

## 2024 学年第二学期初一数学随堂作业二

### 一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 共 18 分)

1. 若  $x > y$ , 则下列式子中正确的是 ( )

- A.  $3x < 3y$                       B.  $-x < -y$                       C.  $x + \frac{2}{3} < y + \frac{2}{3}$                       D.  $x^2 > y^2$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了不等式的性质: 不等式的两边都加或减同一个整式, 不等号的方向不变, 不等式的两边都乘或除以同一个正数, 不等号的方向不变, 不等式的两边都乘或除以同一个负数, 不等号的方向改变. 根据不等式的基本性质逐项进行判断即可

【详解】解: A、 $\because x > y$ ,

$\therefore 3x > 3y$ , 故该选项不符合题意;

B、 $\because x > y$ ,

$\therefore -x < -y$ , 故该选项符合题意;

C、 $\because x > y$ ,

$\therefore x + \frac{2}{3} > y + \frac{2}{3}$ , 故该选项不符合题意;

D、 $\because x > y$ ,

$\therefore$  只有当  $x > y > 0$  时,  $x^2 > y^2$ , 故该选项不符合题意;

故选: B.

2. 如果一个三角形的三边长分别为 3 和 7, 则第三边长可能是 ( )

- A. 3                      B. 4                      C. 7                      D. 11

【答案】C

【解析】

【分析】根据三角形三边关系, 两边之和大于第三边, 两边之差小于第三边即可判断.

【详解】解: 设第三边为  $x$ ,

$\therefore 7 - 3 < x < 7 + 3$ ,

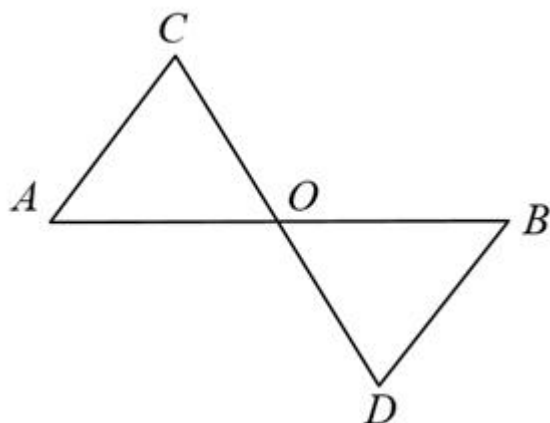
即  $4 < x < 10$ ,

$\therefore$  符合条件的整数为 7,

故选: C.

【点睛】本题考查三角形三边关系定理，记住两边之和大于第三边，两边之差小于第三边，属于基础题，中考常考题型.

3. 如图，已知  $AB$  与  $CD$  相交于点  $O$ ， $AO = BO$ ，从下列条件中补充一个条件，不一定能判定  $\triangle AOC \cong \triangle BOD$  的是 ( )



- A.  $\angle A = \angle B$       B.  $\angle C = \angle D$       C.  $AC = BD$       D.  $CO = DO$

【答案】C

【解析】

【分析】根据题目给出的条件结合全等三角形的判定定理分别分析即可.

【详解】A.  $\begin{cases} \angle A = \angle B \\ AO = CO \\ \angle AOC = \angle BOD \end{cases}$ ，则  $\triangle AOC \cong \triangle BOD$  (ASA)

B.  $\begin{cases} \angle C = \angle D \\ \angle AOC = \angle BOD \\ AO = BO \end{cases}$ ，则  $\triangle AOC \cong \triangle BOD$  (AAS)

C. 无法证明

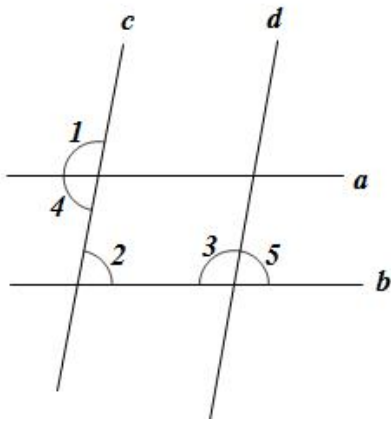
$$AO = BO$$

D.  $\begin{cases} \angle AOC = \angle BOD \\ CO = DO \end{cases}$ ， $\triangle AOC \cong \triangle BOD$  (SAS)

故选：C

【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定. 全等三角形的判定：1、(SSS) 三边对应相等的两个三角形全等；2、(SAS) 两边和它们的夹角对应相等的两个三角形全等；3、(ASA) 两角及其夹边分别相等的两个三角形全等；4、(AAS) 两角及其中一个角的对边对应相等的两个三角形全等.

4. 如图，已知  $\angle 2 = \angle 4$ ，下列条件中不能判断直线  $c \parallel d$  的是 ( ).



