

2024 学年第二学期期中阶段练习

七年级数学学科

(时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 已知 $a < b$, 下列不等式变形正确的是 ()

A. $a+1 > b+1$

B. $3a < 3b$

C. $a-b > 0$

D. $a^2 > b^2$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了不等式的性质, 根据不等式的性质, 逐一判断即可解答.

【详解】 解: A、 $\because a < b$,

$$\therefore a+1 < b+1,$$

故 A 不符合题意;

B、 $\because a < b$,

$$\therefore 3a < 3b,$$

故 B 符合题意;

C、 $\because a < b$,

$$\therefore a-b < 0,$$

故 C 不符合题意;

D、 $\because a < b$,

$$\therefore a^2 > b^2 \text{ 不一定成立}$$

故 D 不符合题意;

故选: B.

2. 圆圆想要用一根笔直的铁丝从两处弯曲后围成一个三角形. 如图, 这根铁丝 AB 的长度为 100cm, 圆圆从 M , N 两处弯曲, 其中 $AM < AN$, 她一定不能成功的是 ()



A. $10\text{cm} < AM < 30\text{cm}$

B. $20\text{cm} < 4M < 40\text{cm}$

C. $30\text{cm} < AM < 40\text{cm}$

D. $50\text{cm} < AM < 60\text{cm}$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查三角形的三边关系，解一元一次不等式，正确理解三角形的三边关系是解题的关键．根据“两边之和大于第三边，两边之差小于第三边”列出不等式，即可解答．

【详解】 解： $\because AM, MN, NB$ 能构成三角形，

$$\therefore AM < MN + NB = BM,$$

$$\therefore AM < 100 - AM,$$

$$\text{解得 } AM < 50,$$

$$\text{又 } \because AM > 0,$$

$$\therefore 0 < AM < 50,$$

$\therefore$ 选项 D 不符合要求．

故选 D．

3. 反证法是初中数学中的一种证明方法，在中国古代数学发展的过程中起到了促进作用，比如墨子谈到“学之益也，说在诽者”，是通过证明“学习无益”的命题为假，以此才说明“学习有益”的命题为真，这就是反证法的例子．若我们用反证法证明命题“已知：在 ABC 中， $AB = AC$ ，求证： $\angle B < 90^\circ$ ”时，应假设（ ）

A. $\angle B > 90^\circ$

B. $\angle B \geq 90^\circ$

C. $\angle B \leq 90^\circ$

D. $\angle B \neq 90^\circ$

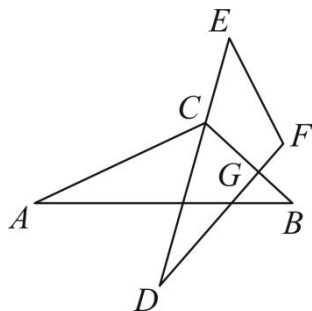
【答案】 B

【解析】

【分析】 此题考查了反证法的证明的第一步，注意从结论的反面出发假设是解题关键．反证法即假设结论的反面成立，即可得出答案．

【详解】 解：用反证法证明命题“已知：在 ABC 中， $AB = AC$ ，求证： $\angle B < 90^\circ$ ”时，应假设 $\angle B \geq 90^\circ$ ．
故选：B．

4. 如图，已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， CD 平分 $\angle BCA$ ， BC 与 DF 交于点 G ．若 $\angle D = 30^\circ$ ， $\angle CGF = 88^\circ$ ，则 $\angle E$ 的度数是（ ）



A. 50°

B. 44°

C. 34°

D. 30°

【答案】C

【解析】

【分析】先由三角形的外角性质得 $\angle BCD = \angle CGF - \angle D = 58^\circ$ ，根据角平分线的定义得到 $\angle ACB = 2 \times 58^\circ = 116^\circ$ ，根据全等三角形的性质得到 $\angle DFE = \angle ACB = 116^\circ$ ，根据三角形内角和列式计算，即可作答．本题考查了三角形的内角和，三角形的外角性质，角平分线的定义，以及全等三角形的性质，正确掌握相关性质内容是解题的关键．

【详解】解： $\because \angle CGF = \angle D + \angle BCD$ ， $\angle D = 30^\circ$ ， $\angle CGF = 88^\circ$ ，

$$\therefore \angle BCD = \angle CGF - \angle D = 88^\circ - 30^\circ = 58^\circ,$$

$\because CD$ 平分 $\angle BCA$ ，

$$\therefore \angle ACD = \angle BCD = 58^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 2 \times 58^\circ = 116^\circ$$

$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，

$$\therefore \angle DFE = \angle ACB = 116^\circ,$$

$$\therefore \angle E = 180^\circ - 30^\circ - 116^\circ = 34^\circ,$$

故选：C．

5. 下列命题中，是真命题的是（ ）

- A. 两直线平行，同旁内角相等
- B. 两个锐角的和是钝角
- C. 任何数的平方都大于 0
- D. 平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查定理，熟练掌握定理是解题的关键．根据定理进行判断即可．

【详解】解：两直线平行，同旁内角互补，故选项 A 不符合题意；

两个锐角的和可能是锐角，直角或者钝角，故选项 B 不符合题意；

任何数的平方都大于等于 0，故选项 C 不符合题意；

平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直，故选项 D 符合题意；

故选 D．

6. 已知 ABC 三边长分别为 a 、 b 、 c ，可判断表达式 $b^2 - a^2 - c^2 - 2ac$ 的符号为（ ）

A. 正

B. 负

C. 零

D. 不能判断

【答案】 B

【解析】

【分析】 此题主要考查因式分解的应用. 把代数式 $b^2 - a^2 - c^2 - 2ac$ 因式分解, 再根据三角形的三边关系即可判断.

