

2024 学年度第二学期七年级第二次阶段练习数学试卷

考试时间 90 分钟

满分 100 分

一、选择题（每题 3 分，共 18 分）

1. 下列说法不正确的是（ ）

A. 若 $a > b$ ，则 $a + 2 > b + 2$

B. 若 $a > b$ ，则 $-\frac{a}{2} < -\frac{b}{2}$

C. 若 $2a > 2b$ ，则 $a > b$

D. 若 $a > b$ ，则 $ac^2 > bc^2$

【答案】D

【解析】

【分析】此题考查了不等式的基本性质. 根据不等式的基本性质进行判断即可得到答案.

【详解】解：A、若 $a > b$ ，则 $a + 2 > b + 2$ ，故本选项不符合题意；

B、若 $a > b$ ，则 $-\frac{a}{2} < -\frac{b}{2}$ ，故本选项不符合题意；

C、若 $2a > 2b$ ，则 $a > b$ ，故本选项不符合题意；

D、若 $a > b$ ，只有当 $c \neq 0$ 时， $ac^2 > bc^2$ ，故本选项符合题意；

故选：D.

2. 若一个三角形的两条边分别是 3 和 8，则第三边的长度不可以取（ ）

A. 5

B. 7

C. 9

D. 10

【答案】A

【解析】

【分析】已知三角形两边的长，根据三角形三边关系定理知：第三边的取值范围应该是大于已知两边的差而小于已知两边的和.

【详解】设第三边长度为 x ，根据三角形三边关系得： $8 - 3 < x < 8 + 3$ ，

求得 $5 < x < 11$ ，

故四个选项里面，A 不满足.

故选：A.

3. 若一个三角形的三条高所在直线的交点在此三角形外，则此三角形是（ ）

A. 锐角三角形

B. 钝角三角形

C. 直角三角形

D. 都有可能

【答案】B

【解析】

【分析】根据高的概念，知三角形的三条高所在直线的交点在外部的三角形是钝角三角形；钝角三角形的三条高所在的直线的交点在三角形的外部；锐角三角形的三条高的交点在三角形的内部；直角三角形的三条高的交点是三角形的直角顶点.

【详解】解：一个三角形的三条高所在直线的交点在三角形外部，那么这个三角形是钝角三角形.

故选: B.

【点睛】本题考查了通过三角形的形状可以判断三角形高线的位置，反之，通过三条高线交点的位置可以判断三角形的形状.

4. 下列判断中, 不正确的是 ()

- A. 全等三角形的面积一定相等 B. 全等三角形的周长一定相等
- C. 两个图形全等，与其所处的位置无关，只与形状、大小有关 D. 两个等边三角形一定全等

【答案】D

【解析】

【分析】此题考查了全等三角形的性质、等边三角形的性质等知识. 根据等边三角形的性质和全等三角形的性质进行判断即可.

【详解】解：∵全等三角形的面积一定相等，故A选项正确；

∵全等三角形的周长一定相等, 故 B 选项正确;

∴ 两个图形全等, 与其所处的位置无关, 只与形状、大小有关, 故 C 选项正确;

两个等边三角形，其三个角分别对应相等，都是 60° ，但对应边不一定相等，

两个等边三角形不一定全等，故 D 选项错误.

故选：D

5. 对于以下两个命题, 判断正确的是 ()

①在 ABC 中, 如果 $AB > AC > BC$, 那么 $\angle C > \angle B > \angle A$; ②在 ABC 中, 如果 $AB > AC > BC$, 且 $\angle C = 87^\circ$, 那么 ABC 是锐角三角形

- A. ①是真命题, ②是假命题
B. ①是假命题, ②是真命题
C. ①是真命题, ②是真命题
D. ①是假命题, ②是假命题

【答案】 C

【解析】

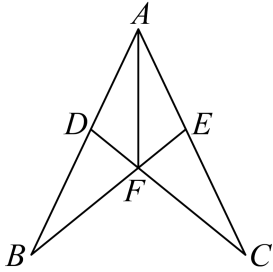
【分析】此题考查了三角形的分类和边角的大小关系，熟练掌握三角形的相关知识是解题的关键. 根据三角形中大边对大角进行解答即可.

【详解】命题①正确，因为边长顺序决定对应角的大小顺序.

命题②正确，因为最大角为锐角且其他角必然更小，三角形为锐角三角形.

