

2024 学年第二学期七年级数学学科期中练习卷

完成时间：90 分钟总分：100 分

考生注意：

1. 本试卷含三个大题，共 26 题；
2. 答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效；
3. 除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤；
4. 第 23、24 题只需要写本学期新学的理由，其余题目不需要写理由。

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列不等式中，是一元一次不等式的是（ ）

- A. $3x - 5y < 1$ B. $x^2 - 4x > 0$ C. $\frac{3x-1}{4} - 1 \geq 0$ D. $6 > 5$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查一元一次不等式的定义，熟练掌握一元一次不等式的定义是解题的关键；因此此题可根据“只含有一个未知数，并且未知数的最高次数为 1 的不等式”。

【详解】解：A、有两个未知数，不是一元一次不等式，故不符合题意；
B、未知数最高次数为 2，不是一元一次不等式，故不符合题意；
C、是一元一次不等式，故符合题意；
D、没有未知数，不是一元一次不等式，故不符合题意；
故选：C。

2. 下列不等式中，与 $-x > 1$ 组成的不等式组无解的是（ ）

- A. $x > 2$ B. $x < 0$ C. $x < -2$ D. $x > -3$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到”的原则是解题的关键。根据此原则对选项一一进行判断即可。

【详解】根据题意 $-x > 1$ ，可得 $x < -1$ ，

- A、此不等式组无解，符合题意；
- B、此不等式组解集为 $x < -1$ ，不符合题意；
- C、此不等式组解集为 $x < -2$ ，不符合题意；
- D、此不等式组解集为 $-3 < x < -1$ ，不符合题意；

故选：A

3. 下列命题是假命题的是（ ）

- A. 两直线平行，同旁内角互补
- B. 经过直线外一点，有且只有一条直线与该直线平行
- C. 方程 $5x - 2 = 7 + 2x$ 的解是 $x = 3$
- D. 同位角相等

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了命题真假的判断，一元一次方程的解，平行线的性质等知识，掌握这些知识是解题的关键；根据这些知识进行判断即可.

【详解】解：A、命题正确，是真命题；

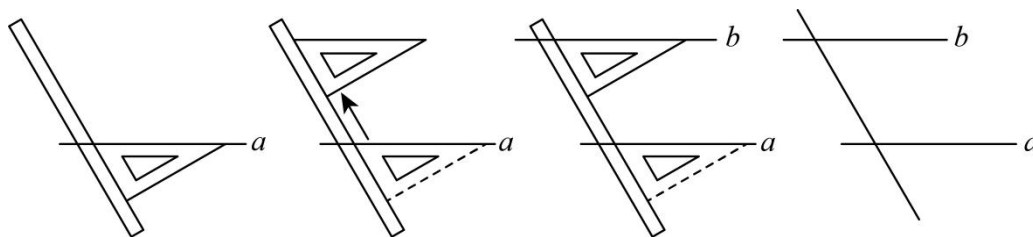
B、命题正确，是真命题；

C、当 $x = 3$ 时，方程左边 $5 \times 3 - 2 = 13$ ，方程右边 $= 7 + 2 \times 3 = 13$ ，即 $x = 3$ 是方程的解，命题正确，是真命题；

D、两直线平行，同位角相等，命题错误，是假命题；

故选：D.

4. 如图，画平行线的操作中，最直接依据的基本事实是（ ）



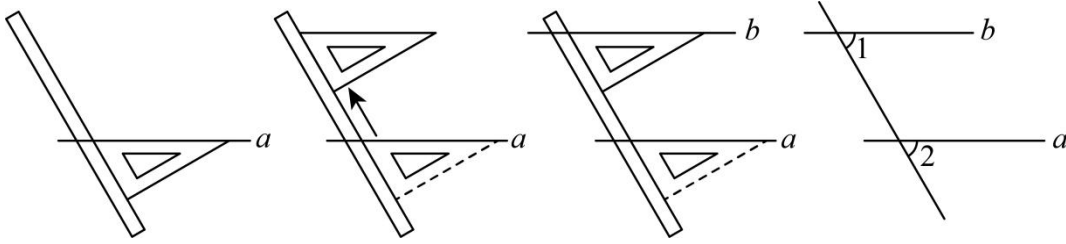
- A. 内错角相等，两直线平行
- B. 同位角相等，两直线平行
- C. 两直线平行，内错角相等
- D. 两直线平行，同位角相等

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了画平行线，以及平行线的判定；根据平行线的判定方法即可解决问题.

【详解】解：如图，

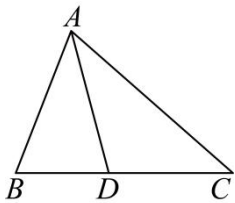


$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$\therefore a \parallel b$ (位角相等，两直线平行)，

故选：B.

5. 如图，在周长为 20cm 的 $\triangle ABC$ 中， AD 是边 BC 上的中线，已知 $CD = 4\text{cm}$ ， $AC = 7\text{cm}$ ，则 AB 的长为 ()



A. 6cm

B. 5cm

C. 4cm

D. 3cm

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了三角形的周长公式和三角形中线的定义，解题的关键是熟练掌握三角形中线的定义，利用三角形中线定义和周长公式即可求出答案.