- A.  $\angle 1 = \angle 3$       B.  $\angle 4 = \angle 5$       C.  $\angle 1 + \angle 5 = 180^\circ$       D.  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

【答案】D

【解析】

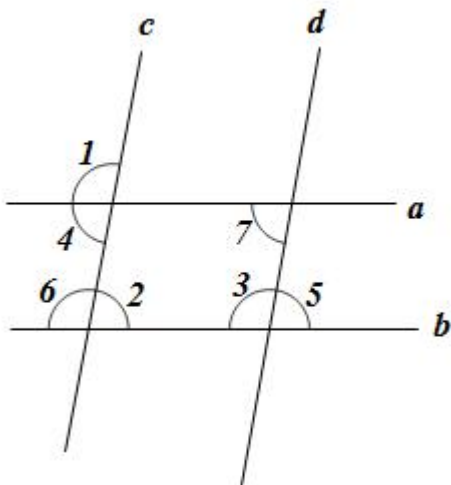
【分析】选项 A，通过同位角相等，可以判定  $c \parallel d$ ，不符合题意.

选项 B，通过内错角相等和同位角相等，可以判定  $c \parallel d$ ，不符合题意.

选项 C，通过同旁内角互补和同位角相等，可以判定  $c \parallel d$ ，不符合题意.

选项 D， $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，只能判定  $a \parallel b$ ，不能判定  $c \parallel d$ ，符合题意.

【详解】



$$\because \angle 2 = \angle 4,$$

$$\therefore a \parallel b \text{ (内错角相等, 两直线平行).}$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 6 \text{ (两直线平行, 同位角相等),}$$

$$\textcircled{1} \because \angle 1 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle 6 = \angle 3.$$

$$\therefore c \parallel d \text{ (同位角相等, 两直线平行)}$$

则 A 可以判断直线  $c \parallel d$ ，故 A 不符合题意；

②  $\because a \parallel b$

$\therefore \angle 4 = \angle 2$  (两直线平行，内错角相等)，

$\therefore \angle 4 = \angle 5$ ，

$\therefore \angle 2 = \angle 5$

$\therefore c \parallel d$  (同位角相等，两直线平行)

则 B 可以判断直线  $c \parallel d$ ，故 B 不符合题意；

③  $\because \angle 1 = \angle 6$ ， $\angle 1 + \angle 5 = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle 6 + \angle 5 = 180^\circ$

$\therefore \angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle 6 = \angle 3$

$\therefore c \parallel d$  (同位角相等，两直线平行)

则 C 可以判断直线  $c \parallel d$ ，故 C 不符合题意；

④  $\angle 1 = \angle 6$ ， $\angle 6 + \angle 2 = 180^\circ$ ，

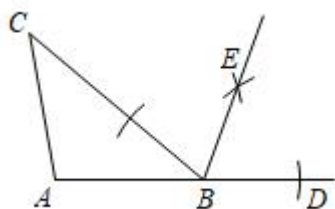
$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$  恒成立

则 D 不可以判断直线  $c \parallel d$ ，故 D 符合题意；

故选：D

【点睛】此题考查的知识点为：内错角、同位角、同旁内角、对顶角的概念和通过内错角、同位角、同旁内角判定平行；准确掌握判定性质是解答此题的关键。

5. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC$ ， $\angle A = 100^\circ$ ，点 D 在边 AB 的延长线上，根据图中尺规作图的痕迹，可知  $\angle DBE$  的度数为 ( )



A.  $60^\circ$

B.  $65^\circ$

C.  $70^\circ$

D.  $75^\circ$

【答案】C

【解析】

【分析】根据等边对等角先求解  $\angle ABC$ ，再求解  $\angle CBD$ ，结合尺规作图可得  $BE$  平分  $\angle CBD$ ，从而可得答案.

【详解】解：  $\because AB = AC, \angle A = 100^\circ$ ，  
 $\therefore \angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$ ，

由作图可得：  $\angle CBD = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ ，

由作图可得：  $BE$  是  $\angle CBD$  的角平分线，

$\therefore \angle DBE = \frac{1}{2} \times 140^\circ = 70^\circ$  .

故选 C

【点睛】 本题考查的是等腰三角形的性质，三角形内角和定理的应用，角平分线的作图，掌握“等腰三角形的等边对等角”是解本题的关键.