故选：C

6. 如图，已知 $AB = AC, AD = AE$ ， BE 和 CD 交于 F ，则图中的全等三角形的对数是（ ）



A. 3 对

B. 4 对

C. 5 对

D. 6 对

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质，熟练掌握全等三角形的判定与性质是解题的关键. 根据全等三角形的判定与性质证明即可.

【详解】解： $\because AB = AC, AD = AE$ ， $\angle DAC = \angle EAB$ ，

$$\therefore \triangle DAC \cong \triangle EAB (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle B = \angle C,$$

$$\because AB = AC, AD = AE,$$

$$\therefore AB - AD = AC - AE,$$

$$\therefore BD = CE,$$

$$\because \angle DFB = \angle EFC,$$

$$\therefore \triangle DFB \cong \triangle EFC (\text{AAS}),$$

$$\therefore FB = FC, FD = FE,$$

$$\because FB = FC, \angle B = \angle C, AB = AC,$$

$$\therefore \triangle BFA \cong \triangle CFA (\text{SAS}),$$

$$\because AD = AE, AF = AF, FD = FE,$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle AEF (\text{SSS}),$$

∴共有 4 对全等三角形,

故选: B.

二、填空题 (每题 2 分, 共 24 分)

7. x 的 3 倍减去 y 的平方的差不小于 5, 用不等式表示是: _____.

【答案】 $3x - y^2 \geq 5$

【解析】

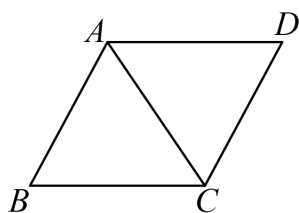
【分析】 根据题意列出不等式即可.

【详解】 解: 根据题意可列不等式为: $3x - y^2 \geq 5$,

故答案为: $3x - y^2 \geq 5$.

【点睛】 本题主要考查了根据题意列出不等式, 解题的关键是正确理解题意, 根据题意列出不等式, 掌握不小于即为大于或等于.

8. 如图, 四边形 $ABCD$ 中, 已知 $AD \parallel BC$, 要使 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$, 只需添加一个条件, 这个条件可以是_____.



【答案】 $AD = BC$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 根据全等三角形的判定方法可以由 SAS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$.

【详解】 解: 添加 $AD = BC$.

∵ $AD \parallel BC$,

∴ $\angle CAD = \angle ACB$,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中,

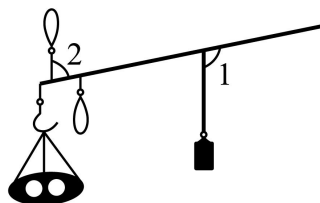
$$\begin{cases} AD = BC \\ \angle CAD = \angle ACB, \\ AC = AC \end{cases}$$

∴ $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (SAS),

故答案为: $AD = BC$ (答案不唯一).

【点睛】 本题主要考查了全等三角形的判定，解题的关键是掌握 AAS， SAS， ASA 证明两个三角形全等是解题的关键，此题难度不大.

9. 在两千多年前，我们的先祖就运用杠杆原理发明了木杆秤，学名叫作戥子. 如图，这是一杆古秤在称物时的状态，已知 $\angle 1 = 102^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为_____.



【答案】 78° ## 78 度

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质，根据两直线平行，内错角相等，即可求解.

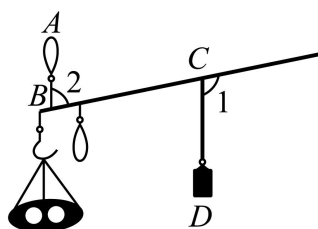
【详解】 解： 如图所示，依题意， $AB \parallel DC$ ，

$$\therefore \angle 2 = \angle BCD,$$

$$\because \angle BCD + \angle 1 = 180^\circ, \quad \angle 1 = 102^\circ,$$

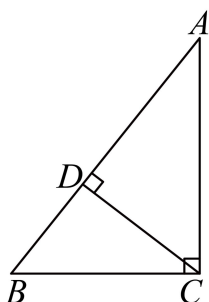
$$\therefore \angle BCD = 180^\circ - \angle 1 = 78^\circ$$

$$\therefore \angle 2 = 78^\circ.$$



故答案为： 78° .

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AD$ ，垂足为点 D ，那么点 B 到直线 CD 的距离是线段_____的长.



