

民一中学 2025 学年第二学期期中考试七年级数学试卷

2025.04

(满分 100 分, 答题时间 90 分钟)

一、单选题(共 18 分)

1. 关于 x 的某个不等式的解集在数轴上表示如图所示, 则该不等式的解集是 ()



- A. $x < 3$ B. $x > 3$ C. $x \geq 3$ D. $x \neq 3$

【答案】B

【解析】

【分析】由题意知, 不等式的解集为 $x > 3$, 然后作答即可.

【详解】解: 由题意知, 不等式的解集为 $x > 3$, 故 B 正确.

故选: B.

【点睛】本题考查了在数轴上表示不等式的解集. 解题的关键在于对知识的熟练掌握.

2. 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} 2x-1 > 3(x-2) \\ x < m \end{cases}$ 的解集是 $x < 5$, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m \geq 5$ B. $m > 5$ C. $m \leq 5$ D. $m < 5$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 根据“同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小找不到”, 据此即可确定 m 的取值范围.

【详解】解: 解不等式 $2x-1 > 3(x-2)$, 得 $x < 5$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $x < 5$,

$\therefore m \geq 5$,

故选: A.

3. 下列说法中正确的是 ()

- A. 两腰对应相等的两个等腰三角形全等 B. 两锐角对应相等的两个直角三角形全等
C. 面积相等的两个三角形全等 D. 斜边对应相等的两个等腰直角三角形全等

【答案】D

【解析】

【分析】根据全等三角形的判定方法和等腰三角形的性质判定即可.

- 【详解】解：A、两腰对应相等的两个等腰三角形，只有两边对应相等，所以不一定全等，不合题意；
B、两锐角对应相等的两个直角三角形，缺少对应的一对边相等，所以不一定全等，不合题意；
C、面积相等的两个三角形形状不一定相同，则不一定全等，不合题意；
D、斜边对应相等的两个等腰直角三角形，满足三个角及一条边对应相等，故全等，符合题意；
故选：D.

【点睛】本题考查三角形全等的判定方法，判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、ASA、AAS、HL，也考查了等腰三角形的性质.

4. 等腰三角形的顶角为 α ，那么这个等腰三角形一条腰上的高与底边的夹角为（ ）

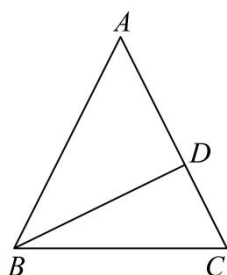
- A. α B. 2α C. $\frac{1}{2}\alpha$ D. $90^\circ - \alpha$

【答案】C

【解析】

【分析】根据等腰三角形的性质和三角形内角和解答即可.

【详解】解：如图：



$$\because \angle BAC = \alpha,$$

$$\therefore \angle C = \angle ABC = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha) = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha.$$

$$\because BD \perp AC,$$

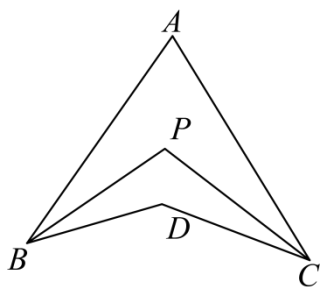
$$\therefore \angle ABD = 90^\circ - \alpha,$$

$$\therefore \angle DBC = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha - (90^\circ - \alpha) = \frac{1}{2}\alpha.$$

故选：C.

【点睛】本题考查等腰三角形的性质，关键是理解等腰三角形的性质和三角形内角和定理.

5. 如图，已知BP、CP分别平分 $\angle ABD$ 、 $\angle ACD$ ，若 $\angle BAC = \alpha$ ， $\angle BPC = \beta$ ，则 $\angle BDC$ 的大小为（ ）



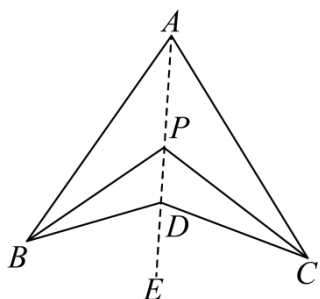
- A. $\alpha + \beta$ B. $180^\circ - 2\beta + \alpha$ C. $2\beta - \alpha$ D. $2\alpha - \beta$

【答案】C

【解析】

【分析】根据角平分线定义及三角形外角性质，数形结合表示出角度即可得到答案.

【详解】解：连接 AP 并延长，如图所示：



由三角形外角性质可知 $\angle BPE = \angle BAP + \angle ABP$ ； $\angle CPE = \angle CAP + \angle ACP$ ；

$\because BP$ 、 CP 分别平分 $\angle ABD$ 、 $\angle ACD$ ，

$$\therefore \angle ABP = \frac{1}{2} \angle ABD； \angle ACP = \frac{1}{2} \angle ACD；$$

$$\because \angle BAC = \alpha, \angle BPC = \beta，$$

$$\therefore \angle \beta = \angle BPC$$

$$= \angle BPE + \angle CPE$$

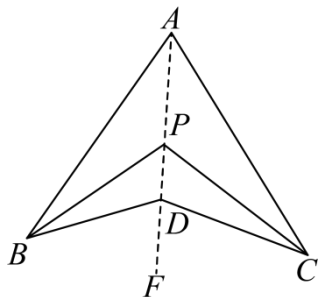
$$= (\angle BAP + \angle ABP) + (\angle CAP + \angle ACP)$$

$$= (\angle BAP + \angle CAP) + \frac{1}{2} \angle ABD + \frac{1}{2} \angle ACD$$

$$= \alpha + \frac{1}{2} (\angle ABD + \angle ACD)，$$

$$\therefore \angle ABD + \angle ACD = 2(\beta - \alpha)，$$

连接 AD 并延长，如图所示：

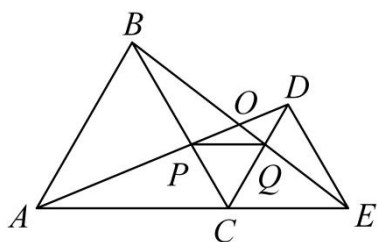


$$\begin{aligned}
 \therefore \angle BDC &= \angle BDF + \angle CDF \\
 &= (\angle ABC + \angle BAF) + (\angle ACB + \angle CAF) \\
 &= \angle ABD + \angle BAC + \angle ACD \\
 &= \angle BAC + (\angle ABD + \angle ACD) \\
 &= a + 2(\beta - a) \\
 &= 2\beta - a,
 \end{aligned}$$

故选：C.