6. 下列说法中，正确的有 ( ) 个

- ①有一个外角为  $120^\circ$  的等腰三角形是等边三角形
- ②有两个外角相等的等腰三角形是等边三角形
- ③三个外角都相等的三角形是等边三角形
- ④有一边上的高也是这边上的中线的等腰三角形是等边三角形
- ⑤  $ABC$  的三边为  $a, b, c$ ，满足  $(a-b)(b-c)(c-a)=0$ ，则这个三角形是等边三角形

A. 1                                  B. 2                                  C. 3                                  D. 4

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了等边三角形的判定，等腰三角形的判定和性质，根据等边三角形的判定定理及等腰三角形的判定和性质逐项判断即可求解，掌握以上知识点是解题的关键.

【详解】解： ①因为有一个外角为  $120^\circ$ ，则与之相邻的内角为  $60^\circ$ ，故这个等腰三角形是等边三角形，该说法正确；

②因为等腰三角形底角的外角相等，所以有两个外角相等的等腰三角形不一定是等边三角形，该说法错误；

③因为三个外角都相等，则三个内角都相等，为  $60^\circ$ ，故这个三角形是等边三角形，该说法正确；

④因为等腰三角形底边上的高和底边上的中线重合，所以有一边上的高也是这边上的中线的等腰三角形不一定是等边三角形，该说法错误；

⑤  $ABC$  的三边为  $a, b, c$ ，满足  $(a-b)(b-c)(c-a)=0$ ，可得  $a-b=0$  或  $b-c=0$  或  $c-a=0$ ，得

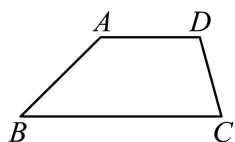
到  $a=b$  或  $b=c$  或  $a=c$ ，所以这个三角形是等腰三角形，该说法错误；

综上，正确的说法有 2 个，

故选：B.

## 二、填空题（本大题共 10 题，每题 3 分，共 30 分）

7. 如图， $\angle C + \angle D = 180^\circ$ ， $\angle A - \angle B = 90^\circ$ ，则  $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}$ .



【答案】  $45^\circ$  ## 45 度

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的判定与性质，先根据  $\angle C + \angle D = 180^\circ$  判定出  $AD \parallel BC$ ，再根据两直线平行，同旁内角互补得到  $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ，然后联立求解即可.

【详解】 解：  $\because \angle C + \angle D = 180^\circ$ ，

$\therefore AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ$ ，

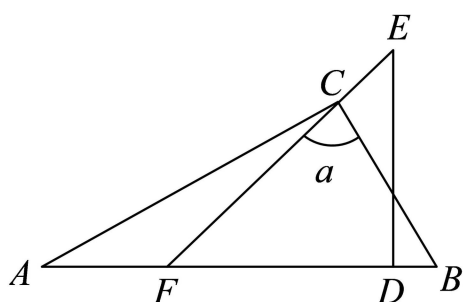
又  $\because \angle A - \angle B = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle A = 135^\circ$ ，  $\angle B = 45^\circ$ .

故答案为：  $45^\circ$ .

8. 如图，将一副三角板如图摆放（一块三角板的直角边与另一块三角板的斜边在同一直线上），那么

$\angle \alpha = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ .



【答案】 75

【解析】

【分析】 由题意知  $\angle EFB = 45^\circ$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，再利用三角形的内角和可得答案.

【详解】 解： 由题意知：  $\angle EFB = 45^\circ$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle FCB = 180^\circ - \angle EFB - \angle ABC = 75^\circ$

$$\therefore \angle a = 75^\circ,$$

故答案为：75.

【点睛】本题主要考查了三角形的内角和为 $180^\circ$ ，熟练掌握三角形的内角和性质是解题的关键，难度适中.

9. 若不等式组  $\begin{cases} 1+x > a \\ 2x-4 \leq 0 \end{cases}$  无解，则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

【答案】  $a \geq 3$

【解析】

【分析】先求得两个不等式的解集，再根据不等式解集的四种情况可知，大大小小解不了，判断  $a-1$  与 2 的大小.

$$\text{【详解】} \begin{cases} 1+x > a \text{①} \\ 2x-4 \leq 0 \text{②} \end{cases}$$

解不等式①得：  $x > a-1$ ,

解不等式②得：  $x \leq 2$ ,

$$\therefore \text{不等式组} \begin{cases} 1+x > a \\ 2x-4 \leq 0 \end{cases} \text{无解,}$$

$$\therefore a-1 \geq 2,$$

$$\therefore a \geq 3.$$

故答案是：  $a \geq 3$ .

【点睛】考查的是已知不等式组的解集，求不等式的公共解，要遵循以下原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了.

10. 把一些书分给若干同学，若每人分10本，则余8本；若每人分13本，则不够. 则至少有\_\_\_\_\_名同学.

【答案】 3

【解析】

【分析】本题考查一元一次不等式的运用，解题的关键是设有  $x$  名学生，根据题意，则  $10x+8 < 13x$ ，解出  $x$ ，即可.