【答案】 BD ## DB

【解析】

【分析】本题考查了点到直线的距离，解决本题的关键是熟记点到直线的距离．根据点到直线的距离，即可解答．

【详解】解：∵ $CD \perp AD$ ，垂足为点 D ，

∴ $CD \perp BD$

∴ 点 B 到直线 CD 的距离是线段 BD 的长，

故答案为： BD ．

11. 若三角形三个外角的比为 $4:3:2$ ，则它是一个_____三角形．

【答案】钝角

【解析】

【分析】本题考查了三角形外角和、邻补角关系、钝角三角形判定，先利用三角形外角和为 360° ，设未知数，求出外角具体度数；再依据邻补角互补，算出内角；最后根据钝角三角形定义（有一个角大于 90° ）判断三角形类型，是多性质综合运用的题目．

【详解】解：设三个外角分别为 $4x^\circ$ 、 $3x^\circ$ 、 $2x^\circ$ ，

∵ 三角形的外角和为 360° ，

$$\therefore 4x + 3x + 2x = 360$$

解得： $x = 40$ ，

∴ 三个外角分别为： $4x^\circ = 160^\circ$ ， $3x^\circ = 120^\circ$ ， $2x^\circ = 80^\circ$ ，

∵ 每个外角与其对应的内角互补，

∴ 对应 160° 外角的内角为： $180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$

对应 120° 外角的内角： $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ ，

对应 80° 外角的内角： $180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ ，

∴ 三个内角为 20° 、 60° 、 100° ，和为 180° ，

∴ 三角形为钝角三角形．

故答案为：钝角．

12. 若等腰三角形的两边长分别是 4 和 9，则周长为_____．

【答案】22

【解析】

【分析】因为已知等腰三角形的两边长，没明确是底边还是腰，所以分两种情况讨论：①当 4 为底时，②当 9 为底时，根据三角形三边之间的关系判断能否组成三角形，再求出周长．本题主要考查了等腰三角形

的性质及三角形三边之间的关系，分类讨论是解题的关键.

【详解】解：若等腰三角形的两边长分别为 4 和 9，分两种情况：

①当 4 为底时，其它两边都为 9，而 $4+9>9$ ，可以构成三角形，周长为 $4+9+9=22$ ；

②当 9 为底时，其它两边都为 4， $4+4=8<9$ ，所以不能构成三角形，故舍去.

所以等腰三角形的两边长分别为 4 和 9，其周长为 22.

故答案为：22

13. 如果等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角为 30° ，则该三角形的顶角的度数为_____.

【答案】 60° 或 120°

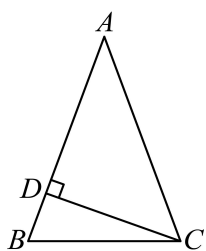
【解析】

【分析】 本题主要考查了等腰三角形的性质，三角形外角的性质，三角形内角和定理，解题的关键是根据题意画出图形，并注意分类讨论.

要注意分类讨论，等腰三角形可能是锐角三角形也可能是钝角三角形，然后根据三角形的内角和以及三角形的外角的性质即可求解.

【详解】解：若三角形为锐角三角形时，如图，

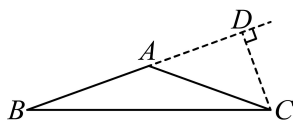
$AB=AC$ ， $\angle ACD=30^\circ$ ， CD 为高，即 $\angle ADC=90^\circ$ ，



此时 $\angle A + \angle ACD + \angle ADC = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle A = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ，

若三角形为钝角三角形时，如图， $AB=AC$ ， $\angle ACD=30^\circ$ ， CD 为高，即 $\angle ADC=90^\circ$ ，

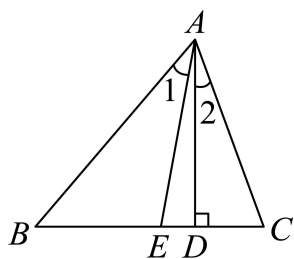


此时 $\angle BAC = \angle D + \angle ACD = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$ ，

综上，等腰三角形的顶角的度数为 60° 或 120° .

故答案为： 60° 或 120° .

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 于点 D ， AE 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 E . 若 $\angle 1 = 30^\circ$ ， $\angle 2 = 20^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数为_____.



【答案】 50 度## 50°

【解析】

【分析】本题主要考查了三角形内角和定理，角平分线的定义. 根据角平分线的定义可得 $\angle CAE = \angle 1 = 30^{\circ}$ ，从而得到 $\angle DAE = 10^{\circ}$ ，进而得到 $\angle BAD = 40^{\circ}$ ，然后根据三角形内角和定理，即可求解.

