

2024 学年第二学期七年级数学限时练习卷

(练习时间: 90 分钟 满分: 100 分)

一. 选择题 (每题 3 分, 共 18 分)

1. 下列表述正确的是 ()

A. 如果 $a < 0$ 且 $a(b-1) \geq 0$, 那么 $b < 1$

B. 如果 $a < b$, 那么 $a^2 \leq ab$

C. 如果 $b \leq 1$, 且 $\frac{b-1}{a} \leq 0$, 那么 $a > 0$

D. 如果 $a > b$, 那么 $ac^2 > bc^2$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查了不等式的性质, 根据不等式的性质即可求解判断, 掌握不等式的性质是解题的关键.

【详解】 解: A、 $a < 0$, $a(b-1) \geq 0$, 则 $b-1 \leq 0$, 所以 $b \leq 1$, 故选项不符合题意;

B、 $-2 < 1$, 则 $(-2)^2 > (-2) \times 1$, 故选项不符合题意;

C、 $b \leq 1$, $\frac{b-1}{a} \leq 0$, 则 $b-1 \leq 0$, 所以 $a > 0$, 故选项符合题意;

D、 $a > b$, $c = 0$ 时, $ac^2 = bc^2$, 故选项不符合题意;

故选: C.

2. 以下关于不等式 $-x-1 < 0$ 的判断错误的是 ()

A. 0 是这个不等式的解

B. $x > -1$ 是这个不等式的解集;

C. 大于 1 的数都是这个不等式的解

D. 小于 1 的数都不是这个不等式的解.

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次不等式, 首先解不等式求出解, 然后逐项分析求解即可.

【详解】 解: $-x-1 < 0$

$-x < 1$

解得 $x > -1$

$\therefore 0$ 是这个不等式的解，故 A 正确；

$\therefore x > -1$ 是这个不等式的解集，故 B 正确；

$\therefore$ 大于 1 的数都是这个不等式的解，故 C 正确；

$\therefore$ 小于 1 的数中有这个不等式的解，故 D 错误.

故选：D.

3. 如果不等式组 $\begin{cases} x+4 < 4x-5 \\ x > n \end{cases}$ 的解集是 $x > 3$ ，则 n 的取值范围是 ()

A. $n \geq 3$

B. $n \leq 3$

C. $n = 3$

D. $n < 3$

【答案】B

【解析】

【分析】首先求出第一个不等式的解集，然后根据题意以及求不等式组解集的方法判断参数的范围即可.

【详解】解：由不等式 $x+4 < 4x-5$ 解得 $x > 3$ ，

即原不等式组的解集为 $\begin{cases} x > 3 \\ x > n \end{cases}$ ，

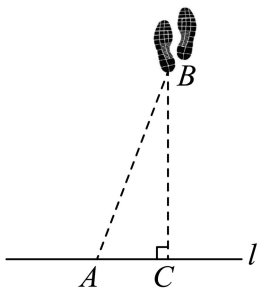
由题意，原不等式组的解集为 $x > 3$ ，

则 $n \leq 3$ ，

故选：B.

【点睛】本题考查含参数的不等式组求解问题，掌握不等式组解集的定义以及求解方法是解题关键.

4. 立定跳远是常州体育中考项目之一，女生成绩达到或超过 1.85m 获得满分，达到或超过 1.95m 获得加分. 如图，一女生在起跳线 l 上的点 A 处起跳， $BC \perp l$ ，垂足为 C . 若该女生获得满分但未加分，则下列说法中正确的是 ()



- A. BC 可能为 1.95m B. BC 可能为 1.8m
 C. AB 可能为 1.85m D. AB 可能为 1.95m

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了垂线段最短，熟练掌握垂线段的性质是关键.

根据题意和垂线段最短的性质判断即可.

【详解】 解： $\because$ 该女生获得满分但未加分，

$$\therefore 1.85\text{m} \leq BC < 1.95\text{m}$$

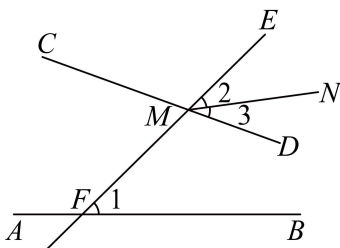
$$\therefore AB > BC,$$

$$\therefore AB \text{ 可能为 } 1.95\text{m},$$

故选项 D 符合题意.

故选： D.

5. 如图，直线 AB 与直线 CD 被直线 EF 所截，分别交 AB 、 CD 于点 F 、 M ，过点 M 作射线 MN ，则图中 $\angle 1$ 的同位角有 ()



- A. $\angle 3$ B. $\angle 2$ 或 $\angle DME$
 C. $\angle 2$ 或 $\angle 3$ D. $\angle 2$ 或 $\angle 3$ 或 $\angle DME$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查三线八角的识别，结合图形，掌握三线八角的识别方法是解题的关键.

根据同位角的定义，逐一判断即可解答.

【详解】 解： 由题意可知， $\angle 1$ 的同位角为 $\angle 2$ ，或者 $\angle DME$.

