GEF = \angle HEF + \angle HEG = \underline{\hspace{2cm}}.$$



图①



图②

【答案】(1) 90° ; (2) $\angle BFE + 180^\circ - \angle CGE$; 两直线平行, 内错角相等; 平行于同一条直线的两直线平行; 两直线平行, 同旁内角互补; $\angle BFE + 180^\circ - \angle CGE$.

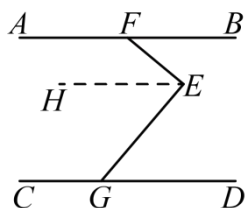
【解析】

【分析】本题考查的是平行公理的应用, 平行线的性质;

(1) 如图, 过 E 作 $EH \parallel AB$, 证明 $AB \parallel CD \parallel EH$, 可得 $\angle HEF = \angle BFE = 40^\circ$, $\angle HEG = 50^\circ$, 再利用角的和差关系可得答案;

(2) 过点 E 作 $EH \parallel AB$, 证明 $EH \parallel CD$, 再根据题干信息逐步完善推理过程与推理依据即可.

【详解】解: (1) 如图, 过 E 作 $EH \parallel AB$,



$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore AB \parallel CD \parallel EH,$$

$$\therefore \angle BFE = 40^\circ, \angle CGE = 130^\circ,$$

$$\therefore \angle HEF = \angle BFE = 40^\circ, \angle HEG + \angle CGE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle HEG = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle GEF = \angle HEF + \angle HEG = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ;$$

(2) 结论: $\angle GEF = \angle BFE + 180^\circ - \angle CGE$.

理由: 如图②, 过点 E 作 $EH \parallel AB$,

$$\therefore \angle HEF = \angle BFE \quad (\text{两直线平行, 内错角相等}),$$

$$\because AB \parallel CD, EH \parallel AB,$$

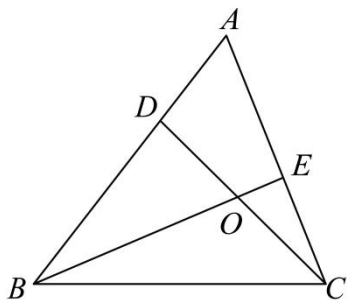
$$\therefore EH \parallel CD \quad (\text{平行于同一条直线的两直线平行}),$$

$\therefore \angle HEG + \angle CGE = 180^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补),

$\therefore \angle HEG = 180^\circ - \angle CGE$,

$\therefore \angle GEF = \angle HEF + \angle HEG = \angle BFE + 180^\circ - \angle CGE$.

23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是边 AB 、 AC 上的点, BE 、 CD 相交于点 O . 如果 $\angle A = 60^\circ$, $\angle ACD = 25^\circ$, $\angle ABE = 35^\circ$, 求 $\angle BDC$ 和 $\angle BOC$ 的度数.



【答案】 $\angle BDC = 85^\circ$, $\angle BOC = 120^\circ$

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形外角的性质, 三角形中, 一个外角的度数等于与其不相邻的两个内角度数之和, 据此先求出 $\angle BDC$ 的度数, 进而可求出 $\angle BOC$ 的度数.

【详解】 解: $\because \angle A = 60^\circ$, $\angle ACD = 25^\circ$.

$\therefore \angle BDC = \angle A + \angle ACD = 85^\circ$,

$\because \angle ABE = 35^\circ$,

$\therefore \angle BOC = \angle BDC + \angle ABE = 120^\circ$.

四、解答题 (第 24、25 题 8 分, 第 26 题 12 分, 满分 28 分)

24. 把一些奖品分给若干名学生. 如果每人分 3 个, 那么多出 7 个奖品; 如果每人分 5 个, 那么有一名同学分到的奖品就少于 3 个. 问: 学生最少有几名? 奖品至少有多少个?