【详解】 解: $b^2 - a^2 - c^2 - 2ac$

$$= b^2 - (a^2 + c^2 + 2ac)$$

$$= b^2 - (a + c)^2$$

$$[b - (a + c)][b + (a + c)],$$

因为 a 、 b 、 c 为三角形三边长, 所以 $b - (a + c) < 0$, $b + (a + c) > 0$,

所以原式小于零.

故选: B.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. “ x 的 3 倍比 y 小” 用不等式表示为_____.

【答案】 $3x < y$

【解析】

【分析】 本题考查了列不等式, 根据题意列出不等式即可, 理解题意是解题的关键.

【详解】 解: 由题意得, $3x < y$,

故答案为: $3x < y$.

8. 不等式 $-2x > 0$ 的解集是_____.

【答案】 $x < 0$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式, 把不等式两边同时除以 -2 即可得到答案.

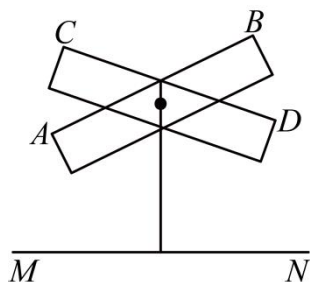
【详解】 解: $\because -2x > 0$,

$\therefore$ 不等式两边同时除以 -2 得: $x < 0$,

故答案为: $x < 0$.

9. 如图, 当风车的一片叶子 AB 旋转到与地面 MN 平行时, 叶子 CD 所在的直线与地面 MN _____, 理由

是_____.



【答案】 ①. 相交 ②. 过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行

【解析】

【分析】 本题考查了平行与相交，熟知平行于同一条直线的两条直线互相平行是解题的关键.
根据 AB 不平行于 CD ， $AB \parallel MN$ 来判定 CD 与 MN 的关系.

【详解】 解： $\because AB$ 不平行于 CD ， $AB \parallel MN$ ，
 $\therefore CD$ 不平行于 MN （过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行）
即 CD 所在的直线与地面 MN 相交.

故答案为：相交；过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行.

10. 写出命题“全等三角形的面积相等”的逆命题，并判断逆命题是真命题还是假命题：逆命题是：_____
_____，这个命题是 _____命题.（填“真”或“假”）

【答案】 ①. 面积相等的两个三角形全等 ②. 假

【解析】

【分析】 本题考查的是命题的真假判断及逆命题的概念，正确写出原命题的逆命题时解题的关键. 两个命题中，如果第一个命题的条件是第二个命题的结论，而第一个命题的结论又是第二个命题的条件，那么这两个命题叫做互逆命题，其中一个命题称为另一个命题的逆命题. 先根据逆命题的概念写出原命题的逆命题，再根据全等三角形的判定定理判断即可.

【详解】 解：命题“全等三角形的面积相等”的逆命题是面积相等的两个三角形全等，是假命题.
故答案为：面积相等的两个三角形全等；假.

11. 不超过 a 的最大整数是 5，试用不等式表示 a 应满足的条件：_____.

【答案】 $5 \leq a < 6$ 或 $6 > a \geq 5$

【解析】

【分析】 本题考查不等式的定义，熟练根据题意转换为 a 的范围是解题的关键. 利用不超过 a 的最大整数是 5，分别探索上限和下限即可得出结果.

【详解】 解：由不超过 a 的最大整数是 5，

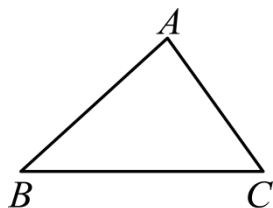
当 $a \leq 5$ 时，不超过 a 的最大整数小于 5；

当 $a > 6$ 时，不超过 a 的最大整数大于等于 6；

当 $5 \leq a < 6$ 时，不超过 a 的最大整数是 5，

故答案为： $5 \leq a < 6$.

12. 如图所示为一张锐角三角形纸片 ABC ，小明想要通过折纸的方式折出如下线段：① BC 边上的中线 AD ；② $\angle A$ 的平分线 AE ；③ BC 边上的高 AF . 根据所学知识与相关活动经验可知，上述三条线段中，能够通过折纸折出的是_____.



【答案】 ①②③

【解析】

【分析】 本题考查的是轴对称的性质，涉及到图形的翻折变换，三角形的角平分线、中线以及高线，掌握三角形的角平分线、中线以及高线的几何意义是解题的关键. 根据三角形的中线，角平分线以及高的定义作答即可.

