

2025 年上海七年级数学第一次月考模卷

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分．在每个小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的）

1. 下列不等式中属于一元一次不等式的是（ ）

- A. $x \leq 0$ B. $8x^5 - 1 \geq 7x$ C. $4xy > 5 - 3y$ D. $5 + 2 < 9$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了一元一次不等式的定义，理解一元一次不等式的定义是解题的关键．根据一元一次不等式的定义求解即可．含有一个未知数，未知数的次数是 1 的不等式，叫做一元一次不等式．

【详解】解：A. 含有一个未知数，次数为 1，不等式两边是整式，属于一元一次不等式，故本选项符合题意；

B. $8x^5 - 1 \geq 7x$ ，含有一个未知数，但未知数的最高次数是 5，不属于一元一次不等式，故本选项不符合题意；

C. $4xy > 5 - 3y$ ，含有两个未知数，不属于一元一次不等式，故本选项不符合题意；

D. $5 + 2 < 9$ ，没有未知数，不属于一元一次不等式，故本选项不符合题意；

故选：A.

2. 下列说法中，正确的是（ ）

- A. 两直线平行，同旁内角相等
B. 相等的角是对顶角
C. 同位角相等
D. 平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直

【答案】D

【解析】

【分析】此题考查平行线的性质、命题与定理，根据平行线的性质，对顶角和垂直的判定解答即可．

【详解】解：A、两直线平行，同旁内角互补，原命题是假命题，不符合题意；

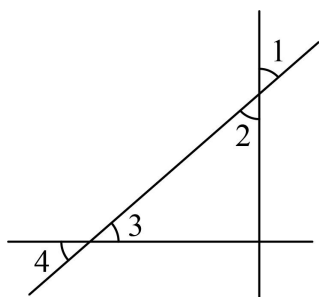
B、相等的角不一定是对顶角，原命题是假命题，不符合题意；

C、两直线平行，同位角相等，原命题是假命题，不符合题意；

D、平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直，是真命题，符合题意；

故选：D.

3. 如图， $\angle 1 = n^\circ$ ， $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 互余，则 $\angle 3$ 的度数是（ ）



A. n°

B. $90^\circ - n^\circ$

C. $180^\circ - n^\circ$

D. $\frac{1}{2}n^\circ$

【答案】B

【解析】

【分析】 本题主要考查余角和补角. 利用对顶角的定义及邻补角的定义即可求得 $\angle 3$ 的度数.

【详解】 解: 如图, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$,

$\therefore \angle 2$ 与 $\angle 4$ 互余,

$\therefore \angle 1$ 与 $\angle 3$ 互余,

$\therefore \angle 1 = n^\circ$,

$\therefore \angle 3 = 90^\circ - n^\circ$.

故选: B.

4. 下列说法中不正确的是 ()

A. 如果 $am^2 > bm^2$, 那么 $a > b$

B. 如果 $-5 < -3$, 那么 $-5a < -3a$

C. 如果 $a > 0$, 那么 $b - a < b$

D. 如果 $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$, 那么 $a(b - c) < 0$

【答案】B

【解析】

【分析】 本题考查了不等式的性质, 根据不等式两边同时乘上或除以一个正数, 不等式符号不变, 不等式两边同时加上或减去一个数, 不等式的符号不变; 若不等式两边同时乘上或除以一个负数, 不等式符号改变, 据此即可作答.

【详解】 解: A、如果 $am^2 > bm^2$, 说明 $m^2 > 0$, 那么 $a > b$, 该选项是正确的; 故不符合题意;

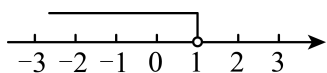
B、如果 $-5 < -3$, 当 $a \leq 0$, 那么 $-5a < -3a$ 是错误的, 该选项是错误的, 故符合题意;

C、如果 $a > 0$, 则 $-a < 0$, 那么 $b - a < b$, 该选项是正确的; 故不符合题意;

D、如果 $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$, 那么 $a(b - c) < 0$, 该选项是正确的; 故不符合题意;

故选: B

5. 若关于 x 的不等式 $4x - 1 < -2x + a$ 的解集在数轴上表示如图所示, 则 a 的值为 ()



A. 1

B. 3

C. 5

D. 7

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查的是一元一次不等式的解法，一元一次方程的解法；先移项解不等式 $4x - 1 < -2x + a$ ，再根据不等式的解建立方程求解即可.

【详解】 解： $\because 4x - 1 < -2x + a$,

$$\therefore 6x < a + 1,$$

系数化为 1，得 $x < \frac{a+1}{6}$.

由题图知，此不等式的解集是 $x < 1$,

$$\therefore \frac{a+1}{6} = 1,$$

解得 $a = 5$.

故选 C

6. 关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 3x + y = k + 1 \\ x + 3y = 3 \end{cases}$ ，若 $2 < k < 4$ ，则 $x - y$ 的取值范围是 ()

A. $-1 < x - y < 0$

B. $0 < x - y < 1$

C. $-3 < x - y < -1$

D. $-1 < x - y < 1$

【答案】 B

【解析】

【分析】 先解方程组，再转化不等式解答即可.

本题考查了方程组的解法，解不等式，熟练掌握解方程组，解不等式是解题的关键.

