

# 2024 学年第二学期期中质量监测七年级数学试卷

(90 分钟完成, 满分 100 分)

## 一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 共 12 分)

1. 已知命题“若  $a > b$ , 则  $ac > bc$ ”, 下列判断正确的是 ( )

- A. 该命题及其逆命题都是真命题
- B. 该命题是真命题, 其逆命题是假命题
- C. 该命题是假命题, 其逆命题是真命题
- D. 该命题及其逆命题都是假命题

【答案】D

【解析】

【分析】根据不等式的性质, 判断该命题及其逆命题真假, 即可求解.

【详解】解: 若  $a > b$ , 当  $c = 0$  时,  $ac = bc = 0$ ,

$\therefore$  原命题是假命题,

逆命题为若  $ac > bc$ , 则  $a > b$ ,

若  $ac > bc$ , 当  $c < 0$  时,  $a < b$ ,

$\therefore$  该命题的逆命题是假命题, 故 A、B、C 错误, D 正确.

故选: D

【点睛】本题主要考查了不等式的性质, 判断命题的真假, 熟练掌握不等式的性质是解题的关键.

2. 下列说法错误的是 ( )

- A. 不等式  $-x > 2$  的解集为  $x < -2$
- B. 不等式  $x < 1$  的整数解有无数个
- C.  $-1$  是不等式  $2x + 1 > 0$  的一个解
- D. 不等式  $x \leq 4$  的解一定是不等式  $x < 5$  的解

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查不等式的解和解集, 熟练掌握不等式的性质是解题的关键.

根据不等式性质 3 计算判定 A; 根据不等式整解判定 B; 求出不等式的解集即可判定 C; 根据不等式解意义好戏可判定 D.

【详解】解: A、 $\because -x > 2$ ,  $\therefore x < -2$ , 正确, 故此选项不符合题意;

B、不等式  $x < 1$  的整数解有无数个, 正确, 故此选项不符合题意;

C、 $\because 2x + 1 > 0$ ,  $\therefore x > -\frac{1}{2}$ , 又  $-1 < -\frac{1}{2}$ , 所以  $-1$  是不等式  $2x + 1 > 0$  的一个解说法错误, 故此选项符合题意;

D、不等式  $x \leq 4$  的解一定是不等式  $x < 5$  的解，正确，故此选项不符合题意；

故选：C.

3. 已知关于  $x$  的方程  $\frac{2x+m}{x-2} = 3$  的解是正数，那么  $m$  的取值范围为 ( )

A.  $m > -6$

B.  $m < 6$

C.  $m > -6$  或  $m \neq -4$

D.  $m < 6$  或  $m \neq 2$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查的是解分式方程和一元一次不等式的应用，求得方程的解，从而得到关于  $m$  的不等式是解题的关键. 先求得分式方程的解 (含  $m$  的式子)，然后根据解是正数可知  $m+6 > 0$ ，从而可求得  $m > -6$ ，然后根据分式的分母不为 0，可知  $x \neq 2$ ，即  $m+6 \neq 2$ ，由此即可求解.

【详解】解：将分式方程转化为整式方程得：  $2x+m=3x-6$ ，

解得：  $x=m+6$ .

$\because$  方程的解为正数，

$\therefore m+6 > 0$ ，

解得：  $m > -6$ .

$\because$  分式的分母不能为 0，

$\therefore x-2 \neq 0$ ，

$\therefore x \neq 2$ ，即  $m+6 \neq 2$ .

$\therefore m \neq -4$ .

故  $m > -6$  且  $m \neq -4$ .

故选：C.

4. 长度分别为 2, 3, 3, 4 的四根细木棒首尾相连，围成一个三角形 (木棒允许连接，但不允许折断)，得到的三角形的最长边长为 ( )

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

【答案】B

【解析】

【分析】利用三角形的三边关系列举出所围成三角形的不同情况，通过比较得到结论.

【详解】①长度分别为 5、3、4，能构成三角形，且最长边为 5；

②长度分别为 2、6、4，不能构成三角形；

③长度分别为 2、7、3，不能构成三角形；

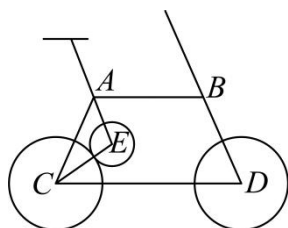
④长度分别为 6、3、3，不能构成三角形；

综上所述，得到三角形的最长边长为 5.

故选：B.

【点睛】此题考查构成三角形的条件，三角形的三边关系，解题中运用不同情形进行讨论的方法，注意避免遗漏构成的情况.

5. 健康骑行越来越受到大众的喜欢，某自行车的示意图如图所示，其中  $AB \parallel CD$ ， $AE \parallel BD$ ，若  $\angle CDB = \angle ACD = 70^\circ$ ，则  $\angle EAC$  的度数为 ( )



A.  $60^\circ$

B.  $50^\circ$

C.  $40^\circ$

D.  $30^\circ$

【答案】C

【解析】

【点睛】本题主要考查了平行线的性质，解题的关键是熟练掌握平行线的性质.

根据  $AB \parallel CD$  和  $\angle CDB$ 、 $\angle ACD$  的度数分别求出  $\angle ABD$  和  $\angle CAB$  的度数，然后根据  $AE \parallel BD$  求出  $\angle BAE$ ，进而求出  $\angle EAC$ ，即可.

【详解】 $\because AB \parallel CD$ ,

$$\therefore \angle ACD + \angle CAB = 180^\circ, \quad \angle CDB + \angle ABD = 180^\circ,$$

$$\because \angle CDB = \angle ACD = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = 110^\circ, \quad \angle CAB = 110^\circ,$$

$$\because AE \parallel BD,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle ABD = 180^\circ,$$

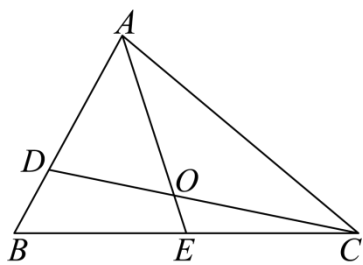
$$\therefore \angle BAE = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle CAB - \angle BAE = 110^\circ - 70^\circ = 40^\circ.$$

故选：C.

6. 如图，在  $\triangle ABC$  中，点  $D$ 、 $E$  分别是边  $AB$ 、 $BC$  上的点，且  $AD = 2BD$ ， $BE = CE$ ，如果  $S_{\triangle ABC} = 6$ ，

那么  $S_{\text{四边形}DOEB} = ( )$ .



A.  $\frac{6}{5}$

B.  $\frac{7}{5}$

C.  $\frac{8}{5}$

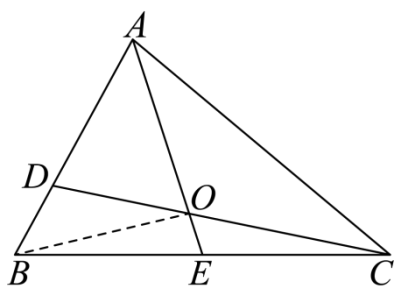
D.  $\frac{9}{5}$

【答案】B

【解析】

【分析】 本题考查的是三角形的中线的性质，二元一次方程组的解法，结合三角形的中线与面积，再建立方程组解题即可.

