

2024 学年第二学期期中七年级数学试卷

一、选择题 (共 6 小题, 每题 2 分, 共 12 分)

1. 不等式 $\frac{4-x}{2} > 3$ 的解集是 ()

- A. $x < \frac{1}{2}$ B. $x < -\frac{1}{2}$ C. $x < 2$ D. $x < -2$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查解不等式, 熟练掌握不等式的解法是解题的关键, 根据不等式的解题步骤, 解不等式即可得到答案.

【详解】解: $\frac{4-x}{2} > 3$,

去分母得: $4-x > 6$,

移项得: $-x > 2$,

系数化为 1 得: $x < -2$,

故选: D.

2. 下列命题中, 真命题的个数有 ()

①两直线平行, 同旁内角相等; ②过一点有且只有一条直线与已知直线垂直; ③过一点有且只有一条直线与已知直线平行; ④在同一平面内, 如果两条直线都与第三条直线平行, 那么这两条直线也互相平行.

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了判断命题真假, 平行线的性质与判定, 垂线的定义, 根据平行线的性质与判定定理可判断①③④, 由垂线的定义可判断②.

【详解】解: ①两直线平行, 同旁内角互补, 原命题是假命题;

②同一平面内, 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直, 原命题是真命题;

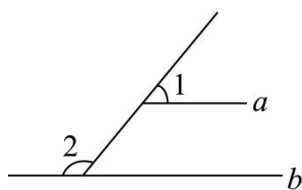
③过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行, 原命题是真命题;

④在同一平面内, 如果两条直线都与第三条直线平行, 那么这两条直线也互相平行, 原命题是真命题.

∴ 真命题有 1 个,

故选: A.

3. 如图 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为（ ）



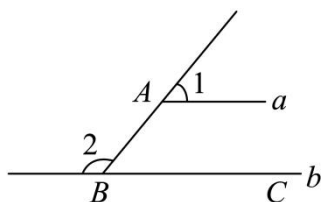
- A. 100° B. 110° C. 120° D. 130°

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了平行线的性质，平角，熟练掌握以上知识点是解题的关键。根据两直线平行，同位角相等，求得 $\angle ABC$ ，再利用平角求得 $\angle 2$ 。

【详解】解：如图所示：



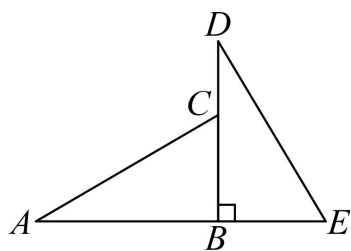
$\because a \parallel b$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle 1 = 50^\circ$

$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

故选：D。

4. 如图，若 $\text{Rt } \triangle ABC \cong \text{Rt } \triangle DBE$ ，则与 $\angle E$ 相等的角是（ ）



- A. $\angle ACB$ B. $\angle ABC$ C. $\angle DBE$ D. $\angle CAB$

【答案】A

【解析】

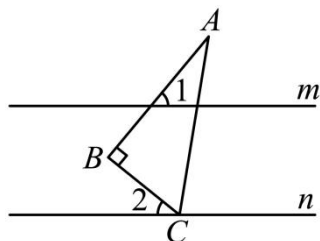
【分析】本题主要考查了全等三角形的性质，根据全等三角形对应角相等，进行求解即可。

【详解】解： $\because \text{Rt } \triangle ABC \cong \text{Rt } \triangle DBE$ ，

$$\therefore \angle E = \angle ACB.$$

故选：A.

5. 如图，直线 $m \parallel n$ ， $\triangle ABC$ 是直角三角形， $\angle B = 90^\circ$ ，点 C 在直线 n 上. 若 $\angle 1 = 35^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是 ()



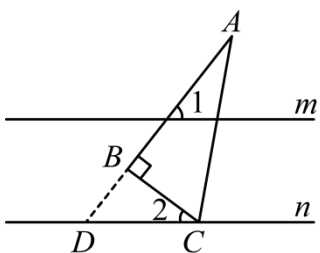
- A. 65° B. 60° C. 55° D. 50°

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了平行线的性质，三角形的外角性质等. 延长 AB 交直线 n 于点 D ，根据平行线的性质求出 $\angle ADC$ ，再根据三角形的外角性质解答即可.

【详解】解：延长 AB 交直线 n 于点 D ，如图所示.



$$\because m \parallel n,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle 1 = 35^\circ.$$

在 $\triangle BCD$ 中， $\angle 2 = 90^\circ - \angle ADC = 55^\circ$.

故选：C.

6. 平面镜反射光线的规律是：射到平面镜上的光线和被反射出的光线与平面镜所夹的锐角相等，如图 1，一束光线 m 射到平面镜 a 上，被平面镜 a 反射后的光线为 n ，则 $\angle 1 = \angle 2$. 如图 2，一束光线 AB 先后经平面镜 OM 、 ON 反射后，反射光线 CD 与 AB 平行. 若 $\angle NCD = 58^\circ$ ，则 $\angle MBA$ 的大小为 ()

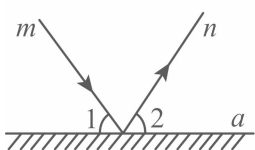


图1

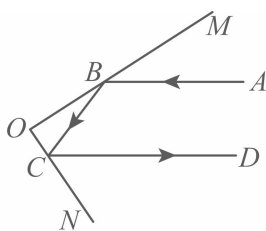


图2

A. 42°

B. 38°

C. 32°

D. 28°

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了平行线的性质，平面镜反射光线的规律，由题意得 $\angle OCB = \angle NCD = 58^\circ$ ， $\angle MBA = \angle OBC$ ，根据平角的定义可求出 $\angle BCD$ 的度数，再根据两直线平行，同旁内角互补求出 $\angle ABC$ 的度数，从而求出 $\angle MBA$ 的度数.

