

2025 届七年级下学期开学摸底考试卷（上海专用）

数学·全解全析

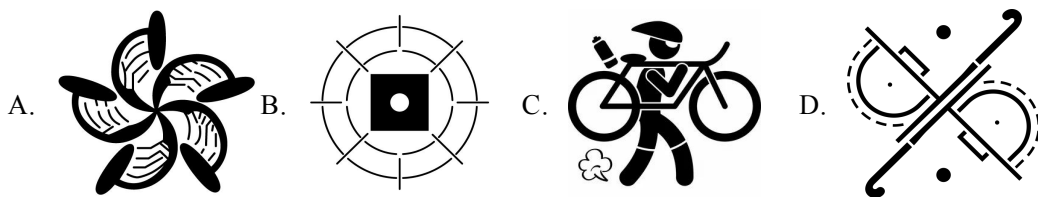
（考试时间：100 分钟 试卷满分：100 分）

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围：沪教版（五·四制）（2024）七年级上册。

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分，每小题只有一个正确选项.）

1. 第 33 届夏季奥运会将于 2024 年 7 月 26 日至 8 月 11 日在法国巴黎举行，如图所示巴黎奥运会项目图标中，轴对称图形是（ ）



【答案】B

【分析】本题主要考查了轴对称图形的识别，根据轴对称图形的定义进行逐一判断即可：如果一个平面图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形就叫做轴对称图形，这条直线就叫做对称轴。

【解析】解：A、不是轴对称图形，故此选项不符合题意；

B、是轴对称图形，故此选项符合题意；

C、不是轴对称图形，故此选项不符合题意；

D、不是轴对称图形，故此选项不符合题意；

故选：B.

2. 下列运算中，正确的是（ ）

A. $(a^2)^3 = a^5$

B. $a^2 \cdot a^3 = a^5$

C. $a^2 + a^3 = a^5$

D. $a^3 \div a^3 = a$

【答案】B

【分析】本题考查的是幂的乘方运算，同底数幂的乘法运算，合并同类项，同底数幂的除法运算，熟记运算法则是解本题的关键。

【解析】解：A. $(a^2)^3 = a^6$ ，故 A 不符合题意；

B. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故 B 符合题意；

C. a^2 , a^3 不是同类项, 不能合并, 故 C 不符合题意;

D. $a^3 \div a^3 = 1$, 故 D 不符合题意.

故选: B.

3. 下列说法正确的是 ()

A. $3x^2y$ 与 $2y^2x$ 是同类项

B. $\frac{1}{2\pi}$ 是单项式

C. $5x^2y - 4xy - 3x^2y + 1$ 是二次四项式

D. $-\frac{x^2 - 2x + 6}{3}$ 的常数项是 -6

【答案】 B

【分析】 本题主要考查了单项式的定义, 多项式的项及其次数的定义, 同类项的定义, 解题的关键在于能够熟知相关定义: 表示数或字母的积的式子叫做单项式, 单独的一个数或一个字母也是单项式; 几个单项式的和的形式叫做多项式, 每个单项式叫做多项式的项, 不含字母的项叫做常数项, 多项式里, 次数最高项的次数叫做多项式的次数; 所含字母相同, 相同字母的指数也相同的单项式叫做同类项.

【解析】 解: A、 $3x^2y$ 与 $2y^2x$ 所含字母相同, 但是相同字母的指数不相同, 二者不是同类项, 原说法错误, 不符合题意;

B、 $\frac{1}{2\pi}$ 是单项式, 原说法正确, 符合题意;

C、 $5x^2y - 4xy - 3x^2y + 1$ 是三次四项式, 原说法错误, 不符合题意;

D、 $-\frac{x^2 - 2x + 6}{3}$ 的常数项是 $-\frac{6}{3} = -2$, 原说法错误, 不符合题意;

故选: B.

4. 甲、乙两水管向水池中注水, 单独开甲管要 x 小时注满水池, 单独开乙管要 y 小时注满水池, 若两管同时打开要 () 小时注满水池.

A. $x + y$

B. $\frac{x+y}{2}$

C. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

D. $\frac{xy}{x+y}$

【答案】 D

【分析】 注满空池的时间 = 工作总量 $\div$ 甲乙效率之和, 设工作总量为 1, 求出甲、乙的工作效率, 然后求共同工作的时间.

【解析】 解: 设工作量为 1, // 乙的工作效率分别为 $\frac{1}{x}$ 、 $\frac{1}{y}$,

根据题意得 $1 \div (\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) = \frac{xy}{x+y}$ 小时.

故选: D.

【点睛】 此题考查列代数式, 读懂题意, 找到所求的量的等量关系, 当题中没有一些必须的量时, 为了简便, 可设其为 1.

5. 多项式 $8x^{2n}-4x^n$ 提取公因式后, 剩下的因式应是 ().