【点睛】 本题考查求角度，涉及角平分线定义及外角性质，数形结合，准确表示各个角的和差倍分关系是解决问题的关键.

6. 如图， C 为线段 AE 上一动点（不与点 A, E 重合），在 AE 同侧分别作正 $\triangle ABC$ 和正 $\triangle CDE$ ， AD 与 BE 交于点 O ， AD 与 BC 交于点 P ， BE 与 CD 交于点 Q ，连接 PQ ，以下五个结论：① $AD = BE$ ；② $PQ \parallel AE$ ；③ $AP = BQ$ ；④ $DE = DP$ ；⑤ $\angle AOB = 60^\circ$. 一定成立的结论有（ ）.



A. ①②③

B. ①②④

C. ①②③④

D. ①②③⑤

【答案】 D

【解析】

【分析】 ① 由于 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 是等边三角形，可知 $AC = BC$ ， $CD = CE$ ， $\angle ACB = \angle DCE = 60^\circ$ ，从而证出 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ ，可推知 $AD = BE$ ；② 由 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ 得 $\angle CBE = \angle DAC$ ，加之

$\angle ACB = \angle DCE = 60^\circ$, $AC = BC$, 得到 $\triangle CQB \cong \triangle CPA$ (ASA), 再根据 $\angle PCQ = 60^\circ$ 推出 $\triangle PCQ$ 为等边三角形, 又由 $\angle PQC = \angle DCE$, 根据内错角相等, 两直线平行, 可知②正确; ③同②得: $\triangle ACP \cong \triangle BCQ$, 即可得出结论; ④根据 $\angle DQE = \angle ECQ + \angle CEQ = 60^\circ + \angle CEQ$, $\angle CDE = 60^\circ$, 可知 $\angle DQE \neq \angle CDE$, 可知④错误; ⑤利用等边三角形的性质, $BC \parallel DE$, 再根据平行线的性质得到 $\angle CBE = \angle DEO$, 于是可知⑤正确.

【详解】解: ① $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 是等边三角形,
 $\therefore AC = BC$, $CD = CE$, $\angle ACB = \angle DCE = 60^\circ$,
 $\therefore \angle ACD = \angle BCE$,
 在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$ 中,

$$\begin{cases} AC = BC \\ \angle ACD = \angle BCE \\ CD = CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE$ (SAS),

$\therefore AD = BE$, $\angle ADC = \angle BEC$, ①正确;

② $\angle DCP = 180^\circ - 2 \times 60^\circ = 60^\circ = \angle ECQ$,

在 $\triangle CDP$ 和 $\triangle CEQ$ 中,

$$\begin{cases} \angle ADC = \angle BEC \\ \angle DCP = \angle ECQ \\ CD = CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle CDP \cong \triangle CEQ$ (ASA),

$\therefore CP = CQ$,

$\therefore \angle CPQ = \angle CQP = 60^\circ$,

$\therefore \angle QPC = \angle BCA$,

$\therefore PQ \parallel AE$, ②正确;

③与②的过程同理得: $\triangle ACP \cong \triangle BCQ$,

$\therefore AP = BQ$,

③正确;

④ $\because DE > QE$, 且 $DP = QE$,

$\therefore DE > DP$ ，故④错误；

⑤ $\because \angle ACB = \angle DCE = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle BCD = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle DCE$ 是等边三角形， $\angle EDC = 60^\circ = \angle BCD$ ，

$\therefore BC \parallel DE$ ，

$\therefore \angle CBE = \angle DEO$ ，

$\therefore \angle AOB = \angle DAC + \angle BEC = \angle BEC + \angle DEO = \angle DEC = 60^\circ$ ，

$\therefore$ ⑤正确.

故选：D

【点睛】 本题考查了等边三角形的性质、全等三角形的判定与性质；熟练掌握等边三角形的性质，证明三角形全等是解决问题的关键.

二、填空题(共 24 分)

7. 8 与 m 的 3 倍的和不大 于 2，用不等式表示为_____.

【答案】 $8 + 3m \leq 2$

【解析】

【分析】 本题考查列不等式，读懂题意，将文字语言的描述转化为数学符号表示的不等关系，抓住关键词语，弄清运算顺序和不等关系是解决问题的关键.

【详解】 解：8 与 m 的 3 倍的和不大 于 2，用不等式表示为 $8 + 3m \leq 2$ ，

故答案为： $8 + 3m \leq 2$.

8. 几个小朋友分糖，若每个小朋友分 4 块，则剩余 6 块糖. 若每个小朋友分 6 块，则最后一个小朋友分有糖但不足 3 块. 则共有糖_____块.

【答案】 26

【解析】

【分析】 设一共有 x 个小朋友，则一共有 $(4x + 6)$ 块糖，根据题意可得 $0 < (4x + 6) - 6(x - 1) < 3$ ，求出 x 的整数解，再求出 $4x + 6$ 的值，即可得糖的总块数.

本题考查了一元一次不等式组的应用，解决问题的关键是读懂题意，正确列出不等式进行求解.

【详解】 设一共有 x 个小朋友，则一共有 $(4x + 6)$ 块糖，由题意得

$$0 < (4x + 6) - 6(x - 1) < 3,$$

解得 $4.5 < x < 6$ ，

$\therefore x$ 为正整数,
 $\therefore x = 5$,
 $\therefore 4x + 6 = 26$,
 $\therefore$ 共有糖 26 块.

故答案为: 26

9. 命题“如果 $a+b=0$, 那么 a, b 互为相反数”的逆命题为_____.

【答案】 如果 a, b 互为相反数, 那么 $a+b=0$

【解析】

【分析】 交换原命题的题设与结论即可得到其逆命题.

【详解】 解: 逆命题为: 如果 a, b 互为相反数, 那么 $a+b=0$.