【详解】 解：解方程组 $\begin{cases} 3x + y = k + 1 \text{ ①} \\ x + 3y = 3 \text{ ②} \end{cases}$

$$\text{①} - \text{②} \text{ 得 } 2x - 2y = k - 2,$$

$$\therefore x - y = \frac{1}{2}k - 1.$$

$$\because 2 < k < 4,$$

$$\therefore 0 < x - y < 1.$$

故选： B.

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

7. 不等式 $-2x > 0$ 的解集是_____.

【答案】 $x < 0$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式, 把不等式两边同时除以 -2 即可得到答案.

【详解】 解: $\because -2x > 0$,

$\therefore$ 不等式两边同时除以 -2 得: $x < 0$,

故答案为: $x < 0$.

8. “ x 的 3 倍比 y 小” 用不等式表示为_____.

【答案】 $3x < y$ 或 $y > 3x$

【解析】

【分析】 本题考查了列不等式, 根据题意列出不等式即可, 理解题意是解题的关键.

【详解】 解: 由题意得, $3x < y$,

故答案为: $3x < y$.

9. 用不等号填空, 若 $a > b$, 则 $-\frac{1}{3}a + 1$ _____ $-\frac{1}{3}b + 1$ (填 “ $>$ ” 或 “ $<$ ”).

【答案】 $<$

【解析】

【分析】 本题考查了不等式的性质, 利用不等式的性质解答即可得到结果. 熟练掌握不等式的基本性质是解本题的关键. 不等式的基本性质: 不等式两边加(或减)同一个数(或式子), 不等号的方向不变; 不等式两边乘(或除以)同一个正数, 不等号的方向不变. 不等式两边乘(或除以)同一个负数, 不等号的方向改变.

【详解】 解: $\because a > b$,

$$\therefore -\frac{1}{3}a < -\frac{1}{3}b,$$

$$\therefore -\frac{1}{3}a + 1 < -\frac{1}{3}b + 1.$$

故答案为: $<$.

10. 不等式的 $3x - 4 \leq 2 + x$ 非负整数解共有 _____ 个.

【答案】 4

【解析】

【分析】 本题考查了求一元一次不等式的整数解. 正确的解一元一次不等式是解题的关键.

移项合并，最后系数化为 1，可求不等式的解集，进而可得非负整数解的个数.

【详解】解： $3x - 4 \leq 2 + x$ ，

$$2x \leq 6,$$

解得， $x \leq 3$ ，

$\therefore$ 非负整数解有 0, 1, 2, 3 共 4 个，

故答案为：4.

11. 如果关于 x 的不等式 $4x - m \leq 0$ 的正整数解是 1、2、3，那么整数 m 所有可能取值的和是_____.

【答案】 54

【解析】

【分析】 本题考查一元一次不等式的整数解，根据题意确定出 m 的取值范围是解答此题的关键. 先求出不等式的解集为 $x \leq \frac{m}{4}$ ，再结合题意可确定 m 的取值范围，最后根据 m 为整数求解即可.

【详解】解： $4x - m \leq 0$ ，

解得： $x \leq \frac{m}{4}$.

$\therefore$ 该不等式的正整数解是 1、2、3，

$$\therefore 3 \leq \frac{m}{4} < 4,$$

解得： $12 \leq m < 16$ ，

$\therefore$ 整数 m 所有可能取值为 12, 13, 14, 15，

$\therefore$ 整数 m 所有可能取值的和是 $12 + 13 + 14 + 15 = 54$.

故答案为：54.

12. 当满足条件 a _____ 时，由关于 x 的不等式 $ax - 1 > a - x$ 可得 $x < 1$.

【答案】 < -1

【解析】

【分析】 本题主要考查解一元一次不等式，严格遵循解不等式的基本步骤是关键，尤其需要注意不等式两边都乘以或除以同一个负数不等号方向要改变. 先将不等式 $ax - 1 > a - x$ ，整理成 $(a + 1)x > a + 1$ ，再根据它的解为 $x < 1$ ，得出 $a + 1 < 0$ ，解此不等式即可.

【详解】解： $\because ax - 1 > a - x$ ，

$$\therefore \text{移项合并整理得： } (a + 1)x > a + 1,$$

$\therefore$ 不等式 $ax - 1 > a - x$ ，即不等式 $(a + 1)x > a + 1$ 的解为 $x < 1$ ，

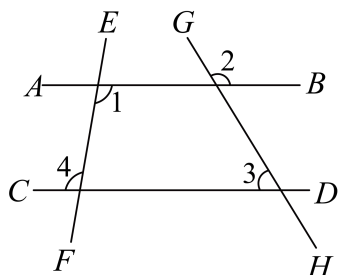
$$\therefore a+1 < 0,$$

$$\text{解得: } a < -1,$$

故答案为: < -1 .

13. 如图, 直线 AB 、 CD 分别与 EF 、 GH 相交, 已知 $\angle 1 = 100^\circ$, $\angle 2 = 115^\circ$, $\angle 3 = 65^\circ$, 那么

$$\angle 4 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ.$$



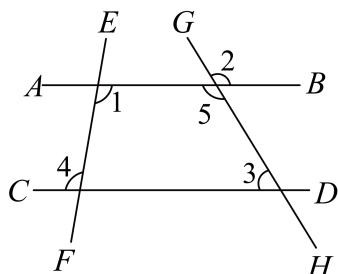
【答案】 100

【解析】

【分析】 本题考查平行线的判定和性质, 由对顶角相等可得 $\angle 2 = \angle 5 = 115^\circ$, 根据 $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$ 可得

$AB \parallel CD$, 由平行线的性质可得 $\angle 4 = \angle 1 = 100^\circ$.