【详解】解：设有  $x$  名学生，

$$\therefore 10x+8 < 13x,$$

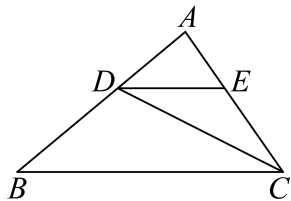
$$\text{解得: } x > \frac{8}{3},$$

$\therefore x$  为整数,

∴至少有3名同学.

故答案为: 3.

11. 如图, 已知  $\triangle ABC$ ,  $\angle ACB$  的平分线  $CD$  交  $AB$  于点  $D$ ,  $DE \parallel BC$  交  $AC$  于点  $E$ , 如果  $EC = 2AE$ ,  $AC = 6$ , 则  $DE =$  \_\_\_\_\_.



【答案】 4

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质, 角平分线的性质, 等腰三角形的性质等知识, 由  $EC = 2AE$ ,  $AC = 6$ , 得到  $EC = \frac{2}{3}AC = 4$ , 由平行线的性质得到  $\angle EDC = \angle BCD$ , 由角平分线的性质得到  $\angle ECD = \angle BCD$ , 所以  $\angle EDC = \angle ECD$ , 即可得出答案, 掌握相关知识是解题的关键.

【详解】 解:  $\because EC = 2AE$ ,  $AC = 6$ ,

$$\therefore EC = \frac{2}{3}AC = 4,$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle BCD,$$

$$\because CD \text{ 平分 } \angle BCA,$$

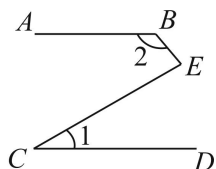
$$\therefore \angle ECD = \angle BCD,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle ECD,$$

$$\therefore DE = EC = 4,$$

故答案为: 4.

12. 如图, 如果  $AB \parallel CD$ ,  $\angle 1 = 30^\circ$ ,  $\angle 2 = 130^\circ$ , 那么  $\angle BEC =$  \_\_\_\_\_ 度.

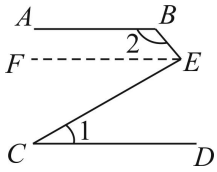


【答案】 80

【解析】

【分析】 过点  $E$  作  $EF \parallel AB$ , 利用平行线的性质分别求出  $\angle BEF, \angle FEC$  的度数, 然后利用  $\angle BEC = \angle BEF + \angle FEC$  即可求解.

【详解】如图，过点E作 $EF \parallel AB$



$$\because EF \parallel AB, \angle 2 = 130^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ.$$

$$\because EF \parallel AB, AB \parallel CD,$$

$$\therefore EF \parallel CD.$$

$$\because \angle 1 = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle FEC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BEC = \angle BEF + \angle FEC = 50^\circ + 30^\circ = 80^\circ.$$

故答案为：80.

【点睛】本题主要考查平行线的性质，掌握平行线的性质是解题的关键.

13. 在等腰三角形 $ABC$ 中， $AB = 3\text{cm}$ ， $BC = 7\text{cm}$ ，那么 $AC = \underline{\quad\quad}\text{cm}$ .

【答案】7

【解析】

【分析】本题考查了等腰三角形的性质，三角形的三边关系等知识，根据等腰三角形的性质，三角形的三边关系分情况讨论即可得出答案，掌握相关知识是解题的关键.

【详解】解：当 $AB = AC = 3\text{cm}$ 时，

$$\because 3 + 3 = 6 < 7,$$

$\therefore$ 不能组成三角形，

当 $BC = AC = 7\text{cm}$ 时，

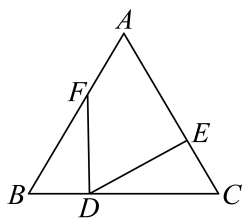
$$\because 3 + 7 = 10 > 7,$$

$\therefore$ 能组成三角形，

综上所述， $AC = 7\text{cm}$ ，

故答案为：7.

14. 如图，在 $ABC$ 中， $AB = AC$ ， $BD = CE$ ， $CD = BF$ ，若 $\angle A = 50^\circ$ ，则 $\angle EDF = \underline{\quad\quad}$ 度.



【答案】 65

【解析】

【分析】 本题主要考查了全等三角形的判定与性质，先利用 SAS 判定  $\triangle BED \cong \triangle CDF$ ，从而得出对应角相等，再利用角与角之间的关系从而求得所求的角为  $50^\circ$ ，解题的关键是熟练掌握全等三角形的判定方法.

