

2024 学年第二学期七年级期中考试数学试题

(考试时间 90 分钟, 总分 100 分)

一、选择题 (本大题共有 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列各式中, 是一元一次不等式的是 ()

- A. $2x-1$ B. $2y=8$ C. $\frac{1}{2}x-7>0$ D. $\frac{1}{x}-3x<0$

【答案】C

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元一次不等式的定义, 熟练掌握定义, 是解题的关键. 根据一元一次不等式的定义, 需满足: ①含有一个未知数; ②未知数的次数为 1; ③左右两边均为整式; ④含有不等号.

【详解】解: A. $2x-1$ 是代数式, 不含不等号, 不符合定义, 故 A 不符合题意;

B. $2y=8$ 是等式, 不是不等式, 排除, 故 B 不符合题意;

C. $\frac{1}{2}x-7>0$ 含有一个未知数 x , 次数为 1, 且两边为整式, 符合一元一次不等式定义, 故 C 符合题意;

D. $\frac{1}{x}-3x<0$ 中 $\frac{1}{x}$ 不是整式, 不符合条件, 故 D 不符合题意.

故选: C.

2. 下列是命题的是 ()

- A. 作两条相交直线 B. $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 相等吗?
C. 对顶角相等 D. 若 $a^2=4$, 求 a 的值

【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查了命题与定理, 根据命题的定义对各选项进行判断, 熟知判断一件事情的语句, 叫做命题是解题的关键.

【详解】解: A、“作两条相交直线”为描述性语言, 它不是命题, 所以 A 选项不符合题意;

B、“ $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 相等吗?” 为疑问句, 它不是命题, 所以 B 选项不符合题意;

C、对顶角相等, 它是命题, 所以 C 选项符合题意;

D、“若 $a^2=4$, 求 a 的值”为描述性语言, 它不是命题, 所以 D 选项不符合题意.

故选: C.

3. 某商品的进价是 1000 元, 售价为 1500 元, 为促销商店决定降价出售, 在保证利润率不低于 5%的前提下,

商店最多可降()

A. 400 元

B. 450 元

C. 550 元

D. 600 元

【答案】 B

【解析】

【详解】 分析:

根据题意列出不等式进行解答即可.

详解:

设商店最多可降价 x 元, 根据题意可得:

$$1500 - 1000 - x \geq 1000 \times 5\%,$$

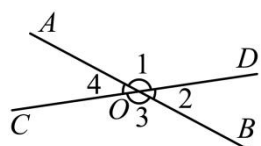
$$\text{解得: } x \leq 450,$$

$\therefore$ 该商店最多降价 450 元.

故选 B.

点睛: 读懂题意, 知道: “利润=售价-进价-降价的金额, 利润=进价 $\times$ 利润率”是解答本题的关键.

4. 如图, 两条直线交于点 O , 若 $\angle 2 + \angle 4 = 100^\circ$, 则 $\angle 3$ 的度数为 ()



A. 130°

B. 125°

C. 120°

D. 110°

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题主要考查了邻补角互补, 对顶角相等, 先根据对顶角相等得到 $\angle 4 = \angle 2 = 50^\circ$, 再根据邻补角互补即可得到答案.

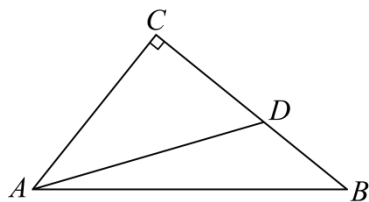
【详解】 解: $\because \angle 2 + \angle 4 = 100^\circ$, $\angle 4 = \angle 2$,

$$\therefore \angle 4 = \angle 2 = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 180^\circ - \angle 2 = 130^\circ,$$

故选: A.