- A. $4x^n$
B. $2x^n - 1$
C. $4x^n - 1$
D. $2x^{n-1} - 1$

【答案】B

【分析】通过观察知公因式为 $4x^n$ ，提取后得 $4x^n(2x^n-1)$ 即可判断.

【解析】解: $8x^{2n} - 4x^n$

$$= 4x^n \cdot 2x^n - 4x^n \cdot 1$$

$$= 4x^n (2x^n - 1)$$

∴此多项式的公因式为 $4x^n$ ，提取公因式后，剩下的因式是 $2x^n - 1$ 。

故选 B

【点睛】本题考查公因式的定义，掌握找公因式的要点是解答此题的关键，即公因式的系数是多项式各项系数的最大公约数；字母取各项都含有的相同字母，相同字母的指数取次数最低的.另外题中第二项为公因式，故提取后不可漏掉1也是解答此题的关键之处.

6. 下列关于分式的判断, 正确的是 ()

- A. 当 $x=2$ 时, 分式 $\frac{x+1}{x-2}$ 的值为零
- B. 代数式 $\frac{x^2+2x}{x}$ 是整式
- C. 无论 x 为何值, 分式 $\frac{3}{x+1}$ 的值都不可能为整数
- D. 无论 x 为何值, $\frac{3}{x^2+1}$ 的值总为正数

【答案】D

【分析】根据分式的定义，形如 $\frac{A}{B}$ ， A 、 B 是整式， B 中含有字母且 B 不等于 0 的式子叫做分式和分式有意义的条件、分式值的情况判断即可；

【解析】 当 $x=2$ 时, $x-2=0$, 分式无意义, 故 A 错误;

代数式 $\frac{x^2+2x}{x}$ 是分式, 故 B 错误;

当 $x+1=3$ 时, 分式 $\frac{3}{x+1}$ 的值是 1, 故 C 错误;

$$\because x^2 + 1 \geq 1,$$

∴ 无论 x 为何值, $\frac{3}{x^2+1}$ 的值总为正数, 故 D 正确;

故选 D.

【点睛】 本题主要考查了分式的定义，分式有意义的条件，分式值的判断，准确分析是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分.)

7. 计算: $12a^5b^3 \div 3ab =$ _____.

【答案】 $4a^4b^2$

【分析】 本题考查了单项式除以单项式, 熟练掌握单项式除以单项式的运算法则, 准确地进行计算是解题的关键. 根据单项式除以单项式的法则进行计算, 即可解答.

【解析】 解: $12a^5b^3 \div 3ab = 4a^4b^2$,

故答案为: $4a^4b^2$.

8. 分式 $\frac{x}{3a}$ 、 $\frac{x-y}{x^2-y^2}$ 、 $\frac{ab}{a^2-b^2}$ 、 $\frac{a+b}{a-b}$ 中, 最简分式有_____个

【答案】 3

【分析】 最简分式的标准是分子, 分母中不含有公因式, 不能再约分. 判断的方法是把分子、分母分解因式, 并且观察有无互为相反数的因式, 这样的因式可以通过符号变化化为相同的因式从而进行约分.

【解析】 分式 $\frac{x}{3a}$ 、 $\frac{x-y}{x^2-y^2}$ 、 $\frac{ab}{a^2-b^2}$ 、 $\frac{a+b}{a-b}$ 中, $\frac{x}{3a}$ 、 $\frac{ab}{a^2-b^2}$ 、 $\frac{a+b}{a-b}$ 是最简分式, 共 3 个.

故答案为: 3.

【点睛】 此题考查最简分式问题, 分式的化简过程, 首先要把分子分母分解因式, 互为相反数的因式是比较易忽视的问题. 在解题中一定要引起注意.

9. 在括号内填入适当的整式: $(2a+b)$ _____ $= b^2 - 4a^2$.

【答案】 $(b-2a) / (-2a+b)$

【分析】 利用平方差公式的结构特征判断即可.

【解析】 解: $(2a+b)(b-2a) = b^2 - 4a^2$.

故答案为: $(b-2a)$

【点睛】 此题考查了平方差公式, 熟练掌握平方差公式是解本题的关键.

10. 已知 $-2(x^2 - x + 3)$ 减去整式 M , 所得的差是 $\frac{1}{2}x - 1$, 则 M 等于_____

【答案】 $-2x^2 + \frac{3}{2}x - 5$

【分析】 本题考查整式的加减运算, 根据题意得到 $M = -2(x^2 - x + 3) - \left(\frac{1}{2}x - 1\right)$, 然后利用整式的加减运算法则去括号求解即可.

【解析】 解: 由题意,

$$M = -2(x^2 - x + 3) - \left(\frac{1}{2}x - 1\right)$$

$$= -2x^2 + 2x - 6 - \frac{1}{2}x + 1$$

$$= -2x^2 + \frac{3}{2}x - 5,$$

故答案为: $-2x^2 + \frac{3}{2}x - 5$.