【答案】 学生最少有 5 名, 奖品至少有 22 个

【解析】

【分析】 本题主要考查一元一次不等式组的应用, 熟练掌握一元一次不等式组的应用是解题的关键. 设学生有 x 人, 则有奖品 $(3x + 7)$ 个, 再根据如果每人分 5 个, 那么有一名同学分到的奖品就少于 3 个列出不等式组求解即可.

【详解】 解: 设学生有 x 名, 根据题意得:

$$\begin{cases} (3x + 7) - 5(x - 1) \geq 0 \\ (3x + 7) - 5(x - 1) < 3 \end{cases}$$

解得： $4.5 < x \leq 6$ ，

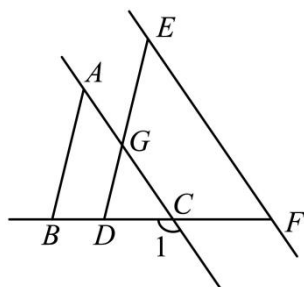
因为 x 为学生人数，只能为正整数，

所以 $x = 5$ 或 $x = 6$ ，则学生最少有 5 名，

当学生最少有 5 名时，将 $x = 5$ 代入 $3x + 7$ ，可得奖品数量为： $3 \times 5 + 7 = 15 + 7 = 22$ （个），

答：学生最少有 5 名，奖品至少有 22 个。

25. 如图，已知 $\angle 1 + \angle CFE = 180^\circ$ ， $\angle BAC = \angle DEF$ ， $\angle B = 75^\circ$ ，



(1) 求证： $AC \parallel EF$ ；

(2) 求 $\angle EDF$ 。

【答案】 (1) 见解析；

(2) $\angle EDF = 75^\circ$ 。

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的判定与性质，掌握平行线的判定与性质是关键；

(1) $\angle 1 + \angle CFE = 180^\circ$ 及 $\angle 1 = \angle ACF$ ，得 $\angle CFE + \angle ACF = 180^\circ$ ，由平行线的判定即可证明；

(2) 由 $AC \parallel EF$ 及已知得 $\angle BAC = \angle AGE$ ，即可得 $AB \parallel DE$ ，从而有 $\angle B = \angle EDF$ ，由已知即可求解。

【小问 1 详解】

证明： $\because \angle 1 + \angle CFE = 180^\circ$ ， $\angle 1 = \angle ACF$ ，

$\therefore \angle CFE + \angle ACF = 180^\circ$ 。

$\therefore AC \parallel EF$ ；

【小问 2 详解】

解： $\because AC \parallel EF$ ，

$\therefore \angle AGE = \angle DEF$ ，

$\because \angle BAC = \angle DEF$ ，

$\therefore \angle BAC = \angle AGE$ 。

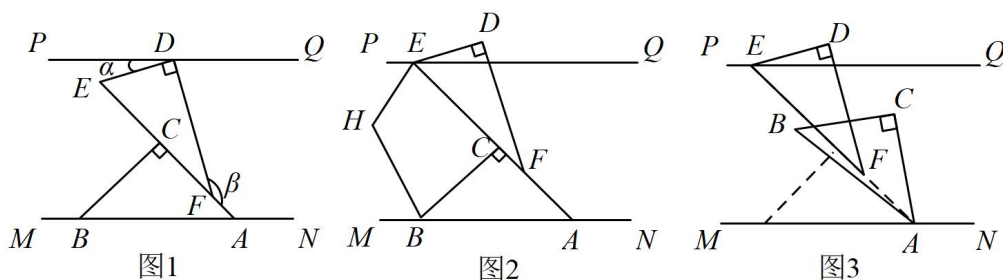
$$\therefore AB \parallel DE.$$

$$\therefore \angle B = \angle EDF.$$

$$\because \angle B = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle EDF = 75^\circ.$$

26. 将一副三角板中的两块直角三角板如图 1 放置, 已知 $PQ \parallel MN$, $\angle ACB = \angle EDF = 90^\circ$, $\angle ABC = \angle BAC = 45^\circ$, $\angle DFE = 30^\circ$, $\angle DEF = 60^\circ$.