【详解】解： $\because AD$ 是边 BC 上的中线，

$$\therefore BC = 2CD = 8\text{cm},$$

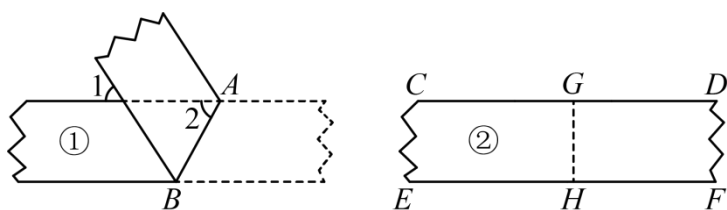
$\because \triangle ABC$ 周长为 20cm，

$$\therefore AB + AC + BC = 20\text{cm},$$

$$\therefore AB = 20 - AC - BC = 5\text{cm},$$

故选：B.

6. 如图，在一次综合实践课上，为检验纸带①、②的边线是否平行，小庆和小铁采用了两种不同的方法：小庆把纸带①沿 AB 折叠，量得 $\angle 1 = \angle 2 = 59^\circ$ ；小铁把纸带②沿 GH 折叠，发现 GD 与 GC 重合， HF 与 HE 重合. 且点 C, G, D 在同一直线上，点 E, H, F 也在同一直线上. 则下列判断正确的是 ()



- A. 纸带①、②的边线都平行
- B. 纸带①、②的边线都不平行
- C. 纸带①的边线平行，纸带②的边线不平行
- D. 纸带①的边线不平行，纸带②的边线平行

【答案】 D

【解析】

【分析】对于纸带①，根据对顶角相等可得 $\angle 1 = \angle ADB = 59^\circ$ ，利用三角形内角和定理求得 $\angle DBA = 62^\circ$ ，再根据折叠的性质可得 $\angle ABC = \angle DBA = 62^\circ$ ，由平行线的判定即可判断；对于纸带②，由折叠的性质得， $\angle CGH = \angle DGH$ ， $\angle EHG = \angle FHG$ ，由平角的定义从而可得 $\angle EHG = \angle FHG = 90^\circ$ ， $\angle CGH = \angle DGH = 90^\circ$ ，再根据平行线的判定即可判断.

【详解】解：对于纸带①，

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 59^\circ,$$

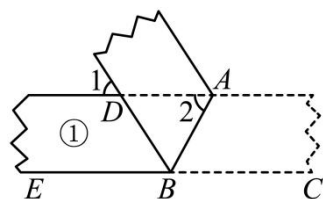
$$\therefore \angle 1 = \angle ADB = 59^\circ,$$

$$\therefore \angle DBA = 180^\circ - 59^\circ - 59^\circ = 62^\circ,$$

由折叠的性质得， $\angle ABC = \angle DBA = 62^\circ$ ，

$$\therefore \angle 2 \neq \angle ABC,$$

$\therefore AD$ 与 BC 不平行，



对于纸带②，由折叠的性质得， $\angle CGH = \angle DGH$ ， $\angle EHG = \angle FHG$ ，

又 $\because$ 点 C, G, D 在同一直线上，点 E, H, F 也在同一直线上，

$$\therefore \angle CGH + \angle DGH = 180^\circ, \quad \angle EHG + \angle FHG = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EHG = \angle FHG = 90^\circ, \quad \angle CGH = \angle DGH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EHG + \angle CGH = 180^\circ,$$

$$\therefore CD \parallel EF,$$

综上所述，纸带①的边线不平行，纸带②的边线平行，

故选：D.

【点睛】本题考查平行线的判定、对顶角相等、三角形内角和定理、折叠的性质，熟练掌握平行线的判定和折叠的性质是解题的关键.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 已知 $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$ ，那么 a _____ b .（在横线上填“>”、“=”或“<”）

【答案】>

【解析】

【分析】本题主要考查了不等式的基本性质，不等式两边加（或减）同一个数（或式子），不等号的方向不变；不等式两边乘（或除以）同一个正数，不等号的方向不变；不等式两边乘（或除以）同一个负数，不等号的方向改变. 结合不等式的性质进行作答即可.

【详解】解：∵ $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$,

∴ $3 \times \frac{a}{3} > 3 \times \frac{b}{3}$, 即 $a > b$,

故答案为：>.

8. 用不等式表示：两数 x 、 y 和的平方不小于它们的积_____

【答案】 $(x+y)^2 \geq xy$

【解析】

【分析】本题考查了不等式的应用，先列出两数 x 、 y 和的平方为 $(x+y)^2$ 与它们的积为 xy ，再根据两数 x 、 y 和的平方不小于它们的积列不等式即可.

【详解】解：根据题意：两数 x 、 y 和的平方不小于它们的积，不等式表示为 $(x+y)^2 \geq xy$,

故答案为： $(x+y)^2 \geq xy$.

9. 如果一个不等式的正整数解为 1、2、3，那么这个不等式可以是_____（只需填写一个）

【答案】 $x+1 \leq 4$ （答案不唯一）

【解析】

【分析】本题主要考查学生对不等式解集的掌握，根据不等式的解写出不等式是关键，在解答本题的过程中根据条件从而得到本题的结果.

【详解】解：根据题意这个不等式可以是 $x+1 \leq 4$,

故答案为： $x+1 \leq 4$ （答案不唯一）.

10. 如果关于 x 的方程 $3x - m = 4$ 的解为负数, 那么 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m < -4$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次方程, 解一元一次不等式, 先解方程得出 $x = \frac{m+4}{3}$, 再结合题意得出 $m + 4 < 0$, 解不等式即可得出答案.