11. 把多项式 $2x^3y - 5y^3 + xy^2 - 2x^2$ 按照字母 y 降幂排列: _____

【答案】 $-5y^3 + xy^2 + 2x^3y - 2x^2$

【分析】 本题考查多项式, 根据含 y 项中的 y 的指数从大到小顺序书写即可.

【解析】 解: $2x^3y - 5y^3 + xy^2 - 2x^2$
 $= -5y^3 + xy^2 + 2x^3y - 2x^2,$

故答案为: $-5y^3 + xy^2 + 2x^3y - 2x^2$.

12. 因式分解: $2 - 18x^2 =$ _____.

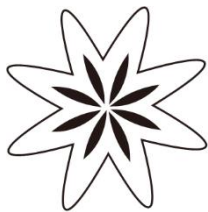
【答案】 $2(1 - 3x)(1 + 3x)$

【分析】 本题主要考查了分解因式, 熟知分解因式的方法是解题的关键.
 先提取公因式 2, 然后利用平方差公式分解因式即可.

【解析】 解: $2 - 18x^2$
 $= 2(1 - 9x^2)$
 $= 2(1 - 3x)(1 + 3x),$

故答案为: $2(1 - 3x)(1 + 3x)$.

13. 如图所示的图案绕中心旋转 n° 后能与原来的图案完全重合, 则 n 的最小值为 _____.



【答案】 45

【分析】 本题考查了利用旋转设计图案, 旋转对称图形的概念: 把一个图形绕着一个定点旋转一个角度后, 与初始图形重合, 这种图形叫做旋转对称图形, 这个定点叫做旋转对称中心, 旋转的角度叫做旋转角.
 该图形被平分成八部分, 因而每部分被分成的圆心角是 45° , 并且圆具有旋转不变性, 因而旋转 45 度的整数倍, 就可以与自身重合.

【解析】 解: 该图形被平分成八部分, 旋转 45° 的整数倍, 就可以与自身重合,
 故 n 的最小值为 45.

故答案为: 45.

14. 若分式方程 $\frac{x+2}{x-1} = \frac{k}{x-1}$ 有增根, 则 k 的值为_____

【答案】 3

【分析】 此题考查了分式方程的增根, 增根确定后可按如下步骤进行: ①化分式方程为整式方程; ②把增根代入整式方程即可求得相关字母的值.

分式方程去分母转化为整式方程, 由分式方程有增根求出 x 的值, 代入整式方程计算即可求出 k 的值.

【解析】 解: 去分母得: $x = k - 2$,

∵ 分式方程有增根,

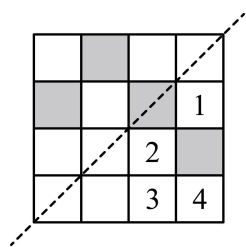
∴ $x - 1 = 0$,

解得: $x = 1$,

把 $x = 1$ 代入整式方程得: $k = 3$.

故答案为: 3.

15. 如图, 在网格图中选择一个格子涂阴影, 使得整个图形是以虚线为对称轴的轴对称图形, 则把阴影涂在图中标有数字_____的格子内.



【答案】 3

【分析】 本题考查了轴对称图形的性质, 根据轴对称的定义, 沿着虚线进行翻折后能够重合, 所以阴影应该涂在标有数字 3 的格子内.

【解析】 解: 根据轴对称的定义, 沿着虚线进行翻折后能够重合,

∴ 根据题意, 阴影应该涂在标有数字 3 的格子内;

故答案为: 3.

16. 近几年, 人们越来越意识到城市要想持续发展, 环境的保护不得 not 成为我们必须重视的一个问题. “蓝天”工程队承接了 60 万平方米的荒山绿化任务, 为了赶在雨季前竣工, 实际工作时, 每天工作效率比原计划提高了 25%, 结果提前 30 天完成了这一任务. 设原计划工作时每天绿化的面积为 x 万平方米, 根据题意列方程得_____.

【答案】 $\frac{60}{x} - \frac{60}{(1+25\%)x} = 30$

【分析】 本题主要考查了分式方程的应用, 理解题意是解题的关键. 由原计划工作时每天绿化的面积为 x 万平方米, 实际工作时每天的工作效率比原计划提高了 25%, 利用结果提前 30 天完成了这一任务, 再建立方程即可;

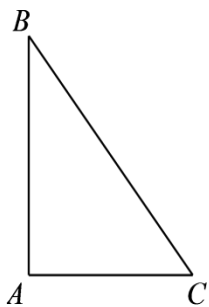
【解析】 解: ∵ 原计划工作时每天绿化的面积为 x 万平方米, 实际工作时每天的工作效率比原计划提高了 25%,

∴实际工作时每天绿化的面积为 $(1+25\%)x$ 万平方米.

依题意, 得: $\frac{60}{x} - \frac{60}{(1+25\%)x} = 30$,

故答案为: $\frac{60}{x} - \frac{60}{(1+25\%)x} = 30$.

