

上海市曹杨第二中学附属学校 2024—2025 学年下学期七年级数学期中 试卷

(考试时间 80 分钟 满分 100 分)

一、选择题：(每小题 3 分，共 24 分)

1. 下列说法正确的是 ()

- A. 形状相同的两个三角形全等
- B. 能够完全重合的两个三角形全等
- C. 面积相等的两个三角形全等
- D. 两个等边三角形全等

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了全等三角形的定义等知识点，掌握全等三角形的概念是解题的关键。

根据全等三角形的定义逐项判断即可。

【详解】解：A、形状相同的两个三角形不一定全等，原说法错误，应该是形状相同且大小也相同的两个图形全等，故不符合题意；

B、能够完全重合的两个三角形全等，说法正确，符合题意；

C、面积相等的两个三角形不一定全等，原说法错误，不符合题意；

D、两个等边三角形不一定全等，原说法错误，不符合题意。

故选：B。

2. 在同一平面内，不重合的两条直线的位置关系是 ()。

- A. 平行
- B. 相交
- C. 平行或相交
- D. 平行或垂直

【答案】C

【解析】

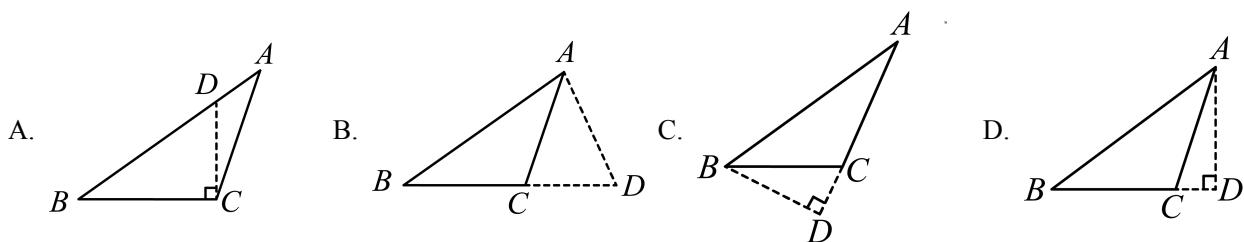
【分析】根据在同一平面内，两条直线的位置关系判断即可。

【详解】解：在同一平面内，不重合的两条直线的位置关系是相交或平行，相交包含垂直。

故选 C。

【点睛】本题考查在同一平面内，不重合的两条直线的位置关系，理解两直线的位置关系是解题关键。

3. 下列各图形中，分别是四位同学所画的 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的高，其中正确的是 ()



【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了三角形的高线，根据三角形的高解答即可，三角形的一个顶点到它的对边所在直线的垂线段叫做这个三角形的高。

【详解】解：A. CD 不是任何边的高，故不符合题意；

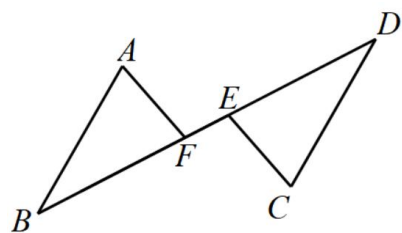
B. AD 不是任何边的高，故不符合题意；

C. BD 是 AC 边的高，故不符合题意；

D. AD 是 BC 边的高，故符合题意

故选 D.

4. 如图， $BE = DF$ ， $AB \parallel DC$ ，要使 $\triangle ABF \cong \triangle CDE$ ，应添加的条件是（ ）



A. $BF = DE$

B. $AF = CE$

C. $AB = DC$

D. $\angle ABD = \angle CDB$

【答案】C

【解析】

【分析】根据 $BE = DF$ ，可得 $BF = DE$ ，根据 $AB \parallel DC$ ，可得 $\angle B = \angle D$ ，添加 $AB = DC$ ，根据“SAS”可证 $\triangle ABF \cong \triangle CDE$ 。

【详解】解：若添加 $BF = DE$ ，则和条件 $BE = DF$ 重复；

若添加 $AF = CE$ ，则“SSA”不能证明全等；

若添加 $\angle ABD = \angle CDB$ ，则与条件 $AB \parallel DC$ 重复；

故 A、B、D 不能证明全等；

应添加 $AB = DC$ ，理由如下：

$\because BE = DF$ ，

$\therefore BF = DE$ ，

$$\therefore AB \parallel DC,$$

$$\therefore \angle B = \angle D,$$

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle CDE$ 中,

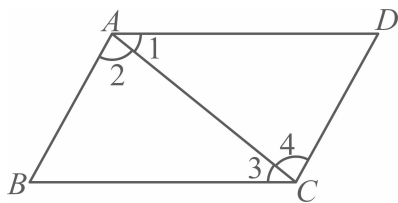
$$\begin{cases} AB = DC \\ \angle B = \angle D, \\ BF = DE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CDE(\text{SAS}),$$

故选: C.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定, 熟练掌握全等三角形的判定方法是解题的关键.