【详解】 解: $3x - m = 4$

$$3x = m + 4,$$

$$x = \frac{m+4}{3},$$

$\because$ 关于 x 的方程 $3x - m = 4$ 的解为负数,

$$\therefore \frac{m+4}{3} < 0,$$

解得: $m < -4$,

故答案为: $m < -4$.

11. 在一次练习中, 小华的语文和英语分别考了 70 分和 82 分, 如果想使自己三门功课的平均分不低于 80 分, 那么小华的数学应该至少考_____分.

【答案】 88

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次不等式的应用, 小华的数学应该至少考 x 分, 根据三门功课的平均分不低于 80 分, 列出不等式求解即可.

【详解】 解: 小华的数学应该考 x 分,

$$\text{根据题意: } \frac{1}{3}(70 + 82 + x) \geq 80,$$

解得: $x \geq 88$,

则小华的数学应该至少考 88 分,

故答案为: 88.

12. 命题“对顶角相等”的逆命题是_____.

【答案】 如果两个角相等, 那么这两个角是对顶角

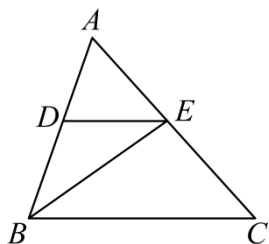
【解析】

【分析】 本题主要考查了写出一个命题的逆命题, 把原命题的条件与结论互换写出对应的逆命题即可.

【详解】 解: 命题“对顶角相等”的逆命题是如果两个角相等, 那么这两个角是对顶角,

故答案为: 如果两个角相等, 那么这两个角是对顶角.

13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BE 平分 $\angle ABC$, $DE \parallel BC$, 如果 $\angle ADE = 70^\circ$, 那么 $\angle DEB =$ _____



【答案】 35°

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质, 角平分线的定义, 先根据平行线的性质得到 $\angle ABC = \angle ADE = 70^\circ$, 再由角平分线的定义即可求出 $\angle DBE = \angle CBE = \frac{1}{2} \angle ABC = 35^\circ$, 最后再根据平行线的性质即可得出 $\angle DEB$ 的度数.

【详解】 解: $\because DE \parallel BC$, $\angle ADE = 70^\circ$,

$$\therefore \angle ABC = \angle ADE = 70^\circ,$$

$\because BE$ 平分 $\angle ABC$,

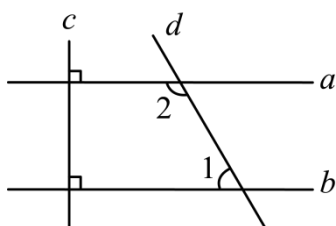
$$\therefore \angle DBE = \angle CBE = \frac{1}{2} \angle ABC = 35^\circ,$$

$\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \angle DEB = \angle CBE = 35^\circ,$$

故答案为: 35° .

14. 如图, 直线 $a \perp c, b \perp c$, 直线 d 与直线 a, b 相交, 若 $\angle 1 = 60^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是_____.



【答案】 120°

【解析】

【分析】 本题考查了平行线判定和性质, 熟记性质是解题的关键.

根据 $a \perp c, b \perp c$ 得出 $a \parallel b$, 再根据两直线平行, 同旁内角互补 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, 代入 $\angle 1 = 60^\circ$ 求解即可.

【详解】 解: $\because a \perp c, b \perp c$,

$$\therefore a \parallel b,$$

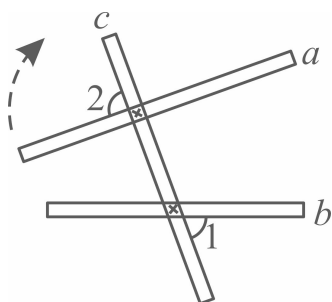
$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ,$$

故答案为: 120°

15. 如图, 将木条 a , b 与木条 c 钉在一起, $\angle 1 = 70^\circ$, 转动木条 b , 当 $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 时, 木条 a 与 b 平行.

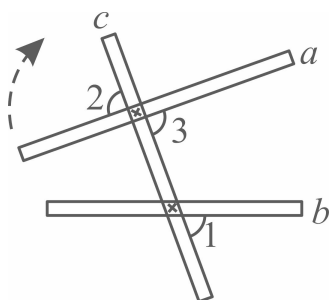


【答案】 70

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行线的判定, 根据题意可知 $\angle 2 = \angle 3$, 再结合“同位角相等, 两直线平行”得出答案.

【详解】 解: 如图,



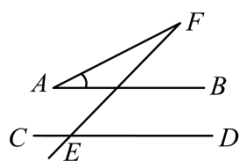
木条转动时 $\angle 2 = \angle 3$.

当 $\angle 3 = \angle 1 = 70^\circ$ 时, $a \parallel b$.

$\therefore$ 当 $\angle 2 = 70^\circ$ 时, 木条 a 与 b 平行.

故答案为: 70.

