

2024 学年第二学期七年级数学期中

诊断评估卷

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的）

1. 下列不等式中属于一元一次不等式的是（ ）

- A. $x \leq 0$ B. $8x^5 - 1 \geq 7x$ C. $4xy > 5 - 3y$ D. $5 + 2 < 9$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了一元一次不等式的定义，理解一元一次不等式的定义是解题的关键。根据一元一次不等式的定义求解即可。含有一个未知数，未知数的次数是 1 的不等式，叫做一元一次不等式。

【详解】解：A. 含有一个未知数，次数为 1，不等式两边是整式，属于一元一次不等式，故本选项符合题意；

B. $8x^5 - 1 \geq 7x$ ，含有一个未知数，但未知数的最高次数是 5，不属于一元一次不等式，故本选项不符合题意；

C. $4xy > 5 - 3y$ ，含有两个未知数，不属于一元一次不等式，故本选项不符合题意；

D. $5 + 2 < 9$ ，没有未知数，不属于一元一次不等式，故本选项不符合题意；

故选：A.

2. 下列说法中，正确的是（ ）

- A. 两直线平行，同旁内角相等
B. 相等的角是对顶角
C. 同位角相等
D. 平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直

【答案】D

【解析】

【分析】此题考查平行线的性质、命题与定理，根据平行线的性质，对顶角和垂直的判定解答即可。

【详解】解：A、两直线平行，同旁内角互补，原命题是假命题，不符合题意；

B、相等的角不一定是对顶角，原命题是假命题，不符合题意；

C、两直线平行，同位角相等，原命题是假命题，不符合题意；

D、平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直，是真命题，符合题意；

故选：D.

3. 下列条件中能组成三角形的是 ()

A. 5cm, 7cm, 13cm

B. 3cm, 5cm, 9cm

C. 6cm, 9cm, 14cm

D. 5cm, 6cm, 11cm

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据三角形的三边关系定理：如果 a 、 b 、 c 是三角形的三边，且同时满足 $a+b > c$ ， $b+c > a$ ， $a+c > b$ ，则以 a 、 b 、 c 为边能组成三角形，根据判断即可.

【详解】 A 选项： $\because 7+5 = 12 < 13$ ，5cm、7cm、13cm 不能组成三角形，故本选项错误；

B 选项： $\because 5+3 < 9$ ， $\therefore$ 5cm、3cm、9cm 不能组成三角形，故本选项错误；

C 选项： $\because 9+6 > 14$ ， $\therefore$ 6cm、9cm、14cm，能组成三角形，故本选项正确.

D 选项： $\because 5+6 = 11$ ， $\therefore$ 5cm、6cm、11cm 不能组成三角形，故本选项错误；

故选 C.

【点睛】 考查了对三角形的三边关系的应用，注意：若 c 是最大边，只要满足两最小边 $a+b > c$ 即可.

4. 一个三角形中的三条中线 ()

A. 都在这个三角形内

B. 都在这个三角形外

C. 可能在这个三角形内，也可能在这个三角形外

D. 可能和这个三角形的一边重合

【答案】 A

【解析】

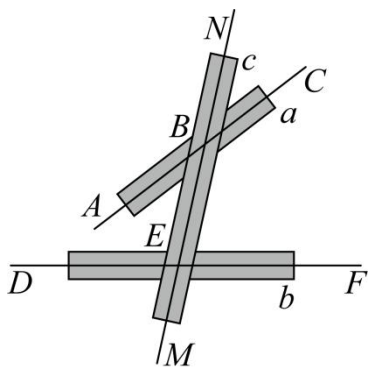
【分析】 本题考查了三角形的中线，熟记概念是解题的关键.

根据三角形的中线的概念即可解答.

【详解】 解：三角形的三条中线都在三角形的内部，

故答案为： A.

5. 如图，木条 a 、 b 、 c 通过 B 、 E 两处螺丝固定在一起，且 $\angle ABM = 40^\circ$ ， $\angle BEF = 77^\circ$ ，将木条 a 、木条 b 、木条 c 看作是在同一平面内的三条直线 AC 、 DF 、 MN ，若使直线 AC 、直线 DF 达到平行的位置关系，则下列描述正确的是 ()



- A. 木条 b 、 c 固定不动，木条 a 绕点 B 顺时针旋转 23°
- B. 木条 b 、 c 固定不动，木条 a 绕点 B 逆时针旋转 103°
- C. 木条 a 、 c 固定不动，木条 b 绕点 E 逆时针旋转 37°
- D. 木条 a 、 c 固定不动，木条 b 绕点 E 顺时针旋转 158°

【答案】C

【解析】

【分析】要使直线 AC 、直线 DF 达到平行的位置关系，则要使 $\angle ABM = \angle BEF$ （二者是内错角）或 $\angle ABM + \angle BEF = 180^\circ$ （二者是同旁内角），据此逐一判断即可

【详解】解：A、木条 b 、 c 固定不动，木条 a 绕点 B 顺时针旋转 23° ，则此时

$\angle ABM = 40^\circ + 23^\circ = 63^\circ \neq \angle BEF$ ，则 AC 与 DF 不平行，不符合题意；

B、木条 b 、 c 固定不动，木条 a 绕点 B 逆时针旋转 103° ，则此时 $\angle ABM = 103^\circ - 40^\circ = 63^\circ$ ，即

$\angle ABM + \angle BEF \neq 180^\circ$ ，则 AC 与 DF 不平行，不符合题意；

C、木条 a 、 c 固定不动，木条 b 绕点 E 逆时针旋转 37° ，则 $\angle BEF = 77^\circ - 37^\circ = 40^\circ = \angle ABM$ ，则 AC 与 DF 平行，符合题意；

D、木条 a 、 c 固定不动，木条 b 绕点 E 顺时针旋转 158° ，则 $\angle BEF = 158^\circ - 77^\circ = 81^\circ$ ，即

$\angle ABM + \angle BEF \neq 180^\circ$ ，则 AC 与 DF 不平行，不符合题意；

故选 C.