【详解】 解: 如图,



$$\because \angle 2 = \angle 5 = 115^\circ, \quad \angle 3 = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 + \angle 5 = 180^\circ,$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 1 = 100^\circ,$$

故答案为: 100.

14. 已知不等式组 $\begin{cases} 2x - a \leq 2 \\ 3(x - 4) > x - 4 \end{cases}$ 的解集为 $4 < x \leq 23$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 44

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式组，熟练掌握不等式组的解法是解题关键.

先求出不等式组的解集，再根据已知的解集可建立关于 a 的方程，解方程可得 a 的值即可.

【详解】 解:
$$\begin{cases} 2x - a \leq 2 \text{①} \\ 3(x - 4) > x - 4 \text{②} \end{cases},$$

解不等式①得: $x \leq \frac{a+2}{2},$

解不等式②得: $x > 4,$

$\therefore$ 不等式组的解集为 $4 < x \leq 23,$

$\therefore \frac{a+2}{2} = 23,$

解得 $a = 44,$

故答案为: 44.

15. 如图 1, 已知长方形纸带 $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$, $\angle C = 90^\circ$, 点 E 、 F 分别在边 AD 、 BC 上, $\angle 1 = 35^\circ$, 如图 2, 将纸带先沿直线 EF 折叠后, 点 C 、 D 分别落在 H 、 G 的位置. 将纸带再折叠一次, 使折痕经过点 F , 且点 H 落在线段 EF 上, 这时的折痕和 BC 的夹角是 _____ $^\circ$.

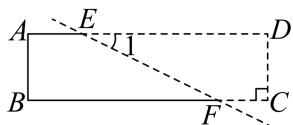


图1

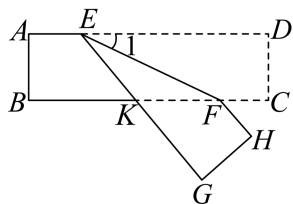


图2

【答案】 37.5

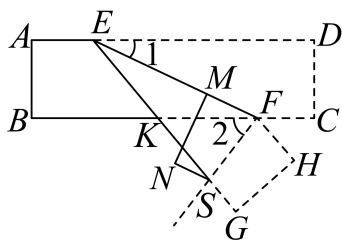
【解析】

【分析】 此题考查了折叠的性质，平行线的性质，正确理解折叠的性质是解题的关键. 由折叠得，

$\angle GEF = \angle 1 = 35^\circ$, 根据 $FH \parallel EG$, 得到 $\angle EFH = 145^\circ$, 由折叠的性质得到 $\angle EFS = \frac{1}{2} \angle EFH = 72.5^\circ$,

再根据 $AD \parallel BC$ 求出 $\angle EFB = \angle 1 = 35^\circ$, 即可求出答案.

【详解】 解: 如图, 将纸带再沿 FS 折叠一次, 使点 H 落在线段 EF 上点 M 的位置,



由折叠得, $\angle GEF = \angle 1 = 35^\circ$,

$\therefore AD \parallel BC$,

$$\therefore FH \parallel EG,$$

$$\therefore \angle GEF + \angle EFH = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EFH = 145^\circ,$$

$\therefore$ 折叠,

$$\therefore \angle EFS = \frac{1}{2} \angle EFH = 72.5^\circ,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EFB = \angle 1 = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle EFS - \angle EFB = 37.5^\circ,$$

故答案为: 37.5.

16. 我们规定符号 $\max\{a, b\}$ 表示 a, b 中的较大值, 如: $\max\{2, 4\} = 4$, 按这样的规定, 如果

$$\max\left\{\frac{x}{3}, 1-2x\right\} - \max\left\{\frac{7}{3}, 2.3\right\} = 1 \text{ 那么 } x \text{ 的值为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 10 或 $-\frac{7}{6}$

【解析】

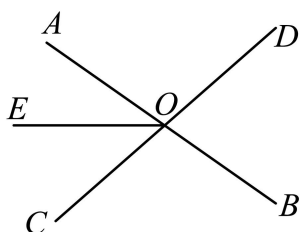
【分析】 本题考查方程和不等式, 分为 $\frac{x}{3} \geq 1-2x$ 和 $\frac{x}{3} < 1-2x$ 两种情况化简方程解题即可.

【详解】 解: 当 $\frac{x}{3} \geq 1-2x$ 时, 即 $x \geq \frac{3}{7}$ 时, $\frac{x}{3} - \frac{7}{3} = 1$, 解得 $x = 10$;

当 $\frac{x}{3} < 1-2x$ 时, 即 $x < \frac{3}{7}$ 时, $1-2x - \frac{7}{3} = 1$, 解得 $x = -\frac{7}{6}$;

故答案为: 10 或 $-\frac{7}{6}$.