(1) 若三角板如图 1 摆放时, 则 $\angle \alpha =$ _____ $^\circ$, $\angle \beta =$ _____ $^\circ$.

(2) 现固定 $\triangle ABC$ 位置不变, 将 $\triangle DEF$ 沿 AC 方向平移至点 E 正好落在 PQ 上, 如图 2 所示, 作 $\angle PEA$ 和 $\angle MBC$ 的角平分线交于点 H , 求 $\angle EHB$ 的度数;

(3) 将 (2) 中的 $\triangle DEF$ 固定, 在 $\triangle ABC$ 绕点 A 以每秒 15° 的速度顺时针旋转至 AB 与直线 AN 首次重合的过程中, 当 $\triangle ABC$ 的某条边与 $\triangle DEF$ 的一条边平行时, 请求出符合条件 t 的值.

【答案】 (1) 15, 150 ;

(2) 45, 150 ;

(3) 综上所述, t 的值为 2 或 5 或 6 或 8 或 11.

【解析】

【分析】 (1) 如图 1 中, 过点 E 作 $EJ \parallel PQ$, 证明 $\angle DEF = \alpha + \angle BAC$, 可得结论;

(2) 如图 2 中, 根据 (1) 可证 $\angle EHB = \angle PEH + \angle MBH$. 利用角平分线的定义求出 $\angle PEH$, $\angle MBH$, 可得结论;

(3) 分 9 种情形: 当 $AC \parallel DF$ 时, 当 $AC \parallel DE$ 时, 当 $AC \parallel EF$ 时, 当 $BC \parallel DF$ 时, 当 $BC \parallel ED$ 时, 当 $BC \parallel EF$ 时, 当 $AB \parallel DF$ 时, 当 $AB \parallel ED$ 时, 当 $AB \parallel EF$ 时, 分别讨论求出 $\angle MBA$ 的度数, 可得结论.

【小问 1 详解】

解: 如图 1 中, 过点 E 作 $EJ \parallel PQ$,


$$\because PQ \parallel MN, \quad PQ \parallel EJ,$$
$$\therefore EJ \parallel MN,$$
$$\therefore \angle a = \angle DEJ, \quad \angle JEA = \angle BAC = 45^\circ,$$
$$\therefore \angle DEF = a + \angle BAC,$$
$$\because \angle DEF=60^{\circ},$$
$$\therefore a = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ,$$
$$\because \angle DFE=30^\circ, \quad \beta+\angle DFE=180^\circ,$$
$$\therefore \beta = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ,$$

故答案为：15， 150 ；

【小问 2 详解】

解: 如图 2 中,



利用 (1) 可证 $\angle EHB = \angle PEH + \angle MBH$.

$$\because PQ \parallel MN,$$
$$\therefore \angle QEA = \angle BAC = 45^\circ,$$
$$\therefore \angle AEP = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ,$$
$$\because \angle CBA = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CBM = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ,$$

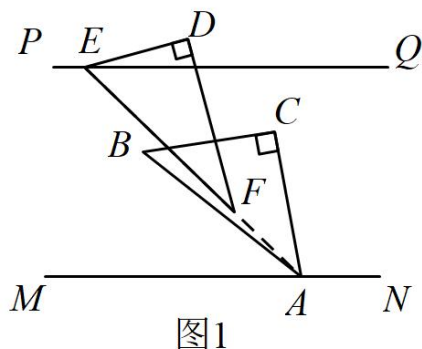
$\because HE, HB$ 分别平分 $\angle AEP, \angle CBM$,

$$\therefore \angle PEH = \frac{1}{2} \angle PEA = 67.5^\circ, \quad \angle MBH = \frac{1}{2} \angle FBM = 67.5^\circ,$$