【详解】 解：如图，连接  $OB$ ，



$$\because BE = CE, \quad AD = 2BD,$$

$$\therefore \text{设 } S_{\triangle COE} = S_{\triangle BOE} = x, \quad S_{\triangle AOD} = 2S_{\triangle BOD} = 2y,$$

$$\therefore S_{\triangle BOD} = y,$$

$$\because S_{\triangle ABC} = 6, \quad BE = CE, \quad AD = 2BD,$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ACE} = 3, \quad S_{\triangle CBD} = \frac{1}{3} \times 6 = 2,$$

$$\therefore \begin{cases} 2x + y = 2 \\ x + 3y = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = \frac{3}{5} \\ y = \frac{4}{5} \end{cases},$$

$$\therefore S_{\text{四边形}DOEB} = x + y = \frac{7}{5};$$

故选 B

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 共 24 分)

7.  $x$  的  $\frac{1}{3}$  与  $-4$  的差不小于 2, 用不等式表示为\_\_\_\_\_.

【答案】  $\frac{1}{3}x + 4 \geq 2$

【解析】

【分析】 本题考查了用不等式号列不等式, 准确理解不小于的意义是解题的关键.

【详解】 解:  $x$  的  $\frac{1}{3}$  与  $-4$  的差表示为  $\frac{1}{3}x - (-4) = \frac{1}{3}x + 4$ , 不小于 2, 即大于等于 2,

故答案为:  $\frac{1}{3}x + 4 \geq 2$ .

8. 已知  $(m+2)x^{|m|-1} + 3 > 0$  是关于  $x$  的一元一次不等式, 则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

【答案】 2

【解析】

【分析】 利用一元一次不等式的定义判断即可确定出  $m$  的值.

【详解】 解:  $\because$  不等式  $(m+2)x^{|m|-1} + 3 > 0$  是关于  $x$  的一元一次不等式,

$\therefore |m|-1=1$ , 且  $m+2 \neq 0$ ,

解得:  $m=-2$  (舍去) 或  $m=2$ ,

则  $m$  的值为 2,

故答案为 2.

【点睛】 本题考查一元一次不等式的定义, 熟练掌握一元一次不等式的定义是解题的关键.

9. 如果分式  $\frac{3}{7-5x}$  的值是非负数, 那么  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

【答案】  $x < \frac{7}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查分式的值, 解一元一次不等式, 熟练掌握分式的定义和解一元一次不等式是解题的关键. 利用分式  $\frac{3}{7-5x}$  的值是非负数, 得  $7-5x > 0$ , 求解即可.

【详解】 解:  $\because$  分式  $\frac{3}{7-5x}$  的值是非负数,

$\therefore 7-5x > 0$ ,

解得:  $x < \frac{7}{5}$ ,

故答案为:  $x < \frac{7}{5}$ .

10. 已知关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} x-m > 0 \\ 1-2x > x-2 \end{cases}$  恰好有三个整数解，则  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

【答案】  $-3 \leq m < -2$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次不等式组，利用不等式的解得出关于  $a$  的不等式是解题关键. 根据解不等式组，可得不等式组的解，根据不等式组的解是整数，可得答案.

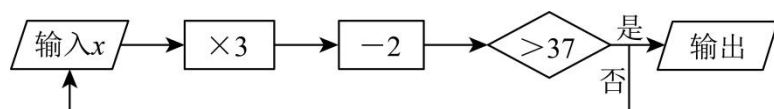
【详解】 解：解不等式组，得  $m < x < 1$ ,

$\therefore$  关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} x-m > 0 \\ 1-2x > x-2 \end{cases}$  仅三个整数解，即  $0, -1, -2$ ,

$\therefore -3 \leq m < -2$ .

故答案为：  $-3 \leq m < -2$ .

11. 程序框图的算法思路源自于我国古代数学名著《九章算术》中的“更相减损术”，根据如图的程序进行计算，规定从“输入一个值  $x$ ”到“结果是否  $> 37$ ”为一次程序操作，已知某同学输入  $x$  后经过了两次操作停止，则  $x$  的取值范围为\_\_\_\_\_.



【答案】  $5 < x \leq 13$

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次不等式组的应用，读懂题目信息，理解运行程序并列出不等式组是解题的关键. 根据运行程序，第一次运算结果小于或等于  $37$ ，第二次运算结果大于  $37$  列出不等式组，然后求解即可.

【详解】 解：由题意得， 
$$\begin{cases} 3x-2 \leq 37 & \text{①} \\ 3(3x-2)-2 > 37 & \text{②} \end{cases}$$

解不等式①得，  $x \leq 13$ ,

解不等式②得，  $x > 5$ ,

$\therefore 5 < x \leq 13$ ,

故答案为  $5 < x \leq 13$ .

12. 用反证法证明“三角形的三个内角中至多有一个钝角”时，应假设\_\_\_\_\_.

【答案】 三角形的三个内角中至少有两个钝角

【解析】

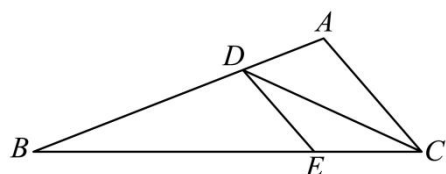
【分析】 根据“至多有一个”的反面“至少有两个”假设即可；

【详解】 解：由题意应假设：三角形的三个内角中至少有两个钝角，

故答案为：三角形的三个内角中至少有两个钝角；

【点睛】本题考查了反证法：假设命题结论的反面成立，由此经过推理得出矛盾，由矛盾断定所作假设不正确，从而得到原命题成立；确定结论的反面是解题关键.

13. 如图， $\triangle ABC$  中， $CD$  是  $\angle ACB$  的角平分线， $DE \parallel AC$ ，交  $BC$  于点  $E$ ， $\angle B = 20^\circ$ ， $\angle ADC = 46^\circ$ ，则  $\angle CED$  的度数为 \_\_\_\_\_.



【答案】 $128^\circ$

【解析】

【分析】本题考查了三角形的外角性质、平行线的性质以及角平分线的定义，利用三角形的外角性质、角平分线的定义及平行线的性质，求出  $\angle CED$  的度数是解题的关键.

由  $\angle ADC$  是  $\triangle BCD$  的外角，利用三角形的外角性质可求出  $\angle BCD$  的度数，结合角平分线的定义，可求出  $\angle ACB$  的度数，再由  $DE \parallel AC$ ，利用“两直线平行，同旁内角互补”，即可求出  $\angle CED$  的度数.

【详解】解： $\because \angle ADC$  是  $\triangle BCD$  的外角，

$$\therefore \angle BCD = \angle ADC - \angle B = 46^\circ - 20^\circ = 26^\circ,$$

$\because CD$  是  $\angle ACB$  的角平分线，

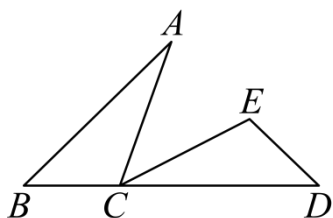
$$\therefore \angle ACB = 2\angle BCD = 2 \times 26^\circ = 52^\circ,$$

$\because DE \parallel AC$ ，

$$\therefore \angle CED = 180^\circ - \angle ACB = 180^\circ - 52^\circ = 128^\circ.$$

故答案为： $128^\circ$ .