【详解】 解：在  $\triangle ABC$  中，  $AB = AC, \angle A = 50^\circ$ ，

$$\therefore \angle B = \angle C = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 65^\circ,$$

在  $\triangle BDF$  和  $\triangle CED$  中，

$$\begin{cases} BD = CE \\ \angle B = \angle C, \\ BF = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BDF \cong \triangle CED (SAS),$$

$$\therefore \angle CDE = \angle BFD,$$

$$\because \angle BDF + \angle BFD + \angle B = 180^\circ, \angle BDF + \angle EDF + \angle CDE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EDF = \angle B = 65^\circ,$$

故答案为： 65.

15. 如果等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角为  $30^\circ$ ，则该三角形的顶角的度数为\_\_\_\_\_.

【答案】  $60^\circ$  或  $120^\circ$

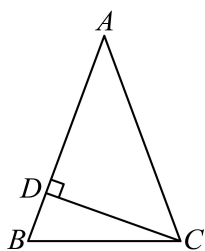
【解析】

【分析】 本题主要考查了等腰三角形的性质，三角形外角的性质，三角形内角和定理，解题的关键是根据题意画出图形，并注意分类讨论.

要注意分类讨论，等腰三角形可能是锐角三角形也可能是钝角三角形，然后根据三角形的内角和以及三角形的外角的性质即可求解.

【详解】 解：若三角形为锐角三角形时，如图，

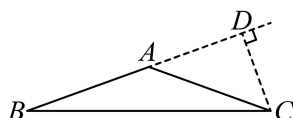
$$AB = AC, \angle ACD = 30^\circ, CD \text{ 为高, 即 } \angle ADC = 90^\circ,$$



此时  $\angle A + \angle ACD + \angle ADC = 180^\circ$ ,

$$\therefore \angle A = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

若三角形为钝角三角形时, 如图,  $AB = AC$ ,  $\angle ACD = 30^\circ$ ,  $CD$  为高, 即  $\angle ADC = 90^\circ$ ,

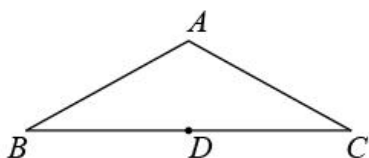


此时  $\angle BAC = \angle D + \angle ACD = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$ ,

综上, 等腰三角形的顶角的度数为  $60^\circ$  或  $120^\circ$ .

故答案为:  $60^\circ$  或  $120^\circ$ .

16. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $D$  为  $BC$  的中点, 如图所示,  $E$  为  $AB$  上一点, 将  $\triangle BDE$  沿着直线  $DE$  翻折, 点  $B$  的对应点  $B'$  落在  $BA$  的延长线上, 分别联结  $B'C$ 、 $B'D$ ,  $B'D$  与  $AC$  交于点  $F$ . 如果  $\angle B = 20^\circ$ , 那么  $\angle B'CF : \angle B'FC : \angle CB'F =$  \_\_\_\_\_ (结果用用整数比比表示)



【答案】 5:6:7

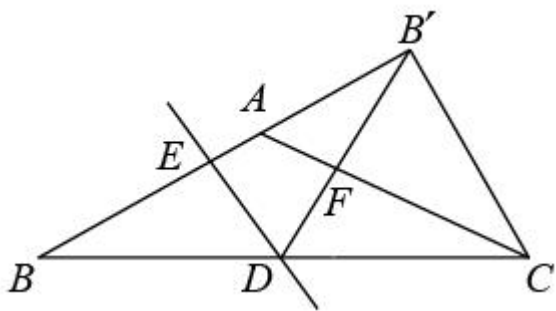
【解析】

【分析】根据点  $B$  沿  $DE$  折叠, 对应点  $B$  落在  $BA$  延长线上, 得出  $DE$  垂直平分  $BB'$  可求  $\angle DB'B = \angle B = 20^\circ$ ,

可证  $CD = BD = DB'$ , 求出  $\angle DCB' = \angle CB'F = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$ , 利用角的和差

$\angle B'CF = \angle DCB' - \angle ACB = 50^\circ$ , 利用三角形内角和  $\angle B'FC = 180^\circ - 50^\circ - 70^\circ = 60^\circ$  即可.

【详解】解:  $\because$  点  $B$  沿  $DE$  折叠, 对应点  $B$  落在  $BA$  延长线上,



$\therefore DE$  垂直平分  $BB'$ ,

$\therefore DB = DB'$  (垂直平分线性质).