【详解】解：因为 AE 平分 $\angle BAC$ ， $\angle 1 = 30^{\circ}$ ，
所以 $\angle CAE = \angle 1 = 30^{\circ}$.

又因为 $\angle 2 = 20^{\circ}$ ，

所以 $\angle DAE = \angle CAE - \angle 2 = 10^{\circ}$ ，

所以 $\angle BAD = \angle 1 + \angle DAE = 40^{\circ}$.

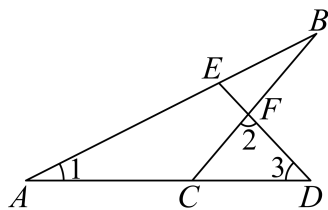
因为 $AD \perp BC$ ，

所以 $\angle ADB = 90^{\circ}$ ，

所以 $\angle B = 180^{\circ} - \angle BAD - \angle ADB = 50^{\circ}$.

故答案为： 50°

15. 如图，已知 $\angle 1 = 27^{\circ}$ ， $\angle 2 = 83^{\circ}$ ， $\angle 3 = 47^{\circ}$ ，则 $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】 23°

【解析】

【分析】本题考查的是三角形的内角和定理的应用，三角形的外角的性质，先求解 $\angle BEF = 27^{\circ} + 47^{\circ} = 74^{\circ}$ ，结合 $\angle BFE = \angle 2 = 83^{\circ}$ ，进一步的利用三角形的内角和定理可得答案.

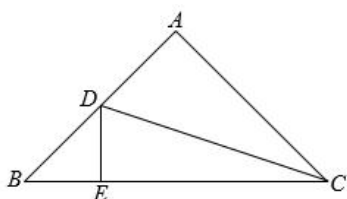
【详解】解： $\because \angle 1 = 27^{\circ}$ ， $\angle 3 = 47^{\circ}$ ， $\angle BEF = \angle 1 + \angle 3$ ，
 $\therefore \angle BEF = 27^{\circ} + 47^{\circ} = 74^{\circ}$ ，

$\because \angle BFE = \angle 2 = 83^{\circ}$ ， $\angle B + \angle BFE + \angle BEF = 180^{\circ}$ ，

$$\therefore \angle B = 180^\circ - 74^\circ - 83^\circ = 23^\circ.$$

故答案为： 23°

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ， CD 平分 $\angle ACB$ ， $DE \perp BC$ 于 E ， 若 $BC = 15\text{cm}$ ， 则 $\triangle DEB$ 的周长为_____.



【答案】 15cm

【解析】

【分析】 先根据 AAS 判定 $\triangle ACD \cong \triangle ECD$ 得出 $AC = EC$ ， $AD = ED$ ， 再将其代入 $\triangle DEB$ 的周长中， 通过边长之间的转换得到： 周长 $= BD + DE + EB = BD + AD + EB = AB + BE = AC + BE = CE + EB = BC$ ， 所以为 15cm .

【详解】 解： $\because CD$ 平分 $\angle ACB$

$$\therefore \angle ACD = \angle ECD$$

$$\because DE \perp BC \text{ 于 } E$$

$$\therefore \angle DEC = \angle A = 90^\circ$$

$$\because CD = CD$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ECD$$

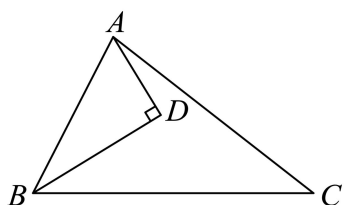
$$\therefore AC = EC, AD = ED$$

$$\because AB = AC$$

$$\therefore \triangle DEB \text{ 的周长为: } DE + BE + BD = AD + BD + BE = AB + BE = AC + BE = EC + BE = BC = 15\text{cm}.$$

【点睛】 本题考查三角形全等的判定方法， 判定两个三角形全等的一般方法有： SSS 、 SAS 、 ASA 、 AAS 、 HL .

17. 如图， 在 $\triangle ABC$ 中， 已知 BD 是 $\angle ABC$ 的角平分线， 点 D 是 $\triangle ABC$ 内一点， 且 $AD \perp BD$ ， $\angle DAC = 20^\circ$ ， $\angle C = 38^\circ$ ， 那么 $\angle BAD =$ _____°.