14. 如图，点  $B$ 、 $C$ 、 $D$  在同一直线上，若  $\triangle ABC \cong \triangle CDE$ ， $AB = 7$ ， $BD = 11$ ，则  $DE =$  \_\_\_\_\_.



【答案】4

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的性质，线段的和差，根据全等三角形的性质得到  $CD = AB = 7$ ， $DE = BC$ ，再根据线段的和差即可求解，掌握全等三角形的性质是解题的关键.

【详解】解：∵  $\triangle ABC \cong \triangle CDE$ ,  $AB = 7$ ,

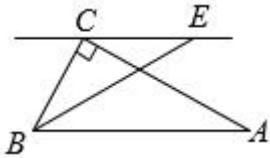
$$\therefore CD = AB = 7, DE = BC,$$

$$\therefore BC = BD - CD = 4,$$

$$\therefore DE = BC = 4,$$

故答案为：4.

15. 将直角三角板如图所示放置， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，直线  $CE \parallel AB$ ， $BE$  平分  $\angle ABC$ ，在直线  $CE$  上确定一点  $D$ ，满足  $\angle BDC = 45^\circ$ ，则  $\angle EBD = \underline{\hspace{2cm}}$ .



【答案】 $15^\circ$ 或  $105^\circ$ 或  $105^\circ$ 或  $15^\circ$

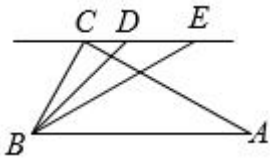
【解析】

【分析】当点  $D$  在  $C$ 、 $E$  之间时，则  $\angle EBD = \angle BDC - \angle BEC$ ，结合平行线，得到

$$\angle BEC = \angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ, \text{代入计算; 当点 } D \text{ 在 } C \text{ 的左侧时, 则 } \angle EBD = 180^\circ - \angle BDC - \angle BEC,$$

代入计算.

【详解】当点  $D$  在  $C$ 、 $E$  之间时，则  $\angle EBD = \angle BDC - \angle BEC$ ,

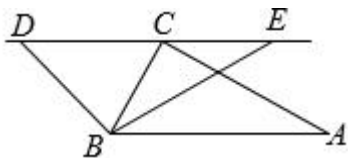


因为  $CE \parallel AB$ ， $BE$  平分  $\angle ABC$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ,

$$\text{所以 } \angle BEC = \angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ,$$

$$\text{所以 } \angle EBD = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ;$$

当点  $D$  在  $C$  的左侧时，则  $\angle EBD = 180^\circ - \angle BDC - \angle BEC$ ,



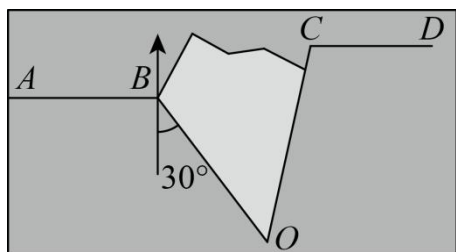
$$\text{所以 } \angle EBD = 180^\circ - 45^\circ - 30^\circ = 105^\circ,$$

故答案为： $15^\circ$ 或  $105^\circ$ .

【点睛】本题考查了平行线的性质，角平分线的定义，三角形外角的性质，三角形内角和定理，熟练掌握

平行线的性质，三角形外角性质，角的平分线是解题的关键.

16. 西气东输工程是我国迄今为止距离最长、口径最大的管道运输工程之一，肩负着将西部天然气输送到东部的重要任务. 某工程队在管道铺设到某段落的  $B$  点时，施工人员遇到了一处无法穿越的地质障碍，不得不调整铺设路线. 新的铺设路线在  $B$  的南偏东  $30^\circ$  方向上，且  $\angle BOC = 50^\circ$ ，若要回到最初的铺设方向上，必须保证  $\angle OCD = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ .



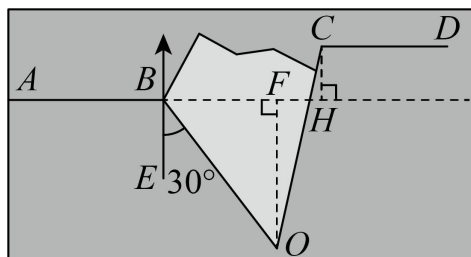
【答案】 110

【解析】

【分析】 本题主要考查了方向角的概念、平行线的性质等知识点，熟练掌握方向角的概念是解题的关键.

如图：过点  $O$  作  $OF \perp AB$  交  $AB$  延长线于  $F$ ，过点  $C$  作  $CH \perp AB$  交  $AB$  延长线于  $H$ ，依题意得  $BE \perp AB$ ， $\angle EBO = 30^\circ$ ， $\angle BOC = 50^\circ$ ， $CD \parallel AB$ ，则  $BE \parallel OF \parallel CH$ ，由此得  $\angle BOF = \angle EBO = 30^\circ$ ， $\angle HCO = \angle FOC$ ， $CH \perp CD$ ，进而得  $\angle HCO = \angle FOC = 20^\circ$ ，据此可得  $\angle OCD$  的度数.

【详解】 解：如图所示：过点  $O$  作  $OF \perp AB$  交  $AB$  延长线于  $F$ ，过点  $C$  作  $CH \perp AB$  交  $AB$  延长线于  $H$ ，



依题意得：  $BE \perp AB$ ， $\angle EBO = 30^\circ$ ， $\angle BOC = 50^\circ$ ， $CD \parallel AB$ ，

$\therefore BE \parallel OF \parallel CH$ ，

$\therefore \angle BOF = \angle EBO = 30^\circ$ ， $\angle HCO = \angle FOC$ ， $CH \perp CD$ ，

$\therefore \angle HCD = 90^\circ$ ， $\angle FOC = \angle BOC - \angle BOF = 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ$ ，

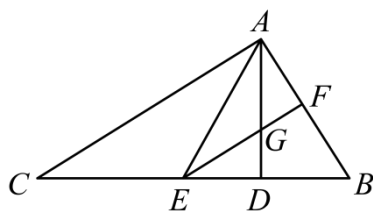
$\therefore \angle HCO = \angle FOC = 20^\circ$ ，

$\therefore \angle OCD = \angle HCO + \angle HCD = 20^\circ + 90^\circ = 110^\circ$ .

故答案为： 110.