【详解】解：由题意，得 $\angle OCB = \angle NCD = 58^\circ$ ， $\angle MBA = \angle OBC$ ，

$$\therefore \angle BCD = 180^\circ - \angle OCB - \angle NCD = 180^\circ - 58^\circ - 58^\circ = 64^\circ,$$

$$\because CD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle BCD = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ,$$

$$\therefore \angle MBA = \frac{1}{2}(180^\circ - 116^\circ) = 32^\circ.$$

故选：C.

二、填空题（共 12 小题，每题 2 分，共 26 分）

7. 已知 $a > b$ ，则 $-2a$ _____ $-2b$ （填“>”或“<”）.

【答案】<

【解析】

【分析】本题主要考查了不等式的基本性质，解题的关键是掌握不等式的基本性质. 利用不等式的基本性质求解即可.

【详解】解： $\because a > b$ ，

$$\therefore -2a < -2b,$$

故答案为：<.

8. 命题“对顶角相等”的逆命题是_____.

【答案】如果两个角相等，那么这两个角是对顶角

【解析】

【分析】本题主要考查了写出一个命题的逆命题，把原命题的条件与结论互换写出对应的逆命题即可.

【详解】解：命题“对顶角相等”的逆命题是如果两个角相等，那么这两个角是对顶角，

故答案为：如果两个角相等，那么这两个角是对顶角.

9. “ x 与 y 的积是非负数，且 x 与 y 的和不小于 6”用不等式（组）表示为_____.

【答案】
$$\begin{cases} xy \geq 0 \\ x + y \geq 6 \end{cases}$$

【解析】

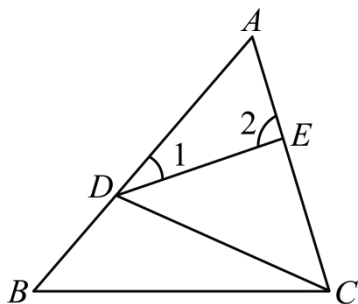
【分析】此题考查了列不等式组，正确表示出不等式是解题关键.

根据题中的不等关系列出不等式组即可.

【详解】解：根据题意得，
$$\begin{cases} xy \geq 0 \\ x + y \geq 6 \end{cases}$$

故答案为：
$$\begin{cases} xy \geq 0 \\ x + y \geq 6 \end{cases}$$

10. 如图， $\angle B$ 与 $\angle 1$ 是_____角， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是_____角. (填“同位角”、“内错角”或“同旁内角”)



【答案】 ①. 同位角 ②. 同旁内角

【解析】

【分析】本题考查了同位角、内错角、同旁内角，熟记定义是解题的关键.

根据同位角、内错角、同旁内角的定义求解即可.

【详解】如图， $\angle B$ 与 $\angle 1$ 是同位角， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同旁内角.

故答案为：同位角，同旁内角.

11. AD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线， $DE \parallel AB$ 交 AC 于 E ，若 $\angle BAC = 100^\circ$ ，则 $\angle ADE =$ _____.

【答案】 50° ## 50度

【解析】

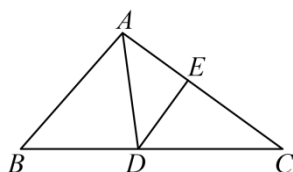
【分析】本题主要考查了角平分线的定义，平行线的性质，先根据角平分线的定义得到 $\angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 50^\circ$ ，再由平行线的性质即可得到 $\angle ADE = \angle BAD = 50^\circ$.

【详解】解： $\because AD$ 为 $\triangle ABC$ 的角平分线， $\angle BAC = 100^\circ$ ，
 $\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 50^\circ$,

$$\therefore DE \parallel AB,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle BAD = 50^\circ,$$

故答案为： 50° .



12. 在 ABC 中, $\angle A = 31^\circ$, $\angle C = 52^\circ$, 则 ABC 是_____三角形 (填“锐角”、“直角”或“钝角”).

【答案】钝角

【解析】

【分析】 本题考查了三角形的内角和定理及三角形的分类, 熟记钝角三角形的概念是解题的关键. 利用三角形的内角和定理求得 $\angle B$ 的度数即可判断.

【详解】 $\because$ 在 ABC 中, $\angle A = 31^\circ$, $\angle C = 52^\circ$,
 $\therefore \angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C = 180^\circ - 31^\circ - 52^\circ = 97^\circ$,
 $\therefore ABC$ 是钝角三角形.

故答案为: 钝角.

13. 三角形的三边长分别为 5, x , 8, 则 x 的取值范围是_____.

【答案】 $3 < x < 13$

【解析】

【分析】 由三角形的两边的长分别为 8 和 5, 根据已知三角形两边, 则第三边的长度应是大于两边的差而小于两边的和, 即可求得答案.

【详解】 根据三角形的三边关系, 得: $8 - 5 < x < 8 + 5$,
 即: $3 < x < 13$.

故答案为 $3 < x < 13$

【点睛】 本题考查了能够组成三角形三边的条件, 其实用两条较短的线段相加, 如果大于最长的那条就能够组成三角形.

14. 已知 ABC 的三个内角度数之比是 $1:2:3$, 则三个外角对应的度数之比是_____.

【答案】 $5:4:3$

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形的内角和定理, 三角形的外角, 先分别求出各内角的度数, 再求出外角的

度数，即可得出答案.

【详解】设三个内角的度数为 $x, 2x, 3x$ ，根据三角形内角和定理，得

$$x + 2x + 3x = 180^\circ,$$

$$\text{解得 } x = 30^\circ,$$

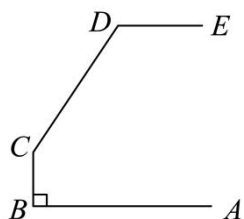
$$\therefore 2x = 60^\circ, 3x = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{三个外角为 } 150^\circ, 120^\circ, 90^\circ,$$

$$\therefore \text{三个外角的比为 } 5:4:3.$$

故答案为：5:4:3.