故答案为: 如果 a, b 互为相反数, 那么 $a+b=0$.

【点睛】 本题考查了命题与定理: 判断一件事情的语句, 叫做命题. 许多命题都是由题设和结论两部分组成, 题设是已知事项, 结论是由已知事项推出的事项, 一个命题可以写成“如果...那么...”形式. 有些命题的正确性是用推理证实的, 这样的真命题叫做定理. 也考查了逆命题.

10. 若三角形三个内角满足 $\angle A = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{3}\angle C$, 则 $\angle C =$ _____.

【答案】 90° ## 90 度

【解析】

【分析】 根据三角形内角和定理进行计算即可求解.

【详解】 解: $\because \angle A = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{3}\angle C$, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

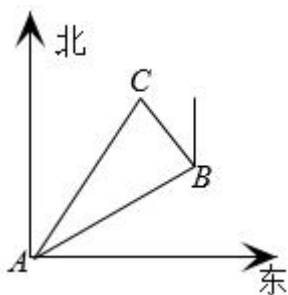
$$\therefore \frac{1}{3}\angle C + \frac{2}{3}\angle C + \angle C = 180^\circ$$

解得: $\angle C = 90^\circ$,

故答案为: 90° .

【点睛】 本题考查了三角形内角和定理, 掌握三角形内角和定理是解题的关键.

11. 如图: 在一次夏令营活动中, 某同学从营地 A 点出发, 先沿北偏东 70° 方向到达 B 地, 再沿北偏西 15° 方向去目的地 C , 则 $\angle ABC$ 的度数是_____.

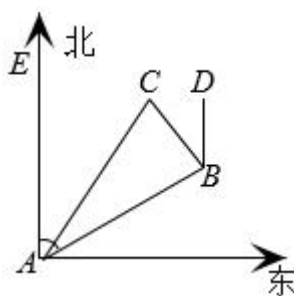


【答案】 95° 度

【解析】

【分析】 直接利用方向角的定义得出 $\angle ABD$ 的度数，进而得出答案.

【详解】 解： 如图所示：



由题意可得， $\angle EAB = 70^\circ$ ， $\angle CBD = 15^\circ$ ，

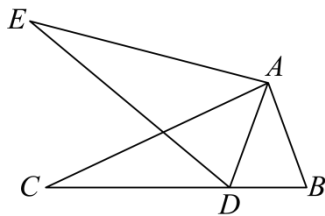
又因为： $\angle ABD = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ ，

则 $\angle ABC = 110^\circ - 15^\circ = 95^\circ$ ．

故答案为： 95° ．

【点睛】 本题主要考查了方向角，正确得出 $\angle ABD$ 的度数是解题关键．

12. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 40° 得到 $\triangle ADE$ ，点 B 的对应点 D 恰好落在边 BC 上，则 $\angle ADE =$ _____ $^\circ$ ．



【答案】 70

【解析】

【详解】 根据旋转的性质得到 $AD = AB$ ， $\angle ADE = \angle B$ ，根据等腰三角形的性质得到 $\angle ADB = \angle B$ ，求得 $\angle ADE = \angle ADB = 70^\circ$ ．

【解答】解：由旋转的性质可知， $AD = AB$ ， $\angle ADE = \angle B$ ，

$$\therefore \angle ADB = \angle B,$$

$$\because \angle BAD = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle ADB = \angle B = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ,$$

故答案为：70.

【点评】本题考查的是旋转变换的性质、等腰三角形的性质，掌握旋转的性质是解题的关键.

13. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别是 4、5、8， $\triangle DEF$ 的三边分别是 4、 $2x-1$ 、 $3y-1$ ，若这两个三角形全等，则 $x+y =$ _____.

【答案】6 或 $\frac{13}{2}$

【解析】

【分析】根据全等三角形的性质得到 $5 = 2x - 1$ ， $8 = 3y - 1$ ，或 $8 = 2x - 1$ ， $5 = 3y - 1$ ，分别求出 x ， y 的值，代入计算即可.

【详解】解： $\because$ 两个三角形全等，

$$\therefore 5 = 2x - 1, 8 = 3y - 1, \text{ 或 } 8 = 2x - 1, 5 = 3y - 1,$$

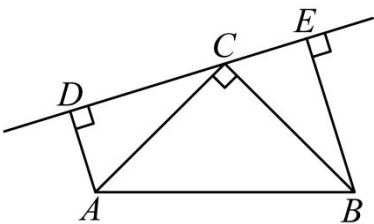
$$\therefore \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = \frac{9}{2} \\ y = 2 \end{cases},$$

$$\therefore x + y = 3 + 3 = 6 \text{ 或 } x + y = \frac{9}{2} + 2 = \frac{13}{2},$$

故答案为：6 或 $\frac{13}{2}$.

【点睛】此题主要考查了全等三角形的性质，关键是掌握性质定理.

14. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，分别过点 B 、 C 作经过点 A 的直线的垂线段 BD 、 CE ，若 $BD = 5$ 厘米， $CE = 8$ 厘米，则 DE 的长为_____.



【答案】13 厘米

【解析】

【分析】利用垂直的定义得到 $\angle BDA = \angle AEC$ ，由平角的定义及同角的余角相等得到 $\angle ABD = \angle CAE$ ，利用 AAS 证得 $\triangle ABD \cong \triangle CAE$ ，再由全等三角形对应边相等得到 $DB = AE = 5$ ， $AD = CE = 8$ ，由 $DE = AD + AE$ 即可求出 DE 长.

【详解】解： $\because BD \perp DE$ ， $CE \perp DE$ ，

$$\therefore \angle BDA = \angle BAC = \angle AEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle CAE = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAD + \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CAE,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CAE$ 中，

$$\begin{cases} \angle ADB = \angle CEA \\ \angle ABD = \angle CAE, \\ AB = CA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CAE (\text{AAS}),$$

$$\therefore DB = AE = 5, \quad CE = AD = 8,$$

$$\text{则 } DE = AD + AE = 8 + 5 = 13 (\text{厘米}),$$

故答案为：13 厘米.

【点睛】此题考查了全等三角形的判定与性质，根据平角的定义及同角的余角相等证得 $\angle ABD = \angle CAE$ 是解决问题的关键.