【点睛】本题主要考查了平行线的判定，熟知内错角相等，两直线平行，同旁内角互补，两直线平行是解题的关键.

6. 关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 3x + y = k + 1 \\ x + 3y = 3 \end{cases}$ ，若 $2 < k < 4$ ，则 $x - y$ 的取值范围是（ ）

- A. $-1 < x - y < 0$
- B. $0 < x - y < 1$
- C. $-3 < x - y < -1$
- D. $-1 < x - y < 1$

【答案】B

【解析】

【分析】先解方程组，再转化不等式解答即可.

本题考查了方程组的解法，解不等式，熟练掌握解方程组，解不等式是解题的关键.

【详解】解：解方程组
$$\begin{cases} 3x + y = k + 1 \text{①} \\ x + 3y = 3 \text{②} \end{cases}$$

①-②得 $2x - 2y = k - 2$,

$\therefore x - y = \frac{1}{2}k - 1.$

$\because 2 < k < 4,$

$\therefore 0 < x - y < 1.$

故选：B.

二、填空题 (本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分)

7. 不等式 $-2x > 0$ 的解集是_____.

【答案】 $x < 0$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式，把不等式两边同时除以 -2 即可得到答案.

【详解】解： $\because -2x > 0,$

$\therefore$ 不等式两边同时除以 -2 得： $x < 0,$

故答案为： $x < 0$.

8. 用不等号填空，如果 $a > b$ ，那么 $-2a + 1$ _____ $-2b + 1$ (填 “ $>$ ” 或 “ $<$ ”)

【答案】 $<$

【解析】

【分析】 本题考查了不等式的性质，利用不等式的性质解答即可得到结果. 熟练掌握不等式的基本性质是解本题的关键. 不等式的基本性质：不等式两边加(或减)同一个数(或式子)，不等号的方向不变；不等式两边乘(或除以)同一个正数，不等号的方向不变. 不等式两边乘(或除以)同一个负数，不等号的方向改变.

【详解】解： $\because a > b,$

$\therefore -2a < -2b,$

$\therefore -2a + 1 < -2b + 1,$

故答案为： $<$.

9. 不等式的 $3x - 4 \leq 2 + x$ 非负整数解为_____.

【答案】 0 或 1 或 2 或 3

【解析】

【分析】 本题考查了求一元一次不等式的整数解. 移项合并, 最后系数化为 1, 可求不等式的解集, 进而可得非负整数解的个数.

【详解】 解: $3x - 4 \leq 2 + x$,

$$2x \leq 6,$$

解得, $x \leq 3$,

$\therefore$ 非负整数解为 0 或 1 或 2 或 3,

故答案为: 0 或 1 或 2 或 3.

10. 把命题“对顶角相等”改写成“如果……那么……”的形式_____.

【答案】 如果两个角是对顶角, 那么这两个角相等.

【解析】

【分析】 本题考查了命题的改写, 理解命题的构成成为解题的关键. 根据命题的条件与结论即可改写即可.

【详解】 解: 命题“对顶角相等”改写成“如果……, 那么……”的形式为:

如果两个角是对顶角, 那么这两个角相等.

故答案为: 如果两个角是对顶角, 那么这两个角相等.

11. 要整齐地栽一行树, 只要确定了两端的树坑的位置, 就能确定这一行树坑所在的直线, 这里用到的数学知识是_____.

【答案】 两点确定一条直线

【解析】

【分析】 本题要根据过平面上的两点有且只有一条直线的性质解答.

【详解】 根据两点确定一条直线.

故答案为两点确定一条直线.

【点睛】 本题考查了“两点确定一条直线”的公理, 难度适中.

12. 判断命题“如果 $|a| < 1$, 那么 $0 < a < 1$ ”是假命题, 只需举出一个反例, 反例中 a 值可以是_____.

【答案】 $-\frac{1}{5}$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 本题考查了举反例判断假命题, 只要从符合 $|a| < 1$ 中找出一个数, 能使 $0 < a < 1$ 不成立, 就可以说明此命题是假命题, 所以准确从条件, 结论两个角度去判断命题是解题的关键. 只要从满足条件的数中找到一个数, 使结论不成立, 就可以说明命题是假命题.

【详解】解：当 $a = -\frac{1}{5}$ 时，符合条件 $\left| -\frac{1}{5} \right| = \frac{1}{5} < 1$ ，

但 $-\frac{1}{5} < 0$ ，与 $0 < a < 1$ 矛盾，

∴ 命题“如果 $|a| < 1$ ，那么 $0 < a < 1$ ”是假命题.