17. 如图, 直线 AB, CD 相交于点 O . 已知 $\angle BOD = 75^\circ$, OE 把 $\angle AOC$ 分成两个角, 且 $\angle AOE = \angle EOC$, 将射线 OE 绕点 O 逆时针旋转角 α ($0^\circ < \alpha < 360^\circ$) 到 OF , 若 $\angle AOF = 120^\circ$ 时, α 的度数是 $\underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

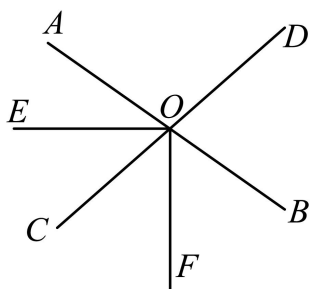


【答案】 82.5 或 202.5

【解析】

【分析】 本题考查的是对顶角的性质，角的和差运算，分两种情况讨论：当 OF 在 $\angle BOC$ 之间时，当 OF 在 $\angle BOD$ 之间时，先求解 $\angle AOC = \angle BOD = 75^\circ$ ， $\angle AOE = \angle EOC = 37.5^\circ$ ，再分别进一步求解即可。

【详解】 解：①当 OF 在 $\angle BOC$ 之间时，如图。



$\because$ 直线 AB 、 CD 相交于点 O ， $\angle BOD = 75^\circ$ ，

$\therefore \angle AOC = \angle BOD = 75^\circ$.

$\because \angle AOE = \angle EOC$ ，

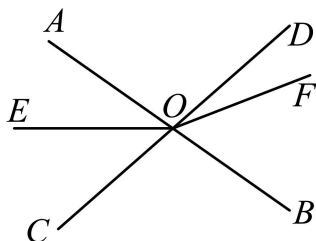
$\therefore \angle EOC = 37.5^\circ$.

$\because \angle AOF = 120^\circ$ ，

$\therefore \angle COF = \angle AOF - \angle AOC = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle EOF = \angle EOC + \angle COF = 82.5^\circ$ ，即 $\alpha = 82.5$ ；

②当 OF 在 $\angle BOD$ 之间时，如图。



$\because$ 直线 AB 、 CD 相交于点 O ， $\angle BOD = 75^\circ$ ，

$\therefore \angle AOC = \angle BOD = 75^\circ$.

$\because \angle AOE = \angle EOC$ ，

$\therefore \angle AOE = 37.5^\circ$.

$\because \angle AOF = 120^\circ$ ，

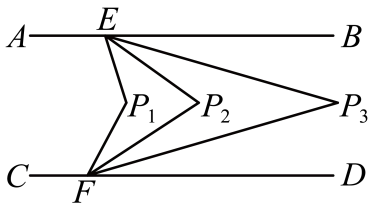
$\therefore \angle EOF = \angle AOF + \angle AOE = 157.5^\circ$ ，

$\therefore \alpha = 360^\circ - \angle EOF = 202.5^\circ$.

故答案为：82.5 或 202.5

18. **中考新趋势·一题多问** 如图， $AB \parallel CD$ ， P_2E 平分 $\angle P_1EB$ ， P_2F 平分 $\angle P_1FD$ ，若设 $\angle P_1EB = x^\circ$ ， $\angle P_1FD = y^\circ$ ，则 $\angle P_1 =$ _____ 度（用 x, y 的代数式表示），若 P_3E 平分 $\angle P_2EB$ ， P_3F 平分

$\angle P_2FD$ ，可得 $\angle P_3, P_4E$ 平分 $\angle P_3EB, P_4F$ 平分 $\angle P_3FD$ ，可得 $\angle P_4$ ，依次平分下去，则 $\angle P_n =$ _____度.



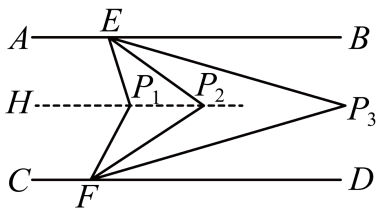
【答案】 ①. $(x+y)$ ②. $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} (x+y)$

【解析】

【分析】(1) 过点 P_1 作 $P_1H \parallel AB$ ，根据平行线的性质：两直线平行，内错角相等即可证得；

(2) 过点 P_1 作直线 $MN \parallel AB$ ，然后利用平行线的性质、角平分线的定义，结合归纳推理思想解决本题.

【详解】(1)



过点 P_1 作 $P_1H \parallel AB$ ，则 $P_1H \parallel AB \parallel CD$

$$\therefore \angle P_1EB = \angle EP_1H, \angle P_1FD = \angle FP_1H$$

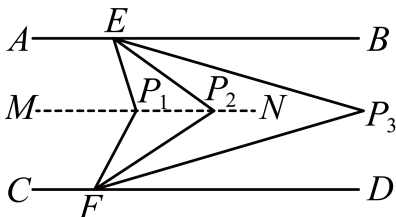
$$\text{而 } \angle EP_1F = \angle EP_1H + \angle FP_1H$$

$$\therefore \angle EP_1F = \angle P_1EB + \angle P_1FD$$

$$\therefore \angle P_1EB, \angle P_1FD, \angle P_1 \text{ 满足的数量关系是 } \angle P_1 = \angle P_1EB + \angle P_1FD = x^\circ + y^\circ$$

故答案为: $(x+y)$

(2)



过点 P_1 作直线 $MN \parallel AB$,

所以 $\angle P_1EB = \angle MP_1E = x^\circ$.

又因为 $AB \parallel CD$,

所以 $MN \parallel CD$,

所以 $\angle P_1FD = \angle FP_1M = y^\circ$,

所以 $\angle EP_1F = \angle EP_1M + \angle FP_1M = x^\circ + y^\circ$;

因为 P_2E 平分 $\angle P_1EB$, P_2F 平分 $\angle DFP_1$,

所以 $\angle P_2EB = \frac{1}{2} \angle BEP_1 = \frac{1}{2} x^\circ$,

$\angle DFP_2 = \frac{1}{2} \angle DFP_1 = \frac{1}{2} y^\circ$.