故选：B.

6. 下列说法中：真命题的个数为（ ）

- ①如果两个角的两边互相平行，那么这两个角相等；
- ②两条直线被第三条直线所截，同位角相等；
- ③过直线外一点 P 向直线 m 作垂线段，这条垂线段就是点 P 到直线的距离；
- ④同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直.

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了点到直线的距离，平行线的性质，垂直的定义，解题的关键是熟练掌握各自的观念和性质.

根据平行线的性质，根据点到直线的距离的定义和垂直的性质求解即可.

- 【详解】①如果两个角的两边互相平行，那么这两个角相等或互补，故①是假命题；
- ②两条直线被第三条直线所截，同位角不一定相等，故②是假命题；
- ③过直线外一点 P 向直线 m 作垂线段，这条垂线段的长度就是点 P 到直线的距离，故③是假命题；
- ④同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直，故④是真命题.

故选：A.

二. 填空题（每题 2 分，共 24 分）

7. a 的平方减去 2 的差不大于 a 与 b 的乘积，用不等式表示为_____.

【答案】 $a^2 - 2 \leq ab$

【解析】

【分析】根据题意，选择正确的不等号，列出不等式即可，本题考查了不等式的应用，熟练掌握不等式的应用是解题的关键.

【详解】根据题意，得 $a^2 - 2 \leq ab$ ，
故答案为： $a^2 - 2 \leq ab$.

8. 如果分式 $\frac{3}{7-5x}$ 的值是非负数，那么 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x < \frac{7}{5}$

【解析】

【分析】本题考查分式的值，解一元一次不等式，熟练掌握分式的定义和解一元一次不等式是解题的关键. 利

用分式 $\frac{3}{7-5x}$ 的值是非负数，得 $7-5x>0$ ，求解即可.

【详解】解： $\because$ 分式 $\frac{3}{7-5x}$ 的值是非负数，

$$\therefore 7-5x>0,$$

$$\text{解得: } x<\frac{7}{5},$$

$$\text{故答案为: } x<\frac{7}{5}.$$

9. 已知 $4-(3-m)x^{|m-2|}<0$ 是关于 x 的一元一次不等式，则 $m=$ _____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查一元一次不等式的定义，根据定义得到 $3-m\neq 0, |m-2|=1$ ，解不等式即可得到答案，熟记一元一次不等式的定义是解决问题的关键.

【详解】解： $\because 4-(3-m)x^{|m-2|}<0$ 是关于 x 的一元一次不等式，

$$\therefore 3-m\neq 0, |m-2|=1, \text{ 则 } m-2=1 \text{ 或 } m-2=-1, \text{ 且 } m\neq 3, \text{ 解得 } m=1,$$

故答案为： 1.

10. 若 $x+y=3$ ， $x\geq 0$ ， $y\geq 0$ ， 则 $2x+3y$ 的最小值是_____.

【答案】 6

【解析】

【分析】 本题考查代入消元法、不等式的性质，灵活运用所学知识解决问题是解题的关键.

把问题转化为 $2x+3y=6-2y+3y=6+y$ ， 利用不等式的性质解决最值问题.

【详解】解： $\because x+y=3$,

$$\therefore x=3-y,$$

$$\therefore 2x+3y=6-2y+3y=6+y,$$

$$\because x\geq 0,$$

$$\therefore 3-y\geq 0, \text{ 即 } y\leq 3,$$

$$\because y\geq 0$$

$$\therefore 0 \leq y \leq 3,$$

$$\therefore 6 \leq y + 6 \leq 9,$$

$$\text{即 } 6 \leq 2x + 3y \leq 9,$$

$\therefore y = 0$ 时, $2x + 3y$ 的值最小, 最小值为 6.

故答案为: 6.

11. 不超过 a 的最大整数是 2, 试用不等式表示 a 应满足的条件: _____.

【答案】 $2 \leq a < 3$

【解析】

【分析】 本题考查不等式的定义, 熟练根据题意转换为 a 的范围是解题的关键. 利用不超过 a 的最大整数是 2, 分别探索上限和下限即可得出结果.

【详解】 解: 由不超过 a 的最大整数是 2,

当 $a < 2$ 时, 不超过 a 的最大整数小于 2;

当 $a \geq 3$ 时, 不超过 a 的最大整数大于等于 3;

当 $2 \leq a < 3$ 时, 不超过 a 的最大整数是 2,

故答案为: $2 \leq a < 3$.

12. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 4 - 2x \geq 0 \\ \frac{1}{2}x - a > 0 \end{cases}$ 恰有 3 个整数解, 则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $-\frac{1}{2} \leq a < 0$

【解析】

【分析】 本题考查解一元一次不等式 (组), 一元一次不等式组的整数解, 解答本题的关键是明确解一元一次不等式的方法.

先解出不等式组中每个不等式的解集, 然后根据不等式组 $\begin{cases} 4 - 2x \geq 0 \\ \frac{1}{2}x - a > 0 \end{cases}$ 恰有 3 个整数解, 即可得到关于 a 的

不等式组, 然后求解即可.