17. 如图，在  $\triangle ABC$  中，  $AD$  是  $BC$  边上的高，且  $\angle ACB = \angle BAD$ ，  $AE$  平分  $\angle CAD$ ，交  $BC$  于点  $E$ ，

过点  $E$  作  $EF \parallel AC$ ，分别交  $AB$ 、 $AD$  于点  $F$ 、 $G$ ，以下结论：①  $\angle BAC = 90^\circ$ ；②  $\angle AEF = \angle BEF$ ；③  $\angle BAE = \angle BEA$ ；④  $\angle B = 2\angle AEF$ 。其中正确的结论有\_\_\_\_\_（填序号）。



【答案】①③④

【解析】

【分析】证明  $\angle BAD + \angle CAD = 90^\circ$  即可判断①正确；无法判断  $\angle AEF = \angle BEF$ ，即可判断②错误；利用三角形的外角的性质，角的和差定义即可判断③正确，证明  $\angle B = \angle CAD$  即可判断④正确。

【详解】解：  $\because AD \perp BC$ ，

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB + \angle CAD = 90^\circ,$$

$$\because \angle ACB = \angle BAD,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle CAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ;$$

故①正确，

$$\because AE \text{ 平分 } \angle CAD,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle CAE,$$

$$\because \angle BAE = \angle BAD + \angle DAE, \quad \angle ACB = \angle BAD,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle ACB + \angle CAE = \angle BEA,$$

故③正确，

$$\because EF \parallel AC,$$

$$\therefore \angle AEF = \angle CAE,$$

$$\because \angle CAD = 2\angle CAE,$$

$$\therefore \angle CAD = 2\angle AEF,$$

$$\because \angle CAD + \angle BAD = 90^\circ, \quad \angle BAD + \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle CAD = 2\angle AEF,$$

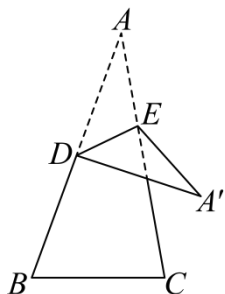
故④正确，

无法判断  $\angle AEF = \angle BEF$ ，故②错误；

故答案为：①③④。

【点睛】 本题考查三角形内角和定理，平行线的性质，三角形的外角性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题.

18. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle C = 80^\circ$ ，点  $D$  为  $AB$  边中点，点  $E$  为射线  $AC$  上一动点，将  $\triangle ADE$  沿  $DE$  折叠，点  $A$  落在点  $A'$  处，当  $A'D$  与  $BC$  平行时， $\angle AEA'$  的度数为\_\_\_\_\_.

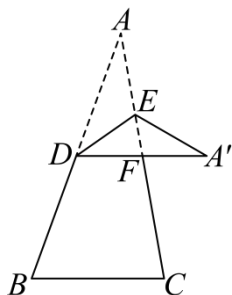


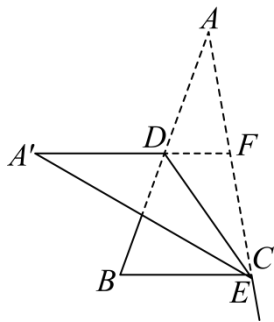
【答案】  $50^\circ$  或  $130^\circ$

【解析】

【分析】 本题主要考查折叠的性质，以及三角形内角和定理，熟练掌握折叠的性质是解题的关键. 根据平行的性质得到  $\angle AFD = \angle C = 80^\circ$ ,  $\angle ACF = \angle B = 70^\circ$ ，再根据折叠的性质即可得到答案.

【详解】 解：设  $A'D$  与  $AC$  交于点  $F$ ，  
 在  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle C = 80^\circ$ ，  
 $\therefore \angle B = 70^\circ$ ，  
 $\because A'D \parallel BC$ ，  
 $\therefore \angle AFD = \angle C = 80^\circ$ ,  $\angle ADF = \angle B = 70^\circ$ ，  
 将  $\triangle ADE$  沿  $DE$  折叠，点  $A$  落在点  $A'$  处，  
 $\therefore \angle ADE = \angle A'DE = 35^\circ$ ，  
 $\angle A = \angle A' = 30^\circ$ ，  
 $\therefore \angle AED = \angle A'EF = 115^\circ$ ，  
 $\therefore \angle AEA' = 360^\circ - \angle AED - \angle A'EF = 130^\circ$ ；





在  $ABC$  中,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle C = 80^\circ$ ,

$$\therefore \angle B = 70^\circ,$$

$\because A'D \parallel BC$ ,

$$\therefore \angle AFD = \angle C = 80^\circ, \angle ADF = \angle B = 70^\circ,$$

将  $ADE$  沿  $DE$  折叠, 点  $A$  落在点  $A'$  处,

$$\therefore \angle A = \angle A' = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle EFA' = \angle A + \angle ADF = 100^\circ$$

$$\therefore \angle AEA' = 180^\circ - \angle A' - \angle EFA' = 50^\circ$$

$$\therefore \angle AEA' = 50^\circ.$$

故答案为:  $50^\circ$  或  $130^\circ$ .

### 三、简答题 (本大题共 4 题, 第 19、20、21 题, 每小题 6 分, 第 22 题 8 分, 共 26 分)

19. 解下列不等式:  $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-1}{6} < 1$ , 并求出满足不等式的非负整数解.

【答案】  $x < 1$ , 0.

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次不等式, 根据解一元一次不等式的方法求解即可, 解题的关键是掌握一元一次不等式的求解方法.

$$\text{【详解】 解: } 2(2x+1) - (x-1) < 6$$

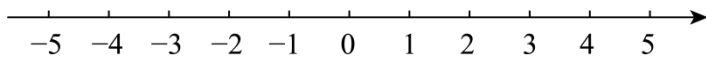
$$4x+2-x+1 < 6$$

$$3x < 3$$

$$x < 1,$$

$\therefore$  不等式的非负整数解为  $x = 0$ .

$$20. \text{ 解不等式组 } \begin{cases} 2(x-1) \geq 3x-4 \text{ ①} \\ \frac{x+1}{2} \geq \frac{3-x}{4} - 1 \text{ ②} \end{cases} \text{ 并将它的解集表示在数轴上, 同时求出不等式组所有整数解的和.}$$



【答案】  $-1 \leq x \leq 2$ ，画图见解析，整数解的和为 2.

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次不等式组，不等式组的整数解. 解题的关键在于正确的运算. 分别求解不等式的解集，进而可得不等式组的解集，然后求整数解即可.

【详解】 解: 
$$\begin{cases} 2(x-1) \geq 3x-4 \text{ ①} \\ \frac{x+1}{2} \geq \frac{3-x}{4}-1 \text{ ②} \end{cases}$$

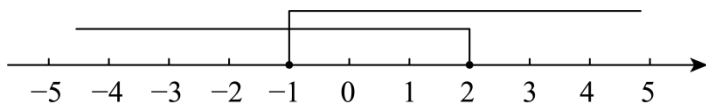
解不等式①得,  $2x-2 \geq 3x-4$ ,

$\therefore x \leq 2$ ,

解不等式②得,  $2(x+1) \geq 3-x-4$ ,

$\therefore x \geq -1$ ,

不等式组的解集在数轴上表示如下:

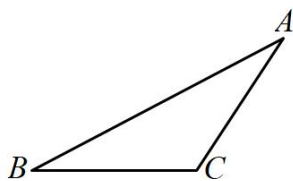


$\therefore$  不等式组的解集为  $-1 \leq x \leq 2$ ,

$\therefore$  不等式组的整数解为  $-1, 0, 1, 2$ .

$\therefore$  不等式组所有整数解的和为  $-1+0+1+2=2$ .