15. 在等腰三角形 ABC 中，其中一内角为 50° ，腰 AB 的垂直平分线 MN 交 AC 所在的直线于点 D ，则 $\angle DBC$ 的度数为_____.

【答案】15 或 30

【解析】

【分析】根据等腰三角形的一个内角为 50° ，分类讨论等腰三角形，①当等腰三角形角为：50，65，65；

②当等腰三角形角为：50，50，80；再根据垂直平分线的性质，即可.

【详解】 $\because$ 等腰三角形 ABC 中，其中一个内角为 50° ，

$\therefore$ ①当 $AB = AC$ ， $\angle A = 50^\circ$ ，如下图：

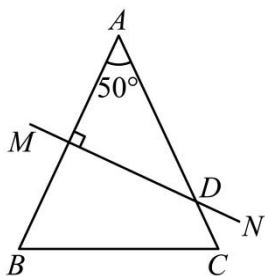
$$\therefore \angle CBA = 65^\circ,$$

$\because MN$ 垂直平分 AB ，

$$\therefore AD = BD,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle DBA = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle CBA - \angle ABD = 15^\circ;$$



② 当 $BA = BC$, $\angle A = \angle C = 50^\circ$, 如下图:

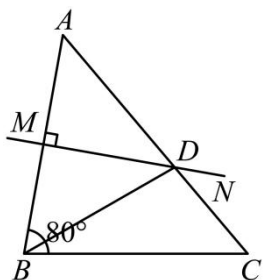
$$\therefore \angle ABC = 80^\circ,$$

$\therefore MN$ 垂直平分 AB ,

$$\therefore AD = BD,$$

$$\therefore \angle A = \angle ABD = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle CBD = 80^\circ - 50^\circ = 30^\circ,$$

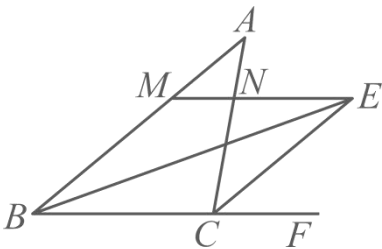


$\therefore \angle DBC$ 的度数为: 15 或者 30.

故答案为: 15 或者 30.

【点睛】 本题考查等腰三角形和垂直平分线的性质，解题的关键是掌握等腰三角形的性质和垂直平分线的性质.

16. 如图，点 E 是 ABC 的内角 $\angle ABC$ 和外角 $\angle ACF$ 的两条角平分线的交点，过点 E 作 $MN \parallel BC$ ，交 AB 于点 M ，交 AC 于点 N ，若 $BM - CN = 6$ ，则线段 MN 的长度为 ____.



【答案】 6

【解析】

【分析】根据角平分线的定义得到 $\angle MBE = \angle CBE$ ，根据平行线的性质得到 $\angle MEB = \angle CBE$ ，等量代换得到 $\angle MBE = \angle MEB$ ，求得 $BM = EM$ ，同理， $CN = EN$ ，于是得到结论.

【详解】解： $\because BE$ 平分 $\angle ABC$ ，

$$\therefore \angle MBE = \angle CBE,$$

$$\because MN \parallel BC,$$

$$\therefore \angle MEB = \angle CBE,$$

$$\therefore \angle MBE = \angle MEB,$$

$$\therefore BM = EM,$$

同理， $CN = EN$ ，

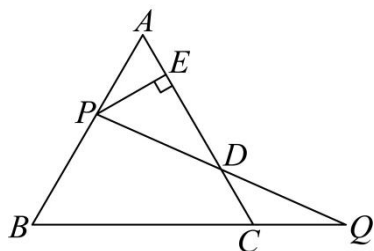
$$\therefore BM - CN = 9,$$

$$\therefore MN = ME - EN = BM - CN = 6,$$

故答案为：6.

【点睛】本题考查了等腰三角形的判定和性质，平行线的性质，角平分线的定义，正确的识别图形是解题的关键.

17. 如图，过边长为 6cm 的等边 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点 P ，作 $PE \perp AC$ 于点 E ， Q 为 BC 延长线上一点，当 $PA = CQ$ 时，连接 PQ 交 AC 于点 D ，则 DE 的长为_____.

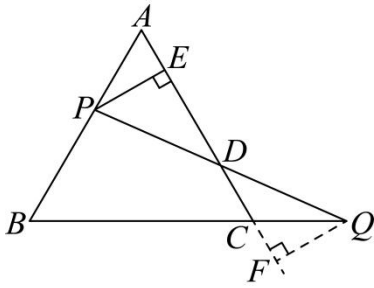


【答案】 3cm .

【解析】

【分析】根据题意，作出合适的辅助线，然后根据全等三角形的判定和性质可以求得 DE 的长，本题得以解决.

【详解】作 $QF \perp AC$ ，交 AC 的延长线于点 F ，



则 $\angle QFC=90^\circ$,

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形, $PE \perp AC$ 于点 E ,

$\therefore \angle A = \angle ACB = 60^\circ$, $\angle PEA = 90^\circ$,

$\therefore \angle PEA = \angle QFC$,

$\because \angle ACB = \angle QCF$,

$\therefore \angle A = \angle QCF$,

在 $\triangle PEA$ 和 $\triangle QFC$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle QCF \\ \angle PEA = \angle QFC, \\ PA = QC \end{cases}$$

$\therefore \triangle PEA \cong \triangle QFC$ (AAS),

$\therefore AE = CF$, $PE = QF$,

$\because AC = AE + EC = 6\text{cm}$,

$\therefore EF = CF + EC = 6\text{cm}$,

$\because \angle PED = 90^\circ$, $\angle QFD = 90^\circ$,

$\therefore \angle PED = \angle QFD$,

在 $\triangle PED$ 和 $\triangle QFD$ 中,

$$\begin{cases} \angle PED = \angle QFD \\ \angle EDP = \angle FDQ, \\ PE = QF \end{cases}$$

$\therefore \triangle PED \cong \triangle QFD$ (AAS),

$\therefore ED = FD$,

$\because ED + FD = EF = 6\text{cm}$,

$\therefore DE = 3\text{cm}$,

故答案为 3cm .