$\therefore \angle DB'B = \angle B = 20^\circ$ ,

$\therefore \angle B'DC = \angle B + \angle DB'B = 40^\circ$  (外角性质),

又  $\because D$  为  $BC$  的中点,

$\therefore CD = BD = DB'$ ,

$\therefore \angle DCB' = \angle CB'F = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$ ,

$\because AB = AC$ ,

$\therefore \angle ACB = \angle B = 70^\circ$ ,

$\therefore \angle B'CF = \angle DCB' - \angle ACB = 50^\circ$ ,

$\therefore \angle B'FC = 180^\circ - 50^\circ - 70^\circ = 60^\circ$  (三角形内角和  $180^\circ$ ),

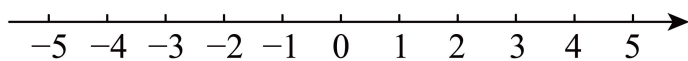
$\therefore \angle B'CF : \angle B'FC : \angle CB'F = 5 : 6 : 7$ .

故答案为: 5:6:7.

**【点睛】** 本题考查折叠性质, 线段垂直平分线性质, 等腰三角形性质, 三角形外角性质, 三角形内角和, 掌握折叠性质, 线段垂直平分线性质, 等腰三角形性质, 三角形外角性质, 三角形内角和是解题关键.

### 三、简答题 (第 17 题 8 分, 第 18、19 题, 每题 10 分, 共 28 分)

17. 解不等式组  $\begin{cases} 3(1-x) \geq 2-5x \\ \frac{x+2}{3} > 2x-1 \end{cases}$ , 并把它的解集表示在数轴上.



**【答案】**  $-\frac{1}{2} \leq x < 1$ , 数轴见解析

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次不等式组的解法，熟练掌握解法是关键.

先求出两个不等式的解集，再求出公共解，然后在数轴表示即可.

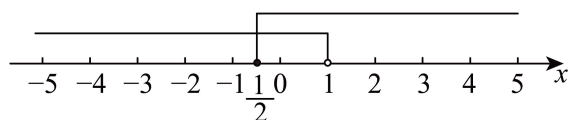
【详解】 解: 
$$\begin{cases} 3(1-x) \geq 2-5x \textcircled{1} \\ \frac{x+2}{3} > 2x-1 \textcircled{2} \end{cases},$$

由①解得  $x \geq -\frac{1}{2}$ ,

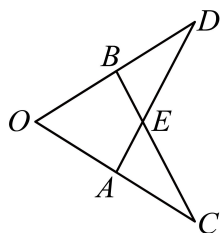
由②解得  $x < 1$ ,

故原不等式组的解集为:  $-\frac{1}{2} \leq x < 1$ .

在数轴表示如下:



18. 如图，直线  $AD$  与  $BC$  相交于点  $E$ ， $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ ，已知  $OA=OB$ ， $BD=5$ ， $\angle C=\angle D$ ，求  $AC$  的长.



【答案】  $AC$  的长是5.

【解析】

【分析】 此题考查了全等三角形的判定与性质，由  $\angle C=\angle D$ ， $\angle O=\angle O$ ， $OB=OA$ ，证明  $\triangle OBC \cong \triangle OAD$ ，得  $OC=OD$ ，由  $OC-OA=OD-OB$ ，得  $AC=BD=5$ ，适当选择全等三角形的判定定理证明  $\triangle OBC \cong \triangle OAD$  是解题的关键.

【详解】 解: 在  $\triangle OBC$  和  $\triangle OAD$  中,

$$\begin{cases} \angle C = \angle D \\ \angle O = \angle O, \\ OB = OA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OBC \cong \triangle OAD (\text{AAS}),$$

$$\therefore OC = OD,$$

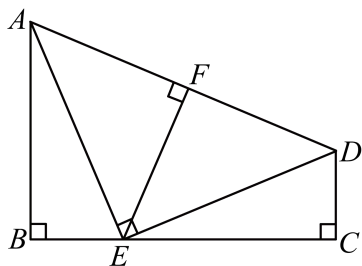
$$\because OA = OB, BD = 5,$$

$$\therefore OC - OA = OD - OB,$$

$$\therefore AC = BD = 5,$$

$\therefore AC$  的长是 5.

19. 如图, 已知  $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ,  $AE \perp ED$ ,  $AB = EC$ , 点  $F$  是  $AD$  的中点, 求证:  $EF \perp AD$ .



【答案】见解析

【解析】

【分析】此题重点考查同角的余角相等、全等三角形的判定与性质、等腰三角形的“三线合一”等知识, 证明  $\triangle BAE \cong \triangle CED$  是解题的关键.

由  $AE \perp ED$ , 得  $\angle AED = 90^\circ$ , 而  $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ,  $AB = EC$ , 由  $\angle BAE + \angle AEB = 90^\circ$ ,  $\angle CED + \angle AEB = 90^\circ$ , 推导出  $\angle BAE = \angle CED$ , 可根据 ASA 证明  $\triangle BAE \cong \triangle CED$ , 则  $AE = ED$ , 即可由点  $F$  是  $AD$  的中点, 根据等腰三角形的“三线合一”证明  $EF \perp AD$ .