【详解】 解: 由 $4 - 2x \geq 0$, 得: $x \leq 2$,

由 $\frac{1}{2}x - a > 0$, 得: $x > 2a$,

∴ 不等式组 $\begin{cases} 4-2x \geq 0 \\ \frac{1}{2}x - a > 0 \end{cases}$ 恰有 3 个整数解,

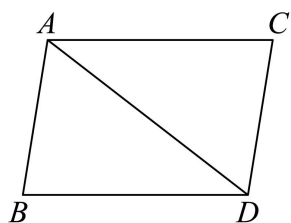
∴ 这 3 个整数解是 0, 1, 2,

∴ $-1 \leq 2a < 0$,

解得 $-\frac{1}{2} \leq a < 0$,

故答案为: $-\frac{1}{2} \leq a < 0$.

13. 如图, $\angle BAD$ 与 $\angle ADC$ 是直线_____与直线_____被直线_____所截得到的内错角.



【答案】 ①. AB ②. CD ③. AD

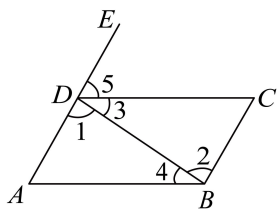
【解析】

【分析】 本题考查了内错角的定义, 两直线被第三条直线所截, 在截线的两侧, 被截线的内部两个角是内错角, 结合图形即可得出答案.

【详解】 如图, $\angle BAD$ 与 $\angle ADC$ 是直线 AB 与直线 CD 被直线 AD 所截得到的内错角.

故答案为: AB , CD , AD .

14. 如图, 在条件: ① $\angle 1 = \angle 2$, ② $\angle 3 = \angle 4$, ③ $\angle A + \angle ABC = 180^\circ$, ④ $\angle A = \angle 5$ 中能判定 $AB \parallel DC$ 的条件有_____. (填序号)



【答案】 ②④##④②

【解析】

【分析】 本题考查平行线的判定, 熟练掌握平行线的判定方法是解题的关键. 利用平行线的判定方法逐一判断即可.

【详解】解：① $\because \angle 1 = \angle 2$ ， $\therefore AD \parallel BC$ （内错角相等，两直线平行），无法判定 $AB \parallel DC$ ，故①不符合题意；

② $\because \angle 3 = \angle 4$ ， $\therefore AB \parallel DC$ （内错角相等，两直线平行），故②符合题意；

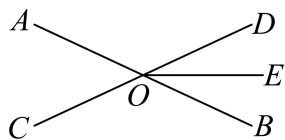
③ $\because \angle A + \angle ABC = 180^\circ$ ， $\therefore AD \parallel BC$ （同旁内角互补，两直线平行），无法判定 $AB \parallel DC$ ，故③不符合题意；

④ $\because \angle A = \angle 5$ ， $\therefore AB \parallel DC$ （同位角相等，两直线平行），故④符合题意；

综上，能判定 $AB \parallel DC$ 的条件有②④，

故答案为：②④.

15. 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 O ， $\angle AOC = 50^\circ$ ， OE 平分 $\angle BOD$ ，如果射线 $OF \perp OE$ ，那么 $\angle DOF$ 的度数是_____.

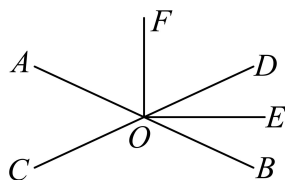


【答案】 65° 或 115°

【解析】

【分析】本题考查对顶角，角平分线，垂直，能根据题意分类画图讨论是解题的关键. 分当点 F 在 OE 上方时和当点 F 在 OE 下方时进行讨论即可.

【详解】解：当点 F 在 OE 上方时，如图，



$$\because \angle AOC = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle BOD = 50^\circ,$$

$$\because OE \text{ 平分 } \angle BOD,$$

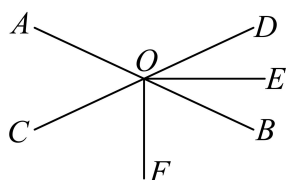
$$\therefore \angle DOE = \frac{1}{2} \angle BOD = 25^\circ,$$

$$\because OF \perp OE,$$

$$\therefore \angle EOF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DOF = \angle EOF - \angle DOE = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ;$$

当点 F 在 OE 下方时，如图，



$$\therefore \angle AOC = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle BOD = 50^\circ,$$

$$\therefore OE \text{ 平分 } \angle BOD,$$

$$\therefore \angle DOE = \frac{1}{2} \angle BOD = 25^\circ,$$

$$\therefore OF \perp OE,$$

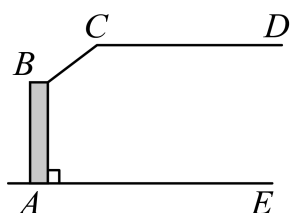
$$\therefore \angle EOF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DOF = \angle EOF + \angle DOE = 90^\circ + 25^\circ = 115^\circ;$$

综上, $\angle DOF = 65^\circ$ 或 115° ,

故答案为: 65° 或 115° .