故答案为： $-\frac{1}{5}$ (答案不唯一).

13. 如果 ABC 的两边长分别为 5 和 7，那么第三边 x 的取值范围是_____.

【答案】 $2 < x < 12$

【解析】

【分析】本题考查三角形的三边关系，根据三角形的三边关系的定理可以确定 x 的取值范围 $7-5 < x < 7+5$ ，再解不等式即可. 解题的关键是掌握三角形三边关系定理：三角形两边之和大于第三边. 三角形的两边差小于第三边.

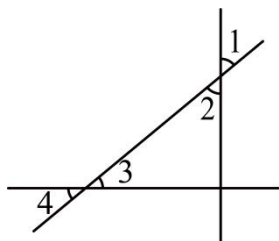
【详解】解：根据三角形的三边关系可得：

$$7-5 < x < 7+5,$$

解得： $2 < x < 12$.

故答案为： $2 < x < 12$.

14. 如图，如果 $\angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 互余，那么 $\angle 3$ 的度数是_____°.



【答案】 40

【解析】

【分析】本题考查了余角的定义及等角的余角相等，对顶角相等，属于基础题，计算过程中细心即可. 根据余角的定义及等角的余角相等，对顶角相等，即可求解.

【详解】解：∵ $\angle 4$ 与 $\angle 2$ 互余，

$$\therefore \angle 4 + \angle 2 = 90^\circ,$$

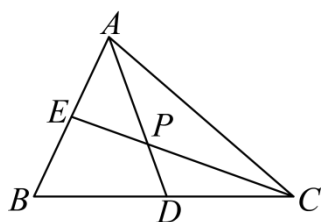
$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle 4 = 90^\circ - \angle 2 = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4 = 40^\circ.$$

故答案为：40.

15. 如图， $\triangle ABC$ 的两条中线 AD ， CE 相交于点 P ，已知 $\triangle ABC$ 的面积为 6，则四边形 $BDPE$ 的面积为_____.



【答案】2

【解析】

【分析】如图所示，连接 BP ，设 $S_{\triangle BPD} = S_1$ ， $S_{\triangle BPE} = S_2$ ，根据三角形中线平分三角形面积得到 $S_{\triangle PCD} = S_{\triangle BPD} = S_1$ ， $S_{\triangle APE} = S_{\triangle BPE} = S_2$ ， $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 3$ ，由此根据三角形面积之间的关系建立方程组求解即可.

【详解】解：如图所示，连接 BP ，设 $S_{\triangle BPD} = S_1$ ， $S_{\triangle BPE} = S_2$ ，

$\because \triangle ABC$ 的两条中线 AD ， CE 相交于点 P ，

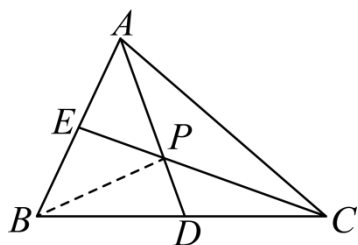
$$\therefore S_{\triangle PCD} = S_{\triangle BPD} = S_1, \quad S_{\triangle APE} = S_{\triangle BPE} = S_2, \quad S_{\triangle ABD} = S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 3,$$

$$\therefore \begin{cases} 2S_1 + S_2 = 3 \\ 2S_2 + S_1 = 3 \end{cases},$$

解得 $S_1 + S_2 = 2$ ，

$$\therefore S_{\text{四边形}BDPE} = S_1 + S_2 = 2,$$

故答案为：2.



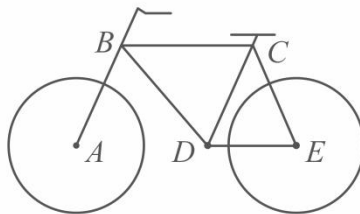
【点睛】本题主考查了三角形中线的性质，熟知三角形中线平分三角形面积

是解题的关键.

16. 如图①，“二八大杠”传统老式自行车承载了一代人的回忆，图②是它的几何示意图. 已知 $BC \parallel DE$ ， $AB \parallel CD$ ，当 $\angle ABD = 72^\circ$ ， $\angle CBD = 42^\circ$ 时， $\angle CDE$ 的度数为_____°.



图①



图②

【答案】 66

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质. 根据 $AB \parallel CD$, 可得 $\angle BDC = \angle ABD = 72^\circ$, 根据 $BC \parallel DE$, 可得 $\angle DBC + \angle BDE = 180^\circ$, 由此可得 $\angle BDE = 180^\circ - \angle DBC$, $\angle CDE = \angle BDE - \angle BDC$ 即可得解.

【详解】 解: $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle BDC = \angle ABD = 72^\circ,$$

$\because BC \parallel DE$,

$$\therefore \angle DBC + \angle BDE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE = 180^\circ - \angle DBC = 180^\circ - 42^\circ = 138^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle BDE - \angle BDC = 138^\circ - 72^\circ = 66^\circ,$$

故答案为: 66.

17. 我们规定符号 $\max\{a, b\}$ 表示 a 、 b 中的较大值, 如: $\max\{1, 3\} = 3$, 按这样的规定, 如果

$$\max\left\{\frac{x}{4}, 1-x\right\} - \max\left\{\frac{5}{2}, 3\right\} = 2, \text{ 那么 } x \text{ 的值为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 20 或 -4

【解析】

【分析】 本题考查解一元一次方程, 理解新定义, 会利用分类讨论思想解决问题是解答的关键. 分两种情况列方程求解即可.