21. 如图, 按要求画图并回答问题:



- (1) 过点  $A$  画点  $A$  到直线  $BC$  的垂线段, 垂足为  $D$ ;
- (2) 过点  $D$  画线段  $DE \parallel AB$ , 交  $AC$  的延长线于点  $E$ ;
- (3)  $\angle E$  的同位角是\_\_\_\_\_, 内错角是\_\_\_\_\_;
- (4) 在线段  $AB$ ,  $AC$ ,  $AD$  中, 最短的是\_\_\_\_\_, 理由为\_\_\_\_\_.

【答案】 (1) 见解析 (2) 见解析

(3)  $\angle ACD$ ,  $\angle CAB$

(4)  $AD$ , 垂线段最短

【解析】

【分析】(1) 根据题意画出点  $A$  到直线  $BC$  的垂线段  $AD$ ;

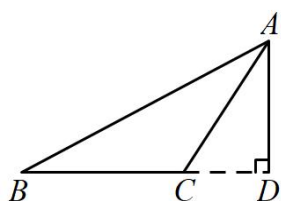
(2) 根据题意过点  $D$  画线段  $DE \parallel AB$ , 交  $AC$  的延长线于点  $E$ ;

(3) 根据同位角、内错角的定义即可求解;

(4) 根据点到直线的距离为垂线段的长度, 垂线段最短即可求解.

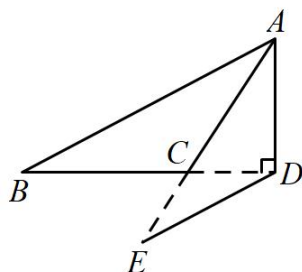
【小问 1 详解】

解: 如图所示,  $AD$  即为所求,



【小问 2 详解】

解: 如图所示,  $DE \parallel AB$ ,



【小问 3 详解】

解:  $\angle E$  的同位角是  $\angle ACD$ , 内错角是  $\angle CAB$ ,

故答案为:  $\angle ACD$ ,  $\angle CAB$ .

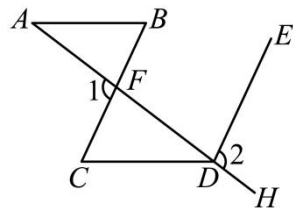
【小问 4 详解】

解: 在线段  $AB$ ,  $AC$ ,  $AD$  中, 最短的是  $AD$ , 理由为垂线段最短,

故答案为:  $AD$ , 垂线段最短.

【点睛】本题考查了画垂线, 画平行线, 同位角、内错角的定义, 点到直线的距离, 垂线段最短, 掌握以上知识是解题的关键.

22. 如图, 已知  $AB \parallel CD$ , 射线  $AH$  交  $BC$  于点  $F$ , 交  $CD$  于点  $D$ , 从  $D$  点引一条射线  $DE$ , 若  $\angle 1 = \angle 2$ .



求证:  $\angle B + \angle CDE = 180^\circ$

证明:  $\because \angle 1 = \angle 2$  (已知), 且  $\angle 1 = \angle BFD$  ( ),

$\therefore \angle BFD = \underline{\hspace{2cm}}$  (等量代换),  $\therefore BC \parallel \underline{\hspace{2cm}}$  ( ),

$$\therefore \angle C + \underline{\hspace{2cm}} = 180^\circ \text{ (} \underline{\hspace{2cm}} \text{)},$$

又  $\because AB \parallel CD$  (已知),

$$\therefore \angle B = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (} \underline{\hspace{2cm}} \text{)},$$

$$\therefore \angle B + \angle CDE = 180^\circ.$$

**【答案】** 对顶角相等,  $\angle 2$ ,  $DE$ , 同位角相等, 两直线平行;  $\angle CDE$ ,  $\angle C$ , 两直线平行, 内错角相等

**【解析】**

**【分析】** 此题考查了平行线的判定和性质, 熟练掌握平行线的判定和性质是解题的关键. 先证明  $BC \parallel DE$ , 得到  $\angle C + \angle CDE = 180^\circ$ , 证明  $\angle B = \angle C$ , 利用等量代换即可证明结论.

**【详解】** 证明:  $\because \angle 1 = \angle 2$  (已知), 且  $\angle 1 = \angle BFD$  (对顶角相等),

$$\therefore \angle BFD = \angle 2 \text{ (等量代换)},$$

$$\therefore BC \parallel DE \text{ (同位角相等, 两直线平行)},$$

$$\therefore \angle C + \angle CDE = 180^\circ \text{ (两直线平行, 同旁内角互补)},$$

又  $\because AB \parallel CD$  (已知),

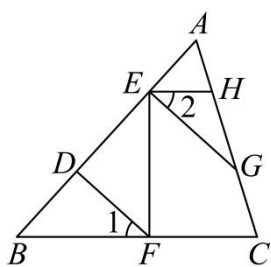
$$\therefore \angle B = \angle C \text{ (两直线平行, 内错角相等)},$$

$$\therefore \angle B + \angle CDE = 180^\circ.$$

故答案为: 对顶角相等,  $\angle 2$ ,  $DE$ , 同位角相等, 两直线平行;  $\angle CDE$ ,  $\angle C$ , 两直线平行, 内错角相等

#### 四、解答题 (本大题共 3 题, 其中 23 题 7 分, 24 题 8 分, 25 题 7 分, 共 22 分)

23. 如图, 在三角形  $ABC$  中,  $D, E$  是  $AB$  上的点,  $F$  是  $BC$  上一点,  $G, H$  是  $AC$  上的点,  $FD \perp AB$ . 连接  $EF, EH, EG$ . 有下列三个条件: ①  $EG \perp AB$ ; ②  $\angle 1 = \angle 2$ ; ③  $EH \parallel BC$ .



(1) 请从三个条件中任选两个与题干结合作为题设, 另一个作为结论. 写出所有命题, 并判断这些命题是真命题还是假命题;

(2) 请你选择 (1) 中的一个真命题进行证明.

**【答案】** (1) 见解析 (2) 见解析

**【解析】**

**【分析】** 本题考查平行线的性质和判定, 垂直的定义;

(1) 根据题意写出命题, 并判断真假即可;

(2) 选择命题一: 先根据垂直得到  $DF \parallel EG$ , 即可得到  $\angle HEF = \angle BFE$ , 然后根据角的和差解题即可;

选择命题二: 延长  $EG$ 、 $BC$  交于点  $M$ , 根据垂直可得  $\angle BDF = 90^\circ$ , 然后根据  $H \parallel BC$ , 得到  $\angle 2 = \angle M$ ,

然后根据等量代换的到  $\angle 1 = \angle M$ , 即可得到  $FD \parallel EM$ , 证明结论; 选择命题三: 延长  $EG$ 、 $BC$  交于点  $M$ ,

可以得到  $DF \parallel EG$ , 即可得到  $\angle 1 = \angle M$ , 然后推导  $\angle 2 = \angle M$ , 即可得到平行.

#### 【小问 1 详解】

命题一: 已知  $FD \perp AB$ ,

若  $EG \perp AB$ ,  $EH \parallel BC$ , 则  $\angle 1 = \angle 2$ ; 真命题.