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, D 是边 BC 上一点, 且 $\angle ADB = 120^\circ$, 那么下列说法错误的是 ()



- A. 直线 AD 与直线 BC 的夹角为 60°
B. 直线 AC 与直线 BC 的夹角为 90°
C. 线段 CD 的长是点 C 到直线 AD 的距离
D. 线段 AC 的长是点 A 到直线 BC 的距离

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了点到直线的距离和两直线的夹角，熟记两直线的夹角小于 90° 和点到直线的距离是指该点到直线的垂线段的长是解题的关键．根据已知角即可判断 A、B；根据点到直线的距离的定义即可判断 C、D．

【详解】解：A、 $\because \angle ADB = 120^\circ$ ，
 $\therefore \angle ADC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ ，
 $\therefore$ 直线 AD 与直线 BC 的夹角为 60° ，正确，故本选项不符合题意；
B、 $\because \angle ACD = 90^\circ$ ，
 $\therefore$ 直线 AC 与直线 BC 的夹角为 90° ，正确，故本选项不符合题意；
C、 $\because \angle ACD = 90^\circ$ ，
 $\therefore DC \perp AC$ ，
 $\therefore$ 线段 CD 的长是点 D 到直线 AC 的距离，原说法错误，故本选项符合题意；
D、 $\because AC \perp BC$ ，
 $\therefore$ 线段 AC 的长是点 A 到直线 BC 的距离，正确，故本选项不符合题意．
故选：C．

6. 下列说法中，正确的有（ ）

- ①在同一平面内，两条直线的位置关系有平行、相交、垂直三种；
②平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直；
③过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行；
④同角或等角的补角相等

A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了补角定义，垂线的性质，平行公理等知识点，根据补角定义，平行线的性质，平行公理逐个判断即可．能熟记知识点的内容是解此题的关键．

【详解】解：同一平面内，两条直线的位置关系有：相交和平行，垂直是相交的特殊情况，故①说法错误；
平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直，故②说法正确；
过直线外一点，有且只有一条直线与这条直线平行，故③说法正确；
同角或等角的补角相等，故④说法正确，
故正确的说法有 3 个.

故选：B.

二、填空题（本大题共有 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 不等式 $x + \frac{1}{3} > 0$ 的解集是_____.

【答案】 $x > -\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了不等式的性质，根据不等式的性质即可得到答案；

【详解】解： $x + \frac{1}{3} > 0$,

$$x + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} > -\frac{1}{3},$$

$$x > -\frac{1}{3};$$

故答案为： $x > -\frac{1}{3}$.

8. x 的 2 倍与 y 的和小于 5. 用不等式表示为_____.

【答案】 $2x + y < 5$

【解析】

【分析】 本题考查了不等式的定义，根据题意列出不等式是关键；

【详解】解：不等式表示为： $2x + y < 5$

故答案为： $2x + y < 5$.

9. 已知关于 x 的不等式 $ax > 1$ 的解集为 $x < \frac{1}{a}$ ，则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $a < 0$

【解析】

【分析】 本题主要考查了不等式的性质，当不等式的两边同时乘或者除以一个负数时，不等号方向要改变，根据此性质即可得到答案；

【详解】解：由题意可知：当两边同时除以 a 时，不等式方向发生了改变，所以 $a < 0$ ；

故答案为: $a < 0$.

10. 已知 $\frac{4x+5}{3}$ 不大于 $2x$, 那么 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x \geq \frac{5}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次不等式, 根据题意列出一元一次不等式, 再根据解一元一次不等式的步骤计算即可得解, 熟练掌握解一元一次不等式的步骤是解此题的关键.

【详解】 解: 由题意可得: $\frac{4x+5}{3} \leq 2x$,

解得: $x \geq \frac{5}{2}$,

即 x 的取值范围是 $x \geq \frac{5}{2}$,

故答案为: $x \geq \frac{5}{2}$.

11. 不等式组 $\begin{cases} 3x-4 \leq x+4 \\ x+1 > 3 \end{cases}$ 的解集是_____.

【答案】 $2 < x \leq 4$

【解析】

【分析】 本题考查解一元一次不等式组, 分别求出各个不等式的解集, 它们的公共部分即为不等式组的解集.

【详解】 解: $\begin{cases} 3x-4 \leq x+4 \text{ ①} \\ x+1 > 3 \text{ ②} \end{cases}$

解不等式①, 得 $x \leq 4$,

解不等式②, 得 $x > 2$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $2 < x \leq 4$.