16. 一大门的栏杆如图所示, BA 垂直于地面 AE , 垂足为 A , CD 平行于地面 AE , 若 $\angle ABC = 115^\circ$, 则 $\angle BCD$ 的度数为_____.



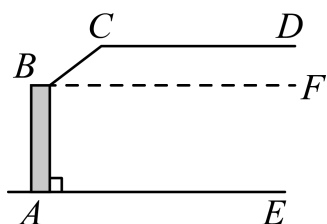
【答案】 155°

【解析】

【分析】 本题主要考查垂线的定义及平行线的性质与判定, 熟练掌握平行线的性质与判定是解题的关键;

过点 B 作 $BF \parallel AE$, 由题意易得 $BF \parallel CD$, $\angle BAE = 90^\circ$, 然后根据平行线的性质可进行求解.

【详解】 解: 过点 B 作 $BF \parallel AE$, 如图所示:



$$\therefore CD \parallel AE,$$

$$\therefore BF \parallel CD,$$

$$\begin{aligned}
&\because BA \perp AE, \\
&\therefore \angle BAE = 90^\circ, \\
&\because BF \parallel AE, \\
&\therefore \angle ABF = 180^\circ - \angle BAE = 90^\circ, \\
&\because \angle ABC = 115^\circ, \\
&\therefore \angle FBC = \angle ABC - \angle ABF = 115^\circ - 90^\circ = 25^\circ, \\
&\because BF \parallel CD, \\
&\therefore \angle CBF + \angle BCD = 180^\circ, \\
&\therefore \angle BCD = 180^\circ - \angle CBF = 180^\circ - 25^\circ = 155^\circ;
\end{aligned}$$

故答案为：155°.

17. 命题“如果两个角是同一个角的补角，那么这两个角相等”的逆命题是_____.

【答案】 如果两个角相等，那么这两个角是同一个角的补角.

【解析】

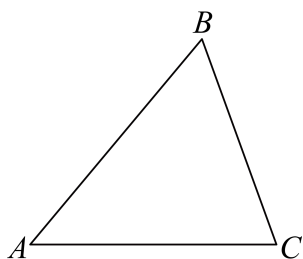
【分析】 本题考查了命题与逆命题，正确理解原命题与逆命题的关系是解题关键.

根据把一个命题的条件和结论互换就得到它的逆命题解答即可.

【详解】 解：命题“如果两个角是同一个角的补角，那么这两个角相等”的逆命题是如果两个角相等，那么这两个角是同一个角的补角.

故答案为：如果两个角相等，那么这两个角是同一个角的补角.

18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 50^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转的三角形的一边平行与原三角形的一边，若旋转角 α 小于 180° ，则 $\alpha =$ _____.

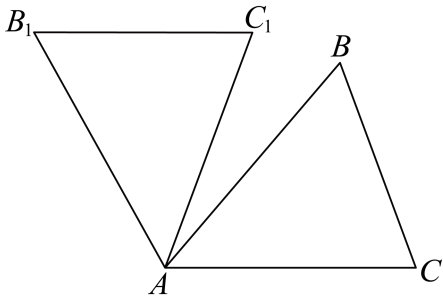


【答案】 70°或130°

【解析】

【分析】 本题考查了旋转的性质求解，根据平行线性质求角度，根据题意分两种情况：①当 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转当 $BC \parallel AC$ 时；②当 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转当 $AB \parallel AC$ 时，分别画出图进行求解即可.

【详解】解：如图，当 ABC 绕点 A 逆时针旋转当 $BC \parallel AC$ 时，



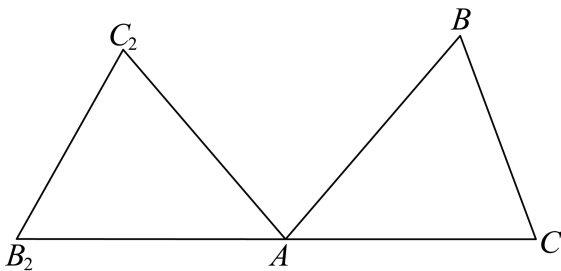
$$\because B_1C_1 \parallel AC,$$

$$\therefore \angle C_1B_1A + \angle B_1AC = 180^\circ,$$

$$\because \angle CBA = 60^\circ, \angle BAC = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle B_1AB = 180^\circ - \angle C_1B_1A - \angle B_1AC = 180^\circ - 60^\circ - 50^\circ = 70^\circ;$$

当 ABC 绕点 A 逆时针旋转当 $AB \parallel CB$ 时，



$$\because \angle BAC = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle BAB_2 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ,$$

故答案为： 70° 或 130° .

三. 简答题 (每题 6 分, 共 24 分)

19. 求满足不等式 $\frac{x+2}{3} - \frac{2x-5}{2} > 1$ 的所有正整数 x .

【答案】 1, 2, 3

【解析】

【分析】 本题考查的是解一元一次不等式，根据解一元一次不等式的步骤求出不等式的解集，再取正整数解即可.