17. 如图, 已知直角三角形 ABC , $\angle A = 90^\circ$, $AB = 4$ 厘米, $AC = 3$ 厘米, $BC = 5$ 厘米, 将 ABC 沿 AC 方向平移 1.5 厘米, 线段 BC 在平移过程中所形成图形的面积为_____平方厘米.

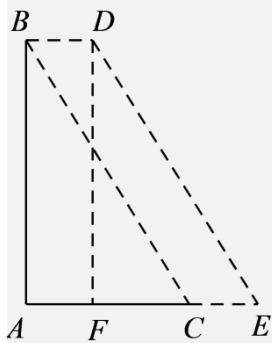


【答案】 6

【分析】 先确定 BC 平移后的图形是平行四边形, 然后再确定平行四边形的底和高, 最后运用平行四边形的面积公式计算即可.

【解析】 解: 如图: 线段 BC 在平移过程中所形成图形为平行四边形且底 $CE = 1.5\text{cm}$, 高 $DF = AB = 4\text{cm}$, 所以线段 BC 在平移过程中所形成图形的面积为 $CE \cdot DF = 1.5 \times 4 = 6\text{cm}^2$.

故答案为 6.



【点睛】 本题考查了平移的性质, 根据平移的性质确定平行四边形的底和高成为解答本题的关键.

18. 我们知道假分数可以化成整数或者整数与真分数的和的形式. 如果一个分式的分子的次数大于或等于分母的次数, 那么这个分式可以化成一个整式或整式与“真分式”的和的形式. (我们规定: 分子的次数低于分母的次数的分式称为“真分式”).

如 $\frac{2x+3}{x} = \frac{2x}{x} + \frac{3}{x} = x + \frac{3}{x}$; 又如: $\frac{x^2+2x+3}{x+1} = \frac{(x+1)^2+2}{x+1} = \frac{(x+1)^2}{x+1} + \frac{2}{x+1} = x+1 + \frac{2}{x+1}$. 若 $\frac{x^3+ax^2+2x+b}{x^2+x+1}$ 可

以写成一个整式与“真分式” $\frac{x}{x^2+x+1}$ 的和的形式, 则 $a+b =$ _____.

【答案】 1

【分析】由真分式的定义得 $\frac{x^3+ax^2+2x+b}{x^2+x+1}-\frac{x}{x^2+x+1}$ 的结果是整式，对此进行化简得 $\frac{x(x^2+ax+1)+b}{x^2+x+1}$ ，要

使其为整式 a 、 b 需满足的条件，即可求解。

【解析】解：由题意得

$$\frac{x^3+ax^2+2x+b}{x^2+x+1}-\frac{x}{x^2+x+1}$$

$$=\frac{x^3+ax^2+x+b}{x^2+x+1}$$

$$=\frac{x(x^2+ax+1)+b}{x^2+x+1}$$

$$\therefore \frac{x(x^2+ax+1)+b}{x^2+x+1} \text{ 是整式,}$$

$$\therefore a=1, \quad b=0,$$

$$\therefore a+b$$

$$=1+0$$

$$=1;$$

故答案：1.

【点睛】本题考查了新定义，分式的减法，求代数式值，理解新定义，根据新定义将问题转化为分式的减法运算是解题的关键。

三、解答题（第 19-22 题每小题 3 分，第 23-25 每小题 4 分，第 26 题 5 分，第 27 题 8 分，第 28 题 10 分，第 29 题 11 分，共 58 分）

19. 计算： $(-3xy)^3 \cdot x^2y + 2x^2(2xy)^3 \cdot \frac{1}{2}y$

【答案】 $-19x^5y^4$

【分析】本题考查了整式四则混合运算，熟练掌握整式四则混合运算法则是解题的关键：先计算乘方，再计算乘除，最后计算加减，有括号时，先算括号里的，去括号时，先去小括号，再去中括号，最后去大括号。

先计算乘方，再计算乘法，最后合并同类项即可。

【解析】解： $(-3xy)^3 \cdot x^2y + 2x^2(2xy)^3 \cdot \frac{1}{2}y$

$$=-27x^3y^3 \cdot x^2y + 2x^2 \cdot 8x^3y^3 \cdot \frac{1}{2}y$$

$$=-27x^5y^4 + 8x^5y^4$$

$$=-19x^5y^4.$$

20. 化简: $(2x+5)^2 - (2x-1)(2x+1)$

【答案】 $20x+26$

【分析】 本题考查了平方差公式, 以及完全平方公式. 利用完全平方公式和平方差公式去括号, 再合并同类项即可.

【解析】 解: $(2x+5)^2 - (2x-1)(2x+1)$
 $= (4x^2 + 20x + 25) - (4x^2 - 1)$
 $= 4x^2 + 20x + 25 - 4x^2 + 1$
 $= 20x + 26.$

21. 分解因式: $x^4 - 3x^2 - 4$.