5. 如图, 下列推理中, 正确的是 ()



A. 如果 $\angle 1 = \angle 3$, 那么 $AD \parallel BC$

B. 如果 $\angle 2 = \angle 4$, 那么 $AD \parallel BC$

C. 如果 $\angle 1 = \angle 3$, 那么 $AB \parallel CD$

D. 如果 $\angle BCD + \angle D = 180^\circ$, 那么 $AB \parallel CD$

【答案】A

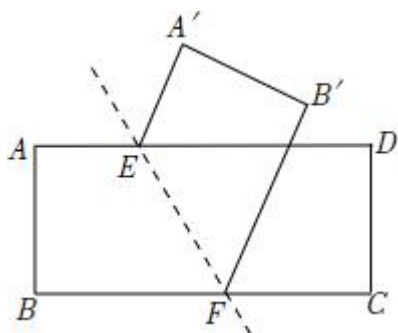
【解析】

【分析】本题主要考查了平行线的判定, 同位角相等, 两直线平行, 内错角相等, 两直线平行, 同旁内角互补, 两直线平行. 根据平行线的判定条件逐一判断即可.

【详解】解: A、由内错角相等, 两直线平行可知如果 $\angle 1 = \angle 3$, 那么 $AD \parallel BC$, 故此选项符合题意;
B、由内错角相等, 两直线平行可知如果 $\angle 2 = \angle 4$, 那么 $AB \parallel CD$, 不能得到 $AD \parallel BC$, 故此选项不符合题意;
C、由内错角相等, 两直线平行可知如果 $\angle 1 = \angle 3$, 那么 $AD \parallel BC$, 不能得到 $AB \parallel CD$, 故此选项不符合题意;
D、由同旁内角互补, 两直线平行可知, 如果 $\angle BCD + \angle D = 180^\circ$, 那么 $AD \parallel BC$, 不能得到 $AB \parallel CD$, 故此选项不符合题意;

故选: A.

6. 如图, 将一张长方形纸条 $ABCD$ 沿 EF 折叠, 点 A, B 分别折叠至点 A', B' , 若 $\angle AEF = 130^\circ$, 则 $\angle B'FC$ 的度数为 ()



A. 80°

B. 70°

C. 65°

D. 50°

【答案】A

【解析】

【分析】由折叠的性质得 $\angle BFE = \angle B'FE$ ，再由平行线的性质可求得 $\angle BFE = 50^\circ$ ，从而得解.

【详解】解：由折叠得： $\angle BFE = \angle B'FE$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是长方形

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \angle AEF + \angle BFE = 180^\circ$,

$\therefore \angle AEF = 130^\circ$,

$\therefore \angle BFE = 50^\circ$,

$\therefore \angle B'FE = 50^\circ$,

$\therefore \angle B'FC = 180^\circ - \angle BFE - \angle B'FE = 80^\circ$,

故选：A.

【点睛】本题主要考查平行线的性质，解答的关键是熟记平行线的性质：两直线平行，同旁内角互补.

7. 用反证法证明命题：“一个三角形中不能有两个直角”的过程可以归纳为以下三个步骤：

① $\angle A + \angle B + \angle C = 90^\circ + 90^\circ + \angle C > 180^\circ$ ，这与三角形内角和为 180° 相矛盾，所以 $\angle A = \angle B = 90^\circ$ 不成立；

② 所以一个三角形中不能有两个直角；

③ 假设三角形的三个内角 $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$ 中有两个直角，不妨设 $\angle A = \angle B = 90^\circ$. 正确的顺序应为 ()

A. ①②③

B. ①③②

C. ②③①

D. ③①②

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查反证法、记住反证法的把步骤先假设结论成立，然后推出矛盾，最后推出假设不成立，结论成立.

根据反证法的步骤即可判断.

【详解】解：反证法的步骤是先假设结论成立，然后推出矛盾，最后推出假设不成立，结论成立.

所以，正确的步骤是③①②.

故选：D.

8. ①如图 1, $AB \parallel CD$, 则 $\angle A + \angle E + \angle C = 180^\circ$; ②如图 2, $AB \parallel CD$, 则 $\angle E = \angle A + \angle C$; ③如图 3, $AB \parallel CD$, 则 $\angle A + \angle E - \angle 1 = 180^\circ$; ④如图 4, $AB \parallel CD$, 则 $\angle A = \angle C + \angle P$. 以上结论正确的是 ()

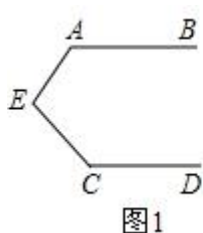


图1

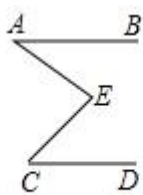


图2

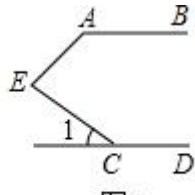


图3

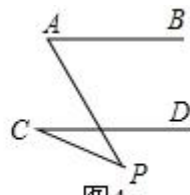


图4

A. ①②③④

B. ①②③

C. ②③④

D. ①②④

【答案】C

【解析】

【分析】点 E 作 $EF \parallel AB$, 对各选项利用平行线的判定和性质及三角形外角的性质依次判断证明即可

【详解】解：①过点 E 作 $EF \parallel AB$,

$$\because CD \parallel AB,$$

$$\therefore CD \parallel AB \parallel EF,$$

$$\therefore \angle A + \angle 1 = 180^\circ, \angle 2 + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle C + \angle E = 360^\circ, \text{ 故①错误;}$$

②过点 E 作 $EF \parallel AB$,

$$\because CD \parallel AB,$$

$$\therefore CD \parallel AB \parallel EF,$$

$$\therefore \angle A = \angle 1, \angle 2 = \angle C,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle A + \angle C$$

即 $\angle E = \angle A + \angle C$, 故②正确;