只同理可证 $\angle EP_2F = \angle P_2EB + \angle DFP_2 = \frac{1}{2} x^\circ + \frac{1}{2} y^\circ = \frac{1}{2} (x^\circ + y^\circ)$.

以此类推: $\angle P_3 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 (x^\circ + y^\circ)$,

$\angle P_4 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 (x^\circ + y^\circ)$,

...

$\angle P_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} (x^\circ + y^\circ)$

故答案为: $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} (x + y)$

【点睛】此题主要考查平行线的性质及角平分线的定义,添加辅助线是解题的关键,利用归纳推理的思想解决.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 58 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. 解不等式: $\frac{x+1}{3} - x - \frac{x+8}{6} \geq 1 - \frac{x}{2}$

【答案】 $x \leq -6$

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次不等式,关键是能根据不等式的性质解出不等式. 根据不等式的性质求出不等式的解即可.

【详解】解：两边同时乘以 6 得， $2(x+1)-6x-(x+8)\geq 6-3x$ ，

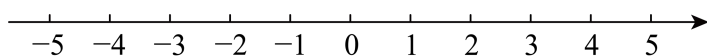
去括号得， $2x+2-6x-x-8\geq 6-3x$ ，

移项得， $2x-6x-x+3x\geq 6+8-2$ ，

整理得， $-2x\geq 12$

系数化为 1 得， $x\leq -6$ 。

20. 解不等式组：
$$\begin{cases} x-1>3(x+1) \\ \frac{1}{3}x-1\leq 4-\frac{4}{3}x \end{cases}$$
 把它的解集在数轴上表示出来。



【答案】 $-2 < x \leq 3$ ，数轴见解析

【解析】

【分析】本题主要考查了解一元一次不等式组。先求出不等式组中每一个不等式的解集，再求出它们的公共部分即可求解，然后把不等式的解集表示在数轴上即可。

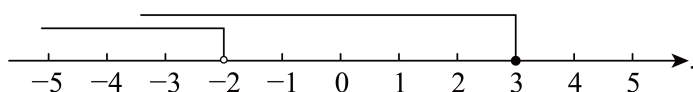
【详解】解：
$$\begin{cases} x-1>3(x+1) \text{ ①} \\ \frac{1}{3}x-1\leq 4-\frac{4}{3}x \text{ ②} \end{cases}$$

由①得 $x < -2$ ，

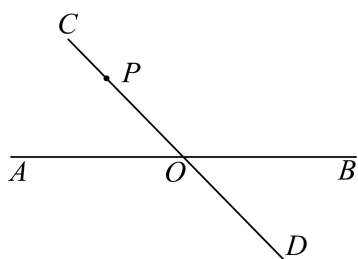
由②得 $x \leq 3$ ，

故原不等式组的解集是： $x < -2$ ，

把解集在数轴上表示出来为：



21. 按下列要求画图并填空：



如图，直线 AB 与 CD 相交于点 O ， P 是 CD 上的一点，

- (1) 过点 P 画出 CD 的垂线，交直线 AB 于点 E .
- (2) 过点 P 画出 $PF \perp AB$ ，垂足为点 F .
- (3) 点 O 到直线 PF 的距离是线段_____的长.
- (4) 点 P 到直线 CD 的距离为_____.

【答案】 (1) 见解析 (2) 见解析

(3) OF

(4) 0

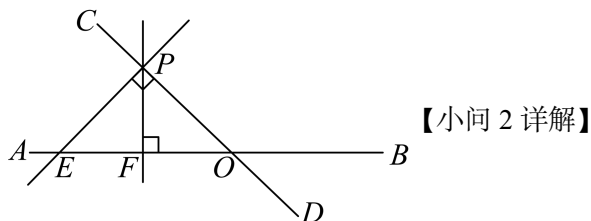
【解析】

【分析】 本题考查作图-复杂作图，垂线，到直线的距离等知识：

- (1) (2) 根据垂线的定义画出图形即可；
- (3) (4) 根据点到直线的距离的定义，判断即可.

【小问 1 详解】

解： 如图， 直线 PE 即为所求；



【小问 2 详解】

解： 如图， 直线 PF 即为所求；

【小问 3 详解】

解： 点 O 到直线 PF 的距离是线段 OF 的长.

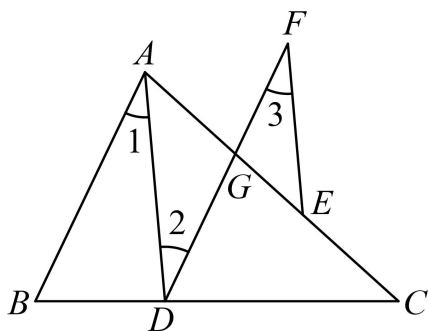
故答案为： OF ；

【小问 4 详解】

解： 点 P 到直线 CD 的距离为 0，

故答案为： 0.

22. 如图， 已知在 ABC 中， 点 D 、 G 分别在边 BC 、 AC 上， 且 $\angle B = \angle GDC$ ， 点 F 在线段 DG 的延长线上， 点 E 在边 GC 上， 如果 $\angle 1 = \angle 3$ ， 说明 $AD \parallel EF$ 的理由.



解： 因为 $\angle B = \angle GDC$ (已知),

所以 $AB \parallel$ _____ (_____).

所以 $\angle 1 =$ _____ (_____).