【答案】 $(x^2+1)(x+2)(x-2)$

【分析】 本题考查的是十字相乘法因式分解. 先利用十字相乘法因式分解, 在利用平方差公式进行因式分解.

【解析】 解: $x^4 - 3x^2 - 4$
 $= (x^2+1)(x^2-4)$
 $= (x^2+1)(x+2)(x-2).$

22. 因式分解: $16 - \frac{1}{4}a^2 + \frac{3}{5}ab - \frac{9}{25}b^2$.

【答案】 $\left(4 + \frac{1}{2}a - \frac{3}{5}b\right)\left(4 - \frac{1}{2}a + \frac{3}{5}b\right)$

【分析】 本题考查的是利用分组分解法分解因式, 先把后三项作为一组, 利用完全平方公式分解因式, 再利用平方差公式分解因式即可, 熟练的分组是解本题的关键.

【解析】 解: $16 - \frac{1}{4}a^2 + \frac{3}{5}ab - \frac{9}{25}b^2$
 $= 16 - \left(\frac{1}{4}a^2 - \frac{3}{5}ab + \frac{9}{25}b^2\right)$
 $= 4^2 - \left(\frac{1}{2}a - \frac{3}{5}b\right)^2$
 $= \left(4 + \frac{1}{2}a - \frac{3}{5}b\right)\left(4 - \frac{1}{2}a + \frac{3}{5}b\right).$

23. 解分式方程

(1) $\frac{x}{x-7} - \frac{1}{7-x} = 2;$

(2) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{4}{x^2-1} = 1.$

【答案】 (1) $x=15$;

(2)分式方程无解.

【分析】 本题考查了解分式方程，掌握解分式方程的步骤是解题的关键.

(1) 按照解分式方程的步骤解答即可求解;

(2) 按照解分式方程的步骤解答即可求解;

【解析】 (1) 解: 方程两边同时乘以最简公分母 $x-7$ 得, $x+1=2x-14$,
解得 $x=15$,

检验: 把 $x=15$ 代入最简公分母得, $x-7=15-7=8 \neq 0$,

$\therefore x=15$ 是分式方程的解;

(2) 解: 方程两边同时乘以最简公分母 $(x-1)(x+1)$ 得, $(x+1)^2-4=x^2-1$,
解得 $x=7$,

检验: 把 $x=7$ 代入最简公分母得, $x^2-1=7^2-1=48 \neq 0$,

$\therefore x=7$ 不是原分式方程的解,

$\therefore$ 原分式方程无解.

24. 先化简, 再求值: $\left(\frac{x^2-2x+1}{x^2-1}+\frac{1}{x}\right) \div \frac{1}{x+1}$, 其中 $x=-2$.

【答案】 $\frac{x^2+1}{x}$; $-\frac{5}{2}$

【分析】 先分解括号内的第一部分, 再算括号内的加法, 同时把除法变成乘法, 约分后代入求出即可.

【解析】 解: 原式 $= \left[\frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} + \frac{1}{x} \right] \div \frac{1}{x+1}$

$$= \left(\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{x} \right) \cdot (x+1)$$
$$= \frac{x^2+1}{x(x+1)} \cdot (x+1)$$
$$= \frac{x^2+1}{x},$$

当 $x=-2$ 时, 原式 $= \frac{(-2)^2+1}{-2}$

$$= -\frac{5}{2}.$$

【点睛】 本题考查了分式的混合运算和求值, 主要考查学生的化简能力和计算能力, 题目比较好.

25. 化简下列各式, 使结果只含有正整数指数幂.

(1) $(-3m^2n^{-3})^{-2} \cdot (-2m^{-1}n^2)^{-3}$

(2) $(2m^2n^{-3})^3 \div (-mn^{-2})^{-2}$.

【答案】 (1) $-\frac{1}{72m}$

(2) $\frac{8m^8}{n^{13}}$

【分析】 本题考查负整数指数幂，解题的关键是明确幂的乘方、同底数幂的乘法和除法.

(1) 根据幂的乘方和同底数幂的乘法、负整数指数幂进行计算即可；

(2) 根据幂的乘方和同底数幂的除法、负整数指数幂进行计算即可.