③过点 E 作 $EF \parallel AB$,

$$\because CD \parallel AB,$$

$$\therefore CD \parallel AB \parallel EF,$$

$$\therefore \angle A + \angle 3 = 180^\circ, \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle A + \angle AEC - \angle 1 = 180^\circ,$$

即 $\angle A + \angle E - \angle 1 = 180^\circ$, 故③正确;

④ $\because \angle 1$ 是 $\triangle CEP$ 的外角,

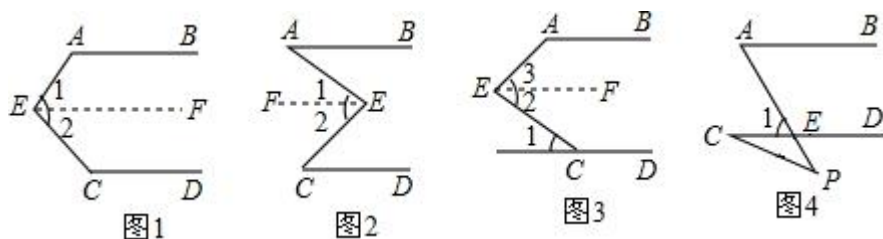
$\therefore \angle 1 = \angle C + \angle P$,

$\therefore CD \parallel AB$,

$\therefore \angle A = \angle 1$, 即 $\angle A = \angle C + \angle P$, 故④正确,

综上可得, 正确的有②③④,

故选: C



【点睛】题目主要考查平行线的判定和性质, 三角形外角的性质等, 理解题意, 综合运用平行线的判定和性质是解题关键

二、填空题: (每小题 2 分, 共 20 分)

9. 不等式组 $\begin{cases} x > 3 \\ x \geq -3 \end{cases}$ 的解集为_____.

【答案】 $x > 3$

【解析】

【分析】 本题考查的是解一元一次不等式组. 分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小找不到确定不等式组的解集.

【详解】 解: 观察不等式组可直接得不等式组的解集为: $x > 3$.

故答案为: $x > 3$.

10. 比较大小: 如果 $-\frac{1}{3}a + 1 > -\frac{1}{3}b + 1$ 那么 a _____ b . (填 “>” 或 “<”)

【答案】 <

【解析】

【分析】 本题考查了不等式的性质, 不等式两边都加上 (或减去) 同一个数或整式, 不等号的方向不变; 不等式两边都乘以或除以同一个正数, 不等号的方向不变; 不等式两边都乘以或除以同一个负数, 不等号的方向改变. 根据不等式的性质解答即可.

【详解】 解: $\because -\frac{1}{3}a + 1 > -\frac{1}{3}b + 1$,

$$\therefore -\frac{1}{3}a > -\frac{1}{3}b,$$

$$\therefore a < b;$$

故答案为：<.

11. 命题“互余的两个角都是锐角”的逆命题是_____. (用“如果...那么...”的形式写出).

【答案】如果两个角都是锐角，那么这两个角互余

【解析】

【分析】本题考查了命题的逆命题. 根据逆命题的定义，将原命题的条件和结论互换即可解答.

【详解】解：命题“互余的两个角都是锐角”的逆命题是“如果两个角都是锐角，那么这两个角互余”.

故答案为：如果两个角都是锐角，那么这两个角互余.

12. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 3$ ， $AC = 5$ ， $BC = x$ ，则 x 的取值范围是_____.

【答案】 $2 < x < 8$

【解析】

【分析】根据三角形的三边关系任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边进行求解.

【详解】解：根据三角形的三边关系，得

$$5 - 3 < x < 5 + 3, \text{ 即 } 2 < x < 8.$$

故答案为： $2 < x < 8$.

【点睛】本题考查了三角形的三边关系，熟练掌握三角形三条边的关系是解答本题的关键.

13. 根据不等式的基本性质，可将“ $mx < 2$ ”化为“ $x > \frac{2}{m}$ ”，则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m < 0$

【解析】

【详解】因为 $mx < 2$ 化为 $x > \frac{2}{m}$,

根据不等式的基本性质 3 得： $m < 0$,

故答案为 $m < 0$.

14. 小海今年 13 岁，他的爸爸 45 岁，那么小海至少_____岁时，他的年龄才能超过爸爸年龄的 $\frac{1}{3}$.

【答案】17

【解析】

【分析】本题考查列不等式的应用. 设小海 x 岁时，小海的年龄超过他爸爸年龄的 $\frac{1}{3}$ ，根据题意列不等式，求解即可.

【详解】解：设小海 x 岁时，小海的年龄超过他爸爸年龄的 $\frac{1}{3}$ ，

根据题意，得

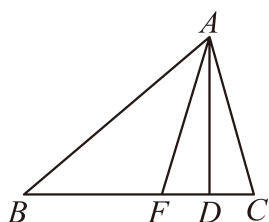
$$x > \frac{1}{3}(45 + x - 13),$$

解得 $x > 16$ ，

答：小海至少 17 岁时，他的年龄才能超过爸爸年龄的 $\frac{1}{3}$ 。

故答案为：17.

15. 如图， AD 、 AF 分别是 ABC 的高和角平分线，已知 $\angle B = 36^\circ$ ， $\angle C = 76^\circ$ ，则 $\angle DAF =$ _____ 度.



【答案】20

【解析】

【分析】本题主要考查了角平分线，三角形高的定义和三角形的内角和定理，解题的关键是掌握以上知识点.

根据角平分线的定义和高的定义结合三角形的内角和定理来解答.