命题二: 已知  $FD \perp AB$ ,

若  $EH \parallel BC$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ , 则  $EG \perp AB$ ; 真命题.

命题三: 已知  $FD \perp AB$ ,

若  $EG \perp AB$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ , 则  $EH \parallel BC$ ; 真命题.

#### 【小问 2 详解】

选择命题一.

证明:  $\because FD \perp AB$ ,  $EG \perp AB$ ,

$$\therefore \angle BDF = \angle BEG = 90^\circ,$$

$$\therefore DF \parallel EG,$$

$$\therefore \angle GEF = \angle DFE.$$

$$\text{又} \because EH \parallel BC,$$

$$\therefore \angle HEF = \angle BFE,$$

$$\therefore \angle HEF - \angle GEF = \angle BFE - \angle DFE,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2.$$

选择命题二: 延长  $EG$ 、 $BC$  交于点  $M$ ,

$$\because FD \perp AB,$$

$$\therefore \angle BDF = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because EH \parallel BC,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle M,$$

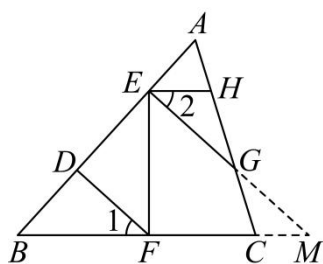
$$\text{又} \because \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle M,$$

$$\therefore FD \parallel EM,$$

$$\therefore \angle MEB = \angle BDF,$$

$$\therefore EG \perp AB;$$



选择命题三：延长  $EG$ 、 $BC$  交于点  $M$ ，

$$\because FD \perp AB, EG \perp AB,$$

$$\therefore \angle BDF = \angle BEG = 90^\circ,$$

$$\therefore DF \parallel EG,$$

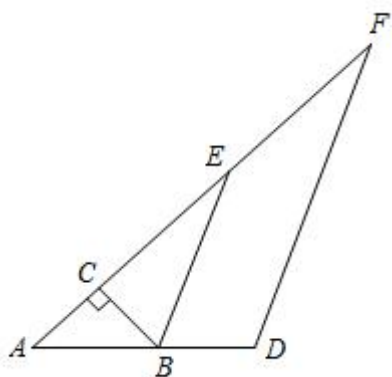
$$\therefore \angle 1 = \angle M,$$

$$\text{又} \because \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle M,$$

$$\therefore EH \parallel BC.$$

24. 如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 40^\circ$ ， $\triangle ABC$  的外角  $\angle CBD$  的平分线  $BE$  交  $AC$  的延长线于点  $E$ 。



(1) 求  $\angle CBE$  的度数；

(2) 过点  $D$  作  $DF \parallel BE$ ，交  $AC$  的延长线于点  $F$ ，求  $\angle F$  的度数。

(3) 若把直线  $FD$  绕点  $F$  旋转，直线  $DF$  和直线  $BE$  相交于点  $M$ ，当  $DF$  和三角形  $ABC$  的一边平行时，请直接写出  $\angle FME$  的度数。

【答案】(1)  $65^\circ$  (2)  $25^\circ$

(3)  $65^\circ$ 或  $115^\circ$ .

【解析】

【分析】(1) 根据三角形外角的性质得出  $\angle CBD$  的度数, 再根据角平分线定义即可求得  $\angle CBE$  的度数;

(2) 先根据三角形外角的性质得出  $\angle CEB$  的度数, 再根据平行线的性质求出  $\angle F$  的度数;

(3) 根据题意分别画出图形, 再利用平行线的性质解决.

【小问 1 详解】

解:  $\because Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle A = 40^\circ$ ,

$$\therefore \angle CBD = \angle ACB + \angle A = 130^\circ,$$

$\because BE$  是  $\angle CBD$  的角平分线,

$$\therefore \angle CBE = \frac{1}{2} \angle CBD = 65^\circ;$$

【小问 2 详解】

解:  $\because \angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle CBE = 65^\circ$ ,

$$\therefore \angle CEB = \angle ACB - \angle CBE = 25^\circ,$$

$\because DF \parallel BE$ ,

$$\therefore \angle F = \angle CEB = 25^\circ;$$

【小问 3 详解】

解: 当  $FD$  与  $BC$  平行时, 如图 3-1 所示,

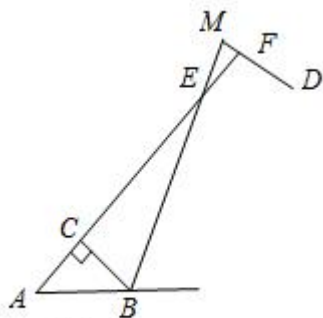
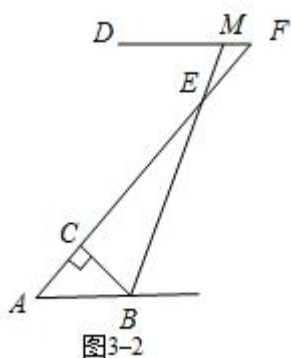


图3-1

$$\therefore \angle FME = \angle CBE = 65^\circ;$$

当  $FM$  与  $AB$  平行时, 如图 3-2 所示,



$\therefore \angle FME = \angle ABE = \angle ABC + \angle CBE = 180^\circ - \angle ACB - \angle A + \angle CBE = 115^\circ$ ;

$\therefore F$  在  $AC$  上,

$\therefore FM$  与  $AC$  平行不存在,

综上所述:  $\angle FME = 65^\circ$  或  $115^\circ$ .

【点睛】 本题考查了三角形内角和定理、三角形外角的性质、平行线的性质、角平分线的定义, 正确画出符合题意的图形是解题的关键.

25. 根据以下学习素材, 完成下列两个任务:

| 学习素材 |                                                                                                                                    |                   |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| 素材一  | 某校组织学生去农场进行学农实践, 体验草莓采摘、包装和销售. 同学们了解到该农场在包装草莓时, 通常会采用精包装和简包装两种包装方式.                                                                |                   |
| 素材二  | 精包装                                                                                                                                | 简包装               |
|      | 每盒 2 斤, 每盒售价 25 元                                                                                                                  | 每盒 3 斤, 每盒售价 35 元 |
| 问题解决 |                                                                                                                                    |                   |
| 任务一  | 在活动中, 学生共卖出了 700 斤草莓, 销售总收入为 8500 元, 请问精包装和简包装各销售了多少盒?                                                                             |                   |
| 任务二  | 现在需要对 75 斤草莓进行分装, 既有精包装也有简包装, 且恰好将这 75 斤草莓整盒分装完. 每个精包装盒的成本为 1 元, 每个简包装盒的成本为 0.5 元. 若要将购买包装盒的成本控制在 18 元以内, 请你设计出一种符合要求的分装方案, 并说明理由. |                   |

【答案】任务一：精包装销售了 200 盒，简包装销售了 100 盒；任务二：精包装 6 个，简包装 21 个，见解析

【解析】

【分析】此题考查了二元一次方程组的实际应用，

(1) 设精包装销售了  $x$  盒，简包装销售了  $y$  盒，列二元一次方程组求解即可；

(2) 设分装时使用精包装  $m$  个，简包装  $n$  个 ( $m, n$  为正整数). 依题意可列出下列方程和不等式解答

【详解】任务一：

解：设精包装销售了  $x$  盒，简包装销售了  $y$  盒.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 700 \text{①} \\ 25x + 35y = 8500 \text{②} \end{cases}$$

解这个方程组，得  $\begin{cases} x = 200 \\ y = 100 \end{cases}$

答：精包装销售了 200 盒，简包装销售了 100 盒.