16. 如图, 已知 $AB \parallel CD$, EF 交 CD 于点 E , $\angle A = 22^\circ$, $\angle DEF = 50^\circ$, 那么 $\angle F = \underline{\hspace{2cm}}$

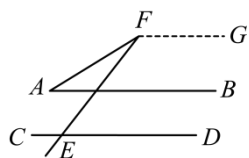


【答案】 28° ## 28 度

【解析】

【分析】 本题考查平行线的性质，熟练掌握平行线的性质是解题的关键；过点 F 作 $FG \parallel AB$ ，由平行线的性质推出 $\angle EFG = 180^\circ - \angle DEF = 130^\circ$ ， $\angle AFG = 180^\circ - \angle A = 158^\circ$ ，再根据 $\angle AFE = \angle AFG - \angle EFG$ ，即可求出 $\angle F$ 的度数.

【详解】 解：如图，过点 F 作 $FG \parallel AB$ ，



$\because AB \parallel CD$,

$\therefore AB \parallel CD \parallel FG$,

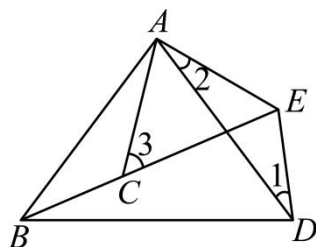
$\because \angle DEF = 50^\circ$, $\angle A = 22^\circ$,

$\therefore \angle EFG = 180^\circ - \angle DEF = 130^\circ$, $\angle AFG = 180^\circ - \angle A = 158^\circ$,

$\therefore \angle AFE = \angle AFG - \angle EFG = 28^\circ$.

故答案为： 28° .

17. 如图，点 B 、 C 、 E 三点在同一直线上，且 $AB = AD$ ， $AC = AE$ ， $BC = DE$ ，若 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 94^\circ$ ，则 $\angle 3 = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$.



【答案】 47

【解析】

【分析】 根据“边边边”证明 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ，再根据全等三角形的性质可得 $\angle ABC = \angle 1$ ， $\angle BAC = \angle 2$ ，然后利用三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角和求出 $\angle 3 = \angle 1 + \angle 2$ ，然后求解即可.

【详解】 解：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中，
$$\begin{cases} AB = AD \\ BC = DE \\ AC = AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE$ (SSS),

$\therefore \angle ABC = \angle 1$, $\angle BAC = \angle 2$,

$\therefore \angle 3 = \angle ABC + \angle BAC = \angle 1 + \angle 2$,

$\because \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 94^\circ$,

$$\therefore 2\angle 3=94^{\circ},$$

$$\therefore \angle 3=47^{\circ}.$$

故答案为：47.

【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定与性质以及三角形的外角等于与它不相邻的两个内角和的性质，熟练掌握三角形全等的判定方法是解题关键.

18. 在 $\triangle ABC$ 中， AD 为边 BC 上的高， $\angle ABC = 40^{\circ}$ ， $\angle CAD = 30^{\circ}$ ，则 $\angle BAC =$ _____

【答案】 20° 或 80°

【解析】

【分析】本题考查三角形内角和定理，掌握三角形内角和是 180° ，分类讨论思想是解题的关键. 分两种情况画出相应的图形，再根据三角形的高以及内角和定理可求出 $\angle BAD$ 的度数，由图形中角的和差关系进行计算即可.

【详解】解：如图 1， $\because AD$ 为边 BC 上的高，

$$\therefore \angle ADC = \angle ADB = 90^{\circ},$$

$$\text{又} \because \angle ABC = 40^{\circ},$$

$$\therefore \angle BAD = 180^{\circ} - 90^{\circ} - 40^{\circ} = 50^{\circ},$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BAD + \angle CAD = 50^{\circ} + 30^{\circ} = 80^{\circ};$$

如图 2， $\because AD$ 为边 BC 上的高，

$$\therefore \angle ADC = \angle ADB = 90^{\circ},$$

$$\text{又} \because \angle ABC = 40^{\circ},$$

$$\therefore \angle BAD = 180^{\circ} - 90^{\circ} - 40^{\circ} = 50^{\circ},$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BAD - \angle CAD = 50^{\circ} - 30^{\circ} = 20^{\circ};$$

故答案为： 20° 或 80° .

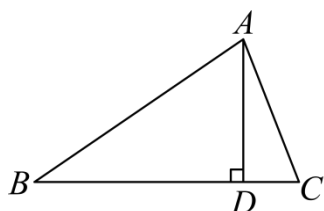


图1

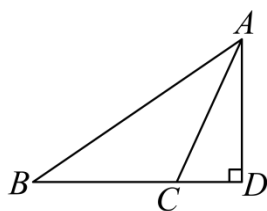
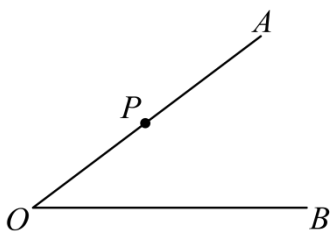


图2

三、解答题：(本大题共 8 题，满分 58 分)

19. 如图，已知点 P 在 $\angle AOB$ 的边 OA 上，按下列语句画图.