【详解】解： $\because \angle B = 36^\circ, \angle C = 76^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 76^\circ - 36^\circ = 68^\circ,$$

又 $\because AF$ 是 $\angle BAC$ 的平分线，

$$\therefore \angle CAF = 68^\circ \times \frac{1}{2} = 34^\circ,$$

又 $\because AD$ 是 $\triangle BAC$ 的高线，

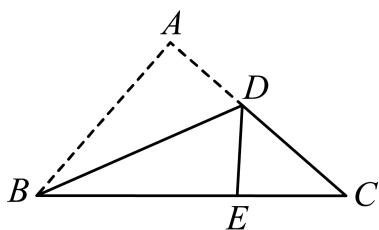
$$\therefore \angle CDA = 90^\circ,$$

在 $Rt\triangle ADC$ 中， $\angle DAC = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 76^\circ = 14^\circ$ ，

于是 $\angle DAF = 34^\circ - 14^\circ = 20^\circ$.

故答案为：20.

16. 如图， ABC 中， $AB = 6$ 、 $AC = 7$ 、 $BC = 9$ ，若沿过点 B 的直线 BD 折叠此三角形，使点 A 落在边 BC 上的点 E 处，折痕为 BD . 则 $\triangle CDE$ 的周长是_____.



【答案】 10

【解析】

【分析】 本题考查了翻折变换的性质. 根据翻折变换的性质可得 $DE = AD$, $BE = BA = 6$, 然后求出 CE , 再根据三角形的周长列式求解即可.

【详解】 解: $\because AB$ 沿 BD 折叠点 A 落在 BC 边上的点 E 处,

$$\therefore DE = AD, BE = BA = 6,$$

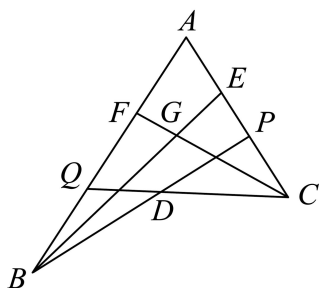
$$\because BC = 9,$$

$$\therefore CE = BC - BE = BC - BA = 9 - 6 = 3,$$

$$\therefore \triangle CDE \text{ 的周长为 } CD + DE + CE = CD + AD + CE = AC + CE = 7 + 3 = 10,$$

故答案为: 10.

17. 如图, 点 P 在 AC 上, 点 Q 在 AB 上, BE 平分 $\angle ABP$, 交 AC 于 E , CF 平分 $\angle ACQ$, 交 AB 于 F , BE 、 CF 相交于 G , CQ 、 BP 相交于 D , 若 $\angle BDC = 135^\circ$, $\angle BGC = 100^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数为_____.



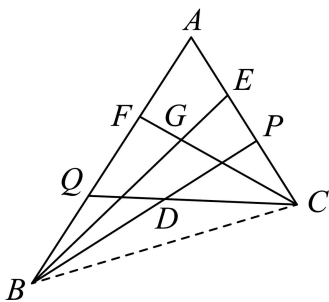
【答案】 65° ##65 度

【解析】

【分析】 本题考查角平分线的性质及三角形的内角和定理, 根据题意作出辅助线, 构造出三角形是解答此题的关键.

根据三角形的内角和定理, 及角平分线上的性质先计算 $\angle ABC + \angle ACB$ 的度数, 从而得出 $\angle A$ 的度数.

【详解】 解: 如图, 连接 BC .



$\because BE$ 平分 $\angle ABP$, 交 AC 于 E , CF 平分 $\angle ACQ$, 交 AB 于 F ,

$$\therefore \angle ABE = \angle DBE = \frac{1}{2} \angle ABD, \quad \angle ACF = \angle DCF = \frac{1}{2} \angle ACD,$$

又 $\angle BDC = 135^\circ$, $\angle BGC = 100^\circ$,

$$\therefore \angle DBC + \angle DCB = 45^\circ, \quad \angle GBC + \angle GCB = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle EBD + \angle FCD = 80^\circ - 45^\circ = 35^\circ,$$

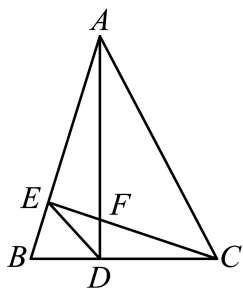
$$\therefore \angle ABE + \angle ACF = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE + \angle ACF + \angle GBC + \angle GCB = 80^\circ + 35^\circ = 115^\circ, \quad \text{即 } \angle ABC + \angle ACB = 115^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ.$$

故答案为: 65° .

18. 在 ABC 中, AD 、 CE 是高, AD 、 CE 相交于 F , $AF = BC$, 连接 DE , $AE = 3BE$, ABC 的面积为 7. 则 $\triangle AFC$ 的面积等于_____.



【答案】 $\frac{7}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了全等三角形的性质与判定, 三角形面积计算, 先证明 $\triangle EAF \cong \triangle ECB$ (AAS) 得到

$AE = CE$, $BE = FE$; 根据 $AE = 3BE$, 得到 $AE = \frac{3}{4} AB$, $CF = \frac{2}{3} CE$, 由此求解即可.