任务二：

解：设分装时使用精包装  $m$  个，简包装  $n$  个 ( $m, n$  为正整数).

依题意可列出下列方程和不等式：

$$2m + 3n = 75, \text{①}$$

$$m + \frac{n}{2} < 18. \text{②}$$

由①得  $m = \frac{75-3n}{2}$ . 将  $m = \frac{75-3n}{2}$  代入②. 得  $n > 19.5$ ;

因为  $m, n$  为正整数，所以  $n = 21, m = 6$  或  $n = 23, m = 3$ .

分装方案 1：精包装 6 个，简包装 21 个

分装方案 2：精包装 3 个，简包装 23 个

## 五、综合题 (本大题共 2 题，其中 26 题 8 分，27 题 8 分，共 16 分)

26. 问题提出：射到平面镜上的光线（入射光线）和变向后的光线（反射光线）与平面镜所夹的角相等. 如

图 1， $MN$  是平面镜，若入射光线  $AO$  与水平镜面夹角为  $\angle 1$ ，反射光线  $OB$  与水平镜面夹角为  $\angle 2$ ，则  $\angle 1 = \angle 2$ .

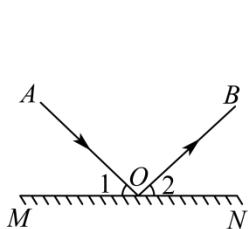


图1

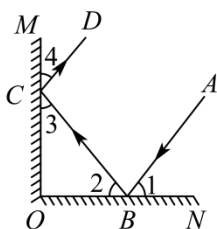


图2

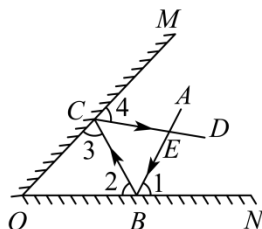


图3

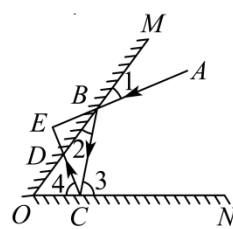


图4

(1) 若  $\angle AOB = 94^\circ$ ，则直接写出  $\angle 1$  的大小.

(2) 数学探究：如图 2，有两块平面镜  $OM$ ， $ON$ ，且  $OM \perp ON$ ，入射光线  $AB$  经过两次反射，得到反射光线  $CD$ .

完成如下问题：

①若  $\angle 1 = 55^\circ$ ，直接写出  $\angle 4$  的度数.

②求证：  $AB \parallel CD$ .

拓展运用：有两块平面镜  $OM$ ， $ON$ ，入射光线  $AB$  经过两次反射，得到反射光线  $CD$ ，光线  $AB$  与  $CD$  相交于点  $E$ ，如图 3，图 4. 若  $\angle MON = m$ ， $\angle AED = n$ . 直接写出  $m$ ， $n$  满足的数量关系.

**【答案】** (1)  $\angle 1 = 43^\circ$ ;

(2) ①  $\angle 4 = 35^\circ$ ; ②证明见解析; 拓展运用：图 3:  $2m + n = 180^\circ$ ; 图 4:  $n = 2m$ .

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了角的等量代换，三角形的定义，平行线的判定等知识点，灵活运用角的等量代换是解题的关键.

(1) 利用  $\angle 1 + \angle AOB + \angle 2 = 180^\circ$ ，运算求解即可;

(2) ①：利用角的等量代换运算求解即可;

②：利用角的等量代换运算出  $\angle ABC$  和  $\angle BCD$  的度数后判定即可;

扩展运用：分类讨论图 3 和图 4 两种情况，利用角的等量代换寻找关系即可;

**【小问 1 详解】**

解：由题意可得：  $\angle 1 = \angle 2$ ,

$\therefore \angle 1 + \angle AOB + \angle 2 = 180^\circ$ ,

$\therefore \angle 1 = \frac{180^\circ - \angle AOB}{2} = \frac{180^\circ - 94^\circ}{2} = 43^\circ$ ;

**【小问 2 详解】**

①解：由题意可得：  $\angle 1 = \angle 2 = 55^\circ$ ，  $\angle 3 = \angle 4$ ,

$\therefore OM \perp ON$ ,

$\therefore \angle COM = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle 3 = 90^\circ - \angle 2 = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$ ,

$$\therefore \angle 4 = 35^\circ;$$

$$\textcircled{2}\text{解: } \because \angle ABC = 180^\circ - \angle 1 - \angle 2 = 180^\circ - 55^\circ - 55^\circ = 70^\circ,$$

$$\angle BCD = 180^\circ - \angle 3 - \angle 4 = 180^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 70^\circ + 110^\circ = 180^\circ,$$

$$\therefore AB \parallel CD;$$

扩展运用:

在图 3 中, 解: 由题意可得:  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ ,  $\angle CEB = \angle AED = n$ ,

$$\therefore \angle BCE = 180^\circ - \angle 3 - \angle 4 = 180^\circ - 2\angle 3, \quad \angle CBE = 180^\circ - \angle 1 - \angle 2 = 180^\circ - 2\angle 2,$$

$$\therefore \text{在 } \triangle ECB \text{ 中: } \angle BCE + \angle CBE + \angle CEB = 180^\circ,$$

$$\therefore 180^\circ - 2\angle 3 + 180^\circ - 2\angle 2 + n = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ + \frac{1}{2}n,$$

又  $\because$  在  $\triangle BOC$  中:  $\angle COB + \angle OCB + \angle CBO = 180^\circ$ ,

$$\therefore m + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\therefore m + 90^\circ + \frac{1}{2}n = 180^\circ,$$

$$\therefore 2m + n = 180^\circ;$$

在图 4 中, 解: 由题意可得:  $\angle 1 = \angle 2 = \angle DBE$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ ,

在  $\triangle BDE$  中,  $\angle E + \angle BDE + \angle DBE = 180^\circ$ , 即:  $n + \angle 1 + \angle BDE = 180^\circ$ ,

在  $\triangle DOC$  中,  $\angle O + \angle ODC + \angle DCO = 180^\circ$ , 即:  $m + \angle 4 + \angle ODC = 180^\circ$ ,

$$\therefore \angle BDE = \angle ODC,$$

$$\therefore n + \angle 1 = m + \angle 4,$$

又  $\because \angle 3 = \angle O + \angle 2 = m + \angle 1$ ,

$$\therefore n + \angle 1 = m + \angle 4 = m + m + \angle 1,$$

$$\therefore n = 2m.$$

27.  $ABC$  中,  $\angle C = 45^\circ$ , 点  $D$ ,  $E$  分别是边  $AC$ ,  $BC$  上的点, 点  $P$  是直线  $AB$  上一动点, 连接  $PD$ ,  $PE$ , 设  $\angle DPE = \alpha$ .