- (1) 过点 P 画边 OA 的垂线，交边 OB 于点 M ；
 (2) 过点 P 画边 OB 的垂线，垂足为点 N 。

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】本题考查作图 - 基本作图，垂线等知识，解题的关键是理解垂线的定义，属于基础题。

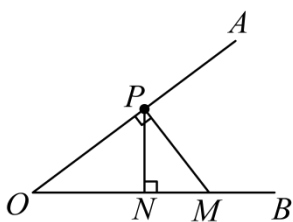
- (1) 根据垂线的定义画出图形即可；
 (2) 根据垂线的定义画出图形即可。

【小问 1 详解】

解：如图，直线 PM 即为所求；

【小问 2 详解】

解：如图，直线 PN 即为所求。



20. 以下是乐乐解不等式组
$$\begin{cases} x-2 < 2x & \text{①} \\ \frac{2x+2}{3} \leq \frac{x}{2}+1 & \text{②} \end{cases}$$
 的部分过程：

解不等式①得， $x-2x < 2$ ． 第一步

$x < -2$ ． 第二步

解不等式②得， $2(2x+2) \leq 3x+1$ ． 第三步

$4x+4 \leq 3x+1$ ． 第四步

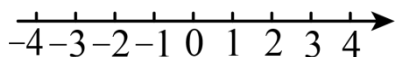
$4x-3x \leq 1-4$ ． 第五步

$x \leq -3$ 第六步

.....

(1) 填空：乐乐的解题步骤存在一步或若干步错误，他所有错误步骤是_____；

(2) 请你写出正确的解答过程，并把解集在数轴上表示出来.



【答案】(1) 第二步，第三步 (2) 见解析

【解析】

【分析】本题主要考查解一元一次不等式组，掌握不等式的性质，不等式解集的取值方法是解题的关键.

(1) 根据不等式的性质判断即可；

(2) 根据不等式的性质分别解出①②的解集，根据不等式组的取值方法“同大取大，同小取小，大小小大中间中，大大小小无解”的方法即可求解，再在数轴表示出来即可.

【小问1 详解】

解：乐乐的解答过程所有错误步骤是第二步，第三步；

【小问2 详解】

解：解不等式①得， $x - 2x < 2$ ，

$x > -2$ ，

解不等式②得， $2(2x + 2) \leq 3x + 6$ ，

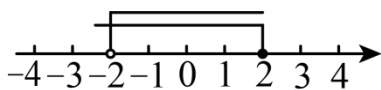
$4x + 4 \leq 3x + 6$ ，

$4x - 3x \leq 6 - 4$ ，

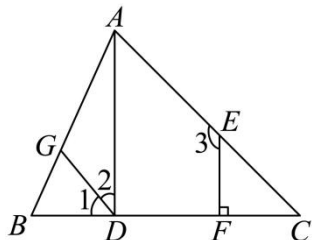
$x \leq 2$ ，

则不等式组的解集为： $-2 < x \leq 2$.

数轴上表示为：



21. 阅读：



如图，已知 $EF \perp BC$ ， $\angle 1 = \angle C$ ， $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$. 求证： $AD \perp BC$.

证明：因为 $\angle 1 = \angle C$ ，

所以 $GD \parallel AC$ (依据 1),

所以 $\angle CAD = \angle 2$ (依据 2),

.....

完成任务:

(1) 上述的证明过程中的“依据 1”和“依据 2”分别是指:

依据 1_____

依据 2_____

(2) 请继续完成本题的证明过程.

【答案】 (1) 同位角相等, 两直线平行; 两直线平行, 内错角相等 (2) 见解析

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的判定和性质, 正确的识别图形是解题的关键.

(1) 根据平行线的判定和性质回答即可;

(2) 由 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, 等量代换推出 $\angle CAD + \angle 3 = 180^\circ$, 推出 $AD \parallel EF$, 再根据 $EF \perp BC$, 即可证明结论.

【小问 1 详解】

解: 依据 1: 同位角相等, 两直线平行;

依据 2: 两直线平行, 内错角相等;

【小问 2 详解】

证明: 因为 $\angle 1 = \angle C$,

所以 $GD \parallel AC$ (同位角相等, 两直线平行),

所以 $\angle CAD = \angle 2$ (两直线平行, 内错角相等),

因为 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$,

所以 $\angle CAD + \angle 3 = 180^\circ$ (等量代换),

所以 $AD \parallel EF$ (同旁内角互补, 两直线平行),

因为 $EF \perp BC$, 即 $\angle EFC = 90^\circ$,

所以 $\angle ADC = \angle EFC = 90^\circ$ (两直线平行, 同位角相等),

所以 $AD \perp BC$ (垂直的定义).

22. 学校每年的 3 月 14 日举行数学节“ π Day”, 为了给本次“ π Day”做准备, 小海和小华到文具店去购买 A、B 两种魔方, 文具店里 A、B 两种魔方的单价分别为 16 元和 22 元. 下面是小海与小华的对话:

小海：购买 A, B 两种魔方共 30 件；

小华：购买的 B 种魔方的数量不少于 A 种魔方的数量；

根据小海和小华的对话，完成下面的问题：

(1) 小海和小华最多购买几个 A 种魔方？

(2) 如果学校规定购买 A, B 两种魔方总费用不超过 582 元，那么有几种购买方案？请通过计算说明每一种购买方案.

【答案】 (1) 最多购买 15 个 A 种魔方 (2) 见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查一元一次不等式的应用.

(1) 设购买 A 种魔方 x 件，则购买 B 种魔方 $(30-x)$ 件，根据 B 种魔方的数量不少于 A 种魔方的数量即可解答；

(2) 结合两种魔方得单价列出不等式求得可能的情况，再结合单价求出购买方案.