【详解】 解: $\because$ 在 ABC 中, AD 、 CE 是高,

$$\therefore \angle AEC = \angle ADC = \angle BEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle CFD, \quad \angle AEF + \angle AFE + \angle EAF = 180^\circ, \quad \angle CDF + \angle CFD + \angle DCF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EAF = \angle ECB,$$

$$\text{又} \because AF = BC,$$

$$\therefore \triangle EAF \cong \triangle ECB (\text{AAS}),$$

$$\therefore AE = CE, BE = FE,$$

$$\therefore AE = 3BE,$$

$$\therefore AE = CE = 3BE = 3EF,$$

$$\therefore AE = \frac{3}{4}AB, CF = \frac{2}{3}CE,$$

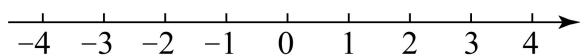
$$\therefore S_{\triangle ACE} = \frac{3}{4}S_{\triangle ABC} = \frac{21}{4},$$

$$\therefore S_{\triangle ACF} = \frac{2}{3}S_{\triangle ACE} = \frac{7}{2},$$

故答案为: $\frac{7}{2}$.

三、解答题: (第 19–23 题各 6 分, 第 24–25 题各 8 分, 第 26 题 10 分, 共 56 分)

19. 解不等式组 $\begin{cases} \frac{5x-1}{6} + 2 > \frac{x+5}{4} \\ 2x+5 \geq 3(5-x) \end{cases}$, 并把它的解集在数轴上表示出来.



【答案】 $x \geq 2$, 数轴见解析

【解析】

【分析】 分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: “同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小找不到” 确定不等式组的解集, 再在数轴上表示即可.

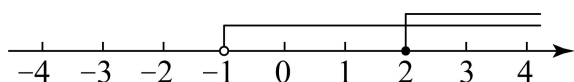
【详解】 解: $\begin{cases} \frac{5x-1}{6} + 2 > \frac{x+5}{4} \\ 2x+5 \geq 3(5-x) \end{cases}$,

由 $\frac{5x-1}{6} + 2 > \frac{x+5}{4}$, 得: $x > -1$,

由 $2x+5 \geq 3(5-x)$, 得: $x \geq 2$,

原不等式组的解集为: $x \geq 2$,

在数轴上表示如下:

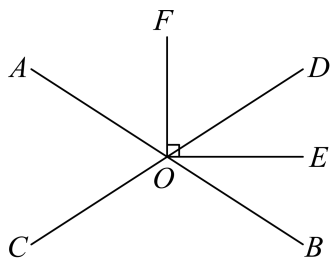


【点睛】 本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每

一个不等式解集是基础, 熟知 “同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到” 的原则是解答

此题的关键.

20. 如图, 已知直线 AB 、 CD 相交于点 O , OE 平分 $\angle BOD$, $OF \perp OE$. 若 $\angle AOC = 66^\circ$, 求 $\angle DOF$ 的度数.



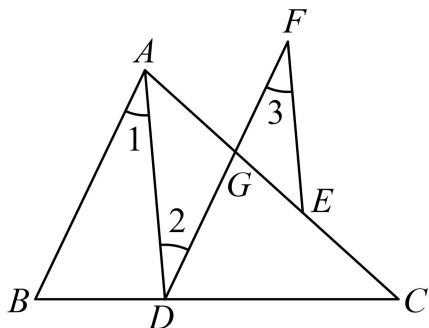
【答案】 57°

【解析】

【分析】 本题考查的是对顶角的性质, 角平分线的定义, 垂直的含义, 掌握角的和差运算是解本题的关键, 先证明 $\angle BOD = \angle AOC = 66^\circ$, 再求解 $\angle EOD = \frac{1}{2} \angle BOD = \frac{1}{2} \times 66^\circ = 33^\circ$, 再结合垂直的定义可得答案.

【详解】 解: $\because \angle AOC = 66^\circ$,
 $\therefore \angle BOD = \angle AOC = 66^\circ$,
 $\because OE$ 平分 $\angle BOD$,
 $\therefore \angle EOD = \frac{1}{2} \angle BOD = \frac{1}{2} \times 66^\circ = 33^\circ$.
 $\because OF \perp OE$,
 $\therefore \angle EOF = 90^\circ$,
 $\therefore \angle DOF = \angle EOF - \angle EOD = 90^\circ - 33^\circ = 57^\circ$.

21. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 G 分别在边 BC 、 AC 上, 且 $\angle B = \angle GDC$, 点 F 在线段 DG 的延长线上, 点 E 在边 GC 上, 如果 $\angle 1 = \angle 3$, 说明 $AD \parallel EF$ 的理由.



解: 因为 $\angle B = \angle GDC$ (已知),
 所以 $AB \parallel$ _____ (_____).

所以 $\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ($\hspace{2cm}$).

因为 $\angle 1 = \angle 3$ (已知),

所以 $\angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ (等量代换).

所以 $AD \parallel EF$ ($\hspace{2cm}$).

【答案】 DF , 同位角相等, 两直线平行, $\angle 2$, 两直线平行, 内错角相等, $\angle 2$, 内错角相等, 两直线平行

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行线的性质与判定, 解题时注意: 平行线的判定是由角的数量关系判断两直线的位置关系, 平行线的性质是由平行关系来寻找角的数量关系. 根据平行线的判定与性质解答即可.

【详解】 解: $\because \angle B = \angle GDC$ (已知),

$\therefore AB \parallel DF$ (同位角相等, 两直线平行),

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (两直线平行, 内错角相等),

$\because \angle 1 = \angle 3$ (已知),

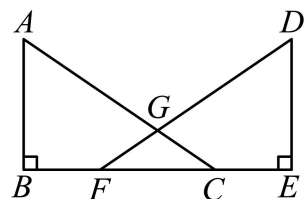
$\therefore \angle 3 = \angle 2$ (等量代换),

$\therefore AD \parallel EF$ (内错角相等, 两直线平行),

故答案为: DF , 同位角相等, 两直线平行, $\angle 2$, 两直线平行, 内错角相等, $\angle 2$, 内错角相等, 两直线平行.