【点睛】 本题考察全等三角形的判定与性质、等边三角形的性质，解答本题的关键是明确题意，利用等三角形的判定与性质和数形结合的思想解答.

18. 等腰三角形的两边之和为 18，两边之差为 8，那么这个等腰三角形的周长为_____.

【答案】 31 或 35 或 19

【解析】

【分析】 本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系，已知等腰三角形的两边之和是 18，这两边之差是 8，但没有明确腰和底的大小关系，因此应分两种情况，进行分类讨论求解即可.

【详解】 解：设腰长为 x ，则底长为 $18-x$ ，

当腰-底=8，即 $x-(18-x)=8$ 时， $x=13$ ， $18-x=5$ ，三边之长为 13，13，5，能构成三角形；

当底-腰=8，即 $(18-x)-x=8$ 时， $x=5$ ， $18-x=13$ ，三边之长为 5，5，13，不能构成三角形.

当腰+腰=18，则腰=9，底边长为 $9+8=17$ ，三边之长为 9，9，17，能构成三角形；

当腰+腰=18，则腰=9，底边长为 $9-8=1$ ，三边之长为 9，9，1，能构成三角形；

综上所述，它的三边长分别是 13，13，5，此等腰三角形的周长为 $13+13+5=31$ ；

三边之长为 9，9，17，此等腰三角形的周长为 $9+9+17=35$ ；

三边之长为 9，9，1，此等腰三角形的周长为 $9+9+1=19$ ；

故答案为：31 或 35 或 19.

三、解答题(共 58 分)

19. 新定义：若一元一次方程的解在一元一次不等式组解集范围内，则称该一元一次方程为该不等式组的

“关联方程”，例如：方程 $x-1=3$ 的解为 $x=4$ ，而不等式组 $\begin{cases} x-1>1 \\ x-2<3 \end{cases}$ 的解集为 $2<x<5$ ，不难发现 $x=4$

在 $2<x<5$ 的范围内，所以方程 $x-1=3$ 是不等式组 $\begin{cases} x-1>1 \\ x-2<3 \end{cases}$ 的“关联方程”.

(1) 在方程① $3(x+1)-x=9$ ；② $4x-7=0$ ；③ $\frac{x-1}{2}+1=x$ 中，不等式组 $\begin{cases} 2x-2>x-1 \\ 3(x-2)-x\leq 4 \end{cases}$ 的“关联方程”是_____；(填序号)

(2) 若关于 x 的方程 $2x-k=6$ 是不等式组 $\begin{cases} \frac{3x+1}{2}>x \\ \frac{x-1}{2}\geq\frac{2x+1}{3}-2 \end{cases}$ 的“关联方程”，求 k 的取值范围.

【答案】 (1) ①② (2) $-8<k\leq 8$

【解析】

【分析】本题考查解一元一次不等式组、解一元一次方程等知识，读懂题意，理解“关联方程”是解决问题的关键.

(1) 先解一元一次不等式组，再解一元一次方程，最后由“关联方程”的定义求解即可得到答案；

(2) 先解一元一次不等式组，再解一元一次方程，最后由“关联方程”的定义求解即可得到答案.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} 2x-2 > x-1 \text{ ①} \\ 3(x-2)-x \leq 4 \text{ ②} \end{cases},$$

由①得 $x > 1$;

由②得 $x \leq 5$;

$\therefore$ 不等式组的解集为 $1 < x \leq 5$;

解方程 $3(x+1)-x=9$ 得 $x=3$,

$\therefore 1 < 3 \leq 5$,

$\therefore$ 方程①是不等式组 $\begin{cases} 2x-2 > x-1 \\ 3(x-2)-x \leq 4 \end{cases}$ 的“关联方程”;

解方程 $4x-7=0$ 得 $x=\frac{7}{4}$,

$\therefore 1 < \frac{7}{4} \leq 5$,

$\therefore$ 方程②是不等式组 $\begin{cases} 2x-2 > x-1 \\ 3(x-2)-x \leq 4 \end{cases}$ 的“关联方程”;

解方程 $\frac{x-1}{2}+1=x$ 得 $x=1$,

$\therefore$ 方程③不是不等式组 $\begin{cases} 2x-2 > x-1 \\ 3(x-2)-x \leq 4 \end{cases}$ 的“关联方程”;

故答案为: ①②;

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} \frac{3x+1}{2} > x \text{ ①} \\ \frac{x-1}{2} \geq \frac{2x+1}{3}-2 \text{ ②} \end{cases},$$

由①得 $x > -1$;

由②得 $x \leq 7$;

∴ 不等式组的解集为 $-1 < x \leq 7$;

解方程 $2x - k = 6$ 得 $x = 3 + \frac{k}{2}$,

∴ 关于 x 的方程 $2x - k = 6$ 是不等式组 $\begin{cases} \frac{3x+1}{2} > x \\ \frac{x-1}{2} \geq \frac{2x+1}{3} - 2 \end{cases}$ 的“关联方程”,

∴ $-1 < 3 + \frac{k}{2} \leq 7$,

解得 $-8 < k \leq 8$.

20. 学校为开展课外活动, 计划购买一批乒乓球拍和羽毛球拍, 已知购买 3 副乒乓球拍和 2 副羽毛球拍共需 270 元; 购买 5 副乒乓球拍和 4 副羽毛球拍共需 480 元.

(1) 求乒乓球拍和羽毛球拍的单价;

(2) 学校准备购买乒乓球拍和羽毛球拍共 50 副, 且乒乓球拍的数量不少于羽毛球拍数量的 $\frac{1}{2}$, 购买费用不超过 2535, 有几种购买方案? 并写出方案.

【答案】 (1) 乒乓球拍的单价为 60 元, 羽毛球拍的单价为 45 元

(2) 有三种购买方案: 学校准备购买乒乓球拍 17 副、羽毛球拍 33 副; 学校准备购买乒乓球拍 18 副、羽毛球拍 32 副; 学校准备购买乒乓球拍 19 副、羽毛球拍 31 副

【解析】

【分析】 本题考查二元一次方程组、一元一次不等式组解应用题, 读懂题意, 准确列出方程组、不等式组求解是解决问题的关键.