【详解】 解: 当 $\frac{x}{4} > 1-x$ 时,

$$\therefore \max\left\{\frac{x}{4}, 1-x\right\} - \max\left\{\frac{5}{2}, 3\right\} = 2$$

$$\therefore \frac{x}{4} - 3 = 2$$

解得 $x = 20$.

当 $\frac{x}{4} < 1 - x$ 时,

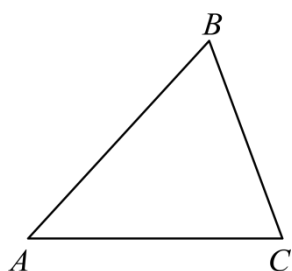
$$\therefore \max\left\{\frac{x}{4}, 1-x\right\} - \max\left\{\frac{5}{2}, 3\right\} = 2$$

$$\therefore 1 - x - 3 = 2$$

解得 $x = -4$.

故答案为: 20 或 -4.

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 48^\circ$, $\angle B = 62^\circ$, $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转的三角形的一边平行于原三角形的一边, 如果旋转角 α 小于 180° , 那么 $\alpha =$ _____ $^\circ$.



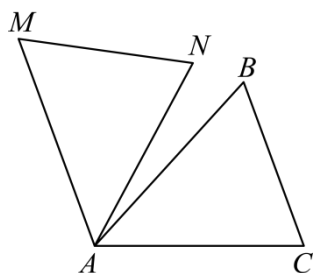
【答案】 62、70、110、118

【解析】

【分析】 本题主要考查了旋转的性质及平行线的性质, 三角形内角和定理, 熟知图形旋转的性质及巧用分类讨论的数学思想是解题的关键. 根据 $\triangle ABC$ 旋转后的一边与原三角形的一边进行分类讨论, 并画出图形, 再结合平行线的性质求解.

【详解】 解: 令 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转后的对应三角形为 $\triangle AMN$ (其中点 B 对应点为 M, 点 C 对应点为 N),

当 $AM \parallel BC$ 时,

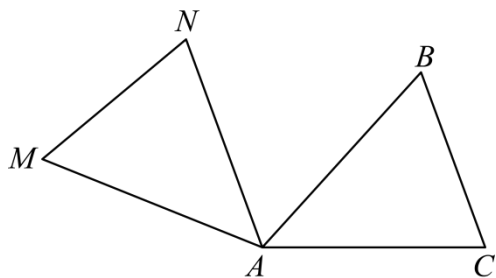


$$\therefore AM \parallel BC,$$

$$\therefore \angle MAB = \angle B = 62^\circ,$$

$$\therefore \text{旋转角 } \alpha \text{ 为 } 62^\circ;$$

当 $AN \parallel BC$ 时,



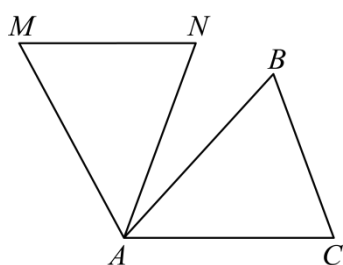
$\therefore AN \parallel BC$,

$\therefore \angle NAB = \angle B = 62^\circ$,

$\therefore \angle NAC = \angle NAB + \angle BAC = 62^\circ + 48^\circ = 110^\circ$,

$\therefore$ 旋转角 α 为 110° ;

当 $MN \parallel AC$ 时, 如图所示,



在 $\triangle ABC$ 中, $\therefore \angle A = 48^\circ$, $\angle B = 62^\circ$,

$\therefore \angle C = 180^\circ - 48^\circ - 62^\circ = 70^\circ$,

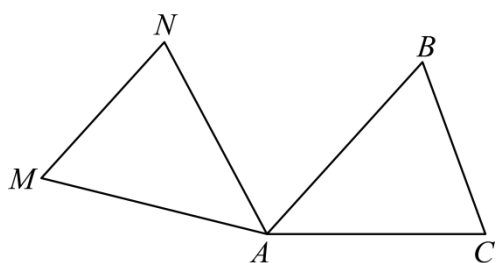
由旋转可知: $\angle C = \angle N = 70^\circ$,

$\therefore MN \parallel AC$,

$\therefore \angle NAC = \angle N = 70^\circ$,

$\therefore$ 旋转角 α 为 70° ;

当 $MN \parallel AB$ 时, 如图所示,



$\therefore MN \parallel AB$,

$\therefore \angle NAB = \angle N = 70^\circ$,

$\therefore \angle NAC = \angle NAB + \angle BAC = 70^\circ + 48^\circ = 118^\circ$,

∴ 旋转角 α 为 118° ,

综上所述, 旋转角 $\alpha = 62^\circ$ 或 70° 或 110° 或 118° .

故答案为: 62° 或 70° 或 110° 或 118° .

三、解答题 (本大题共 8 小题, 58 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. 解不等式: $\frac{x+7}{2} \leq 3(x-1)+4$.

【答案】 $x \geq 1$

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次不等式的解法, 熟练掌握解一元一次不等式的步骤是解答本题的关键. 按照去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为 1 的步骤求出不等式的解集即可.