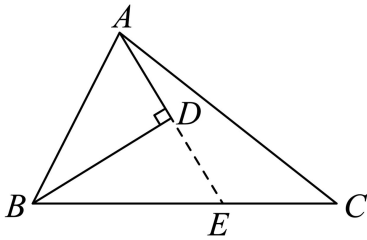


【答案】 58

【解析】

【分析】 本题考查三角形外角性质，等角的余角相等，解题的关键是掌握外角的性质.

【详解】 解：延长 AD 交 BC 于点 E ，



$\because BD$ 是 $\angle ABC$ 的角平分线，

$\therefore \angle ABD = \angle EBD$ ，

$\because AD \perp BD$ ，

$\therefore \angle BAD = \angle BED = \angle DAC + \angle C = 20^\circ + 38^\circ = 58^\circ$ ，

故答案为：58.

18. 若一个等腰三角形可以被一条直线分成两个等腰三角形，那么我们称这个三角形为“完美三角形”，则完美三角形的顶角度数为_____.

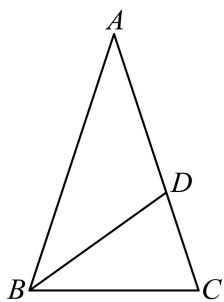
【答案】 36° 或 $\left(\frac{180}{7}\right)^\circ$ 或 108° 或 90°

【解析】

【分析】 此题考查了等腰三角形的判定和性质、三角形内角和定理和三角形外角的性质等知识，分类讨论是解题的关键. 分两种情况画出图形，①当 $BC = BD = AD$ ， $AB = AC$ 时，设 $\angle A = a$ ，得 $\angle C = \angle CDB = 2a$. $\angle ABC = \angle C = 2a$. 由 $\angle A + \angle ABC + \angle C = 180^\circ$ ，则 $a + 2a + 2a = 180^\circ$ ，即可得到 $a = 36^\circ$ ；②当 $AD = BD$ ， $BC = DC$ ， $AB = AC$ 时，设 $\angle A = a$. 得 $\angle ABC = \angle C = 3a$. 则 $\angle A + \angle ABC + \angle C = 180^\circ$ ，则 $a + 3a + 3a = 180^\circ$ ，得 $a = \left(\frac{180}{7}\right)^\circ$. ③当 $AD = BD$ ， $AC = DC$ ， $AB = AC$ 时. 得到 $\angle BAC = \angle BAD + \angle DAC = 3\angle B$. 由 $\angle B = \angle C$ 得到 $\angle B + 3\angle B + \angle B = 180^\circ$ ，则 $\angle B = 36^\circ$ ，即可得到 $\angle BAC = 3\angle B = 108^\circ$ ；④当 $AD = BD$ ， $AD = DC$ ， $AB = AC$ 时. 先证明 $\angle B = \angle BAD = \angle DAC = \angle C$ ，得出 $\angle B + \angle BAD + \angle DAC + \angle C = 180^\circ$ ，求出 $\angle B = \angle BAD = \angle DAC = \angle C = 45^\circ$ ，最后求出结果即可.

【详解】 解：分四种情况讨论：

①如图 (1)，



图(1)

当 $BC = BD = AD$, $AB = AC$ 时, 设 $\angle A = a$.

$$\because BD = AD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle A = a,$$

$$\therefore \angle CDB = \angle ABD + \angle A = 2a.$$

$$\because BC = BD,$$

$$\therefore \angle C = \angle CDB = 2a.$$

$$\because AB = AC,$$

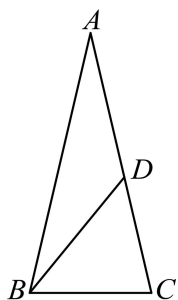
$$\therefore \angle ABC = \angle C = 2a.$$

$$\because \angle A + \angle ABC + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore a + 2a + 2a = 180^\circ,$$

解得 $a = 36^\circ$.