【详解】 解：① BC 边上的中线 AD ：如图 1，使点 B 、 C 重合，中点为点 D ，连接 AD ，此时 AD 即为 BC 边上的中线；

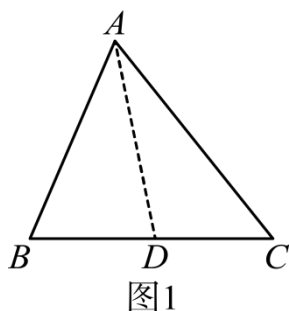


图1

② $\angle A$ 的平分线 AE ：如图 2，沿直线 AE 折叠，使 AB 与 AC 重叠，此时 AE 即为 BC 边上的角平分线；

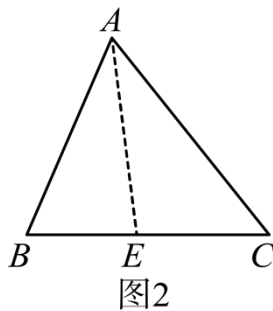


图2

③ BC 边上的高 AF ：如图 3，沿直线 AF 折叠，使 BF 与 CF 重合，此时 AF 即为 BC 边上的高。

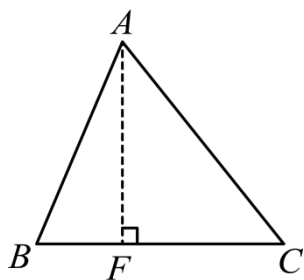
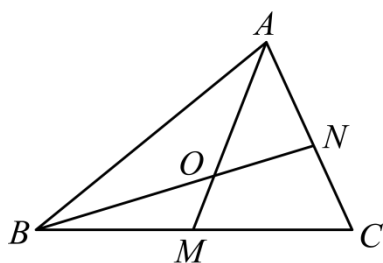


图3

综上所述，所有能够通过折纸折出的有①②③。

故答案为：①②③。

13. 如图， ABC 的两条中线 AM ， BN 相交于点 O ，已知 $\triangle ABO$ 的面积为 4，则四边形 $MCNO$ 的面积为_____。



【答案】4

【解析】

【分析】本题考查了三角形的面积。解答该题时，需要利用“数形结合”是数学思想。

根据“三角形的中线将三角形分为面积相等的两个三角形”得到，

$S_{ABM} = S_{ACM} = S_{BCN} = S_{ABN} = \frac{1}{2} S_{ABC}$ ，然后结合图形来求四边形 $MCNO$ 的面积。

【详解】解： $\because ABC$ 的两条中线 AM 、 BN 相交于点 O ，

$$\therefore S_{ABM} = S_{ACM} = S_{BCN} = S_{ABN} = \frac{1}{2} S_{ABC},$$

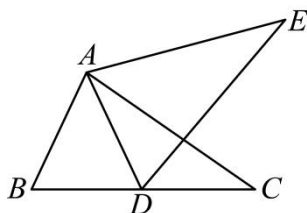
$$\text{即 } S_{ABO} + S_{BOM} = S_{BOM} + S_{\text{四边形}MCNO}.$$

$$\therefore S_{\triangle ABO} = 4,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}MCNO} = 4.$$

故答案为：4。

14. 如图，将 ABC 绕点 A 逆时针旋转 48° 后得到 ADE ，点 D 在 BC 边上，那么 $\angle EDC =$ _____。



【答案】 48° ## 48 度

【解析】

【分析】 此题考查了旋转的性质和等腰三角形的性质，先由旋转性质得出对应角相等，再通过等腰三角形求出角度即可．

【详解】 由旋转可知： $AB = AD$ ， $\angle ABD = \angle ADE$ ， $\angle BAD = 48^\circ$ ，

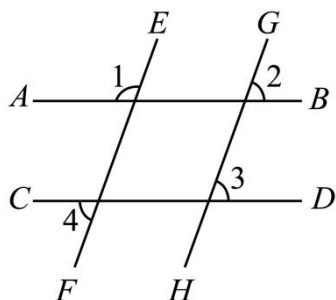
$$\therefore \angle ABD = \angle ADB = \angle ADE = \frac{1}{2}(180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD + \angle ADB + \angle EDC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EDC = 48^\circ,$$

故答案为： 48° ．

15. 如图，如果直线 $EF \parallel GH$ ，那么图中标记的 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 中一定相等的角是_____．

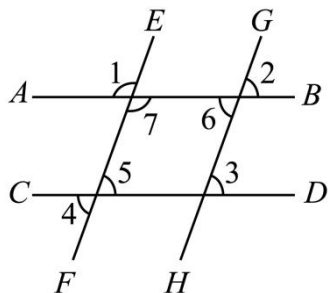


【答案】 $\angle 3 = \angle 4$

【解析】

【分析】 本题考查了对顶角相等、平行线的性质，熟练掌握平行线的性质是解题关键．如图（见解析），先根据对顶角相等可得 $\angle 4 = \angle 5$ ，再根据平行线的性质可得 $\angle 3 = \angle 5$ ，由此即可得出答案．

【详解】 解：如图，由对顶角相等得： $\angle 4 = \angle 5$ ， $\angle 1 = \angle 7$ ， $\angle 2 = \angle 6$ ，



$\therefore EF \parallel GH$ ，

$$\therefore \angle 3 = \angle 5, \quad \angle 6 + \angle 7 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4, \quad \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$$

故答案为: $\angle 3 = \angle 4$.

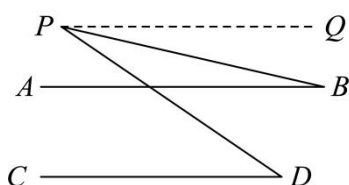
16. 已知直线 $AB \parallel CD$, P 是平面内一点, 若 $\angle BPD = 30^\circ$, $\angle CDP = 20^\circ$, 则 $\angle ABP$ 的度数为_____度.