$$\therefore \angle EHB = \angle PEH + \angle MBH = 135^\circ;$$

【小问 3 详解】

解：①当 $AC \parallel DF$ 时，如图 1，

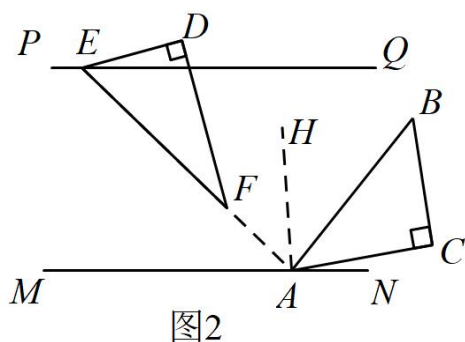


易得此时 $BC \parallel ED$,

$\because AC \parallel DF$, 易知 E, F, A 三点共线, $\angle DFE = \angle FAC = 30^\circ$,

$$\therefore \angle FAB = \angle BAC - \angle FAC = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ, \quad \angle BAM = \angle FAM - \angle FAB = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ, \quad \text{即 } 15t = 30, \text{ 解得 } t = 2;$$

②当 $AC \parallel DE$ 时，如图 2，



易得此时 $BC \parallel DF$. 过点 A 作 $AH \parallel BC$, 则 $AH \parallel BC \parallel DF$,

$$\therefore \angle EAB = \angle EAH + \angle BAH = \angle EFD + \angle ABC = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle MAB = \angle MAE + \angle EAB = 45^\circ + 75^\circ = 120^\circ.$$

$$\therefore 15t = 120,$$

$$\therefore t = 8,$$

③当 $AC \parallel EF$ 时，情况不存在；

④当 $BC \parallel DF$ 时，同②；

⑤当 $BC \parallel ED$ 时, 同①;

⑥当 $BC \parallel EF$ 时, 如图 3,

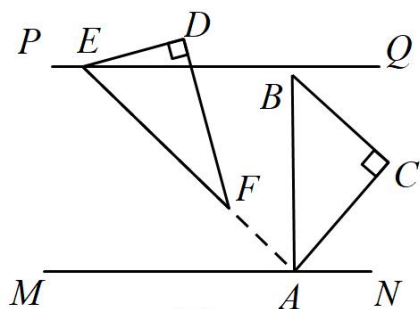


图3

此 $\angle MAB = 90^\circ$, 即 $15t = 90$, 解得 $t = 6$;

⑦当 $AB \parallel DF$ 时, 如图 4,

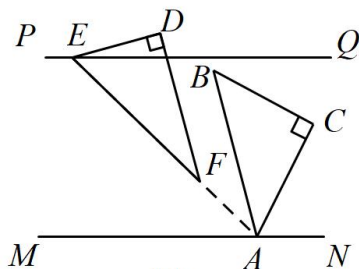


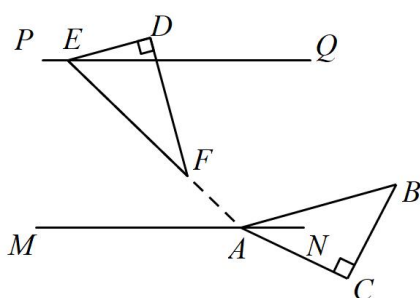
图4

$\therefore AB \parallel DF$

$\therefore \angle BAF = \angle DFE = 30^\circ$,

$\therefore \angle MAB = \angle MAF + \angle BAF = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$, 即 $15t = 75$, 解得 $t = 5$;

⑧当 $AB \parallel ED$ 时,



$\therefore AB \parallel ED$,

$\therefore \angle FAB = 180^\circ - \angle DEF = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$,

$\therefore \angle MAB = \angle MAF + \angle FAB = 120^\circ + 45^\circ = 165^\circ$,

$\therefore 15t = 165$,

解得 $t = 11$;

⑨当 $AB \parallel EF$ 时，此情况不存在.

综上所述， t 的值为 2 或 5 或 6 或 8 或 11.

【点睛】 本题考查了旋转变换，角平分线的定义，平行线的性质等知识，解题的关键是学会用分类讨论的思想思考问题.