②如图 (2),



图(2)

当 $AD = BD$, $BC = DC$, $AB = AC$ 时, 设 $\angle A = a$.

$$\because AD = BD,$$

$$\therefore \angle A = \angle ABD = a.$$

$$\therefore \angle BDC = \angle A + \angle ABD = 2a.$$

$$\because BC = DC,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle BDC = 2a,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ABD + \angle CBD = 3\alpha .$$

$$\because AB = AC ,$$

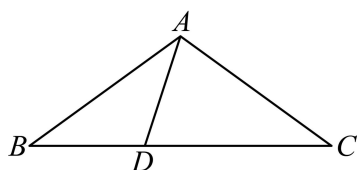
$$\therefore \angle ABC = \angle C = 3\alpha .$$

$$\because \angle A + \angle ABC + \angle C = 180^\circ ,$$

$$\therefore \alpha + 3\alpha + 3\alpha = 180^\circ ,$$

$$\text{解得: } \alpha = \left(\frac{180}{7} \right)^\circ .$$

③如图 (3),



图(3)

当 $AD = BD$, $AC = DC$, $AB = AC$ 时.

$$\because AD = BD ,$$

$$\therefore \angle B = \angle BAD .$$

$$\therefore \angle ADC = \angle B + \angle BAD = 2\angle B .$$

$$\because AC = DC ,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle CAD = 2\angle B ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BAD + \angle DAC = 3\angle B .$$

$$\because AB = AC ,$$

$$\therefore \angle B = \angle C .$$

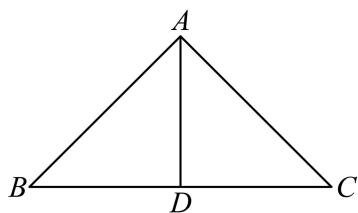
$$\because \angle B + \angle BAC + \angle C = 180^\circ ,$$

$$\therefore \angle B + 3\angle B + \angle B = 180^\circ ,$$

$$\therefore \angle B = 36^\circ ,$$

$$\therefore \angle BAC = 3\angle B = 108^\circ ;$$

④如图 (4)



图(4)

当 $AD = BD$, $AD = DC$, $AB = AC$ 时.

$$\begin{aligned}
&\because AD = BD, \\
&\therefore \angle B = \angle BAD, \\
&\because AD = DC, \\
&\therefore \angle DAC = \angle ACD, \\
&\therefore AB = AC, \\
&\therefore \angle B = \angle C, \\
&\therefore \angle B = \angle BAD = \angle DAC = \angle C, \\
&\because \angle B + \angle BAD + \angle DAC + \angle C = 180^\circ, \\
&\therefore \angle B = \angle BAD = \angle DAC = \angle C = 45^\circ, \\
&\therefore \angle BAC = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ;
\end{aligned}$$

则完美三角形的顶角度数为 36° 或 $\left(\frac{180}{7}\right)^\circ$ 或 108° 或 90° .

故答案为: 36° 或 $\left(\frac{180}{7}\right)^\circ$ 或 108° 或 90°

三、解答题 (第 19 题 4 分, 第 20~21 题每题 9 分, 第 22~23 题每题 9 分, 第 24 题 12 分)

19. 解不等式组:
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + 1 > \frac{x+1}{2} \\ x > 3m \end{cases}.$$

(1) 当 $m = -1$ 时, 求出此时不等式组的解集并表示在数轴上;

(2) 要使此不等式组无解, 则 m 的取值范围是_____.

【答案】 (1) $-3 < x < 3$, 见解析;

(2) $m \geq 1$.

【解析】

【分析】 本题考查的是一元一次不等式组的解法, 不等式组无解问题;

(1) 当 $m = -1$ 时, 可得
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + 1 > \frac{x+1}{2} \text{ ①} \\ x > -3 \text{ ②} \end{cases},$$
 再解不等式组即可;

(2) 由 ① 得: $x < 3$, 由 ② 得: $x > 3m$, 结合不等式组无解可得 $3m \geq 3$, 进一步可得答案.

【小问 1 详解】

解: 当 $m = -1$ 时,

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + 1 > \frac{x+1}{2} \text{ ①}, \\ x > -3 \text{ ②} \end{cases}$$

解①得： $x < 3$ ，

在数轴上表示两个不等式的解集如下：



$\therefore$ 不等式组的解集 $-3 < x < 3$ ；

【小问2详解】

解①得： $x < 3$ ，

解②得： $x > 3m$ ，

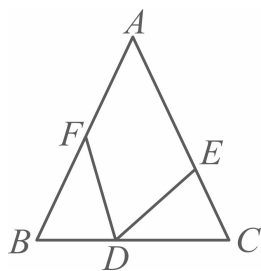
要使此不等式组无解，

$$\therefore 3m \geq 3,$$

$$\therefore m \geq 1;$$

$\therefore m$ 的取值范围是 $m \geq 1$.