22. 已知: 如图, 点 B、F、C、E 在同一直线上, AC、DF 相交于点 G, $AB \perp BE$, 垂足为 B, $DE \perp BE$, 垂足为 E, 且 $AB = DE$, $BF = CE$.

求证: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.



【答案】 见解析

【解析】

【分析】 因为 $AB \perp BE$, $DE \perp BE$, 所以 $\angle B = \angle E$, 又因为 $BF = CE$, 所以 $BC = FE$, 又因为 $AB = DE$, 则可根据 SAS 判定 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

【详解】 解: 证明: $\because AB \perp BE$, $DE \perp BE$,

$\therefore \angle B = \angle E$,

$$\therefore BF=CE,$$

$$\therefore BC=FE,$$

$$\therefore AB=DE,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,

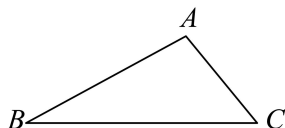
$$\begin{cases} AB = DE \\ \angle B = \angle E, \\ BC = EF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ (SAS)}.$$

【点睛】本题考查三角形全等的判定方法，判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、ASA、AAS、HL. 注意：AAA、SSA不能判定两个三角形全等，判定两个三角形全等时，必须有边的参与，若有两边一角对应相等时，角必须是两边的夹角.

23. 通过“三角形全等的判定”的学习，大家知道“两边和它们的夹角分别相等的两个三角形全等”是一个基本事实，可以判定两个三角形全等；而满足条件“两边和其中一边所对的角分别相等”的两个三角形全等吗？下面请你来探究.

任务：已知 $\triangle ABC$ ，求作 $\triangle DEF$ ，使 $EF=BC$ ， $\angle E=\angle B$ ， $DF=AC$ （即两边和其中一边所对的角分别相等）.



(1) 【实践与操作】请依据下面的步骤，用尺规完成作图过程（保留作图痕迹）；

- ①作线段 $EF=BC$ ；
- ②在线段 EF 的上方作 $\angle MEF=\angle B$ ；
- ③作 $FD=AC$ ，交射线 EM 于点 D ；
- ④连接 DF 得所求三角形.

(2) 【观察与小结】观察你作的图形，你会发现满足条件的三角形有_____个；其中_____（填三角形的名称）与 $\triangle ABC$ 不全等.

因此可得：“两边和其中一边所对的角分别相等的两个三角形全等”是：_____命题.（填“真”或“假”）

【答案】(1) 见解析 (2) 2; $\triangle D_2EF$; 假

【解析】

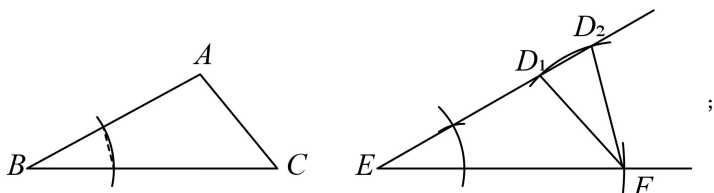
【分析】本题考查尺规作图，全等三角形的判定；

(1) 根据步骤尺规作图，得两个三角形；

(2) 如图，满足条件的三角形有两个， $\triangle D_1EF$ ， $\triangle D_2EF$ ，其中 $\triangle D_2EF$ 与 $\triangle ABC$ 明显不全等，因此可得结论：两边和其中一边所对的角分别相等的两个三角形不一定相等。

【小问 1 详解】

解：作图如下，



【小问 2 详解】

解：观察所作的图形，发现满足条件的三角形有 2 个；其中 $\triangle D_2EF$ （填三角形的名称）与 $\triangle ABC$ 不全等。因此可得：“两边和其中一边所对的角分别相等的两个三角形全等”是假命题。

故答案为：2； $\triangle D_2EF$ ；假。

24. 某校七年级春游，现有 36 座和 42 座两种客车供选择租用，若只租用 36 座客车若干辆，则正好坐满；若只租用 42 座客车，则能少租一辆，且有一辆车没有坐满，但超过 30 人。已知 36 座客车每辆租金 400 元，42 座客车每辆租金 440 元。

(1) 若只租用 36 座客车需几辆？该校七年级共有多少人参加春游？

(2) 请你通过计算帮该校设计一种最省钱的租车方案。

【答案】(1) 只租用 36 座客车需 8 辆，该校七年级共有 288 人参加春游；

(2) 租 42 座车 6 辆和 36 座车 1 辆最省钱。

【解析】

【分析】本题考查了不等式组的应用。

(1) 设租 36 座的车 x 辆，则租 42 座的客车 $(x-1)$ 辆。不等关系：租 42 座客车，则能少租一辆，且有一辆车没有坐满，但超过 30 人，据此求解即可；

(2) 根据 (1) 中求得的人数，进一步计算三种方案的费用：①只租 36 座客车；②只租 42 座客车；③合租两种车。再进一步比较得到结论即可。

【小问 1 详解】

解：设租 36 座的车 x 辆。

据题意得:
$$\begin{cases} 36x - 42(x-2) > 30 \\ 36x - 42(x-2) < 42 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x < 9 \\ x > 7 \end{cases}$$

$\therefore 7 < x < 9$.