【详解】解： $\frac{x+2}{3} - \frac{2x-5}{2} > 1$

去分母，得， $2(x+2) - 3(2x-5) > 6$

去括号得, $2x + 4 - 6x + 15 > 6$

移项, 合并得, $-4x > -13$

系数化为 1, 得, $x < \frac{13}{4}$

$\because x$ 为正整数,

$\therefore x$ 取 1, 2, 3.

20. 解不等式组 $\begin{cases} \frac{x-5}{3} + 1 \leq \frac{1}{2}x \\ \frac{1+12x}{4} \leq x + 3\frac{3}{4} \end{cases}$, 并将其解集表示在数轴上.

【答案】 $-4 \leq x \leq \frac{7}{4}$, 作图见解析

【解析】

【分析】 此题考查了解一元一次不等式组, 以及在数轴上表示不等式组的解集, 熟练掌握运算法则是解本题的关键. 分别求出不等式组中两不等式的解集, 找出解集的公共部分即可.

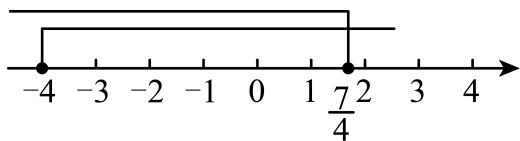
【详解】 解: $\begin{cases} \frac{x-5}{3} + 1 \leq \frac{1}{2}x \text{ ①} \\ \frac{1+12x}{4} \leq x + 3\frac{3}{4} \text{ ②} \end{cases}$,

解不等式①, 得 $x \geq -4$,

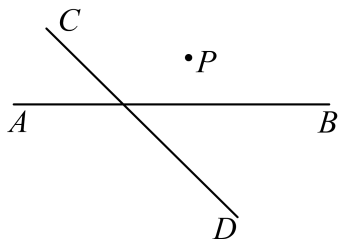
解不等式②, 得 $x \leq \frac{7}{4}$,

则不等式组的解集为 $-4 \leq x \leq \frac{7}{4}$,

解集在数轴上表示为:



21. 如图, 直线 AB 与直线 CD 相交, 点 P 为直线 AB 、 CD 外一点, 根据下列语句画图:



(1) 过点 P 画直线 $PE \parallel CD$ 交 AB 于点 E ;

- (2) 过点 P 画直线 $PF \perp CD$ ，垂足为点 F ；
 (3) 过点 P 画 AB 的垂线段 PG ，垂足为点 G 。

【答案】(1) 作图见解析

- (2) 作图见解析 (3) 作图见解析

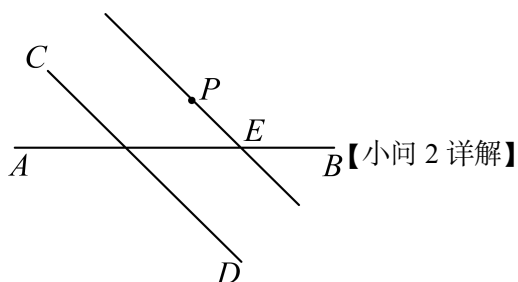
【解析】

【分析】本题考查作图，平行线的定义，垂线的定义，垂线段的定义，熟练掌握这些相关定义并会作图是解题的关键。

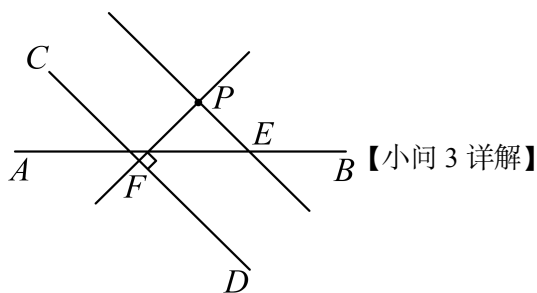
- (1) 利用直尺作平行线即可；
 (2) 利用直尺作垂线即可；
 (3) 利用直尺作垂线段即可，注意垂线段是线段。

【小问 1 详解】

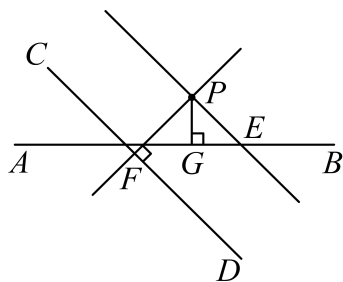
解：如图，直线 PE 即为所求作；



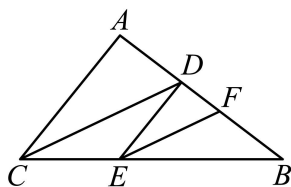
解：如图，直线 PF 即为所求作；



解：如图，线段 PG 即为所求作。



22. 将下面的推理过程及依据补充完整. 如图, 已知 CD 平分 $\angle ACB$, $AC \parallel DE$, $CD \parallel EF$, 试证明: EF 平分 $\angle DEB$.