因为 $\angle 1 = \angle 3$ (已知),

所以 $\angle 3 =$ _____ (等量代换).

所以 $AD \parallel EF$ (_____).

【答案】 DF ，同位角相等，两直线平行， $\angle 2$ ，两直线平行，内错角相等， $\angle 2$ ，内错角相等，两直线平行

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行线的性质与判定，解题时注意：平行线的判定是由角的数量关系判断两直线的位置关系，平行线的性质是由平行关系来寻找角的数量关系。根据平行线的判定与性质解答即可。

【详解】 解： $\because \angle B = \angle GDC$ (已知),

$\therefore AB \parallel DF$ (同位角相等，两直线平行),

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (两直线平行，内错角相等),

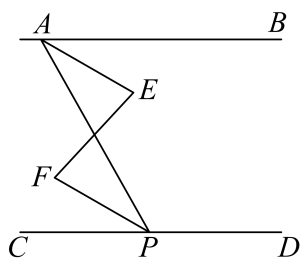
$\because \angle 1 = \angle 3$ (已知),

$\therefore \angle 3 = \angle 2$ (等量代换),

$\therefore AD \parallel EF$ (内错角相等，两直线平行),

故答案为： DF ，同位角相等，两直线平行， $\angle 2$ ，两直线平行，内错角相等， $\angle 2$ ，内错角相等，两直线平行.

23. 如图所示， $\angle BAP$ 与 $\angle APD$ 互补， $\angle BAE = \angle CPF$. 试说明 $\angle E = \angle F$.

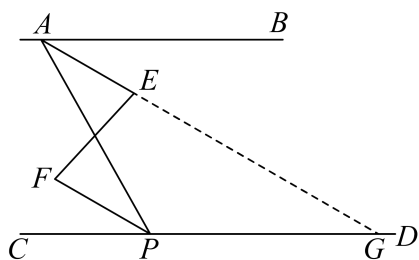


【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了平行线的判定与性质，余角和补角，延长 AE 交 CD 于点 G ，先根据补角定义可得 $\angle BAP + \angle APD = 180^\circ$ ，从而可得 $AB \parallel CD$ ，然后利用平行线的性质可得 $\angle BAE = \angle AGC$ ，从而利用等量代换可得 $\angle AGC = \angle CPF$ ，最后利用同位角相等，两直线平行可得 $FP \parallel AG$ ，从而利用平行线的性质可得 $\angle AEF = \angle F$ ，即可解答.

【详解】解：延长 AE 交 CD 于点 G ，



$\because \angle BAP$ 与 $\angle APD$ 互补,

$$\therefore \angle BAP + \angle APD = 180^\circ,$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle AGC,$$

$$\because \angle BAE = \angle CPF,$$

$$\therefore \angle AGC = \angle CPF,$$

$$\therefore FP \parallel AG,$$

$$\therefore \angle AEF = \angle F.$$

24. 我们把关于 x 的一个一元一次方程和一个一元一次不等式组合成一种特殊组合，且当一元一次方程的解正好也是一元一次不等式的解时，我们把这种组合叫做“友好组合”；当一元一次方程的解不是一元一次不等式的解时，我们把这种组合叫做“非友好组合”.

例如： $\begin{cases} 8x - 4 = 0 \\ 5x - 2 < 3 \end{cases}$ 是“友好组合”

分析：由 $8x-4=0$ ，得 $x=\frac{1}{2}$

由 $5x-2<3$ ，得 $x<1$

因为 $\frac{1}{2}$ 在 $x<1$ 范围内，所以 $\begin{cases} 8x-4=0 \\ 5x-2<3 \end{cases}$ 是“友好组合”

(1) 请判断关于 x 的组合 $\begin{cases} \frac{x-5}{3}=2-\frac{3-x}{2} \\ \frac{x+3}{2}-1<\frac{3-x}{4} \end{cases}$ 是“友好组合”还是“非友好组合”，并说明理由；

(2) 若关于 x 的组合 $\begin{cases} \frac{5a-x}{2}-3=2x-3a \\ \frac{x-a}{2}+1\leq x+a \end{cases}$ 是“非友好组合”，求 a 的取值范围。

【答案】(1) 是“友好组合”，理由见解析

(2) $a<\frac{8}{13}$

【解析】

【分析】本题考查一元一次不等式、解一元一次方程，关键是对“友好组合”与“非友好组合”的理解。

(1) 先求方程的解，再解不等式，根据“友好组合”和“非友好组合”的定义，判断即可；

(2) 先解方程和不等式，然后根据“非友好组合”的定义求 a 的取值范围。

【小问 1 详解】

解：关于 x 的组合 $\begin{cases} \frac{x-5}{3}=2-\frac{3-x}{2} \\ \frac{x+3}{2}-1<\frac{3-x}{4} \end{cases}$ 是“友好组合”，理由如下：