【小问 1 详解】

解：设购买 A 种魔方 x 件，则购买 B 种魔方 $(30-x)$ 件，

根据题意 $30-x \geq x$ ，

解得： $x \leq 15$ ，

$\because x$ 为正整数，

$\therefore x$ 的最大值为 15，

答：最多购买 15 个 A 种魔方；

【小问 2 详解】

解：设购买 A 种魔方 x 件，则购买 B 种魔方 $(30-x)$ 件，

根据题意 $16x + 22(30-x) \leq 582$ ，

解得： $x \geq 13$ ，

$\because x$ 为正整数， $x \leq 15$

$\therefore x$ 的值为 13, 14, 15，

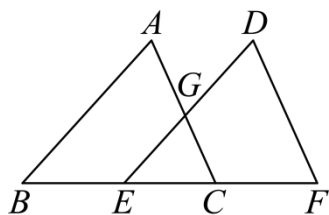
则有三种购买方案：

方案一：购买 A 种魔方 13 件，购买 B 种魔方 17 件，总费用为 $16 \times 13 + 22 \times 17 = 582$ 元；

方案二：购买 A 种魔方 14 件，购买 B 种魔方 16 件，总费用为 $16 \times 14 + 22 \times 16 = 576$ 元；

方案三：购买A种魔方15件，购买B种魔方15件，总费用为 $16 \times 15 + 22 \times 15 = 570$ 元.

23. 如图，已知B、E、C、F在同一条直线上， $AB = DE$ ， $AB \parallel DE$ ， $BE = CF$ ，AC与DE交于点G.



(1) 求证： $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ；

(2) 若 $\angle B = 50^\circ$ ， $\angle F = 70^\circ$ ，求 $\angle EGC$ 的度数.

【答案】(1) 见解析 (2) $\angle EGC = 60^\circ$

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质，平行线的性质，三角形内角和定理. 解题的关键在于对知识的熟练掌握与灵活运用.

(1) 由 $BE = CF$ 得 $BC = EF$ ，根据平行线的性质求出 $\angle B = \angle DEF$ ，然后根据SAS可证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ；

(2) 根据全等三角形的性质求出 $\angle ACB = \angle F = 70^\circ$ ，由三角形内角和定理可得 $\angle A = 60^\circ$ ，根据平行线的性质可求 $\angle EGC$ 的度数.

【小问1详解】

证明： $\because BE = CF$ ，

$\therefore BE + EC = CF + EC$ ，

即 $BC = EF$ ，

$\because AB \parallel DE$ ，

$\therefore \angle B = \angle DEF$ ，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，

$$\begin{cases} AB = DE \\ \angle B = \angle DEF \\ BC = EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS)；

【小问2详解】

解：由(1)知， $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，

$$\therefore \angle ACB = \angle F = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle B - \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore AB \parallel DE,$$

$$\therefore \angle EGC = \angle A = 60^\circ.$$

24. 在学习了《相交线与平行线》后，数学小组进行探究平行线的“等角转化”功能的活动.

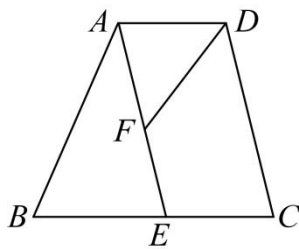


图 1

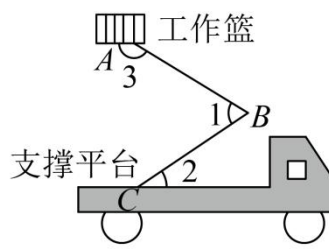


图 2

(1) 如图 1, 已知 $\angle CDF + \angle DFE = 180^\circ$, $\angle C = \angle DAE$.

①求证: $AD \parallel BC$;

②探究 $\angle ADF$, $\angle AEB$ 与 $\angle DFE$ 之间有怎样的数量关系? 并说明理由:

(2) 实际应用: 如图 2 是路灯维护工程车的工作示意图, 工作篮与支撑平台平行, 如果 $\angle 1 = 76^\circ$, 那么 $\angle 3 - \angle 2$ 的度数为_____

【答案】 (1) ①见解析; ② $\angle DFE = \angle ADF + \angle AEB$, 理由见解析

(2) 104°

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质与判定, 添加平行线求解是解答的关键.

(1) ①根据同旁内角互补两直线平行, 即可得 $AE \parallel DC$, 根据平行线的性质可得 $\angle AEB = \angle C$, 结合已知条件得出 $\angle AEB = \angle DAE$, 根据内错角相等两直线平行, 即可得证;

②过点 F 作 $FG \parallel AD$, 根据两直线平行, 内错角相等得出 $\angle DFG = \angle ADF$, $\angle GFE = \angle AEB$, 进而即可求解;

(2) 过点 B 作 $DB \parallel CF$, 根据题意以及平行线的性质得出, $\angle 3 - \angle 2 = 180^\circ - \angle 1$, 即可求解.