证明: $\because CD$ 平分 $\angle ACB$ (已知),

$\therefore \angle DCA = \angle DCE$ (角平分线的意义),

$\because AC \parallel DE$ (已知),

$\therefore \angle DCA = \text{①}$ (两直线平行, 内错角相等),

$\therefore \angle DCE = \angle CDE$ (等量代换).

$\because CD \parallel EF$ (已知),

$\therefore \text{②} = \text{③}$,

$\angle DCE = \angle BEF$ (④),

$\therefore \angle DEF = \text{⑤}$ (等量代换),

$\therefore EF$ 平分 $\angle DEB$ (⑥).

【答案】 ① $\angle CDE$; ② $\angle CDE = \angle DEF$; ③ 两直线平行, 内错角相等; ④ 两直线平行, 同位角相等;
⑤ $\angle BEF$; ⑥ 角平分线定义

【解析】

【分析】 本题考查平行线的判定与性质, 角平分线的定义, 熟练掌握平行线的判定与性质是解题的关键. 利用平行线的判定与性质解答即可.

【详解】 证明: $\because CD$ 平分 $\angle ACB$ (已知),

$\therefore \angle DCA = \angle DCE$ (角平分线的意义),

$\because AC \parallel DE$ (已知),

$\therefore \angle DCA = \angle CDE$ (两直线平行, 内错角相等),

$\therefore \angle DCE = \angle CDE$ (等量代换).

$\because CD \parallel EF$ (已知),

$\therefore \angle CDE = \angle DEF$ (两直线平行, 内错角相等),

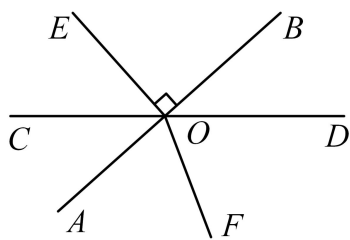
$\angle DCE = \angle BEF$ (两直线平行, 同位角相等),

$\therefore \angle DEF = \angle BEF$ (等量代换),

$\therefore EF$ 平分 $\angle DEB$ (角平分线定义).

四. 解答题 (第 23-25 题每题 8 分, 第 26 题共 34 分)

23. 如图, 直线 AB, CD 相交于点 O , $OE \perp AB, OF$ 平分 $\angle AOD$.



(1) 若 $\angle BOD = 40^\circ$ ，求 $\angle COF$ 的度数；

(2) 若 $\angle AOC : \angle COE = 2 : 3$ ，求 $\angle DOF$ 的度数.

【答案】 (1) 110°

(2) 72°

【解析】

【分析】 (1) 根据对顶角和邻补角可求出 $\angle AOD$ 的度数，根据角平分线的定义可得 $\angle AOF = \frac{1}{2} \angle AOD$ 即可求解；

(2) 由 $OE \perp AB$ ，得到 $\angle AOE = 90^\circ$ ，根据 $\angle AOC : \angle COE = 2 : 3$ ，可求出 $\angle AOC$ 的度数，即可求出 $\angle AOD$ 的度数，再利用角平分线的定义即可求解.

【小问 1 详解】

$$\because \angle AOC = \angle BOD = 40^\circ$$

$$\therefore \angle AOD = 180^\circ - \angle AOC = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ,$$

$$\because OF \text{ 平分 } \angle AOD,$$

$$\therefore \angle AOF = \frac{1}{2} \angle AOD = \frac{1}{2} \times 140^\circ = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle COF = \angle AOF + \angle AOC = 70^\circ + 40^\circ = 110^\circ$$

【小问 2 详解】

解: $OE \perp AB$,

$$\therefore \angle AOE = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle AOC : \angle COE = 2 : 3,$$

$$\therefore \angle AOC = \frac{2}{5} \angle AOE = \frac{2}{5} \times 90^\circ = 36^\circ,$$

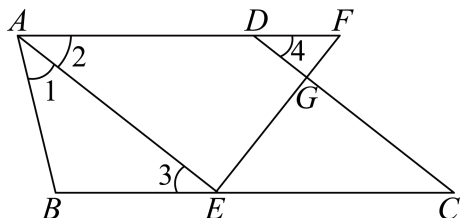
$$\therefore \angle AOD = 180^\circ - \angle AOC = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ,$$

$$\because OF \text{ 平分 } \angle AOD,$$

$$\therefore \angle DOF = \frac{1}{2} \angle AOD = \frac{1}{2} \times 144^\circ = 72^\circ,$$

【点睛】 本题主要考查了有关角平分线的计算，对顶角相等，明确题意，准确得到角与角之间的数量关系是解题的关键.

24. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， AE 平分 $\angle BAD$ ，交 BC 于点 E ， F 是 AD 延长线上一点，连接 EF ，交 CD 于点 G ，已知 $\angle 3 = \angle 4$.



- (1) 证明: $\angle 1 = \angle 3$;
- (2) 证明: $AE \parallel DC$;
- (3) 若 $\angle 3 + \angle F = 90^\circ$ ，试说明 CD 与 EF 的位置关系.