【详解】 解: $\because \frac{x+7}{2} \leq 3(x-1)+4$

$$\therefore x+7 \leq 6(x-1)+8$$

$$\therefore x+7 \leq 6x-6+8$$

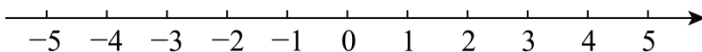
$$\therefore x-6x \leq -6+8-7$$

$$\therefore -5x \leq -5$$

$$\therefore x \geq 1$$

则原不等式的解集为 $x \geq 1$

20. 解不等式组: $\begin{cases} x-1 > 3(x+1) \\ \frac{1}{3}x-1 \leq 4-\frac{4}{3}x \end{cases}$ 把它的解集在数轴上表示出来.



【答案】 $-2 < x \leq 3$, 数轴见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式组. 先求出不等式组中每一个不等式的解集, 再求出它们的公共部分即可求解, 然后把不等式的解集表示在数轴上即可.

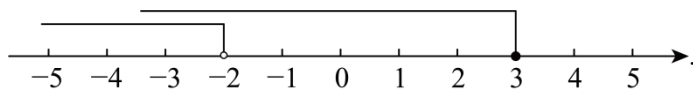
【详解】 解: $\begin{cases} x-1 > 3(x+1) \text{ ①} \\ \frac{1}{3}x-1 \leq 4-\frac{4}{3}x \text{ ②} \end{cases}$,

由①得 $x < -2$,

由②得 $x \leq 3$,

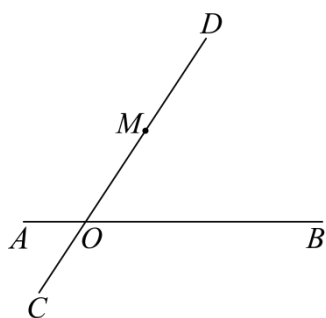
故原不等式组的解集是: $x < -2$,

把解集在数轴上表示出来为:



21. 按下列要求画图并填空:

如图, 直线 AB 和 CD 相交于点 O , M 是 CD 上的一点,



(1) 过点 M 画出直线 CD 的垂线, 交直线 AB 于点 N ;

(2) 过点 M 画出直线 AB 的垂线, 垂足为点 F ;

(3) 点 M 到点 N 之间的距离是线段_____的长;

(4) 点 O 到直线 MN 的距离是线段_____的长.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

(3) MN

(4) OM

【解析】

【分析】 本题考查作图-复杂作图, 垂线, 到直线的距离, 点到点的距离, 解题的关键是理解题意, 灵活运用所学知识解决问题.

(1) 根据垂线的定义画出图形即可;

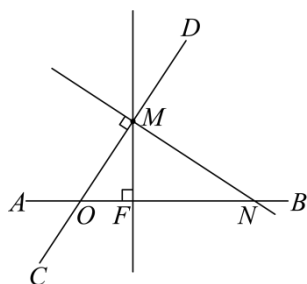
(2) 根据垂线的定义画出图形即可;

(3) 根据点到点的距离的定义, 判断即可.

(4) 根据点到直线的距离的定义, 判断即可.

【小问 1 详解】

解: 如图所示: 直线 MN 即为所求:



【小问 2 详解】

解：如上图所示，直线 MF 即为所求：

【小问 3 详解】

解：点 M 到点 N 之间的距离是线段 MN 的长

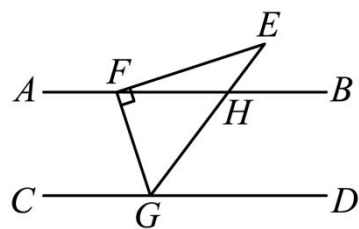
故答案为： MN ，

【小问 4 详解】

解：点 O 到直线 MN 的距离是线段 OM 的长，

故答案为： OM

22. 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， $\triangle EFG$ 的顶点 F 、 G 分别落在直线 AB 、 CD 上， GE 交 AB 于点 H ， GE 平分 $\angle FGD$ ，如果 $\angle EFG = 90^\circ$ ， $\angle E = 35^\circ$ ，求 $\angle EFB$ 的度数.



解：因为 $\angle E + \angle EFG + \angle FGE = 180^\circ$ (_____），

又因为 $\angle EFG = 90^\circ$ ， $\angle E = 35^\circ$ (已知)，

所以 $\angle FGE =$ _____ $^\circ$.

因为 GE 平分 $\angle FGD$ (已知)，

所以 $\angle FGE = \angle$ _____ (角平分线的意义) .

因为 $AB \parallel CD$ (已知)，

所以 $\angle$ _____ $= \angle EGD$ (两直线平行，同位角相等) .

所以 $\angle EHB = \angle FGE$ (等量代换) .

所以 $\angle EHB = 55^\circ$.

因为 $\angle EHB = \angle EFB + \angle$ _____ (三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和)，

又因为 $\angle E = 35^\circ$ (已知)，

所以 $\angle EFB =$ _____ $^\circ$.

【答案】见解析

【解析】

【分析】根据题干中的解题过程以及相关性质定理即可求出答案.