【详解】证明:  $\because AE \perp ED$ ,

$$\therefore \angle AED = 90^\circ,$$

$$\because \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle AEB = 90^\circ, \quad \angle CED + \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CED,$$

在  $\triangle BAE$  和  $\triangle CED$  中,

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle CED \\ AB = EC \\ \angle B = \angle C \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BAE \cong \triangle CED (\text{ASA}),$$

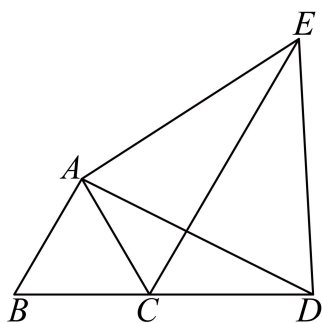
$$\therefore AE = ED,$$

$\because$  点  $F$  是  $AD$  的中点,

$$\therefore EF \perp AD.$$

#### 四、解答题 (本大题共 2 小题, 每题 12 分, 共 24 分)

20. 如图, 点  $B$ 、 $C$ 、 $D$  在同一直线上,  $\triangle ABC$  与  $\triangle ADE$  均为等边三角形.



(1) 说明  $AB \parallel CE$  的理由

(2) 若  $CD = \frac{1}{2}CE$ , 则  $ED$  与  $BD$  垂直吗? 请说明理由.

【答案】(1) 理由见解析;

(2)  $ED \perp BD$ , 理由见解析;

【解析】

【分析】此题考查了等边三角形的性质, 全等三角形的判定与性质, 平行线的判定等知识, 证明  $\triangle ABD \cong \triangle ACE$  是解题的关键.

(1) 由等边三角形的性质得  $AB = AC, AD = AE$ ,  $\angle B = \angle BAC = \angle DAE = 60^\circ$ , 则  $\angle BAD = \angle CAE = 60^\circ + \angle CAD$ , 即可证明  $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ , 则  $\angle ABD = \angle ACE = 60^\circ$ , 所以  $\angle BAC = \angle ACE$ , 则  $AB \parallel CE$ ;

(2) 由全等三角形的性质得  $BD = CE$ , 则  $CD = \frac{1}{2}CE = \frac{1}{2}BD$ , 所以  $AC = BC = CD$ , 则  $\angle CAD = \angle ADB$ , 由  $\angle ACB = 2\angle ADB = 60^\circ$ , 求得  $\angle ADB = 30^\circ$ , 因为  $\angle ADE = 60^\circ$ , 所以  $\angle BDE = 90^\circ$ , 则  $ED \perp BD$ .

【小问 1 详解】

解:  $\because \triangle ABC$  与  $\triangle ADE$  均为等边三角形,

$\therefore AB = AC, AD = AE, \angle B = \angle BAC = \angle DAE = 60^\circ$ ,

$\therefore \angle BAD = \angle CAE = 60^\circ + \angle CAD$ ,

在  $\triangle ABD$  和  $\triangle ACE$  中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE, \\ AD = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)},$$

$\because$  点  $B$ 、 $C$ 、 $D$  在同一条直线上,

$$\therefore \angle ABD = \angle ACE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle ACE,$$

$$\therefore AB \parallel CE;$$

【小问 2 详解】

解:  $ED \perp BD$ , 理由如下:

由 (1) 得  $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ,

$$\therefore BD = CE,$$

$$\because CD = \frac{1}{2}CE,$$

$$\therefore CD = \frac{1}{2}BD,$$

$$\therefore AC = BC = CD,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle ADB,$$

$$\because \angle ACB = \angle CAD + \angle ADB = 2\angle ADB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = 30^\circ,$$

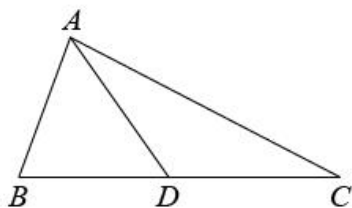
$$\because \angle ADE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle ADB + \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\therefore ED \perp BD.$$

21. 如果一个三角形能用一条直线将其分割出两个等腰三角形, 那么我们称这个三角形为“活三角形”, 这条直线称为该“活三角形”的“生命线”.

(1) 小明在研究“活三角形”问题时 (如图), 他发现, 在  $\triangle ABC$  中, 若  $\angle BAC = 3\angle C$  时, 这个  $\triangle ABC$  一定是“活三角形”. 点  $D$  在  $BC$  边上一点, 联结  $AD$ , 他猜测: 当  $\angle DAC = \angle C$  时,  $AD$  就是这个三角形的“生命线”, 请你帮他说明  $AD$  是  $\triangle ABC$  的“生命线”的理由.