【解析】 (1) 解: $(-3m^2n^{-3})^{-2} \cdot (-2m^{-1}n^2)^{-3}$

$$= (-3)^{-2} m^{-4} n^6 \cdot (-2)^{-3} m^3 n^{-6}$$

$$= \frac{1}{9} \times \left(-\frac{1}{8}\right) m^{-4+3} n^{6+(-6)}$$

$$= -\frac{1}{72} m^{-1}$$

$$= -\frac{1}{72m};$$

(2) 解: $(2m^2n^{-3})^3 \div (-mn^{-2})^{-2}$

$$= 8m^6 n^{-9} \div m^{-2} n^4$$

$$= 8m^8 n^{-13}$$

$$= \frac{8m^8}{n^{13}}.$$

26. 小正同学带着 48 元钱去水果店买水果，看到水果店里的苹果比梨每千克贵 2 元，数学能手小正同学发现：如果将 48 元全部买苹果就比将 48 元全部买梨少 4 千克，求这家水果店的苹果和梨每千克的价格各是多少元？

【答案】 这家水果店的苹果和梨每千克的价格分别是 6 元与 4 元

【分析】 本题考查了分式方程的应用，正确理解题意并找出等量关系是解题的关键. 设这家水果店的苹果每千克的价格是 x 元，则梨每千克为 $(x-2)$ 元，根据题意列方程 $\frac{48}{x} + 4 = \frac{48}{x-2}$ ，解方程得 $x=6$ ，或 $x=-4$ ，经检验即可得到答案.

【解析】 设这家水果店的苹果每千克的价格是 x 元，则梨每千克为 $(x-2)$ 元，

根据题意得: $\frac{48}{x} + 4 = \frac{48}{x-2},$

解方程得: $x=6$ ，或 $x=-4$ ，

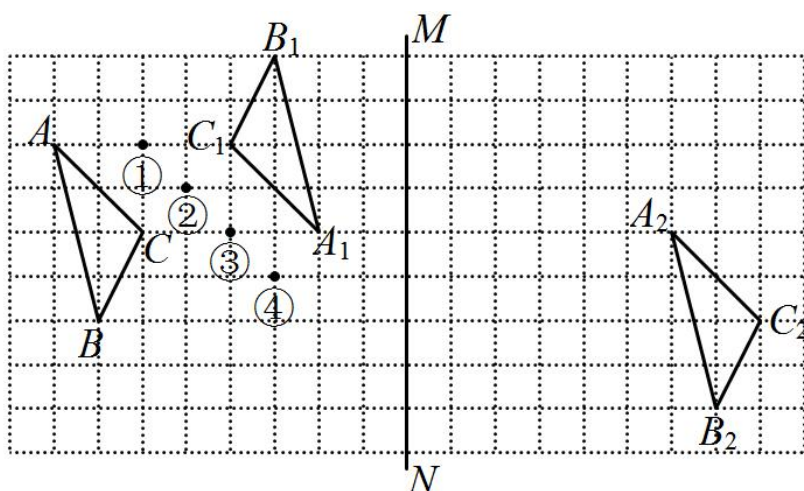
经检验， $x=6$ 、 $x=-4$ 都是原方程的解，

但 $x=-4$ 不符合题意，故舍去，

$\therefore x-2=6-2=4$ (元)，

答：这家水果店的苹果和梨每千克的价格分别是 6 元与 4 元.

27. 如图，每个小方格都是边长为 1 个单位长度的小正方形.



(1)在方格纸中，格点三角形 ABC 经过旋转后得到格点三角形 $A_1B_1C_1$ ，则旋转中心是_____ (填序号)

(2)说明三角形 $A_2B_2C_2$ 是由三角形 ABC 经过怎样的平移得到的？

(3)画出三角形 $A_1B_1C_1$ 关于直线 MN 成轴对称的三角形 $A_3B_3C_3$.

【答案】 (1)②

(2)先向右平移 14 个单位，然后向下平移 2 个单位得到的

(3)见解析

【分析】 (1) 根据旋转中心的概念求解即可；

(2) 根据平移的性质求解即可；

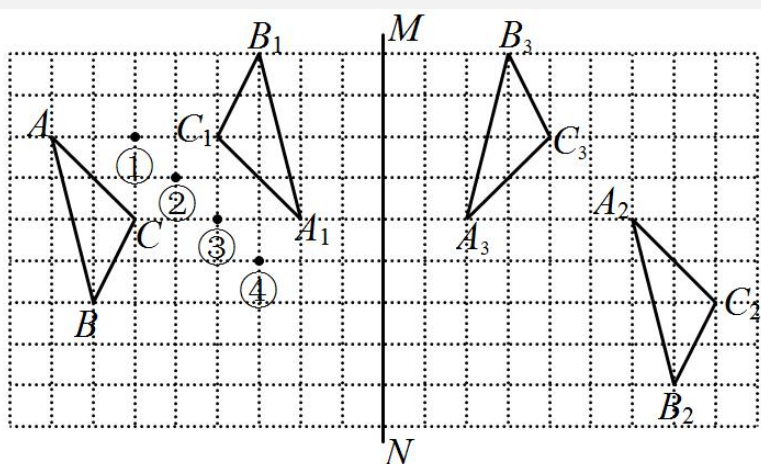
(3) 根据轴对称的性质求解即可.