15. 近几年中学生近视的现象越来越严重，为保护视力，某公司推出了护眼灯，其侧面示意图（台灯底座高度忽略不计）如图所示，其中 $BC \perp AB$ ， $DE \parallel AB$ ，经使用发现，当 $\angle EDC = 126^\circ$ 时，台灯光线最佳. 则此时 $\angle DCB$ 的度数为_____.

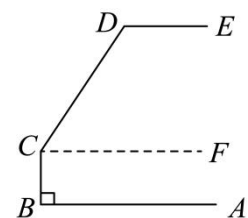


【答案】 144° ##144 度

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行线的性质与判定，垂线的定义，过点 C 作 $CE \parallel AB$ ，先由垂线的定义得到 $\angle ABC = 90^\circ$ ，再证明 $DE \parallel AB \parallel CE$ ，由平行线的性质求出 $\angle DCF$ ， $\angle BCF$ 的度数即可得到答案.

【详解】 解：如图所示，过点 C 作 $CF \parallel AB$ ，



$$\therefore BC \perp AB,$$

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore DE \parallel AB,$$

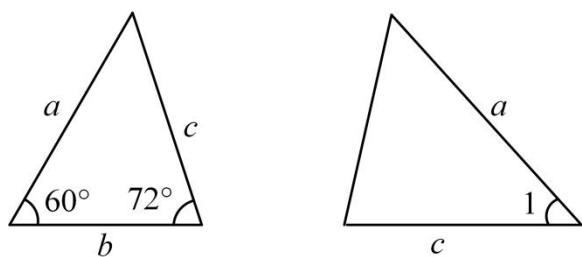
$$\therefore DE \parallel AB \parallel CF,$$

$$\therefore \angle DCF = 180^\circ - \angle EDC = 54^\circ, \quad \angle BCF = 180^\circ - \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle DCF + \angle BCF = 144^\circ,$$

故答案为： 144° .

16. 已知图中两个三角形全等，则 $\angle 1$ 的度数是_____.

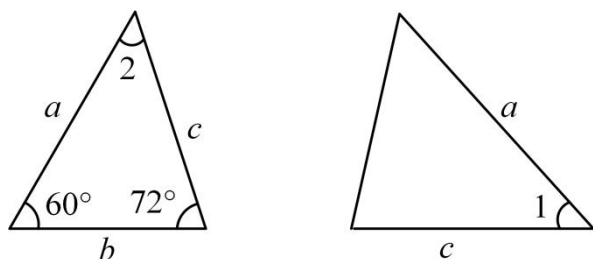


【答案】 48° ## 48 度

【解析】

【分析】 本题考查全等三角形的性质及三角形内角和定理，熟练掌握全等三角形的性质是解题的关键．由三角形内角和及全等的性质可得 $\angle 1 = \angle 2 = 180^\circ - 60^\circ - 72^\circ$ ，即可求解．

【详解】 解： 如图，



$\therefore$ 图中的两个三角形全等，

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 180^\circ - 60^\circ - 72^\circ = 48^\circ,$$

故答案为： 48° .

17. 科学考察队的一辆越野车需要穿越 650 千米的沙漠，但这辆车每次装满汽油最多只能行驶 600 千米，队长想出一个方法，在沙漠中设一个储油点 P ，越野车装满油从起点 A 出发，到储油点 P 时从车中取出部分油放进 P 储油点，然后返回出发点 A ，加满油后再开往 P ，到 P 储油点时取出储存的所有油放在车上，再到达终点.用队长想出的方法，这辆越野车穿越这片沙漠的最大行程是_____千米.

【答案】 800

【解析】

【分析】 根据题意可知： 储油点 P 距离起点 A 越远且储油越多， 这辆越野车穿越这片沙漠的行程就越大，但这辆车需 A 到 P ，取出部分油，再回到 A ，故当 P 距离 A 较远时，越野车在 P 点最多可以放 $\frac{1}{3}$ 行程的油，可以求出此时 AP 的长，从 A 加满后到 P 点消耗 $\frac{1}{3}$ 行程的油，再加上储存的油即可求出这辆越野车穿越这

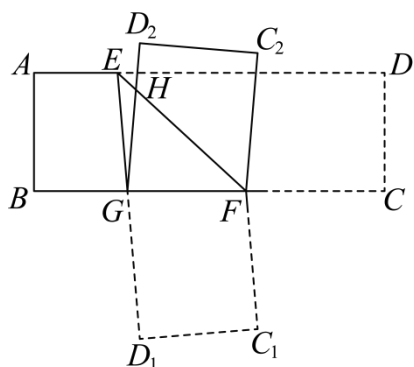
片沙漠的最大行程.

【详解】解：由题意可知，储油点 P 距离起点 A 越远且储油越多，这辆越野车穿越这片沙漠的行程就越大，但这辆车需 A 到 P ，取出部分油，再回到 A ，故当 P 距离 A 较远时，越野车在 P 点最多可以放 $\frac{1}{3}$ 行程的油，此时从 A 到 P 和从 P 返回 A 各需消耗 $\frac{1}{3}$ 行程的油，即 $AP = \frac{1}{3} \times 600 = 200$ 千米，当油加满后，再次到 P 点消耗 $\frac{1}{3}$ 行程的油，行驶了 200 千米，加上储存的油可以再行驶 600 千米， $\therefore$ 这辆越野车穿越这片沙漠的最大行程是 $200 + 600 = 800$ 千米

故答案为：800.

【点睛】此题考查的是行程问题，分析出储油点 P 距离起点 A 越远且储油越多，这辆越野车穿越这片沙漠的行程就越大，越野车在 P 点最多可以放 $\frac{1}{3}$ 行程的油，是解决此题的关键.