$$\frac{x-5}{3}=2-\frac{3-x}{2},$$

去分母，得： $2(x-5)=12-3(3-x)$ ，

去括号，得： $2x-10=12-9+3x$ ，

移项，合并同类项，得： $x=-13$ 。

$$\text{解不等式 } \frac{x+3}{2}-1<\frac{3-x}{4},$$

去分母，得： $2(x+3)-4<3-x$ ，

去括号，得： $2x+6-4<3-x$ ，

移项，合并同类项，得： $3x < 1$ ，

化系数为 1，得： $x < \frac{1}{3}$ 。

$\therefore x = -13$ 在 $x < \frac{1}{3}$ 范围内，

$\therefore$ 组合是“友好组合”；

【小问 2 详解】

解方程 $\frac{5a-x}{2} - 3 = 2x - 3a$ ，

去分母，得 $5a - x - 6 = 4x - 6a$ ，

移项，合并同类项，得： $5x = 11a - 6$ ，

化系数为 1 得： $x = \frac{11a-6}{5}$ ，

解不等式 $\frac{x-a}{2} + 1 \leq x + a$ ，

去分母，得： $x - a + 2 \leq 2x + 2a$ ，

移项，合并同类项，得： $x \geq -3a + 2$ ，

$\therefore$ 关于 x 的组合 $\begin{cases} \frac{5a-x}{2} - 3 = 2x - 3a \\ \frac{x-a}{2} + 1 \leq x + a \end{cases}$ 是“非友好组合”，

$\therefore \frac{11a-6}{5} < -3a + 2$ ，

解得： $a < \frac{8}{13}$ 。

25. 已知 $AB \parallel CD$ 。

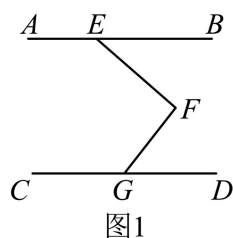


图1

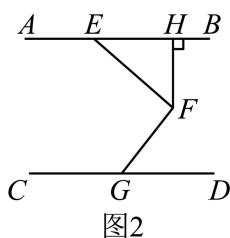


图2

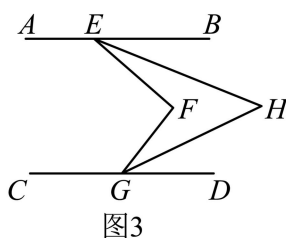


图3

- (1) 如图 1，若 $EF \perp FG$ 垂足为点 F ， $\angle FGD = 50^\circ$ ，则 $\angle AEF =$ _____。
- (2) 如图 2， $EF \perp FG$ 垂足为点 F ，过点 F 作 $FH \perp AB$ 于点 H ，说明 $\angle HFE = \angle FGD$ ；
- (3) 如图 3， $\angle BEF$ 、 $\angle FGD$ 的角平分线交于点 H ，若 $\angle EFG = \alpha^\circ$ ，则 $\angle H =$ _____ (用含 α 的式子表示)。

【答案】 (1) 140°

(2) 见解析 (3) $\frac{1}{2}\alpha^\circ$

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质，垂直定义，熟练掌握平行线的性质是解题的关键.

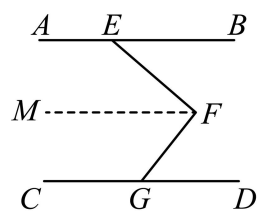
(1) 过点 F 作 $FM \parallel AB$ ，利用平行线的性质可求出 $\angle BEF = \angle EFG - \angle DGF = 40^\circ$ ，然后利用平角定义可得 $\angle AEF = 140^\circ$ ，即可解答；

(2) 根据垂直定义可得 $\angle FHE = 90^\circ$ ，从而利用直角三角形的两个锐角互余可得 $\angle BEF + \angle HFE = 90^\circ$ ，再利用 (1) 的结论可得： $\angle BEF + \angle DGF = 90^\circ$ ，然后利用同角的余角相等可得： $\angle HFE = \angle FGD$ ，即可解答；

(3) 利用 (1) 的结论可得： $\angle EFG = \angle BEF + \angle DGF = \alpha^\circ$ ， $\angle H = \angle BEH + \angle DGH$ ，再利用角平分线的定义可得 $\angle BEH = \frac{1}{2}\angle BEF$ ， $\angle DGH = \frac{1}{2}\angle DGF$ ，然后利用等量代换可得 $\angle H = \frac{1}{2}\angle EFG = \frac{1}{2}\alpha^\circ$ ，即可解答.

【小问 1 详解】

解：过点 F 作 $FM \parallel AB$ ，



$$\therefore \angle BEF = \angle EFM,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore FM \parallel CD,$$

$$\therefore \angle DGF = \angle GFM,$$

$$\because \angle EFG = \angle EFM + \angle GFM,$$

$$\therefore \angle EFG = \angle BEF + \angle DGF,$$

$$\because EF \perp FG,$$

$$\therefore \angle EFG = 90^\circ,$$

$$\because \angle FGD = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF = \angle EFG - \angle DGF = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle AEF = 180^\circ - \angle BEF = 140^\circ,$$

故答案为： 140° ；

【小问 2 详解】

解： $\because FH \perp AB$ ，

$$\therefore \angle FHE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF + \angle HFE = 90^\circ,$$

由 (1) 可得: $\angle BEF + \angle DGF = \angle EFG = 90^\circ$,

$$\therefore \angle HFE = \angle DGF;$$

【小问 3 详解】

解: 由 (1) 可得: $\angle EFG = \angle BEF + \angle DGF = \alpha^\circ$, $\angle H = \angle BEH + \angle DGH$,

$\because EH$ 平分 $\angle BEF$, GH 平分 $\angle FGD$,

$$\therefore \angle BEH = \frac{1}{2} \angle BEF, \quad \angle DGH = \frac{1}{2} \angle DGF,$$

$$\therefore \angle H = \frac{1}{2} \angle BEF + \frac{1}{2} \angle DGF$$

$$= \frac{1}{2} (\angle BEF + \angle DGF)$$

$$= \frac{1}{2} \angle EFG$$

$$= \frac{1}{2} \alpha^\circ,$$

故答案为: $\frac{1}{2} \alpha^\circ$.