【小问 1 详解】

①证明: $\because \angle CDF + \angle DFE = 180^\circ$,

$$\therefore AE \parallel DC,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle C$$

$$\therefore \angle C = \angle DAE$$

$$\therefore \angle AEB = \angle DAE$$

$$\therefore AD \parallel BC;$$

② $\angle DFE = \angle ADF + \angle AEB$ ，理由如下，

如图所示，过点 F 作 $FG \parallel AD$

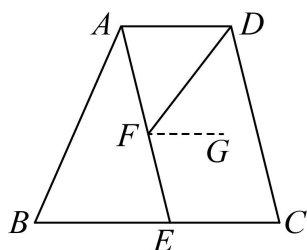


图 1

$$\therefore \angle DFG = \angle ADF$$

$$\therefore AD \parallel BC$$

$$\therefore FG \parallel BC$$

$$\therefore \angle GFE = \angle AEB$$

$$\therefore \angle DFE = \angle DFG + \angle EFG = \angle ADF + \angle AEB;$$

【小问 2 详解】

解：如图所示，过点 B 作 $DB \parallel CF$ ，

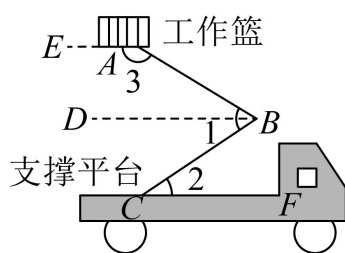


图 2

依题意， $AE \parallel CF$ ，

$$\therefore AE \parallel BD$$

$$\therefore \angle DBC = \angle 2, \quad \angle 3 + \angle DBA = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle 1 - \angle DBA, \quad \angle 1 = 76^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 - \angle 2 = \angle 3 - \angle DBC = \angle 3 - (\angle 1 - \angle DBA) = \angle 3 + \angle DBA - \angle 1 = 180^\circ + 76^\circ = 104^\circ.$$

25. 如果一元一次方程的根是一元一次不等式组的解，那么我们把这个一元一次方程叫作为这个不等式组的

关联方程.

(1) 在方程① $2x = 7$; ② $x + 1 = 0$; ③ $x - (3x + 1) = -5$ 中, 不等式组 $\begin{cases} -x + 2 > x - 5 \\ 3x - 1 > -x + 2 \end{cases}$ 的关联方程是_____. (只需填序号)

(2) 如果不等式组 $\begin{cases} -x + 2 > x - 5 \\ 3x - 1 > -x + 2 \end{cases}$ 的某个关联方程的根是整数, 那么这个关联方程可以是_____. (写出一个即可)

(3) 如果方程 $2x - 4 = 0$ 是关于 x 的不等式组 $\begin{cases} -x + 2 > x - m \\ 3x - 1 \leq m \end{cases}$ 的关联方程, 请求出 m 的取值范围.

【答案】(1) ③ (2) $2x - 1 = 5$ (答案不唯一)

(3) m 的取值范围为 $m \geq 5$

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次方程与一元一次不等式组, 理解关联方程的意义并正确求解是解题的关键.

(1) 分别求出 3 个方程的解, 求出一元一次不等式组的解集, 根据关联方程的概念即可判断;

(2) 求出不等式组的解集, 根据关联方程的概念写出一个方程即可;

(3) 求出不等式组中每个不等式的解集, 则方程 $2x - 4 = 0$ 的解满足每个解集, 从而求得 m 的范围.

【小问 1 详解】

解: 解 $2x = 7$ 得 $x = \frac{7}{2}$; 解 $x + 1 = 0$ 得 $x = -1$; 解 $x - (3x + 1) = -5$ 得 $x = 2$,

解不等式组 $\begin{cases} -x + 2 > x - 5 \\ 3x - 1 > -x + 2 \end{cases}$ 得 $\frac{3}{4} < x < \frac{7}{2}$;

则 $x = \frac{7}{2}$, $x = -1$ 不是不等式组的解, $x = 2$ 是不等式组的解,

$\therefore x - (3x + 1) = -5$ 是不等式组的关联方程;

故答案为: ③;

【小问 2 详解】

解: 由于不等式组 $\begin{cases} -x + 2 > x - 5 \\ 3x - 1 > -x + 2 \end{cases}$ 的解集为 $\frac{3}{4} < x < \frac{7}{2}$, 此范围的整数有 1, 2, 3;

而方程 $2x - 1 = 5$ 的解为 $x = 3$, 则方程 $2x - 1 = 5$ 是不等式组 $\begin{cases} -x + 2 > x - 5 \\ 3x - 1 > -x + 2 \end{cases}$ 的关联方程;

故答案为: $2x - 1 = 5$ (答案不唯一);

【小问 3 详解】

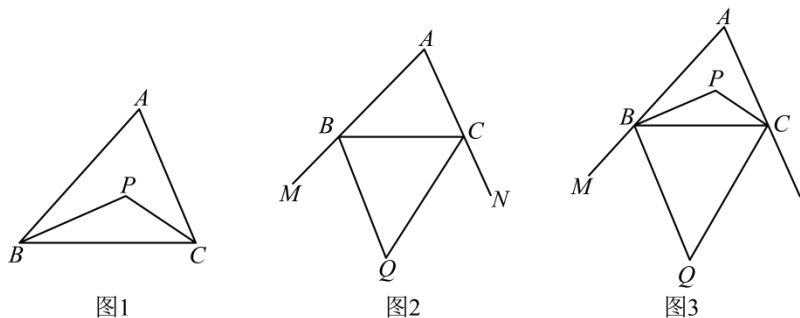
解：解关于 x 的不等式组 $\begin{cases} -x+2 > x-m \\ 3x-1 \leq m \end{cases}$ ，得 $\begin{cases} x < \frac{2+m}{2} \\ x \leq \frac{m+1}{3} \end{cases}$ ；

解 $2x-4=0$ 得 $x=2$ ；

由题意得： $\begin{cases} 2 < \frac{2+m}{2} \\ 2 \leq \frac{m+1}{3} \end{cases}$ ，解得： $m \geq 5$ ；

故 m 的取值范围为 $m \geq 5$ 。

26. 综合与实践



(1) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的平分线交于点 P , 如果 $\angle A = 50^\circ$, 那么 $\angle BPC =$ _____.