【答案】 (1) 证明见解析

(2) 证明见解析 (3) $CD \perp EF$ ，证明见解析

【解析】

【分析】 本题考查平行线的判定与性质，角平分线的定义，平角，熟练掌握平行线的判定与性质是解题的关键.

- (1) 利用 $AD \parallel BC$ ，得 $\angle 2 = \angle 3$ ，利用 AE 平分 $\angle BAD$ ，得 $\angle 1 = \angle 2$ ，即可证明;
- (2) 利用 $AD \parallel BC$ ，得 $\angle 4 = \angle C$ ，再结合 $\angle 3 = \angle 4$ ，得 $\angle 3 = \angle C$ ，即可证明;
- (3) 利用 $AD \parallel BC$ ，得 $\angle F = \angle FEC$ ，结合 $\angle 3 + \angle F = 90^\circ$ ，得 $\angle 3 + \angle FEC = 90^\circ$ ，可得 $\angle AEF = 180^\circ - (\angle 3 + \angle FEC) = 90^\circ$ ，再利用 $AE \parallel DC$ ，得 $\angle CGE = \angle AEF = 90^\circ$ ，即可证明.

【小问 1 详解】

解: $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

$\because AE$ 平分 $\angle BAD$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3;$$

【小问 2 详解】

解: $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle 4 = \angle C,$$

$$\because \angle 3 = \angle 4,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle C,$$

$$\therefore AE \parallel DC;$$

【小问 3 详解】

$$\text{解: } \because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle F = \angle FEC,$$

$$\because \angle 3 + \angle F = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 + \angle FEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEF = 180^\circ - (\angle 3 + \angle FEC) = 90^\circ,$$

$$\because AE \parallel DC,$$

$$\therefore \angle CGE = \angle AEF = 90^\circ,$$

$$\therefore CD \perp EF.$$

25. 为了促进消费, 甲、乙两家商场以同样的价格出售同样的商品, 且各自推出不同的优惠方案.

甲商场的优惠方案: 购物价格累计超过 200 元后, 超出 200 元的部分按 70% 付费;

乙商场的优惠方案: 购物价格累计超过 100 元后, 超出 100 元的部分按 80% 付费.

若某顾客准备购买标价为 x ($x > 200$) 元的商品.

(1) 在甲商场购买的优惠价 _____ 元, 在乙商场购买的优惠价 _____ 元 (均用含 x 的式子表示)

(2) 乙商场为了吸引顾客, 调整了优惠方案: 购物价格累计超过 100 元, 但不超 1000 元, 超出 100 元的部分按 80% 付费; 超过 1000 元, 超出 1000 元的部分按 60% 付费, 甲商场没有调整优惠方案, 请求出顾客选择甲商场购物花费少时 x ($x > 200$) 的取值范围.

【答案】(1) $(0.7x + 60)$; $(0.8x + 20)$

(2) $400 < x < 1600$

【解析】

【分析】本题考查了列代数式, 一元一次不等式的应用, 解答本题的关键是正确列出代数式, 找出数量关系列出一元一次不等式.

(1) 根据甲、乙的促销方案进行解答即可;

(2) 分两种: 当 $200 < x < 1000$ 时和当 $x \geq 1000$ 时, 分别列出一元一次不等式, 求解即可.

【小问 1 详解】

解: 在甲商场购买的优惠价 $= 200 + 70\% \times (x - 200) = (0.7x + 60)$ (元),

在乙商场购买的优惠价 $= 100 + 80\%(x - 100) = (0.8x + 20)$ (元),

故答案为: $(0.7x + 60)$; $(0.8x + 20)$;

【小问 2 详解】

解: 当 $200 < x < 1000$ 时,

由题意可得: $0.8(x - 100) + 100 > 0.7x + 60$,

解得: $x > 400$;

当 $x \geq 1000$ 时,

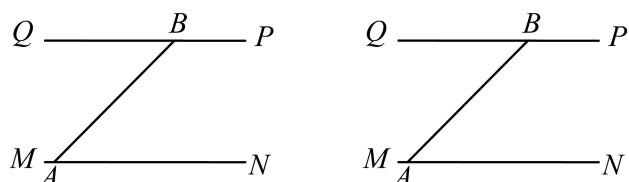
由题意可得: $0.6(x - 1000) + 100 + 900 \times 0.8 > 0.7x + 60$,

解得: $x < 1600$,

$\therefore 400 < x < 1600$ 时, 顾客在甲商场购物花费少,

综上所述, 顾客选择甲商场购物花费少时 x ($x > 200$) 的取值范围为 $400 < x < 1600$.

26. 如图, $PQ \parallel MN$, A、B 分别为直线 MN 、 PQ 上两点, 且 $\angle BAN = 45^\circ$, 若射线 AM 绕点 A 顺时针旋转至 AN 后立即回转, 射线 BQ 绕点 B 逆时针旋转至 BP 后立即回转, 两射线分别绕点 A、点 B 不停地旋转, 若射线 AM 转动的速度是 $a^\circ/\text{秒}$, 射线 BQ 转动的速度是 $b^\circ/\text{秒}$, 且 a 、 b 满足 $|a - 8| + (b - 2)^2 = 0$.