18. 如图，将长方形纸片 $ABCD$ 沿 EF 折叠（折线 EF 交 AD 于 E ，交 BC 于 F ），点 C 、 D 的对应点分别是 C_1 、 D_1 ， ED_1 交 BC 于 G ，再将四边形 C_1D_1GF 沿 FG 折叠，点 C_1 、 D_1 的对应点分别是 C_2 、 D_2 ， GD_2 交 EF 于 H ，给出下列结论：



① $\angle EGD_2 = \angle EFG$

② $2\angle EFC = \angle EGC + 180^\circ$

③ 若 $\angle FEG = 26^\circ$ ，则 $\angle EFC_2 = 102^\circ$

④ $\angle FHD_2 = 3\angle EFB$

上述正确的结论是_____.

【答案】②③④

【解析】

【分析】由折叠性质得到 $\angle DEF = \angle GEF$ ， $\angle D_2GF = \angle D_1GF$ ，根据平行线性质得到

$\angle DEF = \angle GEF = \angle EFG$ ，再由三角形外角性质确定 $\angle D_1GF = \angle GEF + \angle GFE$ ，设

$\angle EGD_2 = \alpha$ ， $\angle EFG = \beta$ ，则 $\alpha + 4\beta = 180^\circ$ ，只有当 $\alpha = \beta = 36^\circ$ 时结论①才成立；由 $ED_1 \parallel FC_1$ ，得

到 $\angle EGC = \angle GFC_1$ ，结合折叠性质求证即可得到②正确；在①的求证过程中可知 $\angle GEF = \angle EFG = 26^\circ$ ，

设 $\angle EFC_2 = \alpha$ ，则 $\angle GFC_2 = 26^\circ + \alpha = \angle GFC_1$ ，从而由折叠性质表示出角度关系列方程求解即可得到③

正确；在①的证明过程中 $\angle FGH = \angle D_1GF = \angle GEF + \angle GFE = 2\angle EFB$ ，结合外角性质即可得到④正确；

从而得到答案.

【详解】解：由折叠性质得 $\angle DEF = \angle GEF$ ， $\angle D_2GF = \angle D_1GF$ ，

$$\therefore \angle EGD_2 + \angle D_2GF + \angle D_1GF = 180^\circ,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle EFG, \text{ 则 } \angle DEF = \angle GEF = \angle EFG,$$

$$\because \angle D_1GF \text{ 是 } \triangle EGF \text{ 的一个外角},$$

$$\therefore \angle D_1GF = \angle GEF + \angle GFE,$$

$$\text{设 } \angle EGD_2 = \alpha, \angle EFG = \beta, \text{ 则 } \alpha + 4\beta = 180^\circ,$$

$$\text{当 } \angle EGD_2 = \angle EFG \text{ 时, } \alpha = \beta = 36^\circ,$$

$$\therefore \text{题中并未明确 } \angle EGD_2、\angle EFG \text{ 的度数, 故①错误;}$$

$$\because ED_1 \parallel FC_1,$$

$$\therefore \angle EGC = \angle GFC_1,$$

$$\text{由折叠性质可知 } \angle EFC = \angle EFC_1, \text{ 则 } 2\angle EFC = \angle BFC + \angle GFC_1 = \angle EGC + 180^\circ, \text{ 故②正确;}$$

$$\text{由折叠性质得 } \angle EFC_1 = \angle EFC, \angle GFC_2 = \angle GFC_1,$$

$$\text{由①的证明过程可知, } \angle GEF = \angle EFG = 26^\circ,$$

$$\text{设 } \angle EFC_2 = \alpha, \text{ 则 } \angle GFC_2 = 26^\circ + \alpha = \angle GFC_1,$$

$$\therefore \angle EFC = \angle EFC_1 = 26^\circ + (26^\circ + \alpha) = \alpha + 52^\circ,$$

$$\because \angle EFG + \angle EFC = 180^\circ,$$

$$\therefore 26^\circ + \alpha + 52^\circ = 180^\circ, \text{ 解得 } \alpha = 102^\circ, \text{ 即 } \angle EFC_2 = 102^\circ, \text{ 故③正确;}$$

由①知 $\angle FGH = \angle D_1GF = \angle GEF + \angle GFE = 2\angle EFB$,

$\therefore \angle FHD_2$ 是 $\triangle HGF$ 的一个外角,

$\therefore \angle FHD_2 = \angle FGH + \angle EFB = 3\angle EFB$, 故④正确;

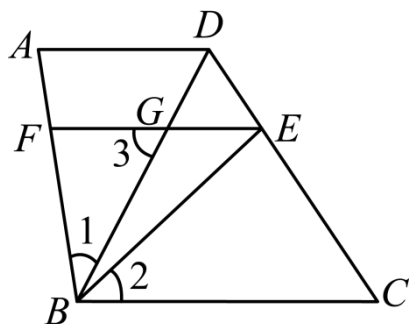
综上所述, 题中正确的结论是②③④,

故答案为: ②③④.

【点睛】 本题考查折叠求角度关系, 涉及折叠性质、邻补角定义、三角形外角性质、平行线性质等知识, 数形结合, 利用相关几何性质准确表示出各个角度之间的关系是解决问题的关键.

三、解答题 (共 9 小题, 共 62 分)

19. 已知: 如图, 点 F 在 AB 上, EF 交 BD 于 G , 交 CD 于 E , $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle ABE$, $\angle ADC + \angle C = 180^\circ$. 求证: $AD \parallel EF$. 把以下解答过程补充完整.



证明: $\because \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore \angle ABE = \angle DBC$,

又 $\because \angle 3 = \angle ABE$,

$\therefore \angle 3 = \angle DBC$,

$\therefore$ _____ $\parallel$ _____,

$\because \angle ADC + \angle C = 180^\circ$,

$\therefore$ _____,

$\therefore$ _____ $\parallel$ _____.