(2) 如图 2, 作 $\triangle ABC$ 外角 $\angle MBC$ 、 $\angle NCB$ 的平分线交于点 Q , 试求出 $\angle Q$ 、 $\angle A$ 之间的数量关系.

(3) 如图 3, 延长 BP 、 CQ 交于点 E , 在 $\triangle BQE$ 中, 存在一个内角等于另一个内角的 4 倍, 请直接写出 $\angle A$ 的度数.

【答案】(1) 115°

(2) $\angle Q = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$

(3) 36° 或 45° 或 135° 或 144°

【解析】

【分析】(1) 运用三角形的内角和定理及角平分线的定义, 首先求出 $\angle ABC + \angle ACB$, 进而求出 $\angle BPC$ 即可解决问题;

(2) 根据三角形的外角性质分别表示出 $\angle MBC$ 与 $\angle NCB$, 再根据角平分线的性质可求得 $\angle CBQ + \angle BCQ$, 最后根据三角形内角和定理即可求解;

(3) 在 $\triangle BQE$ 中, 由于 $\angle Q = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$, 求出 $\angle E = \frac{1}{2}\angle A$, $\angle EBQ = 90^\circ$, 所以如果 $\triangle BQE$ 中, 存在

一个内角等于另一个内角的 3 倍，那么分四种情况进行讨论：① $\angle EBQ = 4\angle E = 90^\circ$ ；

② $\angle EBQ = 4\angle Q = 90^\circ$ ；③ $\angle Q = 4\angle E$ ；④ $\angle E = 4\angle Q$ ；分别列出方程，求解即可.

【小问 1 详解】

解： $\because \angle A = 50^\circ$.

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 130^\circ,$$

$\because$ 点 P 是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线的交点,

$$\therefore \angle BPC = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = 180^\circ - \frac{1}{2} \times 130^\circ = 115^\circ,$$

【小问 2 详解】

解： $\because$ 外角 $\angle MBC$ ， $\angle NCB$ 的角平分线交于点 Q ,

$$\therefore \angle QBC + \angle QCB = \frac{1}{2}(\angle MBC + \angle NCB)$$

$$= \frac{1}{2}(360^\circ - \angle ABC - \angle ACB)$$

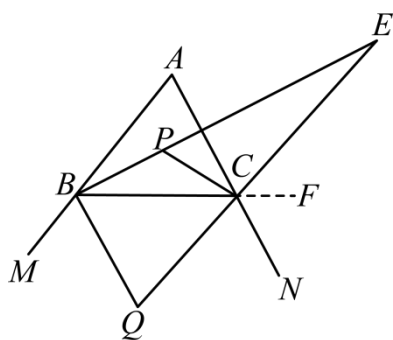
$$= \frac{1}{2}(180^\circ + \angle A)$$

$$= 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A,$$

$$\therefore \angle Q = 180^\circ - \left(90^\circ + \frac{1}{2}\angle A\right) = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A;$$

【小问 3 详解】

解： 延长 BC 至 F ,



$\because CQ$ 为 ABC 的外角 $\angle NCB$ 的角平分线,

$\therefore CE$ 是 ABC 的外角 $\angle ACF$ 的平分线,

$$\therefore \angle ACF = 2\angle ECF,$$

$\because BE$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABC = 2\angle EBC,$$

$$\therefore \angle ECF = \angle EBC + \angle E,$$

$$\therefore 2\angle ECF = 2\angle EBC + 2\angle E, \text{ 即 } \angle ACF = \angle ABC + 2\angle E,$$

$$\text{又} \therefore \angle ACF = \angle ABC + \angle A,$$

$$\therefore \angle A = 2\angle E, \text{ 即 } \angle E = \frac{1}{2}\angle A;$$

$$\therefore \angle EBQ = \angle EBC + \angle CBQ$$

$$= \frac{1}{2}\angle ABC + \frac{1}{2}\angle MBC$$

$$= \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle A + \angle ACB) = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle Q + \angle E = 90^\circ;$$

如果 $\triangle BQE$ 中, 存在一个内角等于另一个内角的 4 倍, 那么分四种情况:

$$\textcircled{1} \angle EBQ = 4\angle E = 90^\circ, \text{ 则 } \angle E = 22.5^\circ, \angle A = 2\angle E = 45^\circ;$$

$$\textcircled{2} \angle EBQ = 4\angle Q = 90^\circ, \text{ 则 } \angle Q = 22.5^\circ, \angle E = 67.5^\circ, \angle A = 2\angle E = 135^\circ;$$

$$\textcircled{3} \angle Q = 4\angle E, \text{ 则 } \angle E = 18^\circ, \text{ 解得 } \angle A = 36^\circ;$$

$$\textcircled{4} \angle E = 4\angle Q, \text{ 则 } \angle E = 72^\circ, \text{ 解得 } \angle A = 144^\circ.$$

综上所述, $\angle A$ 的度数是 36° 或 45° 或 135° 或 144° .

【点睛】 本题是三角形综合题, 考查了三角形内角和定理、外角的性质, 角平分线定义等知识; 灵活运用三角形的内角和定理、外角的性质进行分类讨论是解题的关键.