故答案为: $2 < x \leq 4$

12. 命题: “如果 $a = b$, 那么 $|a| = |b|$ ” 的逆命题是_____. (填“真命题”或“假命题”)

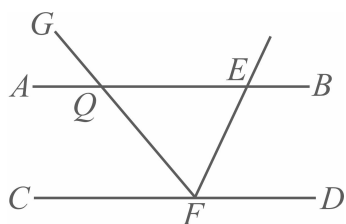
【答案】 假命题

【解析】

【分析】 本题主要考查了逆命题的概念，真假命题的概念，理解命题的相关概念是解决此题的关键；先根据题意交换题设和结论得到逆命题，再根据绝对值的概念得到结果即可；

【详解】 解：由题意可知：逆命题为如果 $|a|=|b|$ ，那么 $a=b$ ，
绝对值相等的两个数，有可能相等也有可能互为相反数，故逆命题为假命题；
故答案为：假命题.

13 如图，已知 GF 交 AB 于点 Q ，交 CD 于点 F ， FE 平分 $\angle GFD$ ，交 AB 于点 E ， $\angle AQG = 50^\circ$. 当 $\angle EFD = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ 时， $AB \parallel CD$.



【答案】 65

【解析】

【分析】 本题考查平行线的判定，对顶角的性质，分线的定义，熟练掌握平行线的判定定理是解题的关键. 先由对顶角的性质求得 $\angle EQF = 50^\circ$ ，再根据平行线的判定定理和角平分线的定义求解.

【详解】 解： $\because \angle AQG = 50^\circ$ ，
 $\therefore \angle EQF = \angle AQG = 50^\circ$ ，
 $\because$ 当 $\angle EQF + \angle GFD = 180^\circ$ 时， $AB \parallel CD$ ，
 $\therefore \angle GFD = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ ，
 $\because FE$ 平分 $\angle GFD$ ，
 $\therefore \angle EFD = \frac{1}{2} \angle GFD = 65^\circ$ ，

故答案为：65.

14. 如果一个三角形的一边长为5cm，另一边长为2cm，若第三边长为 x cm，且 x 为奇数，则此三角形的周长为_____ cm.

【答案】 12

【解析】

【分析】 本题主要考查三角形三边关系，三角形两边之和大于第三边，三角形两边之差小于第三边，确定 x 的范围，再根据 x 为奇数，据此可求得答案.

【详解】解：根据三角形两边的和大于第三边，则 $x < 5 + 2$ ，即 $x < 7$ 。

根据三角形两边的差小于第三边，则 $5 - 2 < x$ ，即 $x > 3$ ，

$$\therefore 3 < x < 7,$$

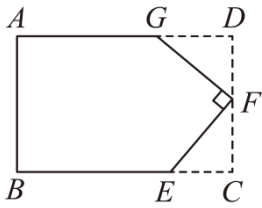
$\because x$ 为奇数，

$\therefore x$ 的长为 5cm，

$\therefore$ 三角形的周长 $= 5 + 5 + 2 = 12\text{cm}$ ，

故答案为：12.

15. 如图，一张长方形纸片剪去两个角，测得 $EF \perp GF$ ， $\angle AGF = 140^\circ$ ，则 $\angle BEF = \underline{\hspace{2cm}}$.

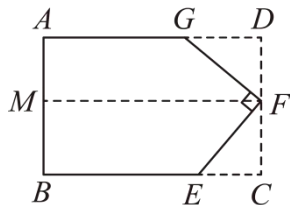


【答案】 130° ## 130 度

【解析】

【分析】 本题考查了长方形的性质和平行线的性质，主要考查学生的推理能力和计算能力；过 F 作 $FM \parallel AD$ ，交 AB 于 M ，得出 $AD \parallel BC \parallel FM$ ，推出 $\angle AGF + \angle GFM = 180^\circ$ ， $\angle MFE + \angle BEF = 180^\circ$ ，把 $\angle AGF = 140^\circ$ ， $\angle GFE = 90^\circ$ 代入求出即可。