$\because x$ 是整数,

$\therefore x = 8$.

则春游人数为: $36 \times 8 = 288$ (人).

答: 只租用 36 座客车需 8 辆, 该校七年级共有 288 人参加春游;

【小问 2 详解】

解: 方案①: 租 36 座车 8 辆的费用: $8 \times 400 = 3200$ 元;

方案②: 租 42 座车 7 辆的费用: $7 \times 440 = 3080$ 元;

方案③: $\because \frac{440}{42} < \frac{400}{36}$,

$\therefore$ 42 座车越多越省钱,

又 $\because \frac{288}{42} = 6 \dots 36$, 余下人数正好 36 座,

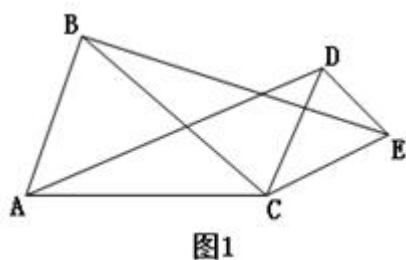
可以得出: 租 42 座车 6 辆和 36 座车 1 辆的总费用: $6 \times 440 + 1 \times 400 = 3040$ 元.

$\because 3040 < 3080 < 3200$,

$\therefore$ 租 42 座车 6 辆和 36 座车 1 辆最省钱.

25. 如图 1, $CA=CB$, $CD=CE$, $\angle ACB=\angle DCE=\alpha$.

(1) 求证: $BE=AD$;



(2) 当 $\alpha=90^\circ$ 时, 取 AD , BE 的中点分别为点 P 、 Q , 连接 CP , CQ , PQ , 如图②, 判断 $\triangle CPQ$ 的形状, 并加以证明.

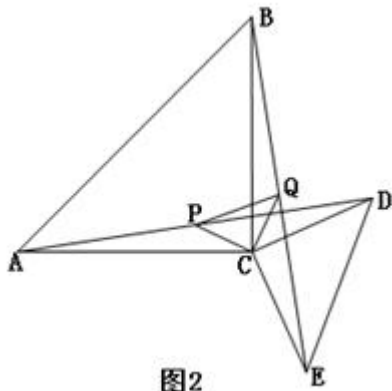


图2

【答案】(1) 见解析 (2) $\triangle CPQ$ 为等腰直角三角形，理由见解析

【解析】

【分析】(1) 易证 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ ，即可求证；

(2) 先证明 $\triangle ACP \cong \triangle BCQ$ ，得 $CP=CQ$, $\angle ACP=\angle BCQ$, 再由 $\angle ACB=90^\circ$ ，得出 $\triangle PCQ$ 为等腰直角三角形.

【详解】(1) 如图 1, $\because \angle ACB=\angle DCE=\alpha$,

$$\therefore \angle ACD=\angle BCE,$$

$$\text{又 } CA=CB, \quad CD=CE,$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE \quad (\text{SAS})$$

$$\therefore BE=AD;$$

(2) $\triangle CPQ$ 为等腰直角三角形,

证明如图 2, 由 (1) 得 $BE=AD$,

$\because AD, BE$ 的中点分别为点 P, Q ,

$$\therefore AP=BQ$$

$$\because \triangle ACD \cong \triangle BCE$$

$$\therefore \angle CAP=\angle CBQ,$$

$$\text{在 } \triangle ACP \text{ 和 } \triangle BCQ \text{ 中 } \begin{cases} CA=CB \\ \angle CAP=\angle CBQ \\ AP=BQ \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACP \cong \triangle BCQ \quad (\text{SAS})$$

$$\therefore CP=CQ, \text{ 且 } \angle ACP=\angle BCQ$$

$$\text{又 } \because \angle ACP+\angle PCB=90^\circ,$$

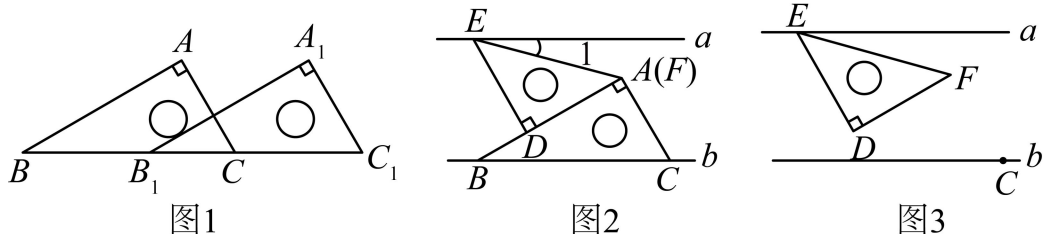
$$\therefore \angle BCQ+\angle PCB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle PCQ=90^\circ,$$

∴ $\triangle CPQ$ 为等腰直角三角形.

【点睛】此题主要考查全等三角形的判定与性质，解题的关键是熟知等腰三角形的判定与性质.

26. 在数学活动课，同学们用一副直角三角板（分别记为三角形 ABC 和三角形 DEF ，其中 $\angle BAC = \angle EDF = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ ， $\angle DEF = \angle DFE = 45^\circ$ ，且 $AC < DE$ ）开展数学活动.