【解析】 (1) 由题意可得，旋转中心是②，

故答案为：②；

(2) 由题意可得，三角形 $A_2B_2C_2$ 是由三角形 ABC 先向右平移 14 个单位，然后向下平移 2 个单位得到的；

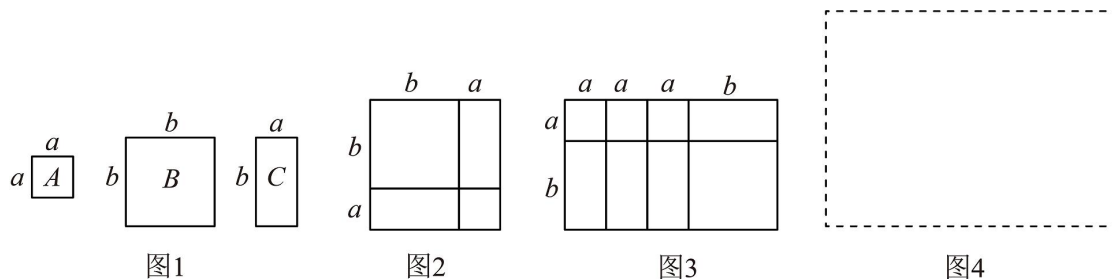
(3) 如图所示， $A_3B_3C_3$ 即为所求.



【点睛】 本题考查图形变换的应用，熟练掌握平移、轴对称、旋转的概念和特征是解题关键.

28. 乘法公式的探究及应用.

数学活动课上,老师准备了若干个如图 1 所示的三种纸片, A 种纸片是边长为 a 的正方形, B 种纸片是边长为 b 的正方形, C 种纸片是长为 b , 宽为 a 的长方形, 并用 A 种纸片一张, B 种纸片一张, C 种纸片两张拼成了如图 2 所示的大正方形.



(1)①观察图 2, 请你写出代数式 $(a+b)^2$, a^2+b^2 , ab 之间的等量关系式_____.

②图 3 是由图 1 提供的几何图形拼接而得, 可以得到 $(a+b)(3a+b) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2)请利用图 1 所给的纸片拼出一个长方形, 要求所拼出图形的面积为 $(2a+b)(a+2b)$, (在图 4 的方框内进行作图), 进而可以得到等式: _____;

(3)利用 (2) 中得到的结论, 解决下面的问题: 若 $4a^2+10ab+4b^2=5$, $a+2b=\frac{1}{2}$, 求 $2a+b$ 的值.

【答案】 (1)① $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ ② $3a^2 + 4ab + b^2$

(2)图见详解, $(2a+b)(a+2b) = 2a^2 + 5ab + 2b^2$

(3)5

【分析】 本题考查了多项式乘以多项式在几何中的应用, 面积法;

(1) 分别用两种方法表示出面积为 $(a+b)^2$ 和 a^2+b^2+2ab , 即可求解;

(2) 分别用两种方法表示出面积为 $(a+b)(3a+b)$ 和 $3a^2+4ab+b^2$, 即可求解;

(3) 将 $4a^2+10ab+4b^2$ 化为 $2(2a^2+5ab+2b^2)$, 由 (2) 可得 $2a+b = (2a^2+5ab+2b^2) \div (a+2b)$, 即可求解;

掌握面积的两种表示方法: 整体法、部分法, 会用整体代换法求整式的值是解题的关键.

【解析】 (1) 解: ①方法一: 图 2 的面积可表示为 $(a+b)^2$,

方法二: 图 2 的面积可表示为:

$$a^2 + b^2 + ab + ab$$

$$= a^2 + b^2 + 2ab,$$

$$\therefore (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab,$$

故答案: $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$;

②方法一: 图 3 的面积可表示为 $(a+b)(3a+b)$,

方法二: 图 3 的面积可表示为:

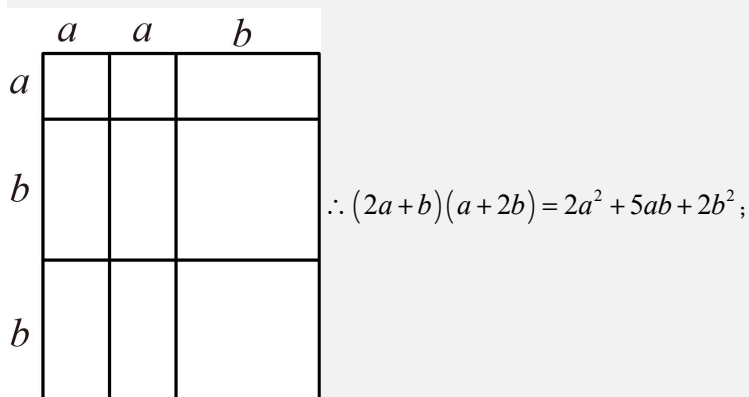
$$3a^2 + 4ab + b^2,$$

$$\therefore (a+b)(3a+b)$$

$$= 3a^2 + 4ab + b^2;$$

故答案: $3a^2 + 4ab + b^2$;

(2) 解: 如图,



故答案: $2a^2 + 5ab + 2b^2$;

