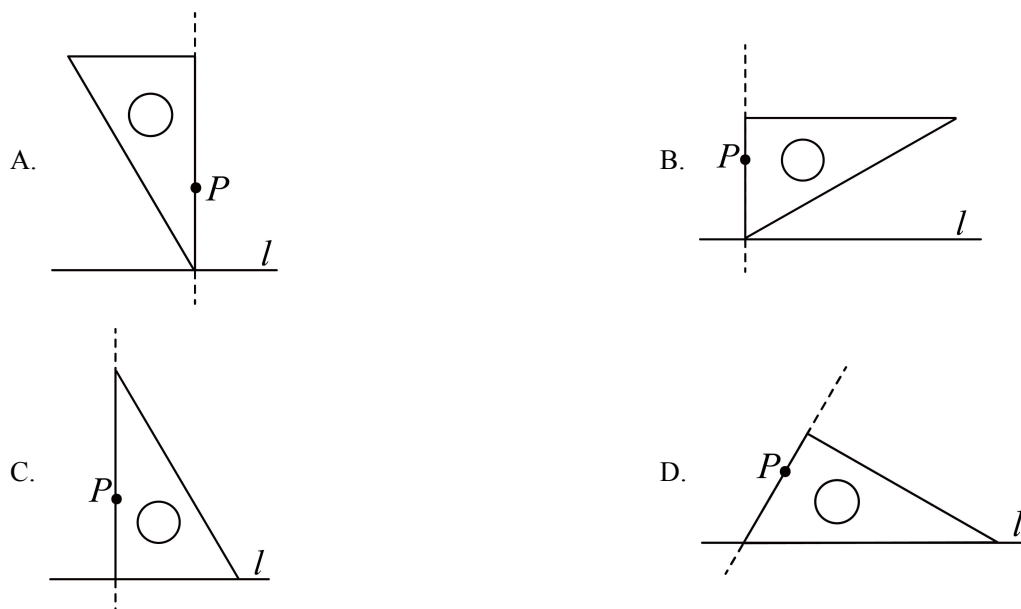


2024-2025 学年上海市铜川学校七年级（下）第一次月考数学试卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 利用三角尺，过直线 l 外的点 P 作直线 l 的垂线，下列各图中，三角尺操作正确的是（ ）



【答案】C

【解析】

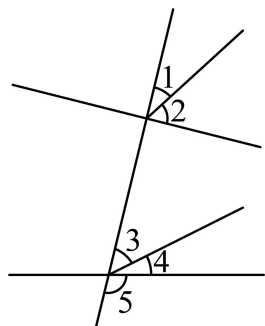
【分析】本题考查垂线的概念，熟练掌握垂线的作图是解题的关键，根据垂线的概念作图即可得到答案。

【详解】解：垂线的作图步骤：将三角尺的一条直角边与 l 重合，另一条直角边过点 P 后沿该直角边画直线，可得直线 l 的垂线，

$\therefore$ C 选项的画法正确，

故选：C。

2. 如图， $\angle 1$ 的同位角是（ ）



- A. $\angle 2$ B. $\angle 3$ C. $\angle 4$ D. $\angle 5$

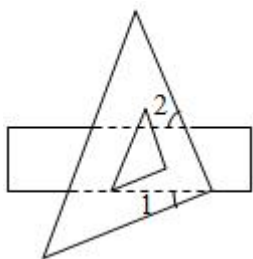
【答案】B

【解析】

【分析】 本题考查了同位角，位于截线的同侧，且都在被截线的同一方，这样的一对角是同位角；根据同位角的概念结合图形判断即可.

【详解】 解：由图知， $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 位于截线的同侧，且都在被截线的同一方，这两个角是同位角；
故选：B.

3. 如图，把一块直角三角板的直角顶点放在直尺的一边上，如果 $\angle 1=32^\circ$ ，那么 $\angle 2$ 的度数是（ ）



A. 32°

B. 58°

C. 68°

D. 60°

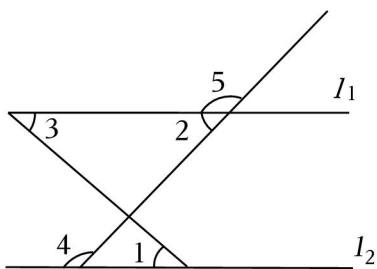
【答案】 B

【解析】

【详解】 根据题意可知 $\angle 1+\angle 2=90^\circ$ ，
所以 $\angle 2=90^\circ-\angle 1=58^\circ$.

故选 B

4. 如图，下列条件中，不能判断直线 $l_1 \parallel l_2$ 的是（ ）



A. $\angle 2 = \angle 3$

B. $\angle 4 = \angle 5$

C. $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$

D. $\angle 1 = \angle 3$

【答案】 A

【解析】

【分析】 此题主要考查了平行线的判定，解题的关键是熟练掌握平行线的判定定理：同位角相等，两直线平行；内错角相等，两直线平行；同旁内角互补，两直线平行.