26. 自“中欧铁路——上海号”发车以来, 中欧班列逐渐开辟了一条以上海为起点, 连接欧洲及“一带一路”沿线地区的商贸流通的全新通道. “中欧铁路”为了安全起见需要在某段铁路两旁安置了两座可旋转探照灯. 如图 1 所示, 灯 B 射线从 BP 开始顺时针旋转至 BQ 便立即回转, 两灯不停交叉照射巡视. 若灯 A 转动的速度是每秒 2 度, 灯 B 转动的速度是每秒 1 度, 假定主道路是平行的, 即 $PQ \parallel MN$ 且

$$\angle BAM : \angle BAN = 2 : 1.$$

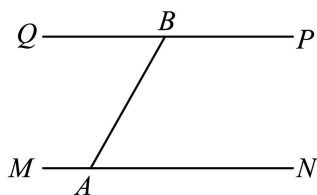


图1

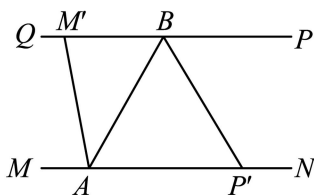


图2

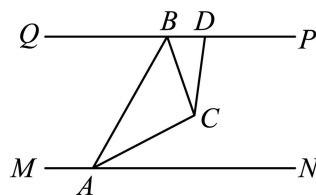


图3

(1) 填空: $\angle BAN = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$;

(2) 如图 2, 若灯 B 射线先转动 30 秒, 灯 A 射线才开始转动. 在转动过程中, 灯 B 射线与 MN 交于点 P' . 在灯 B 射线到达 BQ 之前, 设灯 A 转动 t 秒.

①当 $0 < t < 90$ 时, 则 $\angle MAM' = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$, $\angle PBP' = \underline{\hspace{2cm}}$ (用含 t 的式子表示).

②当灯 A 转动 $\underline{\hspace{2cm}}$ 秒时, 两灯的光束可以互相平行?

(3) 如图 3, 若两灯同时转动, 在灯 A 射线到达 AN 之前, 过 C 作 $\angle ACD$ 交 PQ 于点 D, 且 $\angle ACD = 120^\circ$, 请探究 $\angle BAC$ 与 $\angle BCD$ 的数量关系是否发生变化? 若不变, 请求出其数量关系; 若改变, 请说明理由.

【答案】(1) 60 (2) ① $2t$; $(30+t)^\circ$; ② 30

(3) 不发生变化, $\angle BAC = 2\angle BCD$

【解析】

【分析】本题主要考查了平行线的性质以及角的和差关系的运用, 解决问题的关键是运用分类思想进行求解, 解题时注意: 两直线平行, 内错角相等; 两直线平行, 同旁内角互补.

(1) 根据 $\angle BAM + \angle BAN = 180^\circ$, $\angle BAM : \angle BAN = 2:1$, 即可得到 $\angle BAN$ 的度数;

(2) ①根据路程 = 速度 $\times$ 时间即可求出;

②若 $AM' \parallel BP'$, 则 $\angle M'AB = \angle P'BA$, 又 $QP \parallel MN$, 所以 $\angle PBA = \angle MAB$, 所以 $\angle M'AM = \angle PBP'$, 进而求解;

(3) 设灯 A 射线转动时间为 t 秒, 根据 $\angle BAC = 2t - 120^\circ$, $\angle BCD = 120^\circ - \angle BCD = t - 60^\circ$, 即可得出 $\angle BAC : \angle BCD = 2:1$, 据此可得 $\angle BAC$ 和 $\angle BCD$ 关系不会变化.

【小问 1 详解】

解: $\because \angle BAM + \angle BAN = 180^\circ$, $\angle BAM : \angle BAN = 2:1$,

$$\therefore \angle BAN = 180^\circ \times \frac{1}{3} = 60^\circ,$$

故答案为: 60.

【小问 2 详解】

解: ①设灯 A 转动 t 秒 ($0 < t < 90$),

则 $\angle MAM' = (2t)^\circ$, $\angle PBP' = (30+t)^\circ$,

故答案为: $2t$; $(30+t)^\circ$.

②若 $AM' \parallel BP'$, 则 $\angle M'AB = \angle P'BA$,

又 $\because QP \parallel MN$,

$$\therefore \angle PBA = \angle MAB,$$

$$\therefore \angle PBA - \angle P'BA = \angle MAB - \angle M'AB,$$

$$\therefore \angle M'AM = \angle PBP',$$

$$\therefore 2t = 30 + t,$$

$$\therefore t = 30,$$

故答案为: 30.

【小问 3 详解】

解：不发生变化， $\angle BAC = 2\angle BCD$ ，理由如下：

设灯 A 射线转动时间为 t 秒，

$$\because \angle CAN = 180^\circ - 2t,$$

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ - (180^\circ - 2t) = 2t - 120^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle ABC = 120^\circ - t,$$

$$\therefore \angle BCA = 180^\circ - \angle ABC - \angle BAC = 180^\circ - t,$$

$$\text{而} \angle ACD = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = 120^\circ - \angle BCA = 120^\circ - (180^\circ - t) = t - 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC : \angle BCD = 2 : 1,$$

$$\text{即} \angle BAC = 2\angle BCD.$$