(3) 解: $4a^2 + 10ab + 4b^2$

$$= 2(2a^2 + 5ab + 2b^2)$$

由 (2) 可得: $(2a+b)(a+2b) = 2a^2 + 5ab + 2b^2$,

$$\therefore 4a^2 + 10ab + 4b^2$$

$$= 2(2a+b)(a+2b),$$

$$\therefore (2a+b)(a+2b)$$

$$= 2a^2 + 5ab + 2b^2 = \frac{5}{2},$$

$$\therefore 2a+b = (2a^2 + 5ab + b^2) \div (a+2b).$$

$$\therefore \text{当 } a+2b = \frac{1}{2} \text{ 时,}$$

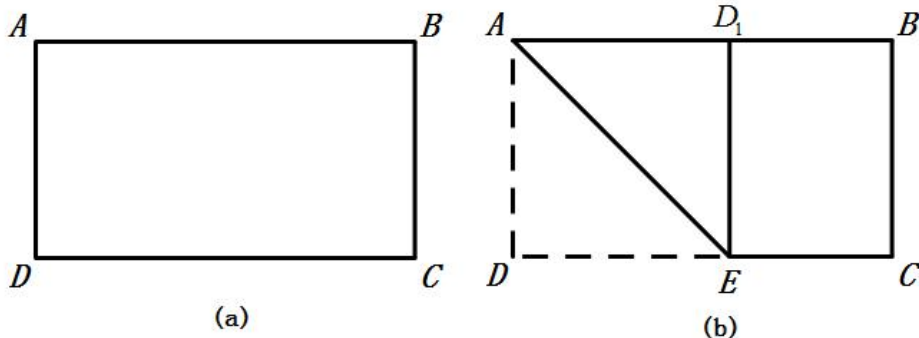
$$\therefore 2a+b = (2a^2 + 5ab + 2b^2) \div (a+2b)$$

$$= \frac{5}{2} \div \frac{1}{2}$$

$$= 5.$$

29. 在长方形纸片 $ABCD$ 中, $AB=10\text{cm}$, $AD < AB$.

(1) 当 $AD=6.5\text{cm}$ 时, 如图 (a) 所示, 将长方形纸片 $ABCD$ 折叠, 使点 D 落在 AB 边上, 记作点 D_1 , 折痕为 AE , 如图 (b) 所示. 此时, 图 (b) 中线段 D_1B 长是 厘米.



(2) 若 $AD = x$ 厘米, 先将长方形纸片 $ABCD$ 按问题 (1) 的方法折叠, 再将 $\triangle AED_1$ 沿 D_1E 向右翻折, 使点 A 落在射线 D_1B 上, 记作点 A_1 . 若翻折后的图形中, 线段 $BD_1 = 2BA_1$, 请根据题意画出图形 (草图), 并求出 x 的值.

【答案】 (1) 3.5; (2) 见解析, $\frac{10}{3}$ cm 或 6cm

【分析】 (1) 根据翻折性质可知 $AD_1 = AD = 6.5$ cm, 由 $D_1B = AB - AD_1$ 可得答案;

(2) 分两种情形①当点 A_1 在 D_1B 上时, ②当点 A_1 在 AB 的延长线上时, 分别求解.

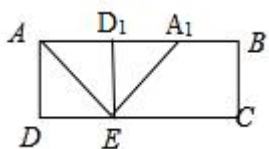
【解析】 解: (1) 由题意知 $AD_1 = AD = 6.5$ cm,

$\therefore D_1B = AB - AD_1 = 10 - 6.5 = 3.5$ (cm),

故答案为: 3.5;

(2) 分两种情况讨论:

①当点 A_1 在 D_1B 上时,

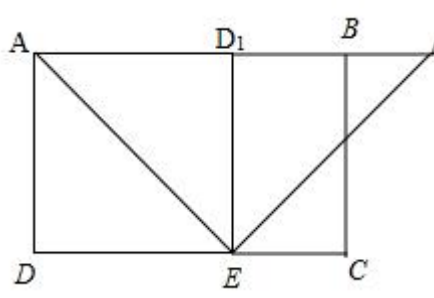


因为 $BD_1 = 2BA_1$,

所以 $BA_1 = A_1D_1 = AD_1 = AD$,

所以 $x = \frac{1}{3}AB = \frac{10}{3}$;

②当点 A_1 在 AB 的延长线上时,



因为 $BD_1 = 2BA_1$ ，所以 $BD_1 = \frac{2}{3}A_1D_1 = \frac{2}{3}x$ ，

所以 $AD_1 + BD_1 = \frac{5}{3}x = 10$ ， $x = 6$ 。

综上所述，满足条件的 x 的值为 $\frac{10}{3}\text{cm}$ 或 6cm 。

【点睛】 本题考查翻折变换，作图-轴对称变换，矩形的性质等知识，解题的关键是理解题意，学会由分类讨论的思想思考问题。