【详解】解： 过 F 作 $FM \parallel AD$ ，交 AB 于 M ，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是长方形，

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore AD \parallel BC \parallel FM \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AGF + \angle GFM = 180^\circ,$$

$$\because \angle AGF = 140^\circ,$$

$$\therefore \angle GFM = 40^\circ,$$

$$\because EF \perp FG,$$

$$\therefore \angle GFE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MFE = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ,$$

$\because FM \parallel BC,$

$$\therefore \angle BEF = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ,$$

故答案为: 130° .

16. 已知点 O 在直线 AB 上, 以点 O 为端点的两条射线 OC 、 OD 互相垂直, 若 $\angle AOC = 30^\circ$, 则 $\angle BOD$ 的度数是_____.

【答案】 60° 或 120°

【解析】

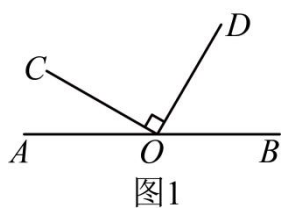
【分析】 需要分类讨论: 如图, OC 、 OD 在 AB 的同侧和异侧两种情况.

【详解】 解: $\because OC$, OD 互相垂直,

$$\therefore \angle COD = 90^\circ.$$

如图 1, OC 与 OD 在 AB 的同侧时,

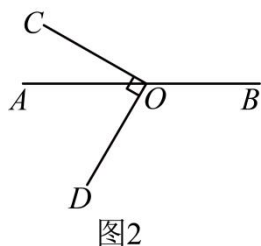
$$\because \angle AOC = 30^\circ,$$



$$\therefore \angle BOD = 180^\circ - \angle COD - \angle AOC = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ;$$

如图 2, OC 与 OD 在 AB 的两侧时,

$$\because \angle AOC = 30^\circ,$$



$$\therefore \angle AOD = \angle COD - \angle AOC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BOD = 180^\circ - \angle AOD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ;$$

故答案是： 60° 或 120° 。

【点睛】本题考查了垂线，注意数形结合数学思想、分类思想的应用。

17. 某乒乓球馆有两种计费方案，如下表。小鸣和同学们打算周末去此乒乓球馆连续打球4小时，经服务生测算后，告知他们包场计费方案会比按人数计费方案便宜，若他们共有 x 人，根据题意可列不等式_____。

包场计费：包场每场每小时50元，每人须另付入场费5元
人数计费：每人打球2小时20元，接着续打球每人每小时6元

【答案】 $50 \times 4 + 5x < 20x + 12x$

【解析】

【分析】本题考查了一元一次不等式的实际应用，解题关键是找出不等关系列出不等式。根据表中数据列出不等式求解，即可。

【详解】解：依题意，得 $50 \times 4 + 5x < 20x + 12x$ ，

故答案为： $50 \times 4 + 5x < 20x + 12x$ 。

18. 当三角形中一个内角 α 是另一个内角 β 的两倍时，我们称此三角形为“特征三角形”，其中 α 称为“特征角”。如果一个直角三角形为“特征三角形”，那么它的“特征角”的度数是_____。

【答案】 90° 或 60°

【解析】

【分析】本题考查三角形的内角和定理，根据特殊三角形的定义，分直角为特征角和锐角是特征角，两种情况进行求解即可。

【详解】解：当直角为特征角时，一个锐角的度数为 45° ，符合题意；

当锐角为特征角时，则： $\alpha + \beta = 2\beta + \beta = 90^\circ$ ，

$$\therefore \beta = 30^\circ,$$

$$\therefore \alpha = 60^\circ;$$

故答案为： 90° 或 60° 。

三、简答题（本大题共有 5 题，第 19-22 题，每题 5 分，第 23 题 8 分，满分 28 分）

19. 解不等式： $3(6x+7) \geq 8-2(5x-9)$ 。

【答案】 $x \geq \frac{5}{28}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了不等式的计算，根据计算步骤去括号、移项、合并同类项、系数化为 1 即可得到答案；