【答案】10 或 50

【解析】

【分析】此题考查了平行线的判定与性质, 解题的关键是掌握两直线平行, 内错角相等定理的应用; 分为当点 P 在 AB 上方时, 当点 P 在 CD 下方时, 当点 P 在 AB 和 CD 之间时, 分别画图, 根据平行线的判定与性质, 即可求得答案.

【详解】解: 当点 P 在 AB 上方时, 如图, 过点 P 作 $PQ \parallel AB$,



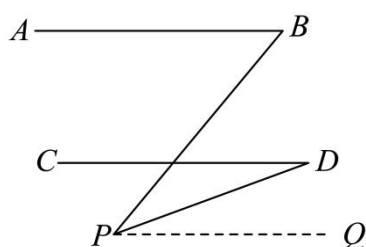
则 $PQ \parallel AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle CDP = \angle DPQ = 20^\circ,$$

$$\because \angle BPD = 30^\circ > \angle DPQ = 20^\circ,$$

$\therefore$ 点 P 不在 AB 上方;

当点 P 在 CD 下方时, 如图, 过点 P 作 $PQ \parallel AB$,



则 $PQ \parallel AB \parallel CD$,

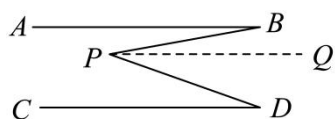
$$\therefore \angle CDP = \angle DPQ = 20^\circ,$$

$$\because \angle BPD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BPQ = \angle BPD + \angle DPQ = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle ABP = \angle BPQ = 50^\circ;$$

当点 P 在 AB 与 CD 中间时, 如图, 过点 P 作 $PQ \parallel AB$,



则 $PQ \parallel AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle CDP = \angle DPQ = 20^\circ, \quad \angle ABP = \angle BPQ,$$

$$\because \angle BPD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABP = \angle BPQ = \angle BPD - \angle DPQ = 10^\circ,$$

综上, $\angle ABP$ 为 10° 或 50° ,

故答案为: 10 或 50.

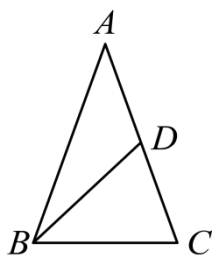
17. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB = AC$, D 是边 AC 上的中点. 连结 BD , BD 将 $\triangle ABC$ 的周长分为 12cm 和 8cm 两部分, 边 BC 的长度为_____.

【答案】 4cm 或 $\frac{28}{3}$ cm

【解析】

【分析】 本题主要考查了等腰三角形的性质、三角形的三边关系等知识点, 熟练掌握有关等腰三角形边的分类讨论及三边关系的确定是解决本题的关键. 先根据题意画出示意图, 然后再利用三角形的中线定义及三角形周长和三角形的三边关系求得三角形三边的长即可.

【详解】 解: 如图,



设 $AB = AC = 2x$ cm, $BC = y$ cm,

$\because BD$ 是中线,

$$\therefore AD = CD = x \text{ cm},$$

$\because BD$ 将 $\triangle ABC$ 的周长分为 12cm 和 8cm 两部分,

若 $AB + AD = 12$ cm, 则 $BC + CD = 8$ cm,

$$\text{即} \begin{cases} 2x + x = 12 \\ x + y = 8 \end{cases},$$

解得: $x = 4, y = 4$

此时, $AB = AC = 8\text{cm}, BC = 4\text{cm}$,

$4 + 8 = 12 > 8$, 能构成三角形, 符合题意;

若 $AB + AD = 8\text{cm}, BC + CD = 12\text{cm}$

$$\text{即} \begin{cases} 2x + x = 8 \\ x + y = 12 \end{cases},$$

解得: $x = \frac{8}{3}, y = \frac{28}{3}$,

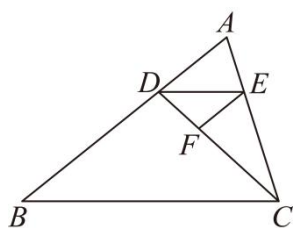
此时, $AB = AC = \frac{16}{3}\text{cm}, BC = \frac{28}{3}\text{cm}$,

$\frac{16}{3} + \frac{16}{3} = \frac{32}{3} > \frac{28}{3}$, 能构成三角形, 符合题意;

综上所述, $BC = 4\text{cm}$ 或 $BC = \frac{28}{3}\text{cm}$.

故答案为: 4cm 或 $\frac{28}{3}\text{cm}$.

18. 定义: 在一个三角形中, 若一个内角的度数是另一个内角的度数的 3 倍, 则这样的三角形称为“优美三角形”. 例如: 三个内角分别为 $100^\circ, 60^\circ, 20^\circ$ 的三角形是“优美三角形”. 如图, 点 D 在 ABC 的边 AB 上, 连接 DC , $\angle BDC > 90^\circ$, 作 $\angle ADC$ 的平分线, 交 AC 于点 E , 在 DC 上取一点 F , 使 $\angle EFC + \angle BDC = 180^\circ$, $\angle DEF = \angle B$. 若 $\triangle BCD$ 是“优美三角形”, 则 $\angle B$ 等于_____.



【答案】 36° ## 36 度

【解析】

【分析】 本题考查三角形内角和定理、邻补角的性质、平行线的判定与性质等知识点, 理解“优美三角形”的定义是解题的关键.