(1) $a = \underline{\quad\quad}$, $b = \underline{\quad\quad}$;

(2) 若射线 AM 、射线 BQ 同时旋转, 问至少旋转多少秒时, 射线 AM 、射线 BQ 互相垂直.

(3) 若射线 AM 绕点 A 顺时针先转动 15 秒, 射线 BQ 才开始绕点 B 逆时针旋转, 在射线 BQ 第一次到达 BA 之前, 问射线 AM 再转动多少秒时, 射线 AM 、射线 BQ 互相平行?

【答案】(1) 8; 2 (2) 9 秒

(3) 6 秒或 10 秒

【解析】

【分析】本题主要考查了平行线的性质, 非负数的性质以及角的和差关系的运用, 解方程的运用, 解决问题的关键是运用分类思想进行求解, 解题时注意: 若两个非负数的和为 0, 则这两个非负数均等于 0.

(1) 依据非负数的性质即可得到 a , b 的值;

(2) 依据 $\angle ABO + \angle BAO = 90^\circ$, $\angle ABQ + \angle BAM = 180^\circ$, 即可得到射线 AM 、射线 BQ 第一次互相垂直的时间;

(3) 分两种情况讨论, 依据 $\angle ABQ' = \angle BAM''$ 时, $BQ' \parallel AM''$, 列出方程即可得到射线 AM 、射线 BQ 互相平行时的时间.

【小问 1 详解】

解: $\because |a-8| + (b-2)^2 = 0$, $|a-8| \geq 0, (b-2)^2 \geq 0$,

$$\therefore |a-8| = (b-2)^2 = 0$$

$$\therefore a-8=0, \quad b-2=0,$$

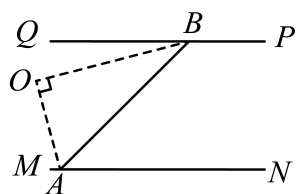
$$\therefore a=8, \quad b=2,$$

故答案为: 8; 2;

【小问 2 详解】

解: 设至少旋转 t 秒时, 射线 AM 、射线 BQ 互相垂直.

如图, 设旋转后的射线 AM 、射线 BQ 交于点 O , 则 $BO \perp AO$,



$$\therefore \angle ABO + \angle BAO = 90^\circ,$$

$$\because PQ \parallel MN,$$

$$\therefore \angle ABQ + \angle BAM = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle OBQ + \angle OAM = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle OBQ = 2t^\circ, \quad \angle OAM = 8t^\circ,$$

$$\therefore 2t + 8t = 90,$$

$$\therefore t = 9,$$

$\therefore$ 至少旋转 9 秒时, 射线 AM 、射线 BQ 互相垂直;

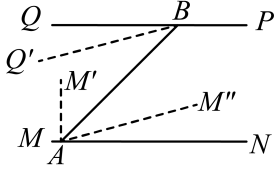
【小问 3 详解】

解: 设射线 AM 再转动 t 秒时, 射线 AM 、射线 BQ 互相平行.

如图，射线 AM 绕点 A 顺时针先转动 15 秒后， AM 转动至 AM' 的位置，则 $\angle MAM' = 15 \times 8 = 120^\circ$ ，
 $\therefore \angle M'AB = 180^\circ - 45^\circ - 120^\circ = 15^\circ$ ；

分两种情况：

①当 $\frac{180^\circ - 45^\circ - 120^\circ}{8} = 1.875 < t < 7.5$ 时， $\angle QBQ' = 2t^\circ$ ， $\angle M'AM'' = 8t^\circ$ ，



$\therefore PQ \parallel MN$ ，

$\therefore \angle BAN = 45^\circ = \angle ABQ$ ，

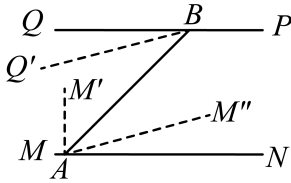
$\therefore \angle ABQ' = 45^\circ - 2t^\circ$ ， $\angle BAM'' = \angle M'AM'' - \angle M'AB = 8t^\circ - 15^\circ$ ，

当 $\angle ABQ' = \angle BAM''$ 时， $BQ' \parallel AM''$ ，

$\therefore 45 - 2t = 8t - 15$ ，

解得 $t = 6$ ；

②当 $7.5 < t < 13.125$ 时， $\angle QBQ' = 2t^\circ$ ， $\angle NAM'' = 8(t - 7.5)^\circ = 8t^\circ - 60^\circ$ ，



$\therefore \angle ABQ' = 45^\circ - 2t^\circ$ ， $\angle BAM'' = 45^\circ - (8t^\circ - 60^\circ) = 105^\circ - 8t^\circ$ ，

当 $\angle ABQ' = \angle BAM''$ 时， $BQ' \parallel AM''$ ，

此时， $45 - 2t = 105 - 8t$ ，

解得 $t = 10$ ；

综上所述，射线 AM 再转动 6 秒或 10 秒时，射线 AM 、射线 BQ 互相平行。