【详解】解: 因为 $\angle E + \angle EFG + \angle FGE = 180^\circ$ (三角形内角和等于 180°),

又因为 $\angle EFG = 90^\circ$, $\angle E = 35^\circ$ (已知),

所以 $\angle FGE = 55^\circ$.

因为 GE 平分 $\angle FGD$ (已知),

所以 $\angle FGE = \angle DGE$ (角平分线的意义).

因为 $AB \parallel CD$ (已知),

所以 $\angle EHB = \angle EGD$ (两直线平行, 同位角相等).

所以 $\angle EHB = \angle FGE$ (等量代换).

所以 $\angle EHB = 55^\circ$.

因为 $\angle EHB = \angle EFB + \angle E$ (三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和),

又因为 $\angle E = 35^\circ$ (已知),

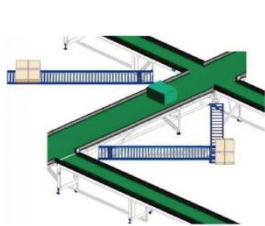
所以 $\angle EFB = 20^\circ$.

【点睛】本题考查的是平行线的性质、三角形的内角和定理、三角形的外角定义以及三角形的角平分线定义. 解题的关键在于熟练掌握相关性质定理及定义.

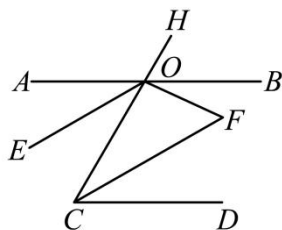
23. 科技改变世界, 为提高快递包裹的分拣效率, 物流公司引进了快递自动分拣流水线. 如图 (1) 所示, 图 (2) 是将部分流水线抽象而成的数学模型示意图.

如图 (2), $\angle EOF + \angle OFC = 180^\circ$, OE 平分 $\angle AOC$, CF 平分 $\angle OCD$.

求证: $AB \parallel CD$.



图(1)



图(2)

【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了平行线的性质和判定, 角平分线的定义. 根据题意易证 $\angle EOF + \angle OFC = 180^\circ$, 进而推出 $OE \parallel CF$, 得到 $\angle EOC = \angle OCF$, 由角平分线的定义可得 $\angle AOC = 2\angle EOC$, $\angle OCD = 2\angle OCF$,

推出 $\angle AOC = \angle OCD$ ，即可得出结论.

【详解】证明： $\because \angle EOF + \angle OFC = 180^\circ$,

$\therefore OE \parallel CF$ (同旁内角互补，两直线平行),

$\therefore \angle EOC = \angle OCF$ (两直线平行，内错角相等),

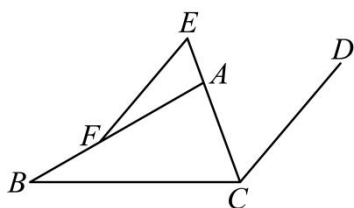
$\because OE$ 平分 $\angle AOC$, CF 平分 $\angle OCD$,

$\therefore \angle AOC = 2\angle EOC$, $\angle OCD = 2\angle OCF$,

$\therefore \angle AOC = \angle OCD$,

$\therefore AB \parallel CD$ (内错角相等，两直线平行).

24. 如图，已知 $\angle BCD = 130^\circ$, $EF \parallel DC$, $\angle EAF = 100^\circ$, $\angle EFA = 20^\circ$, 求 $\angle B$ 的度数.



【答案】 $\angle B = 30^\circ$

【解析】

【分析】 本题主要考查三角形外角性质、平行线性质、三角形内角和定理等知识点，弄清楚角之间的关系是解题的关键.

由三角形内角和定理以及已知条件可得 $\angle E = 60^\circ$ ，再根据平行线的性质可得 $\angle ECD = \angle E = 60^\circ$ ，易得 $\angle ACB = 70^\circ$ ，最后根据三角形外角的性质即可解答.

【详解】证明： $\because \angle EFA + \angle EAF + \angle E = 180^\circ$, $\angle EAF = 100^\circ$, $\angle EFA = 20^\circ$,

$\therefore \angle E = 180^\circ - \angle EFA - \angle EAF = 60^\circ$,

$\because EF \parallel DC$,

$\therefore \angle ECD = \angle E = 60^\circ$ (两直线平行，内错角相等)

$\because \angle BCD = 130^\circ$,

$\therefore \angle ACB = \angle BCD - \angle ECD = 70^\circ$,

$\because \angle EAF = \angle B + \angle ACB$ (三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和),

$\therefore \angle B = \angle EAF - \angle ACB = 30^\circ$.

25. 某校组织义卖活动，学生们热情高涨. 七 (12) 班用 300 元购进 A 商品若干件，用 400 元购进 B 商品若干件，已知 A 商品进价比 B 商品进价每件少 2 元，且购进 A、B 商品数量恰好相等.

(1) 求每件 A 商品进价及购进 A 商品的数量.