根据邻补角的性质得到 $\angle EFC = \angle ADC$, 根据平行线的性质得到 $\angle DEF = \angle ADE$, 推出 $DE \parallel BC$ 得到 $\angle CDE = \angle BCD$, 根据角平分线的定义得到 $\angle ADE = \angle CDE$ 求得 $\angle B = \angle BCD$, 再根据“优美三角形”

的定义求解即可.

【详解】解: $\because \angle EFC + \angle BDC = 180^\circ$, $\angle ADC + \angle BDC = 180^\circ$,

$$\therefore \angle EFC = \angle ADC,$$

$$\therefore AD \parallel EF,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle ADE,$$

$$\because \angle DEF = \angle B,$$

$$\therefore \angle B = \angle ADE,$$

$$\therefore DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle BCD,$$

$$\because DE \text{ 平分 } \angle ADC,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CDE,$$

$$\therefore \angle B = \angle BCD,$$

$\because \triangle BCD$ 是“优美三角形”, $\angle BDC > 90^\circ$

$$\therefore \angle BDC = 3\angle B,$$

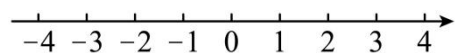
$$\because \angle BDC + \angle BCD + \angle B = 180^\circ, \text{ 即 } 3\angle B + \angle B + \angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 36^\circ.$$

故答案为: 36° .

三、简答题: (本大题共 4 题, 每题 5 分, 满分 20 分)

19. 解不等式: $5(2x-3)+8 < 3(x+7)$, 并把它解集在数轴上表示出来.



【答案】 $x < 4$, 数轴见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查解不等式的基本能力, 严格遵循基本步骤是基础, 不等式两边都除以或乘以一个负数时不等号方向要改变.

根据解不等式的基本步骤, 依次去括号、移项、合并同类项、系数化为 1, 可得不等式的解集, 并表示在数

轴上.

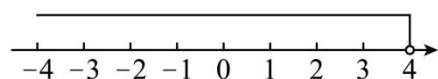
【详解】解：去括号，得： $10x - 15 + 8 < 3x + 21$ ，

移项，得： $10x - 3x < 21 + 15 - 8$ ，

合并同类项，得： $7x < 28$ ，

系数化为 1，得： $x < 4$ ，

在数轴上表示解集如下：



20. 解不等式组：
$$\begin{cases} 3(x-2) \leq 4x-5 \\ \frac{5x-2}{4} < 1+\frac{x}{2} \end{cases}$$
 并写出其整数解

【答案】 $-1 \leq x < 2$ ，整数解为： $-1, 0, 1$

【解析】

【分析】 本题考查求一元一次不等式组的整数解，分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小找不到确定不等式组的解集，进而求出整数解.

【详解】解：
$$\begin{cases} 3x-2 \leq 4x-5 \text{ ①} \\ \frac{5x-2}{4} < 1+\frac{x}{2} \text{ ②} \end{cases}$$

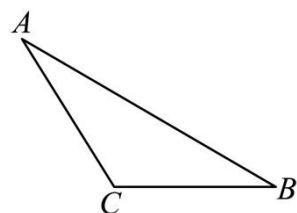
解不等式①得： $x \geq -1$ ，

解不等式②得： $x < 2$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为： $-1 \leq x < 2$ ，

$\therefore$ 整数解为： $-1, 0, 1$.

21. 如图，在 ABC 中，



(1) 画出点 A 到边 BC 的垂线，垂足为 D .

(2) 过点 A 作 BC 的平行线 AE .

(3) 点 A 到直线 BC 的距离是线段_____的长度.

【答案】 (1) 见解析 (2) 见解析

(3) AD

【解析】

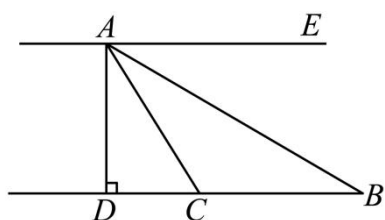
【分析】(1) 根据垂线的画法画图即可；

(2) 根据平行线的画法画图即可；

(3) 根据点到直线的距离的定义：直线外一点到直线的垂线段的长度，叫做点到直线的距离，判断即可。

【小问 1 详解】

解：如图，线段 AD 即为所求；



【小问 2 详解】

如图， AE 即为所求；

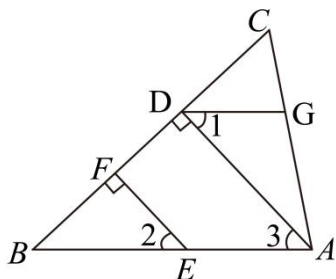
【小问 3 详解】

点 A 到直线 BC 的距离是线段 AD 的长度。

【点睛】本题考查了垂线，平行线，点到直线的距离，掌握相应的画法和定义是解题的关键。

22. 补全下列推理过程：

如图， $EF \perp BC$ ， $AD \perp BC$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，试说明 $DG \parallel BA$



解： $\because EF \perp BC$ ， $AD \perp BC$ ，(已知)，

$\therefore \angle BFE = 90^\circ$ ， $\angle BDA = 90^\circ$ (_____)，

$\therefore \angle BFE = \angle BDA$

$\therefore EF \parallel AD$ (_____)

$\therefore \angle 2 = \angle 3$ (_____)

$\because \angle 1 = \angle 2$ (已知)，

$\therefore$ _____ (等量代换)。

$\therefore DG \parallel AB$ (_____)。

【答案】见解析

【解析】

【分析】 本题考查证明补充条件，平行线的判定和性质，根据条件与结论因果关系，平行线的判定和性质直接填写即可得到答案.