【详解】 解： $3(6x+7) \geq 8-2(5x-9)$ ，

$$18x+21 \geq 8-(10x-18),$$

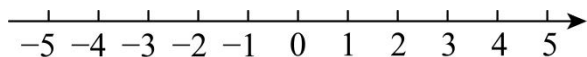
$$18x+21 \geq 8-10x+18,$$

$$18x+10x \geq 8-21+18,$$

$$28x \geq 5,$$

$$x \geq \frac{5}{28}.$$

20. 解不等式组： $\begin{cases} 5(x+9) > 6-6(x-1) \\ \frac{1}{5}x-1 \leq 2-\frac{2}{5}x \end{cases}$ ，并把解集在数轴上表示出来。



【答案】 $-3 < x \leq 5$ ，解集表示见解析

【解析】

【分析】 本题考查解一元一次不等式组，在数轴上表示解集。先分别求出各个不等式的解集，它们的公共部分即为不等式组的解集，进而在数轴上表示即可。

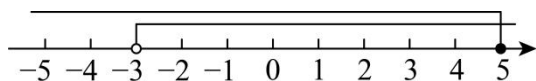
【详解】 解： $\begin{cases} 5(x+9) > 6-6(x-1) \text{ ①} \\ \frac{1}{5}x-1 \leq 2-\frac{2}{5}x \text{ ②} \end{cases}$

解不等式①，得 $x > -3$ ，

解不等式②，得 $x \leq 5$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-3 < x \leq 5$ ，

该解集在数轴上表示为：



21. 当 k 满足什么条件时, 关于 x 的方程 $4(2x-5k)-3=-(x-7k)$ 的解是正数?

【答案】当 $k > -\frac{1}{9}$ 时, 关于 x 的方程 $4(2x-5k)-3=-(x-7k)$ 的解是正数

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次方程、解一元一次不等式, 先解一元一次方程得出 $x = \frac{9k+1}{3}$, 结合题意可得 $\frac{9k+1}{3} > 0$, 再解一元一次不等式即可得解, 熟练掌握以上知识点并灵活运用是解此题的关键.

【详解】解: $4(2x-5k)-3=-(x-7k)$,

$$8x-20k-3=-x+7k,$$

$$9x=27k+3,$$

$$x=\frac{9k+1}{3},$$

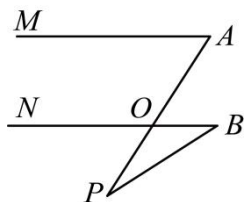
$\therefore$ 关于 x 的方程 $4(2x-5k)-3=-(x-7k)$ 的解是正数,

$$\therefore \frac{9k+1}{3} > 0,$$

$$\text{解得 } k > -\frac{1}{9},$$

$\therefore$ 当 $k > -\frac{1}{9}$ 时, 关于 x 的方程 $4(2x-5k)-3=-(x-7k)$ 的解是正数.

22. 如图, 已知 $MA \parallel NB$, AP 与 BN 交于 O 点, $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, 则 $\angle P$ 的度数为多少?

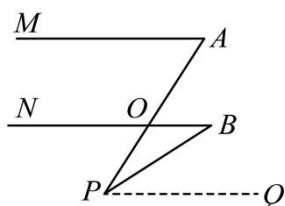


【答案】 30°

【解析】

【分析】本题考查平行线的判定及性质. 过点 P 作 $PQ \parallel MA$, 可得 $MA \parallel NB \parallel PQ$, 根据平行线的性质求出 $\angle APQ$, $\angle BPQ$, 进而根据角的和差即可求解.

【详解】解: 过点 P 作 $PQ \parallel MA$,



$$\because MA \parallel NB, PQ \parallel MA,$$

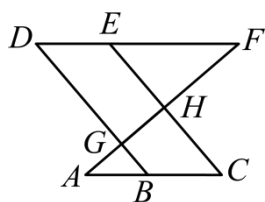
$$\therefore MA \parallel NB \parallel PQ,$$

$$\therefore \angle APQ = \angle A = 70^\circ,$$

$$\angle BPQ = \angle B = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = \angle APQ - \angle BPQ = 30^\circ.$$

23. 如图, 点 E 在直线 DF 上, 点 B 在直线 AC 上, 若 $\angle AGB = \angle EHF$, $\angle C = \angle D$.