【答案】 BC ; EF ; $AD \parallel BC$; AD ; EF

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行线的性质与判定, 证明 $\angle ABE = \angle DBC$, 可推出 $\angle 3 = \angle DBC$, 则可证明 $BC \parallel EF$, 再证明 $AD \parallel BC$ 即可证明结论.

【详解】 证明: $\because \angle 1 = \angle 2$,

$$\therefore \angle ABE = \angle DBC,$$

$$\text{又} \because \angle 3 = \angle ABE,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle DBC,$$

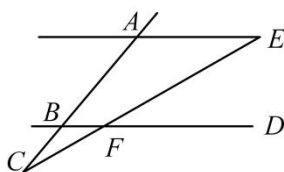
$$\therefore BC \parallel EF,$$

$$\because \angle ADC + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore AD \parallel EF.$$

20. 已知: 如图, $AE \parallel BD$, $\angle EAB = 130^\circ$, $\angle EFD = 30^\circ$, 求 $\angle C$ 的度数

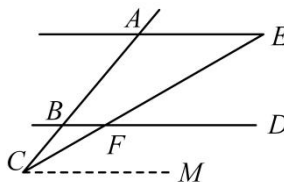


【答案】 20°

【解析】

【分析】 过点 C 作 $CM \parallel AE$, 利用平行的传递性可证 $BD \parallel CM$, 利用平行线的性质可得 $\angle ACM + \angle EAB = 180^\circ$, $\angle EFD = \angle FCM$, 求出 $\angle ACM = 50^\circ$, $\angle FCM = 30^\circ$, 最后利用角的和差关系求解即可.

【详解】 解: 过点 C 作 $CM \parallel AE$,



$$\because AE \parallel BD,$$

$$\therefore BD \parallel CM, \angle ACM + \angle EAB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EFD = \angle FCM,$$

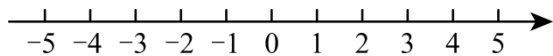
$$\text{又} \angle EAB = 130^\circ, \angle EFD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ACM = 50^\circ, \angle FCM = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE = \angle ACM - \angle FCM = 20^\circ.$$

【点睛】 本题考查了平行线的判定与性质, 明确题意, 添加合适的辅助线, 找出所求问题需要的条件是解题的关键.

21. 解不等式组: $\begin{cases} \frac{1-5x}{2} \geq \frac{3x+1}{3} - 1 \\ 3(x-1) \leq 5(x+1) - 2 \end{cases}$, 把它的解集在数轴上表示出来.



【答案】 $-3 \leq x \leq \frac{1}{3}$, 数轴表示见解析

【解析】

【分析】 题目主要考查求不等式组的解集及在数轴上表示不等式组的解集, 熟练掌握解不等式组的方法是解题关键. 分别求出各不等式的解集, 再求出其公共部分即为不等式的解集, 并在数轴上表示出来即可.

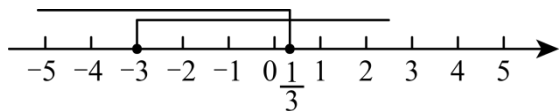
【详解】 解: $\begin{cases} \frac{1-5x}{2} \geq \frac{3x+1}{3} - 1 \text{ ①} \\ 3(x-1) \leq 5(x+1) - 2 \text{ ②} \end{cases}$,

由①得, $x \geq -3$,

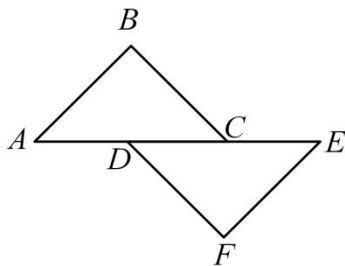
由②得, $x \leq \frac{1}{3}$,

故此不等式组的解集为: $-3 \leq x \leq \frac{1}{3}$.

在数轴上表示如图:



22. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle EFD$ 且 $AB = EF$, $CE = 2.5$, $CD = 2$, $\angle A = 45^\circ$.



(1) 求 AC 的长度.

(2) 求 $\angle E$ 的度数.

【答案】 (1) 4.5

(2) 45°

【解析】

【分析】 本题考查的是全等三角形的性质, 解题的关键是掌握全等三角形的对应边相等、全等三角形的对

应角相等.

(1) 根据题意求出 DE 的长, 根据全等三角形的性质得到答案;

(2) 根据全等三角形的性质求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\because CE = 2.5$, $CD = 2$,

$\therefore DE = 4.5$,

$\because \triangle ABC \cong \triangle EFD$,

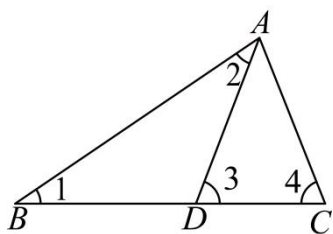
$\therefore AC = DE = 4.5$;

【小问 2 详解】

解: $\because \triangle ABC \cong \triangle EFD$

$\therefore \angle E = \angle A = 45^\circ$.

23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上.



(1) 若 $\angle 1 = \angle 2 = 35^\circ$, $\angle 3 = \angle 4$, 求 $\angle DAC$ 的度数;

(2) 若 AD 为 $\triangle ABC$ 的中线, $\triangle ABD$ 的周长比 $\triangle ACD$ 的周长大 3, $AB = 9$, 求 AC 的长.

【答案】(1) 40°

(2) 6

【解析】

【分析】本题考查了三角形外角的性质, 三角形内角和定理, 中线等知识. 熟练掌握三角形外角的性质, 三角形内角和定理, 中线是解题的关键.