20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB = AC$, 点 D 、 E 、 F 分别在边 BC 、 AC 、 AB 上, 且 $BD = CE$, $BF = CD$, 请说明 $\angle FDE$ 与 $\angle B$ 相等的理由.



【答案】见解析.

【解析】

【分析】由“SAS”可证 $\triangle BDF \cong \triangle CDE$ ，由全等三角形的性质可得 $\angle BFD = \angle CDE$ ，由三角形外角的性质可得 $\angle FDE = \angle B$.

本题考查了等腰三角形的性质，全等三角形的判定和性质，外角的性质，熟练运用全等三角形的判定和性质是本题的关键.

【详解】 $\because AB = AC$ ，

$\therefore \angle B = \angle C$ （等角对等边），

在 $\triangle BDF$ 和 $\triangle CED$ 中,

$$\begin{cases} BF = CD \\ \angle B = \angle C, \\ BD = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BDF \cong \triangle CED (\text{SAS}),$$

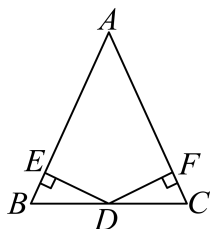
$$\therefore \angle BFD = \angle CDE \quad (\text{全等三角形对应角相等}),$$

$$\therefore \angle CDF = \angle BFD + \angle B \quad (\text{三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角之和}),$$

$$\text{即 } \angle CDE + \angle FDE = \angle BFD + \angle B,$$

$$\therefore \angle FDE = \angle B.$$

21. 求证:等腰三角形底边上的中点到两腰的距离相等.



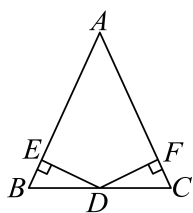
【答案】见解析

【解析】

【分析】首先根据题意画出图形,再结合图形写出已知及求证的内容,然后利用已学知识进行证明.

【详解】已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 是 BC 边的中点, $DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp AC$ 于点 F .

求证: $DE=DF$.



证明: $\because AB=AC$,

$$\therefore \angle B = \angle C.$$

∵ 点 D 是 BC 边的中点,

∴ DB=DC.

又 ∵ DE ⊥ AB, DF ⊥ AC,

∴ ∠BED=∠CFD=90°,

在 Rt△DEB 与 Rt△DFC 中,

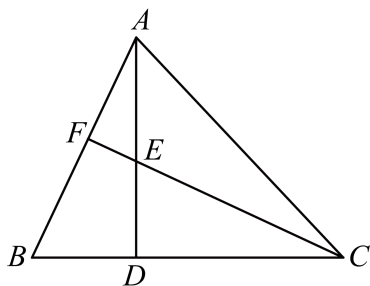
$$\begin{cases} \angle BED = \angle CFD = 90^\circ \\ \angle B = \angle C \\ BD = CD \end{cases},$$

∴ Rt△DEB ≅ Rt△DFC (AAS),

∴ DE=DF.

【点睛】考查命题的证明步骤, 等腰三角形的性质及全等三角形的性质与判定. 根据命题画出图形是解题的关键.

22. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于点 D , $CF \perp AB$ 于点 F , AD 与 CF 相交于点 E , 且 $CE = AB$, 请说明 $BC = BD + AD$ 的理由.



【答案】见解析.

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质, 解题的关键是通过角度之间的关系找到全等三角形的对应角, 再结合已知边相等的条件证明三角形全等, 进而得出边的等量关系.

先根据垂直条件得出多个直角, 利用同角的余角相等推出两组角相等; 结合已知 $CE = AB$, 证明 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CED$ 全等; 由全等三角形的性质得到 $AD = CD$ 和 $BD = DE$; 最后通过线段的和差关系说明

$$BC = BD + AD.$$

【详解】 $\because AD \perp BC, CF \perp AB$

$$\therefore \angle ADB = \angle CDE = 90^\circ, \angle AFE = \angle BFC = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle AEF = \angle CED \text{ (对顶角相等),}$$

$$\therefore \angle EAF = \angle ECD \text{ (同角的余角相等).}$$

$$\text{在 } \triangle ABD \text{ 和 } \triangle CED \text{ 中, } \begin{cases} \angle ADB = \angle CDE \\ \angle BAD = \angle ECD \\ AB = CE \end{cases}$$

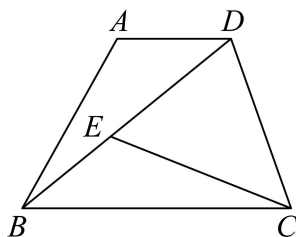
$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CED \text{ (AAS).}$$

$$\therefore AD = CD, BD = DE.$$

$$\therefore BC = BD + DC, \text{ 且 } DC = AD,$$

$$\therefore BC = BD + AD.$$

23. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 为对角线 BD 上一点, $\angle A = \angle BEC$, 且 $AD = BE$.