试说明: $\angle A = \angle F$. 请同学们补充下面的解答过程, 并填空.

解: $\because \angle AGB = \angle DGF$ (),

$$\angle AGB = \angle EHF \text{ (已知)},$$

$$\therefore \angle DGF = \angle EHF \text{ (等量代换)}.$$

$$\therefore DB \parallel \underline{\hspace{2cm}} \text{ ()}.$$

$$\therefore \angle D = \underline{\hspace{2cm}} \text{ ()}.$$

$$\because \angle D = \angle C \text{ (已知)},$$

$$\therefore \angle FEH = \angle C \text{ ()}.$$

$$\therefore \underline{\hspace{2cm}} \parallel \underline{\hspace{2cm}} \text{ (内错角相等, 两直线平行)}.$$

$$\therefore \angle A = \angle F \text{ ()}.$$

【答案】对顶角相等; EC ; 同位角相等, 两直线平行; $\angle FEH$; 两直线平行, 同位角相等; 等量代换; DF ; AC ; 两直线平行, 内错角相等

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的判定和性质, 掌握平行线的判定和性质是解题关键. 先根据同位角相等, 两直线平行, 证明 $DB \parallel EC$, 进而得出 $\angle FEH = \angle C$, 推出 $DF \parallel AC$, 得到 $\angle A = \angle F$, 根据解答过程填空即可.

【详解】 解: $\because \angle AGB = \angle DGF$ (对顶角相等),

$$\angle AGB = \angle EHF \text{ (已知)},$$

$$\therefore \angle DGF = \angle EHF \text{ (等量代换)}.$$

$\therefore DB \parallel EC$ (同位角相等, 两直线平行).

$\therefore \angle D = \angle FEH$ (两直线平行, 同位角相等).

$\therefore \angle D = \angle C$ (已知),

$\therefore \angle FEH = \angle C$ (等量代换).

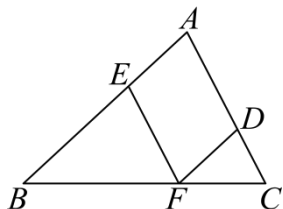
$\therefore DF \parallel AC$ (内错角相等, 两直线平行).

$\therefore \angle A = \angle F$ (两直线平行, 内错角相等).

故答案为: 对顶角相等; EC ; 同位角相等, 两直线平行; $\angle FEH$; 两直线平行, 同位角相等; 等量代换; DF ; AC ; 两直线平行, 内错角相等

四、解答题 (本大题共 3 题, 第 24 题 9 分, 25 题 11 分, 26 题 10 分, 满分 30 分)

24. 如图, 已知 D 、 E 、 F 分别是线段 AC 、 AB 、 BC 上的点, $DF \parallel AB$, $\angle DFE = \angle A$.



(1) 求证: $\angle EFB = \angle C$;

(2) 若把原题设中 “ $DF \parallel AB$ ” 与结论 “ $\angle EFB = \angle C$ ” 互换, 所得命题是真命题吗? 请说明理由.

【答案】 (1) 见解析 (2) 是, 理由见解析

【解析】

【分析】 本题考查平行线的判定与性质, 解题的关键是掌握平行线的判定与性质.