(1) 设乒乓球拍的单价为 x 元, 羽毛球拍的单价为 y 元, 由等量关系列二元一次方程组求解即可得到答案;

(2) 设学校准备购买乒乓球拍 m 副, 则购买羽毛球拍 $(50 - m)$ 副, 由题意列出一元一次不等式组求解即可得到答案.

【小问 1 详解】

解: 设乒乓球拍的单价为 x 元, 羽毛球拍的单价为 y 元, 则

$$\begin{cases} 3x + 2y = 270 \\ 5x + 4y = 480 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 60 \\ y = 45 \end{cases},$$

答: 乒乓球拍的单价为 60 元, 羽毛球拍的单价为 45 元;

【小问 2 详解】

解：设学校准备购买乒乓球拍 m 副，则购买羽毛球拍 $(50-m)$ 副，则

$$\begin{cases} m \geq \frac{1}{2}(50-m) \\ 60m + 45(50-m) \leq 2535 \end{cases},$$

解得 $\frac{50}{3} \leq m \leq 19$,

$\therefore m$ 为正整数,

$\therefore m$ 可取 17, 18, 19,

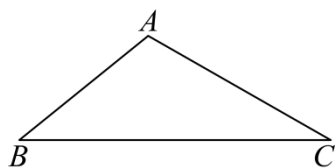
即有三种购买方案:

学校准备购买乒乓球拍 17 副、羽毛球拍 33 副;

学校准备购买乒乓球拍 18 副、羽毛球拍 32 副;

学校准备购买乒乓球拍 19 副、羽毛球拍 31 副.

21. 如图, 已知 $\triangle ABC$, 根据下列要求作图并回答问题: (只要保留作图痕迹, 不写作法)



- (1) 作边 AB 上的高 CD ;
- (2) 过点 D 作直线 BC 的垂线, 垂足为 E ;
- (3) 在 BC 上找一点 M , 使 $MA = MB$.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

(3) 见解析

【解析】

【分析】本题考查了作垂线, 熟练掌握基本作图是解题的关键;

(1) 延长 BA , 以 AC 为半径, 点 C 为圆心作圆弧交直线 BA 于点 G , 再分别以 A 、 G 为圆心, 以大于 AG 一半的长度为半径画圆弧, 两弧交于点 F , 连接 CF , 交 BG 于点 D , 问题得解;

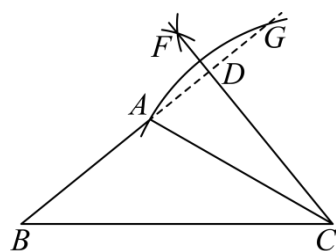
(2) 按照 (1) 的方法作答即可;

(3) 作 AB 的垂直平分线交 BC 于点 M , 即可求解.

【小问 1 详解】

延长 BA , 以 AC 为半径, 点 C 为圆心作圆弧交直线 BA 于点 G , 再分别以 A 、 G 为圆心, 以大于 AG 一

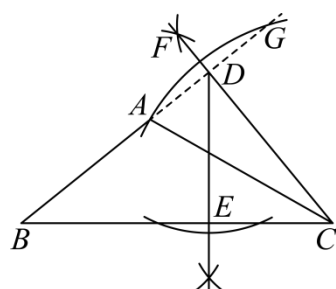
半的长度为半径画圆弧，两弧交于点 F ，连接 CF ，交 BG 于点 D ，如图，



高 CD 即为所作；

【小问 2 详解】

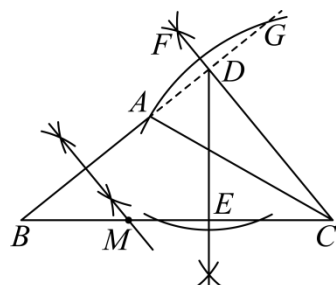
如图所示：



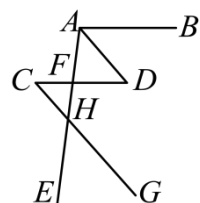
垂线 DE 即为所作；

【小问 3 详解】

如图，点 M 即为所求；



22. 如图， $AB \parallel CD$ ，射线 AE 与 CD 交于点 F ，射线 CG 与 AE 交于点 H 。若 AD 是 $\angle BAE$ 的角平分线，且 $\angle DAE = \angle C$ ， $\angle AHG = 130^\circ$ ，求 $\angle D$ 的度数。



【答案】 50°

【解析】

【分析】 本题考查了作线段、平行线的判定与性质、角平分线的定义，熟练掌握平行线的判定与性质是解题关键。先根据平行线的性质可得 $\angle BAD = \angle ADC$ ，根据角平分线的定义可得 $\angle BAD = \angle DAE$ ，从而可

得 $\angle ADC = \angle C$ ，再根据平行线的判定可得 $AD \parallel CG$ ，根据平行线的性质可得

$\angle DAE = 180^\circ - \angle AHG = 50^\circ$ ，由此即可得结果.

【详解】证明： $\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle BAD = \angle ADC$ ，

$\because AD$ 是 $\angle BAE$ 的角平分线，

$\therefore \angle BAD = \angle DAE$ ，

$\therefore \angle ADC = \angle DAE$ ，

$\because \angle DAE = \angle C$ ，

$\therefore \angle ADC = \angle C$

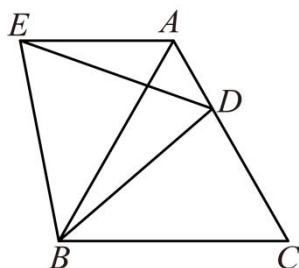
$\therefore AD \parallel CG$ ，

$\because \angle AHG = 130^\circ$ ，

$\therefore \angle DAE = 180^\circ - \angle AHG = 50^\circ$ ，

$\therefore \angle D = \angle DAE = 50^\circ$.

23. 如图，点 D 是等边 $\triangle ABC$ 中边 AC 上的任意一点，且 $\triangle BDE$ 也是等边三角形，那么 AE 与 BC 一定平行吗？请说明理由.