(2) 已知A商品售价为每件10元，B商品售价为每件15元，在销售过程中，A商品按此售价全部售出，B商品在售出 m 件后将余下部分每件降价 n 元（ $n > 0$ 且降价后售价不能低于成本价）直至全部售出。

①当 $m = 20$ 时，若A商品与B商品都全部售出后，B商品所获利润不低于A商品所获得的利润，求 n 的范围。

②已知 n 是不大于6的正整数， m 是不小于25的正整数，若A商品与B商品都全部售出后，两种商品所获利润之和为430元，则 m 的值为_____。（直接写出结果）

【答案】 (1) A商品的进价为每件6元，购进A商品的数量为50件

(2) ① $0 < n \leq 5$ ；② 26 或 30

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的应用，一元一次不等式的应用，二元一次方程的应用等；

(1) 等量关系式：300元购进A商品的数量=400元购进B商品的数量，据此列方程，即可求解；

(2) ①不等关系式：B商品在售出20件获得的利润+B商品在售出20件后将余下部分每件降价 n 元获得的利润 $\geq$ 全部售出A商品所获得的利润，据此列出不等式，即可求解；

②等量关系式：全部售出A商品所获得的利润+B商品在售出20件获得的利润+B商品在售出20件后将余下部分每件降价 n 元获得的利润=430元，据此列出方程，再由 m 、 n 的取值范围，即可求解；
找出等量关系式和不等关系式是解题的关键。

【小问1详解】

解：设每件A商品进价为 x 元，由题意得

$$\frac{300}{x} = \frac{400}{x+2},$$

解得： $x = 6$ ，

经检验： $x = 6$ 是所列方程的根，且符合实际意义；

$$\therefore \frac{300}{x} = \frac{300}{6} = 50 \text{ (件)},$$

答：A商品的进价为每件6元，购进A商品的数量为50件；

【小问2详解】

解：①由题意得

$$20(15-8) + (50-20)(15-8-n) \geq 50(10-6),$$

解得： $n \leq 5$ ，

$$\therefore 0 < n \leq 5;$$

②由题意得

$$50(10-6)+m(15-8)+(50-m)(15-8-n)=430,$$

$$\text{整理得: } m = \frac{50n-120}{n},$$

$\because m$ 是不小于 25 的正整数,

$$\therefore m \geq 25,$$

$$\therefore \frac{50n-120}{n} \geq 25,$$

$$\text{解得: } n \geq \frac{24}{5},$$

$\because n$ 是不大于 6 的正整数,

$$\therefore 5 \leq n \leq 6,$$

$$\therefore n = 5 \text{ 或 } 6,$$

当 $n = 5$ 时,

$$m = \frac{50 \times 5 - 120}{5} = 26,$$

当 $n = 6$ 时,

$$m = \frac{50 \times 6 - 120}{6} = 30,$$

故答案为: 26 或 30.

26. 【问题背景】

同学们, 我们一起观察小猪的猪蹄, 你会发现一个我们熟悉的几何图形 (如图 1), 我们就把这个图形形象的称为“猪蹄模型”, 猪蹄模型中蕴含着角的数量关系.

(1) 如图 (1), $AB \parallel CD$, E 为 AB 、 CD 之间一点, 连接 ME 、 NE , 得到 $\angle MEN$, 试探究 $\angle MEN$ 与 $\angle AME$, $\angle CNE$ 之间的数量关系, 并说明理由.

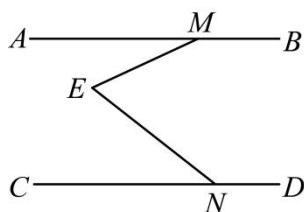


图 (1)



【实际运用】

(2) 消防云梯的示意图如图 (2) 所示, 其由救援台 AB 、延展臂 BC (B 在 C 的左侧)、伸展主臂 CD 、支撑臂 EF 构成, 在作业过程中, 救援台 AB 、车身 GH 及地面 MN 三者始终保持水平平行. 为了参与一项高空救援工作, 需要进行作业调整, 如图 (3). 使得延展臂 BC 与支撑臂 EF 所在直线互相垂直, 且

$\angle EFH = 75^\circ$ ，这时展角 $\angle ABC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。



消防云梯

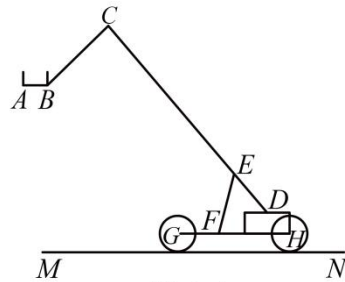


图 (2)

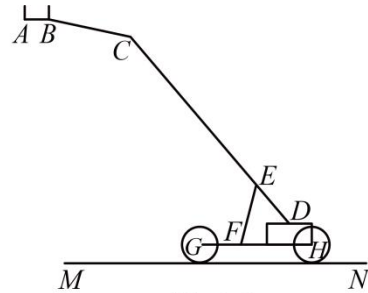


图 (3)

【深入探索】

(3) 今年元宵节小美江边观赏灯光秀时，发现两岸灯光在有规律的旋转．如图 (4)，射线 ME 从 MA 开始，绕 M 点以 10° 每秒的速度逆时针旋转，同时射线 NF 从 ND 开始，绕 N 点以 25° 每秒的速度逆时针旋转，直线 ME 与直线 NF 相交所夹的锐角为 45° ，请求出运动时间 t 秒 ($0 \leq t \leq 10$) 的值．

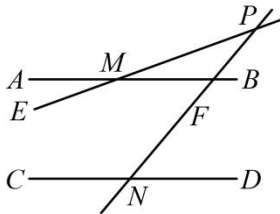
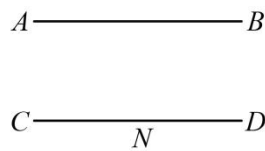