(1) 直接利用平行线的性质以及结合平行线的判定方法分析得出答案;

(2) 直接利用平行线的性质以及结合平行线的判定方法分析得出答案;

【小问 1 详解】

证明: $\because DF \parallel AB$,

$\therefore \angle CDF = \angle A$,

$\because \angle DFE = \angle A$,

$\therefore \angle CDF = \angle DFE$

$\therefore EF \parallel AC$,

$\therefore \angle EFB = \angle C$;

【小问 2 详解】

解: 所得命题是真命题, 理由如下:

$$\therefore \angle EFB = \angle C,$$

$$\therefore EF \parallel AC,$$

$$\therefore \angle DFE = \angle CDF,$$

$$\therefore \angle DFE = \angle A,$$

$$\therefore \angle A = \angle CDF,$$

$$\therefore DF \parallel AB.$$

25. 为了缓解大气污染，贵阳市公交公司决定将某一条线路上的柴油公交车替换为新能源公交车，计划购买 A 型和 B 型两种新能源公交车共 10 辆. 若购买 A 型公交车 3 辆， B 型公交车 2 辆，共需 180 万元；若购买 A 型公交车 2 辆， B 型公交车 3 辆，共需 195 万元.

(1) 求购买 A 型和 B 型公交车每辆各需多少万元；

(2) 预计在该线路上 A 型和 B 型公交车每辆年均载客量分别为 60 万人次和 100 万人次，若该公司购买 A 型和 B 型公交车的总费用不超过 360 万元，且确保这 10 辆公交车在该线路的年均载客总和不少于 680 万人次，则该公司有哪几种购车方案，哪种购车方案总费用最少？最少总费用是多少？

【答案】 (1) 购买每辆 A 型公交车需要 30 万元，每辆 B 型公交车需要 45 万元

(2) 三种购买方案，购进 8 辆 A 型公交车，2 辆 B 型公交车时总费用最少，最少费用为 330 万元

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次不等式组的应用、二元一次方程组的应用以及一次函数的性质，解题的关键是找准等量关系，正确列出二元一次方程组 and 一元一次不等式组.

(1) 根据题意列方程组求解；

(2) 根据题意列不等式组. 再求其整数解，再根据题意列一次函数，求其最值.

【小问 1 详解】

设购买每辆 A 型公交车需要 x 万元，每辆 B 型公交车需要 y 万元，

$$\text{依题意，得：} \begin{cases} 3x + 2y = 180 \\ 2x + 3y = 195 \end{cases}, \text{解得：} \begin{cases} x = 30 \\ y = 45 \end{cases}$$

答：购买每辆 A 型公交车需要 30 万元，每辆 B 型公交车需要 45 万元.

【小问 2 详解】

设购进 A 型公交车 m 辆，则购进 B 型公交车 $(10 - m)$ 辆，

$$\text{依题意，得：} \begin{cases} 30m + 45(10 - m) \leq 360 \\ 60m + 100(10 - m) \geq 680 \end{cases},$$

解得： $6 \leq m \leq 8$ ，因为 m 为整数，所有 $m = 6, 7, 8$ ，

所以，该公司有三种购车方案，

方案 1：购进 6 辆 A 型公交车，4 辆 B 型公交车；

方案 2：购进 7 辆 A 型公交车，3 辆 B 型公交车；

方案 3：购进 8 辆 A 型公交车，2 辆 B 型公交车.

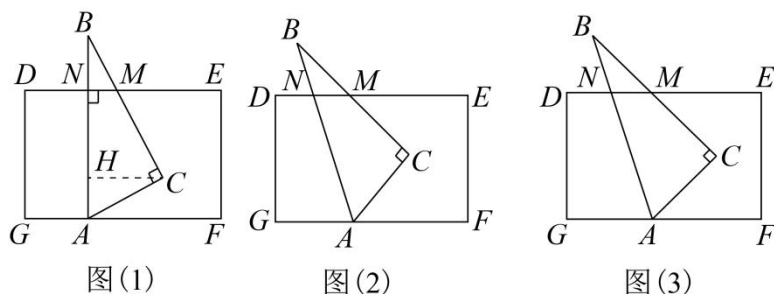
该公司购买这 10 辆公交车的总费用为 w 元，则

$$w = 30m + 45(10 - m) = -15m + 450,$$

因为， $k = -15 < 0$ ， w 随 m 的增大而减小，当 $m = 8$ 时， w 取得最小值，最小值为 330，

答：购进 8 辆 A 型公交车，2 辆 B 型公交车时总费用最少，最少费用为 330 万元.