(2) 如小明研究结果可以总结为: 有一个内角是另一个内角的 3 倍时, 该三角形是一个“活三角形”. 请通过自己操作研究, 并根据上述结论, 总结“活三角形”的其他特征.

(注意从三角形边、角特征及相互间关系总结)

\_\_\_\_\_，该三角形是一个“活三角形”。

\_\_\_\_\_，该三角形是一个“活三角形”。

(3) 如果一个等腰三角形是一个“活三角形”那么它的顶角大小为：\_\_\_\_\_度。(直接写出结果即可)

【答案】(1) 详见解析；(2) 有一个内角是另一个内角 2 倍时；有一个内角为直角时；(3)  $90^\circ$ ， $108^\circ$ ， $36^\circ$ ， $(\frac{180}{7})^\circ$

【解析】

【分析】(1) 证明  $\triangle ADC$  和  $\triangle ABD$  为等腰三角形即可；

(2) 作  $\angle CAD = \angle C$ ，则  $\angle ADB = 2\angle C$ ，当  $\angle ABD = 2\angle C$  时， $\angle ABD = \angle ADB$ ，则  $\triangle ABC$  为“活三角形”；由直角三角形斜边的中线等于斜边的一半，易证直角三角形为“活三角形”；

(3) 分四种情况讨论，根据三角形内角和为  $180^\circ$  建立方程，解方程求出顶角即可。

【详解】解：(1)  $\because \angle DAC = \angle C$ ，

$\therefore \angle ADB = 2\angle C$ ， $\triangle ADC$  为等腰三角形，

又  $\because \angle BAC = 3\angle C$ ，

$\therefore \angle BAD = 2\angle C = \angle ADB$ ，

$\therefore \triangle ABD$  为等腰三角形，

$\therefore AD$  是  $\triangle ABC$  的“生命线”；

(2)  $\angle ADB = 2\angle C$ ，当  $\angle ABD = 2\angle C$  时， $\angle ABD = \angle ADB$ ，则  $\triangle ABC$  为“活三角形”，

即：有一个内角是另一个内角的 2 倍时，该三角形是一个“活三角形”；

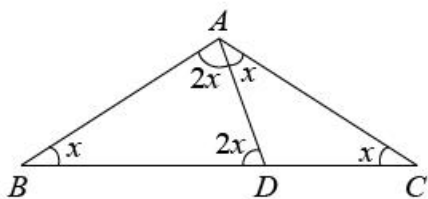
当  $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AD$  为斜边  $BC$  的中线，则  $\triangle ABC$  为“活三角形”，

即：有一个内角为直角时，该三角形是一个“活三角形”，

故答案为：有一个内角是另一个内角的 2 倍时；有一个内角为直角时

(3) ①由 (2) 可知，直角三角形为“活三角形”，故等腰直角三角形也为“活三角形”，即顶角为  $90^\circ$ ；

②如图， $\triangle ABC$  为等腰三角形， $AB = AC$ ，

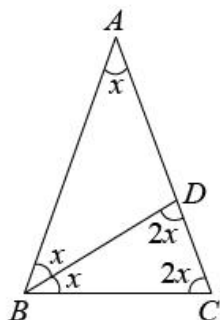


则有  $x + 2x + x + x = 180^\circ$ ，

解得：  $x = 36^\circ$ ，

顶角  $\angle BAC = 108^\circ$ ；

③如图，  $\triangle ABC$  为等腰三角形，  $AB = AC$ ，

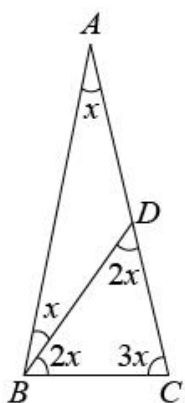


则有，  $x + x + x + 2x = 180^\circ$  .，

解得：  $x = 36^\circ$ ，

顶角  $\angle BAC = 36^\circ$ ；

④如图，  $\triangle ABC$  为等腰三角形，  $AB = AC$ ，



则  $x + x + 2x + 3x = 180^\circ$ ，

解得：  $x = (\frac{180}{7})^\circ$ ，

即顶角  $\angle BAC = (\frac{180}{7})^\circ$ ，

综上：顶角为  $90^\circ$ ，  $108^\circ$ ，  $36^\circ$ ，  $(\frac{180}{7})^\circ$  .

【点睛】此题为几何图形新定义问题，主要考查等腰三角形的证明，一元一次方程在几何图形中的应用，直角三角形斜边中线等于斜边的一半等知识点，读懂题目的新定义是解题关键.