图 (4)



备用图



【答案】 (1) $\angle MEN = \angle AME + \angle CNE$ ，理由见解析；(2) 165° ；(3) 3 秒或 9 秒

【解析】

【分析】 本题主要考查了旋转的定义、平行线的性质、三角形外角的性质、垂直的定义等知识点，灵活运用相关性质定理是解题的关键．

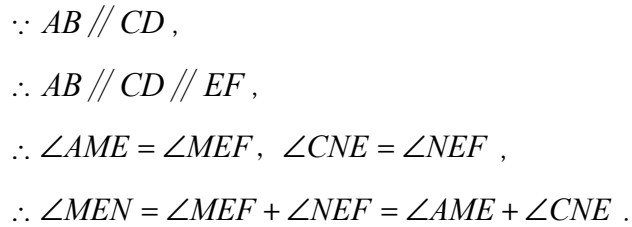
(1) 如图，过 E 点作 $EF \parallel AB$ ，根据平行线的性质、角的和差以及等量代换即可解答；

(2) 如图：延长 BC, FE 相交于点 P ，过 P 作 $PQ \parallel AB$ ，易得 $AB \parallel GH \parallel PQ$ 则 $\angle QPF = \angle EFH = 75^\circ$ ， $\angle ABC + \angle BPQ = 180^\circ$ ，由垂直的定义可得 $\angle BPF = 90^\circ$ ，然后根据角的和差以及平行线的性质即可解答；

(3) 将直线 EM 的点 M 平移与直线 NF 的 N 点重合，然后根据题意分情况画出图形，根据旋转的性质列出关于 t 的方程求解即可．

【详解】 解：(1) $\angle MEN = \angle AME + \angle CNE$ ，理由如下：

如图，过 E 点作 $EF \parallel AB$ ，



The diagram shows a mechanical linkage system. At the top left, there is a horizontal segment AB with a small vertical step at A. From point B, a solid line BC extends downwards and to the right. From point C, a solid line CE continues downwards and to the right, passing through point E. From point E, a solid line ED extends downwards and to the right, ending at point D. Below the main path, there are two circles labeled G and H, which appear to be wheels or guides resting on a horizontal surface MN. Point F is located between G and H. A solid line CF connects point C to point F. Another solid line FH connects point F to point H. A dashed line CP connects point C to point P, where P is a point further to the right. A dashed line PE connects point P to point E. A dashed line PQ connects point P to point Q, which lies on the segment CE. The overall configuration suggests a complex kinematic chain or a constraint geometry problem.

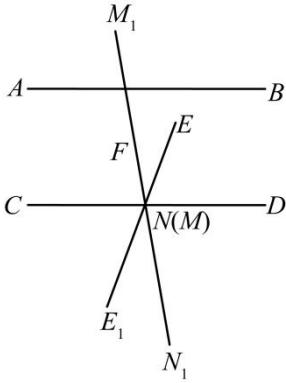
$$\begin{aligned} &\because AB \parallel GH, \\ &\therefore AB \parallel GH \parallel PQ, \\ &\therefore \angle QPF = \angle EFH = 75^\circ, \quad \angle ABC + \angle BPQ = 180^\circ, \\ &\because BC \perp EF, \\ &\therefore \angle BPF = 90^\circ, \\ &\therefore \angle BPQ = 90^\circ - \angle QPF = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ, \\ &\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle BPQ = 180^\circ - 15^\circ = 165^\circ; \end{aligned}$$

根据题意得, $\angle DME_1 = 10^\circ t, \angle DNF = 25^\circ t$,

$$\therefore \angle FNE_1 = \angle DNF - \angle DME_1 = 15^\circ t,$$

由题意可得: $\angle FNE_1 = 45^\circ$,

$$\therefore 15^\circ t = 45^\circ, \text{ 解得: } t = 3;$$

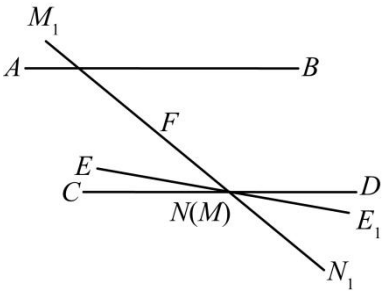


根据题意得, $\angle DNM_1 = 10^\circ t, \angle CNE_1 = 25^\circ t - 180^\circ$,

由题意可得: $\angle M_1NE = 45^\circ$,

$$\therefore \angle CNE_1 + \angle M_1NE = \angle DNM_1,$$

$$\therefore 25^\circ t - 180^\circ + 45^\circ = 10^\circ t, \text{ 解得: } t = 9;$$



根据题意得, $\angle DNM_1 = 10^\circ t, \angle CNE_1 = 360^\circ - 25^\circ t$,

由题意可得: $\angle N_1NE_1 = 45^\circ$,

$$\therefore \angle N_1NE = \angle DNN_1 - \angle DNE_1,$$

$$\therefore 45^\circ = 180^\circ - 10^\circ t - (360^\circ - 25^\circ t), \text{ 解得: } t = 15 > 10 \text{ (不符合题意);}$$

综上所述, 运动时间 t 秒为 3 或 9.