(1) 由题意知, $\angle 4 = \angle 3 = \angle 1 + \angle 2$, 根据 $\angle DAC = 180^\circ - \angle 3 - \angle 4$, 计算求解即可;

(2) 由 AD 为 $\triangle ABC$ 的中线, 可得 $BD = CD$, 由 $\triangle ABD$ 的周长比 $\triangle ACD$ 的周长大 3, 可得 $AB + AD + BD - (AC + AD + CD) = 3$, 进而可得 $9 - AC = 3$, 计算求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\because \angle 1 = \angle 2 = 35^\circ$,

$\therefore \angle 3 = \angle 1 + \angle 2 = 70^\circ$,

$\therefore \angle 3 = \angle 4 = 70^\circ$,

$$\therefore \angle DAC = 180^\circ - \angle 3 - \angle 4 = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC \text{ 的度数为 } 40^\circ;$$

【小问 2 详解】

解: $\because AD$ 为 ABC 的中线,

$$\therefore BD = CD,$$

$\therefore \triangle ABD$ 的周长比 $\triangle ACD$ 的周长大 3,

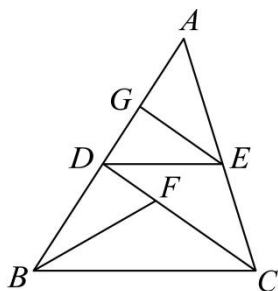
$$\therefore AB + AD + BD - (AC + AD + CD) = 3, \text{ 即 } AB + AD + BD - AC - AD - CD = 3,$$

$$\therefore AB - AC = 3, \text{ 即 } 9 - AC = 3,$$

解得, $AC = 6$,

$\therefore AC$ 的长为 6.

24. 如图, 在 ABC 中, D, E 分别在 AB, AC 上. 已知 $DE \parallel BC$, CD 平分 $\angle ACB$, 过点 E 作 $\angle AED$ 的平分线交 AB 于点 G .



(1) 求证: $GE \parallel CD$;

对于这道题, 小明的证明过程如下:

证明: $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \angle AED = \angle ACB \text{ (两直线平行, 同位角相等)}. \text{ ①}$$

$\because CD$ 平分 $\angle ACB$, GE 平分 $\angle AED$,

$$\therefore \angle GED = \frac{1}{2} \angle AED, \quad \angle DCB = \frac{1}{2} \angle ACB. \text{ ②}$$

$$\therefore \angle GED = \angle DCB. \text{ ③}$$

$$\therefore GE \parallel CD \text{ (同位角相等, 两直线平行)}. \text{ ④}$$

老师认为小明的证明过程出现了问题, 请指出哪一步有问题_____. (填写①, ②, ③或④), 说出错误原因并将其改正.

(2) 过点 B 作 $\angle ABC$ 的平分线 BF 交 CD 于点 F , 若 $\angle A = 52^\circ$, $\angle AED = 80^\circ$, 求 $\angle BFC$ 的度数.

【答案】(1) ④; 改正见解析

(2) 116°

【解析】

【分析】此题考查了平行线的性质和判定，三角形内角和定理，角平分线的概念等知识，解题的关键是掌握以上知识点.

(1) 根据平行线的判定判断即可；

(2) 首先由平行得到 $\angle ACB = \angle AED = 80^\circ$ ，然后利用三角形内角和定理求出 $\angle ABC$ ，然后由角平分线得到 $\angle FBC = \frac{1}{2}\angle ABC = 24^\circ$ ， $\angle FCB = \frac{1}{2}\angle ACB = 40^\circ$ ，进而求解即可.

【小问 1 详解】

$\because \angle GED$ 和 $\angle DCB$ 不是同位角，

$\therefore$ 由 $\angle GED = \angle DCB$ 无法证明出 $GE \parallel CD$

$\therefore$ 第④步有问题；

改正： $\because DE \parallel BC$

$\therefore \angle EDC = \angle DCB$

$\therefore \angle GED = \angle EDC$

$\therefore GE \parallel CD$ (内错角相等，两直线平行).

【小问 2 详解】

$\because \angle AED = 80^\circ$ ， $DE \parallel BC$

$\therefore \angle ACB = \angle AED = 80^\circ$

$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle A - \angle ACB = 48^\circ$

$\because CD$ 平分 $\angle ACB$ ， BF 平分 $\angle ABC$

$\therefore \angle FBC = \frac{1}{2}\angle ABC = 24^\circ$ ， $\angle FCB = \frac{1}{2}\angle ACB = 40^\circ$

$\therefore \angle BFC = 180^\circ - \angle FBC - \angle FCB = 116^\circ$.

25. 某小区物管中心计划采购 A ， B 两种花卉用于美化环境. 已知购买 3 株 A 种花卉和 2 株 B 种花卉共需要 19 元；购买 5 株 A 种花卉和 4 株 B 种花卉共需要 35 元.

(1) 求采购每株 A ， B 两种花卉各多少元钱；

(2) 若该物管中心采购 A ， B 两种花卉共计 10000 株，其中采购的总费用不超过 34000 元，则最少采购 A 种花卉为多少株？

【答案】(1) 采购每株 A ， B 两种花卉各 3 元，5 元；

(2) 最少采购 A 种花卉为 8000 株.

【解析】

【分析】 本题考查了二元一次方程组的应用、一元一次不等式的应用，理解题意，正确列出一元一次不等式，二元一次方程组是解此题的关键.

(1) 设采购每株 A 种花卉 x 元，采购每株 B 种花卉 y 元. 根据题意列出二元一次方程组，解方程组即可得解；

(2) 设采购 A 种花卉 m 株，则采购 B 种花卉 $(10000 - m)$ 株. 根据题意列出一元一次不等式，解不等式即可得解.

【小问 1 详解】

解： 设采购每株 A 种花卉 x 元，采购每株 B 种花卉 y 元.

$$\text{根据题意得} \begin{cases} 3x + 2y = 19 \\ 5x + 4y = 35 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases},$$

答： 采购每株 A ， B 两种花卉各 3 元，5 元；

【小问 2 详解】

解： 设采购 A 种花卉 m 株，则采购 B 种花卉 $(10000 - m)$ 株.