【详解】 解: $\because EF \perp BC, AD \perp BC$ (已知),

$\therefore \angle BFE = \angle BDA = 90^\circ$ (垂直的定义),

$\therefore EF \parallel AD$ (同位角相等, 两直线平行),

$\therefore \angle 2 = \angle 3$ (两直线平行, 同位角相等),

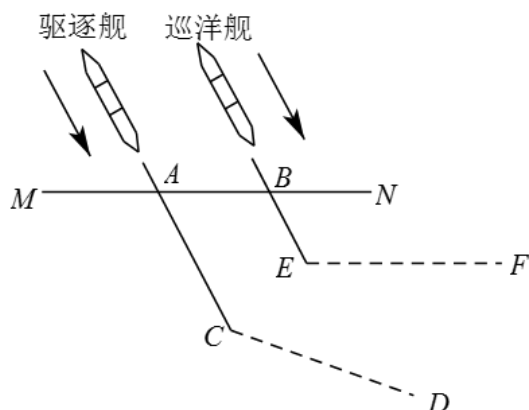
$\because \angle 1 = \angle 2$ (已知),

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ (等量代换),

$\therefore DG \parallel AB$ (内错角相等, 两直线平行).

四、解答题: (本大题共 5 题, 23、24 题 8 分, 25 题 7 分, 26 题 5 分, 27 题 10 分, 满分 38 分)

23. 如图所示是驱逐舰、巡洋舰两艘舰艇参与某次演练的情景, 已知 $\angle MAC = 120^\circ$, $\angle NBE = 60^\circ$.



(1) 已知驱逐舰在 AC 方向上航行, 巡洋舰在 BE 方向上航行, 假设在航行过程中各自航行方向保持不变, 试判断这两艘舰艇会不会相撞? 请说明理由;

(2) 已知驱逐舰到达点 C 后沿 $C-D$ 继续航行, 巡洋舰到达点 E 后沿 $E-F$ 继续航行, 且 $MN \parallel EF$, $\angle ACD = 140^\circ$. 若驱逐舰在原航向上向左转动 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) 后, 才能与巡洋舰航向相同, 求 α 的值.

【答案】 (1) 不会, 理由见解析

(2) 20°

【解析】

【分析】 (1) 根据平行线的判定证明 $AC \parallel BE$, 利用平行线的定义判断即可;

(2) 判断出若与巡洋舰航向相同, 则 $EF \parallel CG$, 利用平行公理得到 $CG \parallel MN$, 求出 $\angle ACG$, 即可求

出 α 的值.

【小问 1 详解】

解: 不会, 理由是:

$$\therefore \angle MAC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle CAN = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle NBE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CAN = \angle NBE,$$

$$\therefore AC \parallel BE,$$

$\therefore$ 这两艘舰艇不会相撞;

【小问 2 详解】

如图, 若要驱逐舰与巡洋舰航向相同,

则 $EF \parallel CG$,

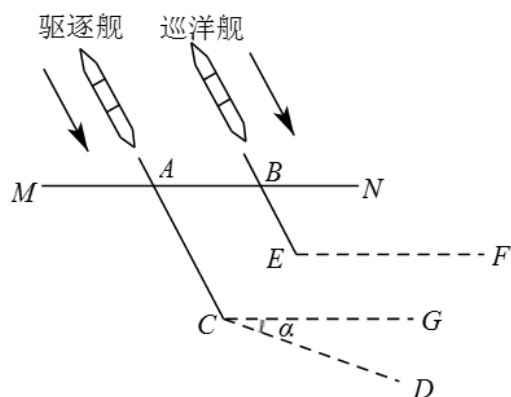
$$\therefore MN \parallel EF,$$

$$\therefore CG \parallel MN,$$

$$\therefore \angle ACG = \angle MAC = 120^\circ,$$

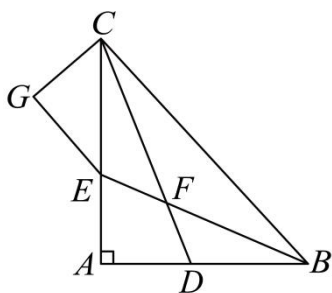
$$\therefore \angle ACD = 140^\circ,$$

$$\therefore \alpha = \angle ACD - \angle ACG = 20^\circ.$$



【点睛】 本题考查了平行线的判定和性质, 平行公理, 解题的关键是读懂题意, 了解实际情景的意义.

24. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, CD, BE 是角平分线, 它们相交于点 F , $EG \parallel BC$, $CG \perp EG$, 垂足为 G .



(1) 求 $\angle BFD$ 的度数;

(2) 求证: $\angle ADC = \angle GCD$.

【答案】(1) 45° ;

(2) 见解析.