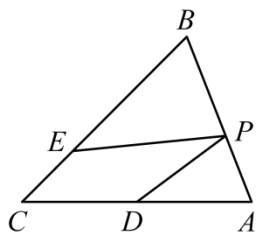


图1

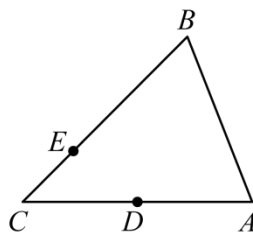
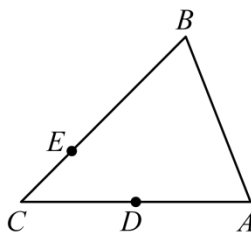


图2



备用图

- (1) 如图 1, 若点  $P$  在线段  $BA$  上, 且  $\alpha = 30^\circ$ , 则  $\angle PEB + \angle PDA = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ;
- (2) 当点  $P$  在线段  $BA$  上运动时, 依题意补全图 2, 用等式表示  $\angle PEB$  与  $\angle PDA$  的数量关系 (用含  $\alpha$  的式子表示), 并证明;
- (3) 当点  $P$  在线段  $BA$  的延长线上运动时, 请直接用等式表示  $\angle PEB$  与  $\angle PDA$  的数量关系 (用含  $\alpha$  的式子表示).

【答案】(1) 75

(2)  $\angle PEB + \angle PDA = 45^\circ + \alpha$ , 见解析

(3)  $\angle PEB - \angle PDA = 45^\circ + \alpha$  或  $\angle PEB - \angle PDA = 45^\circ - \alpha$  或  $\angle PEB - \angle PDA = 45^\circ$ .

【解析】

【分析】(1) 连接  $PC$ , 由三角形的外角性质即可得出结论;

(2) 根据题意画出图形, 由三角形的外角性质即可得出结论;

(3) 分三种情况讨论, 由三角形的外角性质即可得出结论.

【小问 1 详解】

解:  $\angle PEB + \angle PDA = 75^\circ$ ; 理由如下;

连接  $PC$ , 如图 1 所示

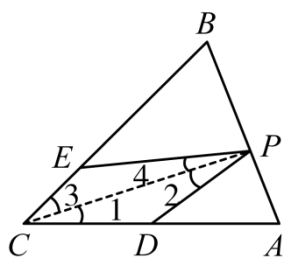


图1

$\because \angle PEB$  是  $\triangle PEC$  的外角,

$\therefore \angle PEB = \angle 3 + \angle 4$ ,

$\because \angle PDA$  是  $\triangle PDC$  的外角,

$\therefore \angle PDA = \angle 1 + \angle 2$ ,

$\therefore \angle PEB + \angle PDA = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = \angle ACB + \angle DPE = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$ ;

故答案为: 75;

【小问 2 详解】

补全图形如图 2 所示;

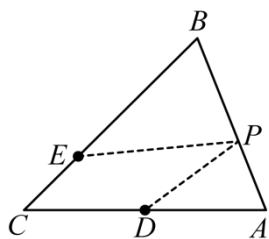


图2

$\angle PEB + \angle PDA = 45^\circ + \alpha$ ，证明如下：

连接  $PC$ ，如图 3 所示：

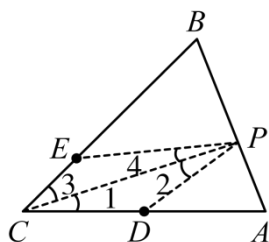


图3

$\because \angle PEB$  是  $\triangle PEC$  的外角，

$\therefore \angle PEB = \angle 3 + \angle 4$ ，

$\because \angle PDA$  是  $\triangle PDC$  的外角，

$\therefore \angle PDA = \angle 1 + \angle 2$ ，

$\therefore \angle PEB + \angle PDA = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = \angle ACB + \angle DPE = 45^\circ + \alpha$ ；

$\therefore \angle PEB + \angle PDA = 45^\circ + \alpha$ ；

【小问 3 详解】

分三种情况：

①如图 4 所示：

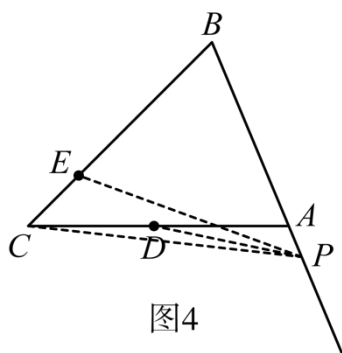


图4

连接  $PC$ ，

由三角形的外角性质得：

$\angle PEB = \angle ACB + \angle PCA + \angle CPD + \angle DPE$ ， $\angle PDA = \angle PCA + \angle CPD$ ，

$\therefore \angle PEB - \angle PDA = \angle ACB + \angle DPE = 45^\circ + \alpha$ ，

即  $\angle PEB - \angle PDA = 45^\circ + \alpha$  ;

②如图 5 所示:

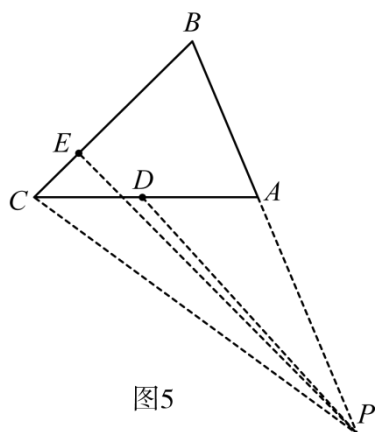


图5

连接  $PC$  ,

由三角形的外角性质得:

$$\angle PEB = \angle ACB + \angle PCA + \angle CPE, \quad \angle PDA = \angle PCA + \angle CPE + \angle DPE,$$

$$\therefore \angle PEB - \angle PDA = \angle ACB - \angle DPE = 45^\circ - \alpha,$$

即  $\angle PEB - \angle PDA = 45^\circ - \alpha$  ;

③如图 6 所示:  $P$ 、 $D$ 、 $E$  在同一条直线上, 连接  $PC$  ,

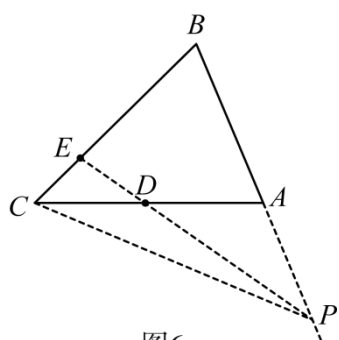


图6

由三角形的外角性质得:

$$\angle PEB = \angle ACB + \angle PCA + \angle CPE, \quad \angle PDA = \angle PCA + \angle CPE,$$

$$\therefore \angle PEB - \angle PDA = \angle ACB = 45^\circ;$$

综上所述: 如果点  $P$  在线段  $BA$  的延长线上运动,

$\angle PEB$  与  $\angle PDA$  之间的数量关系是  $\angle PEB - \angle PDA = 45^\circ + \alpha$  或  $\angle PEB - \angle PDA = 45^\circ - \alpha$  或

$\angle PEB - \angle PDA = 45^\circ$  .

【点睛】 本题考查了三角形外角的性质, 分类讨论是解题的关键.