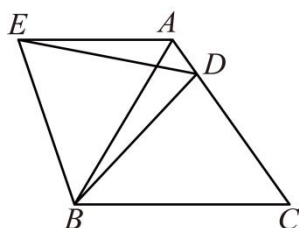


【答案】 AE 与 BC 一定平行；理由见解析.

【解析】

【分析】由 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 也是等边三角形得： $AB=BC$ ， $BD=BE$ ， $\angle ABC=\angle DBE=\angle C=60^\circ$ ，图中可知 $\angle DBC=\angle EBD$ ，从而证明 $\triangle DBC \cong \triangle EBA$ ，根据三角形全等的性质得到 $\angle BAE=\angle C=60^\circ$ ，等量代换得 $\angle BAE=\angle ABC=60^\circ$ ，即可得 $AE \parallel BC$.

【详解】解： AE 与 BC 一定平行. 如图所示，其理由如下：



$\therefore \triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 也是等边三角形得,

$\therefore AB=BC, BD=BE, \angle ABC=\angle DBE=\angle C=60^\circ,$

又 $\therefore \angle ABC=\angle ABD+\angle DBC, \angle DBE=\angle ABD+\angle ABE,$

$\therefore \angle DBC=\angle ABE,$

在 $\triangle DBC$ 和 $\triangle EBA$ 中

$$\begin{cases} AB=CB \\ \angle ABE=\angle CBD \\ BE=BD \end{cases}$$

$\therefore \triangle DBC \cong \triangle EBA$ (SAS),

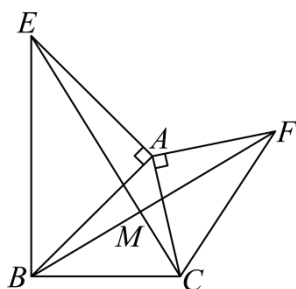
$\therefore \angle BAE=\angle C=60^\circ,$

$\therefore \angle BAE=\angle ABC=60^\circ,$

$\therefore AE \parallel BC$

【点睛】此题考查等边三角形的性质，全等三角形的判定和性质，平行线的判定，解题关键在于掌握全等三角形的判定.

24. 如图，已知 $AE \perp AB, AF \perp AC, AE=AB, AF=AC$ ， BF 与 CE 相交于点 M 。



(1) 求证: $EC=BF$;

(2) 求证: $EC \perp BF$.

【答案】(1) 证明见解析

(2) 证明见解析

【解析】

【分析】本题考查“手拉手”模型证全等，涉及三角形全等判定与性质、直角三角形性的判定与性质等知识，准确识别“手拉手”模型，掌握三角形全等的判定与性质是解决问题的关键.

(1) 由“手拉手”模型，结合两个三角形全等的判定定理 SAS 即可得证;

(2) 由 (1) 中三角形全等得到 $\angle AFB=\angle ACE$ ，在 $\text{Rt}\triangle ACF$ 中， $\angle AFC+\angle ACF=90^\circ$ ，从而在 $\triangle CFM$ 中，求得 $\angle MFC+\angle MCF=90^\circ$ 即可得证.

【小问 1 详解】

证明: $\because AE \perp AB, AF \perp AC$,

$$\therefore \angle BAE = 90^\circ = \angle CAF,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle BAC = 90^\circ + \angle BAC = \angle CAF + \angle BAC,$$

即 $\angle EAC = \angle BAF$,

在 $\triangle EAC$ 和 $\triangle BAF$ 中,

$$\begin{cases} AE = AB \\ \angle EAC = \angle BAF, \\ AF = AC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EAC \cong \triangle BAF (\text{SAS}),$$

$$\therefore EC = BF;$$

【小问 2 详解】

证明: 由 (1) 知, $\triangle EAC \cong \triangle BAF (\text{SAS})$,

$$\therefore \angle AFB = \angle ACE,$$

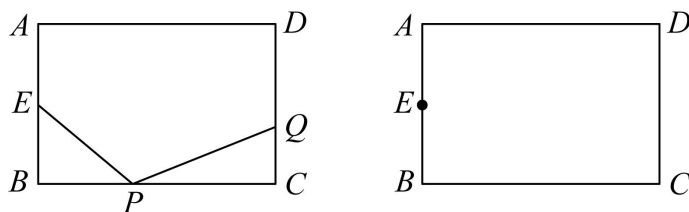
在 $\text{Rt}\triangle ACF$ 中, $\angle AFC + \angle ACF = 90^\circ$,

在 $\triangle CFM$ 中,

$$\angle MFC + \angle MCF = \angle MFC + (\angle MCA + \angle ACF) = (\angle MFC + \angle MFA) + \angle ACF = \angle AFC + \angle ACF = 90^\circ,$$

$$\therefore EC \perp BF.$$

25. 已知: 如图, 在长方形 $ABCD$ 中, $AB=4\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$, 点 E 为 AB 中点, 如果点 P 在线段 BC 上以每秒 2cm 的速度由点 B 向点 C 运动, 同时, 点 Q 在线段 CD 上由点 C 向点 D 运动. 设点 P 运动时间为 t 秒, 若某一时刻 $\triangle BPE$ 与 $\triangle CQP$ 全等, 求此时 t 的值及点 Q 的运动速度.



【答案】见解析

【解析】

【分析】由 $\angle B = \angle C = 90^\circ$, 可知存在以下两种情况使 $\triangle BPE \cong \triangle CQP$, (1) 当 $BP = CP$, $BE = CQ$ 时; (2) 当 $BP = CQ$, $BE = CP$ 时; 设点 Q 的运动的时间为 $v\text{cm/s}$, 则由已知易得 $BP = 2t$, $CP = 6 - 2t$, $BE = 2$, $CQ = vt$, 由此

根据上述两种情况分别列出关于 t 和 v 的方程，解方程即可求得对应的 t 和 v 的值.

【详解】设点 Q 的运动速度为 v cm/s，则 $BP = 2t$ ， $CP = 6 - 2t$ ， $BE = 2$ ， $CQ = vt$.

$\because \angle B = \angle C = 90^\circ$,

$\therefore$ 存在以下两种情况使 $\triangle BPE \cong \triangle CPQ$.