26. 问题情境：我们知道，“两条平行线被第三条直线所截，同位角相等，内错角相等，同旁内角互补”，所以在某些探究性问题中通过“构造平行线”可以起到转化的作用. 已知三角板 ABC 中， $\angle BAC = 60^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，长方形 $DEFG$ 中， $DE \parallel GF$.



图(1)

图(2)

图(3)

(1) 问题初探：如图(1)，若将三角板 ABC 的顶点 A 放在长方形的边 GF 上， BC 与 DE 相交于点 M ， $AB \perp DE$ 于点 N ，求 $\angle EMC$ 的度数.

分析：过点 C 作 $CH \parallel GF$. 则有 $CH \parallel DE$ ，从而得 $\angle CAF = \angle HCA$ ， $\angle EMC = \angle MCH$ ，从而可以求得 $\angle EMC$ 的度数. 由分析得，请你直接写出： $\angle CAF$ 的度数为_____， $\angle EMC$ 的度数为_____.

(2) 类比再探：若将三角板 ABC 按图(2)所示方式摆放(AB 与 DE 不垂直)，请你猜想 $\angle CAF$ 与 $\angle EMC$ 的数量关系，并说明理由.

(3) 请你总结(1)，(2)解决问题的思路，在图(3)中探究 $\angle BAG$ 与 $\angle BMD$ 的数量关系？并说明理由.

【答案】 (1) 30° ， 60°

(2) $\angle EMC + \angle CAF = 90^\circ$ ，理由见解析

(3) $\angle BAG - \angle BMD = 30^\circ$ ，理由见解析

【解析】

【分析】 (1) 根据直角三角板中的两个锐角互余即可求解；

(2) 过 C 作 $CH \parallel GF$ ，则 $\angle CAF = \angle ACH$ ，根据平行线的性质可得 $\angle EMC = \angle HCM$ ，进而根据

$\angle EMC + \angle CAF = \angle MCH + \angle ACH = \angle ACB$ 即可求解;

(3) 过 B 作 $BK \parallel GF$, 则 $\angle BAG = \angle KBA$, 根据平行线的性质可得 $\angle BMD = \angle KBM$, 进而根据 $\angle BAG - \angle BMD = \angle ABK - \angle KBM = \angle ABC$ 即可求解.

【小问 1 详解】

由题可得, $\angle CAF = \angle BAF - \angle BAC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$,

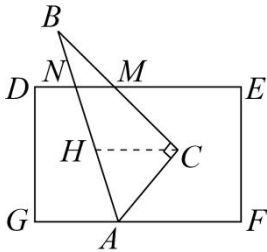
$$\angle EMC = \angle BCH = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ;$$

故答案为: 30° , 60° ;

【小问 2 详解】

$\angle EMC + \angle CAF = 90^\circ$, 理由:

证明: 如图,



过 C 作 $CH \parallel GF$, 则 $\angle CAF = \angle ACH$,

$\because DE \parallel GF$, $CH \parallel GF$,

$\therefore CH \parallel DE$,

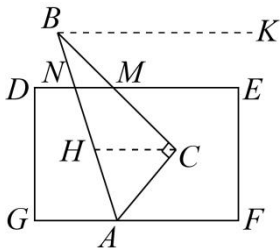
$\therefore \angle EMC = \angle HCM$,

$\therefore \angle EMC + \angle CAF = \angle MCH + \angle ACH = \angle ACB = 90^\circ$;

【小问 3 详解】

$\angle BAG - \angle BMD = 30^\circ$, 理由:

证明: 如图,



过 B 作 $BK \parallel GF$, 则 $\angle BAG = \angle KBA$,

$\because BK \parallel GF$, $DE \parallel GF$,

$\therefore BK \parallel DE$,

$$\therefore \angle BMD = \angle KBM ,$$

$$\therefore \angle BAG - \angle BMD = \angle ABK - \angle KBM = \angle ABC = 30^\circ .$$

【点睛】 本题考查了直角三角板中角度计算，平行线的性质与判定，掌握平行线的性质与判定是解题的关键.