操作发现:

(1) 如图 1，将三角形 ABC 沿 BC 方向移动，得到三角形 $A_1B_1C_1$ ， $AB \parallel A_1B_1$ ，如果 $BC = 5$ ， $B_1C = 2$ ，那么 $CC_1 =$ _____；

(2) 将这副三角板如图 2 摆放，并过点 E 作直线 a 平行于边 BC 所在的直线 b ，点 A 与点 F 重合，则 $\angle 1$ 的度数为 _____ 度（直接写出结果）；

(3) 在 (2) 的条件下，如图 3，固定三角形 DEF ，将三角形 ABC 绕点 C 旋转一周，当 $AB \parallel DE$ 时，请判断直线 BC 和直线 b 是否垂直，并说明理由.

【答案】(1) 3 (2) 15

(3) 垂直，理由见解析

【解析】

【分析】本题考查的是平移的性质，平行线的判定与性质，平行公理的应用，旋转的性质，熟练的利用旋转的性质进行证明是解本题的关键.

(1) 由平移的性质可得答案；

(2) 过 A 作直线 $AG \parallel a$ ，交 ED 于 G ，而 $a \parallel b$ ，则 $a \parallel AG \parallel b$ ，可得 $\angle 1 = \angle EAG$ ， $\angle ABC = \angle BAG$ ，再利用角的和差关系可得答案；

(3) 分两种情况讨论，由平行线的判定与性质的性质可求解.

【小问 1 详解】

解：由平移的性质得， $BC = B_1C_1$ ，

$$\therefore BC - B_1C = B_1C_1 - B_1C,$$

$$\therefore BB_1 = CC_1.$$

$$\because BC = 5, \quad B_1C = 2$$

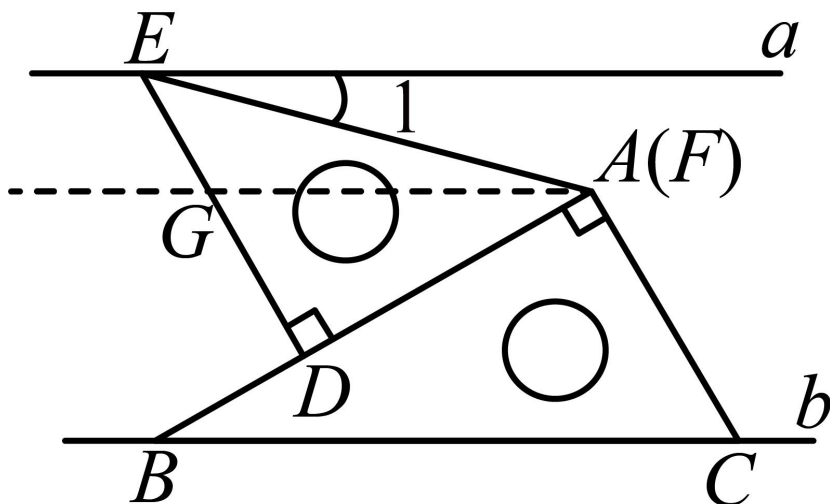
$$\therefore BB_1 = CC_1 = 5 - 2 = 3.$$

故答案为：3；

【小问 2 详解】

解：过 A 作直线 $AG \parallel a$ ，交 ED 于 G ，而 $a \parallel b$ ，

$$\therefore a \parallel AG \parallel b,$$



$$\therefore \angle 1 = \angle EAG,$$

同理 $\angle ABC = \angle BAG$ ，

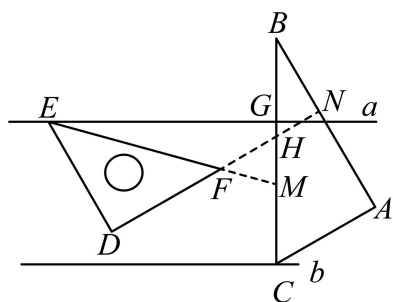
$$\therefore \angle 1 = \angle EAG = \angle BAE - \angle BAG = \angle BAE - \angle ABC = 15^\circ;$$

故答案为：15；

【小问 3 详解】

解：垂直，理由如下

如图，延长 DF 交 BC 于 H ，交 AB 于 N ，延长 EF 交 BC 于 M ， BC 交直线 a 于 G ，



$$\because AB \parallel DE,$$

$$\therefore \angle D = \angle BND = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BHN = 60^\circ = \angle FHM,$$

$$\therefore \angle EFD = \angle HFM = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EMG = 75^\circ,$$

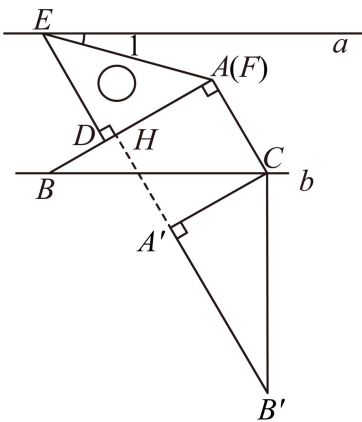
$$\therefore \angle EGM = 180^\circ - 15^\circ - 75^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore BC \perp \text{直线 } a,$$

$$\because a \parallel b,$$

$$\therefore BC \perp \text{直线 } b;$$

如图所示，当 $AB \parallel DE$ 时， ABC 旋转到如下位置，延长 $B'A'$ 交 BA 于点 H



$$\therefore A'B' \parallel DE$$

$$\therefore \angle EDA = \angle DHA' = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CA'B' = \angle CAB = 90^\circ$$

$$\therefore AH \parallel A'C,$$

$$\therefore \angle A'CB = \angle ABC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BCB' = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore B'C \perp b.$$