(1) 当 $BP = CP$ ， $BE = CQ$ 时， $\triangle BPE \cong \triangle CPQ$ ，此时有：

$$2t = 6 - 2t, \quad 2 = vt,$$

$$\text{解得：} t = \frac{3}{2}, \quad v = \frac{4}{3};$$

(2) 当 $BP = CQ$ ， $BE = CP$ 时， $\triangle BPE \cong \triangle CPQ$,

此时有： $2t = vt$ ， $2 = 6 - 2t$.

解得： $t = 2$ ， $v = 2$.

综上所述， t 的值为 $\frac{3}{2}$ 秒， Q 点的速度为 $\frac{4}{3}$ cm/s；或 t 的值为 2 秒， Q 点的速度为 2 cm/s.

【点睛】“由 $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ，知道存在以下两种情况使 $\triangle BPE \cong \triangle CQP$ ：(1) 当 $BP = CP$ ， $BE = CQ$ 时；(2) 当 $BP = CQ$ ， $BE = CP$ 时”是解答本题的关键.

26. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = \angle C$ ，点 D 在 BC 边上， $\angle BAD = 50^\circ$ (如图 1).

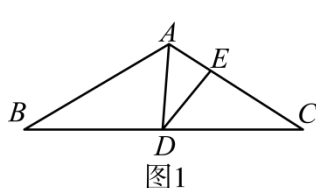
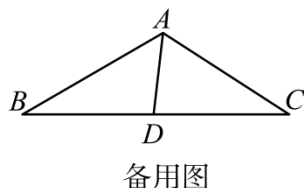
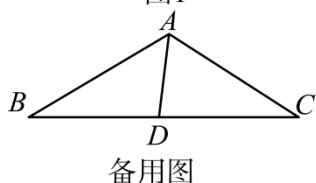


图1



备用图



备用图

- (1) 若 E 在 $\triangle ABC$ 的 AC 边上，且 $\angle ADE = \angle B$ ，求 $\angle EDC$ 的度数；
- (2) 若 $\angle B = 30^\circ$ ， E 在 $\triangle ABC$ 的 AC 边上， $\triangle ADE$ 是等腰三角形，求 $\angle EDC$ 的度数；(简写主要解答过程即可)；
- (3) 若 AD 将 $\triangle ABC$ 分割成的两个三角形中有一个是等腰三角形，求 $\angle B$ 的度数。(直接写出答案).

【答案】(1) $\angle EDC$ 的度数为 50°

(2) $\angle EDC$ 的度数为 10° 或 40° 或 25°

(3) $\angle B$ 的度数为 50° 或 $(\frac{130}{3})^\circ$ 或 $(\frac{80}{3})^\circ$.

【解析】

【分析】(1) 由三角形外角的性质及已知即可得出结论；

(2) 由等腰三角形的性质可得, $\angle BAC=120^\circ$. 所以 $\angle DAC=\angle BAC-\angle BAD=70^\circ$, 由三角形的外角的性质可知, $\angle ADC=\angle B+\angle BAD=80^\circ$, 由等腰三角形的性质可知, 需要分类讨论, 分三种情况, 再利用等腰三角形的性质可得出结论;

(3) 若 $\triangle ABD$ 为等腰三角形, 则只能 $AD=BD$, 所以 $\angle B=\angle BAD=50^\circ$. 若 $\triangle ACD$ 为等腰三角形, 则只能 $AD=CD$ 或 $AC=DC$, 根据等腰三角形的性质可得出结论.

【小问 1 详解】

解: $\because \angle ADC$ 是 $\triangle ABD$ 的外角,

$$\therefore \angle ADC=\angle B+\angle BAD,$$

$$\because \angle ADC=\angle ADE+\angle EDC, \text{ 且 } \angle ADE=\angle B, \angle BAD=50^\circ,$$

$$\therefore \angle EDC=\angle BAD=50^\circ.$$

即 $\angle EDC$ 的度数为 50° ;

【小问 2 详解】

解: $\because \angle B=\angle C=30^\circ$,

$$\therefore \angle BAC=180^\circ-(\angle B+\angle C)=120^\circ.$$

$$\because \angle BAD=50^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC=\angle BAC-\angle BAD=70^\circ,$$

$\because \angle ADC$ 是 $\triangle ABD$ 的外角,

$$\therefore \angle ADC=\angle B+\angle BAD=80^\circ,$$

$\because \triangle ADE$ 是等腰三角形,

若 $AE=DE$, 则 $\angle ADE=\angle DAC=70^\circ$,

$$\therefore \angle EDC=\angle ADC-\angle ADE=10^\circ.$$

若 $AD=DE$, 则 $\angle AED=\angle DAC$,

$$\therefore \angle ADE=180^\circ-2\angle DAC=40^\circ,$$

$$\therefore \angle EDC=\angle ADC-\angle ADE=40^\circ.$$

若 $AE=AD$, 则 $\angle ADE=\angle AED=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle DAC)=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$,

$$\therefore \angle EDC=\angle ADC-\angle ADE=25^\circ.$$

即 $\angle EDC$ 的度数为 10° 或 40° 或 25° ;

【小问 3 详解】

解: 若 $\triangle ABD$ 为等腰三角形, 则只能 $AD=BD$,

$$\therefore \angle B=\angle BAD=50^\circ.$$

若 $\triangle ACD$ 为等腰三角形，则只能 $AD=CD$ 或 $AC=DC$,

$$\therefore \angle B = \angle C = \angle CAD = \frac{180^\circ - \angle BAD}{3} = \left(\frac{130}{3}\right)^\circ \text{ 或 } \angle B = \angle C = \frac{180^\circ - 2\angle BAD}{3} = \left(\frac{80}{3}\right)^\circ,$$

$$\therefore \angle B \text{ 的度数为 } 50^\circ \text{ 或 } \left(\frac{130}{3}\right)^\circ \text{ 或 } \left(\frac{80}{3}\right)^\circ.$$

【点睛】 本题主要考查三角形的内角和定理，三角形的外角的性质，等腰三角形的性质，分类讨论思想等内容，解题的关键是掌握等腰三角形的性质.