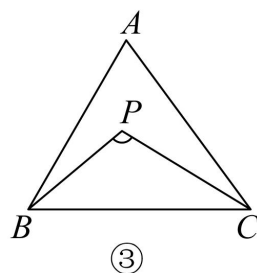
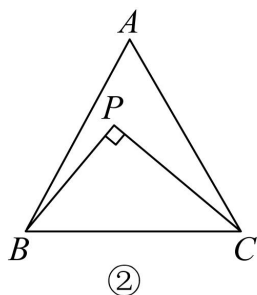
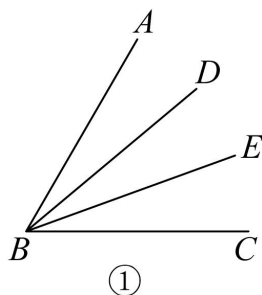
$$\text{根据题意得} 3m + 5(10000 - m) \leq 34000,$$

$$\text{解得} m \geq 8000$$

答： 最少采购 A 种花卉为 8000 株.

26. 【概念认识】

如图①，在 $\angle ABC$ 中，若 $\angle ABD = \angle DBE = \angle EBC$ ，则 BD, BE 叫做 $\angle ABC$ 的“三分线” 其中， BD 是“邻 AB 三分线”， BE “邻 BC 三分线”.



【问题解决】

(1) 如图①, $\angle ABC = 60^\circ$, BD, BE 是 $\angle ABC$ 的“三分线”, 则 $\angle ABE = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$;

(2) 如图②, 在 $\triangle ABC$ 中, BP, CP 分别是 $\angle ABC$ 邻 AB “三分线”和 $\angle ACB$ 邻 AC “三分线”, 且 $BP \perp CP$, 求 $\angle A$ 的度数;

(3) 如图③, 在 $\triangle ABC$ 中, BP, CP 分别是 $\angle ABC$ 邻 AB “三分线”和 $\angle ACB$ 邻 AC “三分线”, 且 $\angle BPC = x^\circ$, 求 $\angle A$ 的度数 (用含 x 的式子表示).

【答案】 (1) 40° (2) $\angle A = 45^\circ$ (3) $\angle A = \frac{3}{2}x^\circ - 90^\circ$

【解析】

【分析】 本题考查三角形的内角和定理, 熟练掌握新定义, 是解题的关键:

(1) 根据三分线的定义和角的和差关系进行计算即可;

(2) 根据三角形的内角和定理结合新定义进行求解即可;

(3) 根据三角形的内角和定理结合新定义进行求解即可.

【详解】 (1) $\because \angle ABC = 60^\circ$, BD, BE 是 $\angle ABC$ 的“三分线”,

$$\therefore \angle ABD = \angle DBE = \angle EBC = \frac{1}{3} \angle ABC = \frac{1}{3} \times 60^\circ = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle ABD + \angle DBE = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ.$$

(2) $\because BP \perp CP$,

$$\therefore \angle BPC = 90^\circ.$$

$$\angle PBC + \angle PCB = 90^\circ.$$

$\because BP, CP$ 分别是 $\angle ABC$ 邻 AB 三分线和 $\angle ACB$ 邻 AC 三分线,

$$\therefore \angle PBC = \frac{2}{3} \angle ABC, \angle PCB = \frac{2}{3} \angle ACB,$$

$$\therefore \frac{2}{3} \angle ABC + \frac{2}{3} \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\angle ABC + \angle ACB = 135^\circ.$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ;$$

(3) $\because \angle BPC = x^\circ$.

$$\angle PBC + \angle PCB = 180^\circ - x^\circ.$$

$\because BP, CP$ 分别是 $\angle ABC$ 邻 AB 三分线和 $\angle ACB$ 邻 AC 三分线,

$$\therefore \angle PBC = \frac{2}{3} \angle ABC, \angle PCB = \frac{2}{3} \angle ACB,$$

$$\therefore \frac{2}{3}\angle ABC + \frac{2}{3}\angle ACB = 180^\circ - x^\circ,$$

$$\angle ABC + \angle ACB = 270^\circ - \frac{3}{2}x^\circ.$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) = 180^\circ - 270^\circ + \frac{3}{2}x^\circ = \frac{3}{2}x^\circ - 90^\circ.$$

27. 如图 1, E 点在 BC 上, $\angle A = \angle D$, $\angle ACB + \angle BED = 180^\circ$.

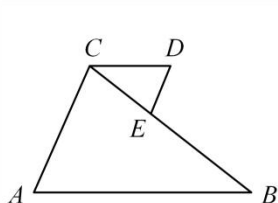


图1

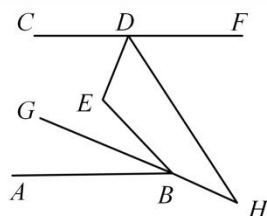


图2

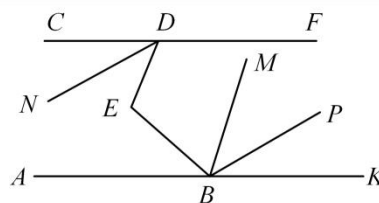


图3

(1) 求证: $AB \parallel CD$;

(2) 如图 2, $AB \parallel CD$, BG 平分 $\angle ABE$, 与 $\angle EDF$ 的平分线交于 H 点, 若 $\angle DEB$ 比 $\angle DHB$ 大 60° , 求 $\angle DEB$ 的度数.

(3) 在 (1) 的结论下, 保持 (2) 中所求的 $\angle DEB$ 的度数不变, 如图 3, BM 平分 $\angle EBK$, DN 平分 $\angle CDE$, 作 $BP \parallel DN$, 则 $\angle PBM$ 的度数是否改变? 若不变, 请求值; 若改变, 请说明理由.

【答案】 (1) 见解析 (2) 100°

(3) 不变, 见解析

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的判定与性质, 解决本题的关键是掌握平行线的判定与性质.