【解析】

【分析】本题考查角平分线定义, 平行线的性质, 关键是由三角形外角的性质推出

$$\angle BFD = \angle FBC + \angle FCB = 45^\circ.$$

(1) 根据直角三角形的性质求出 $\angle ABC + \angle ACB = 90^\circ$, 由角平分线定义得到

$$\angle FBC + \angle FCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = 45^\circ, \text{ 由三角形外角的性质得到 } \angle BFD = \angle FBC + \angle FCB = 45^\circ;$$

(2) 由平行线的性质, 垂直的定义推出 $\angle BCG = 90^\circ$, 根据直角三角形的性质及角的和差即可推出 $\angle ADC = \angle DCG$.

【小问 1 详解】

解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$,

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 90^\circ,$$

$\because BE$ 平分 $\angle ABC$, CD 平分 $\angle ACB$,

$$\therefore \angle FBC = \frac{1}{2}\angle ABC, \quad \angle BCF = \frac{1}{2}\angle ACB,$$

$$\therefore \angle FBC + \angle FCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BFD = \angle FBC + \angle FCB = 45^\circ;$$

【小问 2 详解】

证明: $\because EG \parallel BC$, $CG \perp EG$,

$$\therefore CG \perp BC,$$

$$\therefore \angle BCG = 90^\circ,$$

$\because CD$ 平分 $\angle ACB$,

$$\therefore \angle ACD = \angle BCD,$$

$$\because \angle ADC + \angle ACD = \angle DCG + \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle DCG.$$

25. 大课间结束后，“功不唐捐”学习小组的几个同学立即开始讨论数学问题：

小明说：在同一平面内，平行于同一直线的两条直线也平行.

小丽说：在同一平面内，垂直于同一直线的两条直线也垂直.

小军说：你们两人说的命题都是真命题吗？

小红说：我感觉他们两人说的命题好像不都是真命题…

数学老师早就注意到他们的讨论，走过来说：这两个命题中，如果是真命题，请画图，写出已知、求证，并证明（注明理由）；如果是假命题，请举反例画图说明.

下面请你一起完成数学老师所说的任务.

【答案】见解析

【解析】

【分析】 本题考查了命题、平行线的判定与性质，要说明一个命题的正确性，一般需要推理、论证，而判断一个命题是假命题，只需举出一个反例即可. 熟练掌握平行线的判定与性质是解题关键. 证明小明说的命题：如图 1（见解析），先根据平行线的性质可得 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 2 = \angle 3$ ，从而可得 $\angle 1 = \angle 3$ ，再根据平行线的判定即可得证；小丽说的命题，通过画图举出反例即可得.

【详解】 解：命题“在同一平面内，平行于同一直线的两条直线也平行”为真命题.

已知：如图 1， $a \parallel b$ ， $b \perp c$ ，

求证： $a \perp c$ ，

证明：作直线 m 分别于直线 a 、 b 、 c 相交，

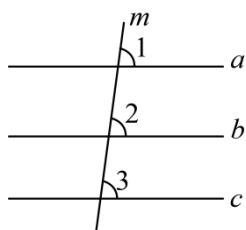


图1

$\because a \parallel b$ （已知），

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ （两直线平行，同位角相等），

$\because b \perp c$ （已知），

$\therefore \angle 2 = \angle 3$ （两直线平行，同位角相等），

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ (等量代换),

$\therefore a \parallel c$ (同位角相等, 两直线平行).

命题“在同一平面内, 垂直于同一直线的两条直线也垂直”为假命题,

如图 2, $b \perp a$, $c \perp a$, 而 $b \not\parallel c$.

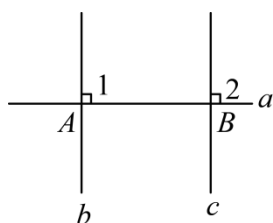


图2

26. 已知: a 、 b 、 c 均是大于等于 0 且小于等于 9 的整数, a 、 b 均不为 0, 两位数 $\overline{bc}$ 是 8 的倍数. 求证:

三位数 $\overline{abc}$ 是 4 的倍数.

【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了因数与倍数.

根据因数与倍数的关系证明即可.

【详解】证明: 三位数 $\overline{abc} = 100a + 10b + c$, $\overline{bc} = 10b + c$,

$\therefore$ 两位数 $\overline{bc}$ 是 8 的倍数, 4 是 8 的因数,

$\therefore$ 两位数 $\overline{bc}$ 是 4 的倍数,

$\therefore 100$ 是 4 的倍数,

$\therefore 100a$ 是 4 的倍数,

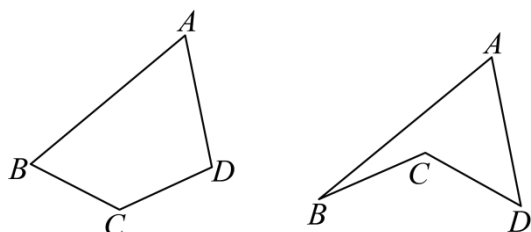
$\therefore$ 三位数 $\overline{abc}$ 是 4 的倍数.

27. 阅读下列材料, 并完成探究

材料一: 化归思想是一种重要的数学思想方法. 其内涵是在研究和解决数学问题时, 采用一定手段将问题进行变换转化, 归结到已经能够解决或比较容易解决的问题中去, 从而使原问题得到解决. 将陌生的问题转化为熟悉的问题, 以便利用已有的知识和经验来解决. 例如在学习二元一次方程组方程的解法时, 可通过消元法转化为一元一次方程来求解. 又如推导平行四边形的面积公式时, 可通过割补法将平行四边形转化为长方形来求面积.