(1) 求证: $\triangle ABD \cong \triangle ECB$;

(2) 如果 $\angle BDC = 75^\circ$, 求 $\angle ADB$ 的度数.

【答案】(1) 见解析 (2) $\angle ADB = 30^\circ$

【解析】

【分析】(1) 由平行线性质可得 $\angle ADB = \angle CBE$, 再由 ASA 可证 $\triangle ABD \cong \triangle ECB$;

(2) 由全等三角形的性质可得 $BD = BC$, 由等腰三角形的性质可求出 $\angle DBC = 30^\circ$, 再由两直线平行内错角相等即可求解.

【小问 1 详解】

证明: $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle ADB = \angle CBE,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ECB$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle BEC \\ AD = BE \\ \angle ADB = \angle CBE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ECB$ (ASA);

【小问 2 详解】

$\because \triangle ABD \cong \triangle ECB$,

$\therefore BD = BC$,

$\therefore \angle BDC = \angle BCD = 75^\circ$,

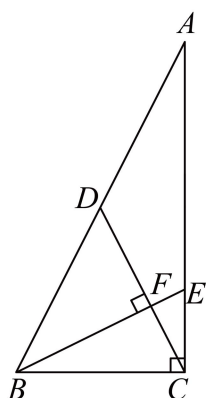
$\therefore \angle DBC = 180^\circ - \angle BDC - \angle BCD = 30^\circ$,

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle ADB = \angle DBC = 30^\circ$.

【点睛】 本题考查了全等三角形的判定和性质，平行线的性质，三角形内角和，熟练掌握两直线平行内错角相等是解答本题的关键.

24. 如图，已知 $\triangle ABC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， D 是 AB 上一点， $AD = BD = CD$ ，过 B 作 $BE \perp CD$ ，交 CD 于点 F .



(1) 求证: $\angle A = \angle EBC$;

(2) 如果 $AC = 2BC$ ，猜想 BE 与 CD 的数量关系，并证明你的猜想.

【答案】 (1) 见解析 (2) $CD = BE$ ，见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了全等三角形的判定与性质，等腰三角形的性质.

(1) 证得 $\angle EBC = \angle ACD$ ， $\angle A = \angle ACD$ ，则结论可得出；

(2) 过点 D 作 $DG \perp AC$ 于点 G ，根据 ASA 证明 $\triangle DCG \cong \triangle EBC$ ，可得出结论.

【小问 1 详解】

证明 $\because BE \perp CD$,

$$\therefore \angle BFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EBC + \angle BCF = 180^\circ - \angle BFC = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle ACB = \angle BCF + \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EBC = \angle ACD.$$

$$\therefore AD = CD,$$

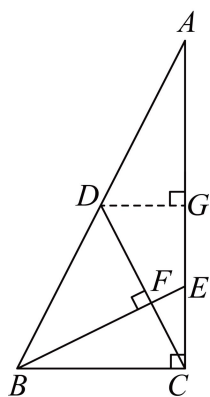
$$\therefore \angle A = \angle ACD,$$

$$\therefore \angle A = \angle EBC.$$

【小问2详解】

解 猜想 $CD = BE$. 证明如下:

如图, 过点 D 作 $DG \perp AC$ 于点 G ,



$$\therefore DA = DC, DG \perp AC,$$

$$\therefore AG = CG = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore AC = 2CG,$$

$$\therefore AC = 2BC,$$

$$\therefore CG = BC,$$

$$\therefore \angle DGC = 90^\circ, \angle ECB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DGC = \angle ECB = 90^\circ,$$

在 $\triangle DGC$ 和 $\triangle ECB$ 中,

$$\begin{cases} \angle DGC = \angle ECB, \\ CG = BC, \\ \angle DCG = \angle EBC, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DGC \cong \triangle ECB (\text{ASA}),$$

$$\therefore CD = BE .$$