(1) 如图 1, 延长 DE 交 AB 于点 F , 根据 $\angle ACB + \angle BED = 180^\circ$, $\angle CED + \angle BED = 180^\circ$, 可得 $\angle ACB = \angle CED$, 所以 $AC \parallel DF$, 可得 $\angle A = \angle DFB$, 又 $\angle A = \angle D$, 进而可得结论;

(2) 如图 2, 作 $EM \parallel CD$, $HN \parallel CD$, 根据 $AB \parallel CD$, 可得 $AB \parallel EM \parallel HN \parallel CD$, 根据平行线的性质得角之间的关系, 再根据 $\angle DEB$ 比 $\angle DHB$ 大 60° , 列出等式即可求 $\angle DEB$ 的度数;

(3) 如图 3, 过点 E 作 $ES \parallel CD$, 设直线 DF 和直线 BP 相交于点 G , 根据平行线的性质和角平分线定义可求 $\angle PBM$ 的度数.

【小问 1 详解】

证明: 如图 1, 延长 DE 交 AB 于点 F ,

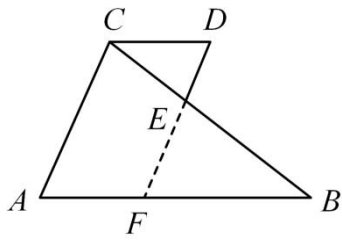


图1

$$\because \angle ACB + \angle BED = 180^\circ, \quad \angle CED + \angle BED = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle CED,$$

$$\therefore AC \parallel DF,$$

$$\therefore \angle A = \angle DFB,$$

$$\because \angle A = \angle D,$$

$$\therefore \angle DFB = \angle D,$$

$$\therefore AB \parallel CD;$$

【小问2 详解】

解：如图2，作 $EM \parallel CD$ ， $HN \parallel CD$ ，

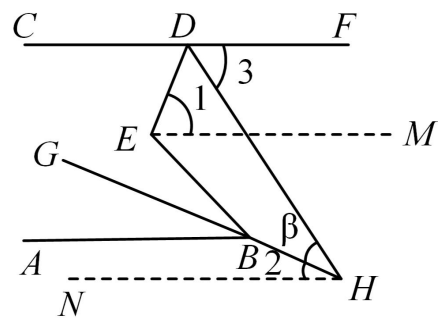


图2

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore AB \parallel EM \parallel HN \parallel CD,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle EDF = 180^\circ, \quad \angle MEB = \angle ABE,$$

$$\because BG \text{ 平分 } \angle ABE,$$

$$\therefore \angle ABG = \frac{1}{2} \angle ABE,$$

$$\because AB \parallel HN,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle ABG,$$

$$\because CF \parallel HN,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle \beta = \angle 3,$$

$$\therefore \frac{1}{2}\angle ABE + \angle \beta = \angle 3,$$

$\because DH$ 平分 $\angle EDF$,

$$\therefore \angle 3 = \frac{1}{2}\angle EDF,$$

$$\therefore \frac{1}{2}\angle ABE + \angle \beta = \frac{1}{2}\angle EDF,$$

$$\therefore \angle \beta = \frac{1}{2}(\angle EDF - \angle ABE),$$

$$\therefore \angle EDF - \angle ABE = 2\angle \beta,$$

设 $\angle DEB = \angle \alpha$,

$$\therefore \angle \alpha = \angle 1 + \angle MEB = 180^\circ - \angle EDF + \angle ABE = 180^\circ - (\angle EDF - \angle ABE) = 180^\circ - 2\angle \beta,$$

$\therefore \angle DEB$ 比 $\angle DHB$ 大 60° ,

$$\therefore \angle \alpha - 60^\circ = \angle \beta,$$

$$\therefore \angle \alpha = 180^\circ - 2(\angle \alpha - 60^\circ)$$

解得 $\angle \alpha = 100^\circ$

$\therefore \angle DEB$ 的度数为 100° ;

【小问 3 详解】

解: $\angle PBM$ 的度数不变, 理由如下:

如图 3, 过点 E 作 $ES \parallel CD$, 设直线 DF 和直线 BP 相交于点 G ,

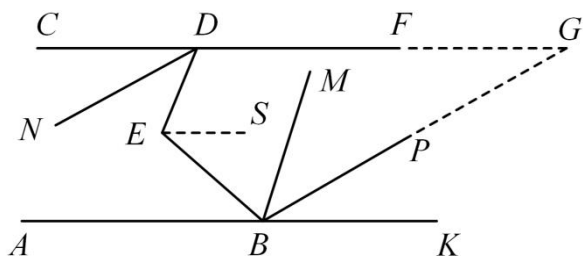


图3

$\because BM$ 平分 $\angle EBK$, DN 平分 $\angle CDE$,

$$\therefore \angle EBM = \angle MBK = \frac{1}{2}\angle EBK,$$

$$\angle CDN = \angle EDN = \frac{1}{2}\angle CDE,$$

$\because ES \parallel CD$, $AB \parallel CD$,

$$\therefore ES \parallel AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle DES = \angle CDE,$$

$$\angle BES = \angle ABE = 180^\circ - \angle EBK ,$$

$$\angle G = \angle PBK ,$$

$$\text{由 (2) 可知: } \angle DEB = 100^\circ ,$$

$$\therefore \angle CDE + 180^\circ - \angle EBK = 100^\circ ,$$

$$\therefore \angle EBK - \angle CDE = 80^\circ ,$$

$$\because BP \parallel DN ,$$

$$\therefore \angle CDN = \angle G ,$$

$$\therefore \angle PBK = \angle G = \angle CDN = \frac{1}{2} \angle CDE ,$$

$$\therefore \angle PBM = \angle MBK - \angle PBK$$

$$= \frac{1}{2} \angle EBK - \frac{1}{2} \angle CDE$$

$$= \frac{1}{2} (\angle EBK - \angle CDE)$$

$$= \frac{1}{2} \times 80^\circ$$

$$= 40^\circ .$$