材料二: 多边形: 在平面内, 由一些不在同一条直线上的线段首尾顺次连接且不相交所组成的封闭图

形. 组成多边形的线段至少有 3 条, 比如三角形是最简单的多边形. 凸多边形: 画出多边形的任何一条边所在直线, 如果整个多边形都在这条直线的同一侧, 那么这个多边形就是凸多边形. 与凸多边形相对的是凹多边形, 即存在至少一条边所在直线, 使得多边形的其他各边不都在这条直线的同旁. 如下左图为凸四边形, 下右图为凹四边形. (注意: 本题以下讨论的多边形均为凸多边形)



材料三: 多边形的边: 组成多边形的每一条线段就是多边形的边. 有几条边, 就可以叫做几边形, 如五条边组成的多边形是五边形, 在研究多边形的一般结论时都用 n 边形来表示. 多边形的顶点: 相邻的两条线段的公共端点, 叫做多边形的顶点. 多边形的内角: 多边形相邻两边所组成的角, 称为多边形的内角. 多边形的对角线: 连接多边形两个不相邻顶点的线段. 多边形的外角: 多边形内角的一边与另一边的反向延长线所组成的角. 在每一个顶点处会产生两个这样的角, 它们相等, 通常只取其中一个. 多边形的外角和: 在多边形的每一个顶点处取这个多边形的一个外角, 这些外角的和就是多边形的外角和.

(1) 我们已经学习过三角形内角和是 180° , 那么四边形的内角和是几度呢? 请写出具体过程 (提示: 可利用化归的思想方法来研究), 画出示意图

(2) 我们已经学习过三角形外角和是 360° , 那么四边形的外角和是几度呢? 请写出具体过程, 画出示意图

(3) 对于多边形的内角和与外角和, 你还能探究出更一般化的结论吗? 请至少得到 2 个结论并写出简要过程, 画出示意图

【答案】 (1) 四边形的外角和是 360 度, 过程见解析

(2) 四边形的外角和是 360 度, 过程见解析

(3) 多边形的内角和为 $(n-2)180^\circ$, 结论 2: 多边形的外角和为 360° . 说明如见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形外角和、多边形的内角和与外角和问题, 灵活运用转化思想成为解题的关键.

(1) 将四边形内角和转化成两个三角形内角和求解即可;

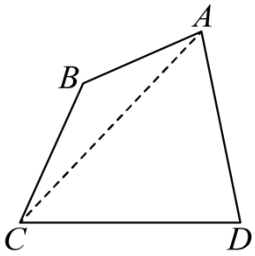
(2) 将四边形外角和转化成邻补角和四边形的内角和求解即可;

(3) 将 n 边形的内角和转化成 n 个三角形内角和与圆周角问题, 将 n 边形的外角和转化成邻补角与 n 边形内角和问题解答即可.

【小问 1 详解】

解：四边形的外角和是 360 度，过程如下：

如图：连接 AC



$$\because \angle B + \angle BAC + \angle CAB = 180^\circ, \angle D + \angle DAC + \angle DCA = 180^\circ,$$

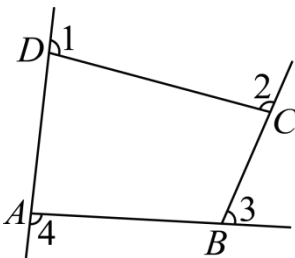
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的内角为：

$$\begin{aligned} & \angle BAD + \angle B + \angle BCD + \angle D \\ &= \angle BAC + \angle DAC + \angle B + \angle BCD + \angle ACB + \angle D \\ &= (\angle B + \angle BAC + \angle CAB) + (\angle D + \angle DAC + \angle DCA) \\ &= 180^\circ + 180^\circ \\ &= 360^\circ. \end{aligned}$$

【小问 2 详解】

解：四边形的外角和是 360 度，过程如下：

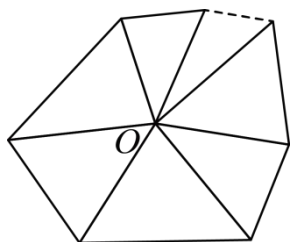
$$\begin{aligned} & \because \angle ADC + \angle DCB + \angle ABD + \angle DAB = 360^\circ, \\ & \angle 1 = 180^\circ - \angle ADC, \angle 2 = 180^\circ - \angle DCB, \angle 3 = 180^\circ - \angle ABD, \angle 4 = 180^\circ - \angle DAB, \\ & \therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 \\ &= 180^\circ - \angle ADC + 180^\circ - \angle DCB + 180^\circ - \angle ABD + 180^\circ - \angle DAB \\ &= 4 \times 180^\circ - (\angle ADC + \angle DCB + \angle ABD + \angle DAB) \\ &= 720^\circ - 360^\circ \\ &= 360^\circ. \end{aligned}$$



【小问 3 详解】

解：结论 1：多边形的内角和为 $(n-2)180^\circ$ ，结论 2：多边形的外角和为 360° ．说明如下：

结论 1：如图：



将 n 边形分成 n 个三角形，则 n 边形的内角和为 $180^\circ n - 360^\circ = 180^\circ(n-2)$ ；

结论 2： n 边形的每个顶点由外角与相邻内角是邻补角，则 n 边形的外角和为：

$$180^\circ n - 180^\circ(n-2) = 360^\circ.$$