根据平行线的判定定理逐项进行判断即可.

【详解】解: A、 $\angle 2 = \angle 3$, 不能判断直线 $l_1 \parallel l_2$, 故此选项符合题意;

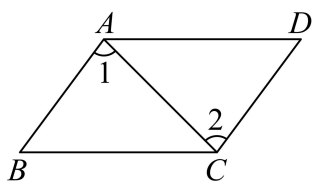
B、根据同位角相等, 两直线平行, 可判断直线 $l_1 \parallel l_2$, 故此选项不合题意;

C、根据同旁内角互补, 两直线平行, 可判断直线 $l_1 \parallel l_2$, 故此选项不合题意;

D、根据内错角相等, 两直线平行, 可判断直线 $l_1 \parallel l_2$, 故此选项不合题意.

故选: A.

5. 如图, 已知 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是内错角, 则下列表达正确的是 ()



A. 由直线 AD 、 BC 被 AC 所截而得到的;

B. 由直线 AB 、 CD 被 BC 所截而得到的;

C. 由直线 AB 、 CD 被 AC 所截而得到的;

D. 由直线 AD 、 BC 被 CD 所截而得到的.

【答案】C

【解析】

【分析】此题主要考查了内错角, 关键是掌握内错角必有两边在同一直线上, 此直线即为截线, 而另外不在同一直线上的两边, 它们所在的直线即为被截的线.

首先分别找出 $\angle 1$ 的两边为 AB 、 AC , $\angle 2$ 的两边为 AC , CD , 根据两角公共边所在直线为截线, 另外两条是被截线判断即可.

【详解】解: $\because \angle 1$ 的两边为 AB 、 AC , $\angle 2$ 的两边为 AC , CD ,

$\therefore \angle 1$ 和 $\angle 2$ 是 AB , CD 被 AC 所截构成的内错角.

故选: C.

6. 下列三条线段能组成三角形的是 ()

A. 23, 10, 8;

B. 15, 23, 8;

C. 18, 10, 23;

D. 18, 10, 8.

【答案】C

【解析】

【分析】根据三角形三边关系定理: 三角形两边之和大于第三边, 针对每一个选项进行计算即可.

【详解】A 选项: $\because 10+8 < 23$, $\therefore$ 以 23, 10, 8 为边长不能组成三角形, 故本选项错误;

B 选项: $\because 15+8=23$, $\therefore$ 以 15, 23, 8 为边长不能组成三角形, 故本选项错误;

C 选项: $\because 18+10>23$, $\therefore$ 以 18, 10, 23 为边长能组成三角形, 故本选项正确;

D 选项: $\because 10+8=18$, $\therefore$ 以 18, 10, 8 为边长不能组成三角形, 故本选项错误.

故选 C.

【点睛】考查了三角形的三边关系, 在运用三角形三边关系判定三条线段能否构成三角形时并不一定要列出三个不等式, 只要两条较短的线段长度之和大于第三条线段的长度即可判定这三条线段能构成一个三角形.

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A = 89^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 是 ()

A. 锐角三角形

B. 直角三角形

C. 钝角三角形

D. 以上三种情况都有可能

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了三角形内角和定理应用、三角形分类等知识, 熟练掌握三角形的分类是解题的关键. 根据三角形内角和定理, 结合三角形分类解答即可得到答案.

【详解】解: $\because \angle A = 89^\circ$,

$\therefore \angle A$ 是锐角,

则 $\angle B + \angle C = 180^\circ - 89^\circ = 91^\circ$,

若 $\angle A = 89^\circ$, $\angle B < 90^\circ$, $\angle C < 90^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 是锐角三角形;

若 $\angle A = 89^\circ$, $\angle B = 1^\circ$, $\angle C = 90^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 是直角三角形;

若 $\angle A = 89^\circ$, $\angle B = 0.5^\circ$, $\angle C = 90.5^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 是钝角三角形;

综上所述, $\triangle ABC$ 可以是锐角三角形或直角三角形或钝角三角形,

故选: D.

8. 下列语句中, 真命题的个数是 ()

① 画直线 AB 垂直于直线 CD ;

② 若 $|x| = |y|$, 则 $x^2 = y^2$;

③ 两直线平行, 同旁内角相等;

④ 直线 a , b 相交于点 O ;

⑤ 等角的余角相等;

⑥ 三角形的三条角平分线一定相交于三角形内一点,

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查的是命题与定理, 正确的命题叫真命题, 错误的命题叫做假命题, 熟记命题的概念、绝对值、实数的平方、平行线的性质、三角形的角平分线的定义是解决问题的关键. 判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理. 根据命题的概念、绝对值、实数的平方、平行线的性质、三角形的角平分线的定义判断即可得到答案.

【详解】 解: ① 画直线 AB 垂直于直线 CD , 不是命题;

② 若 $|x|=|y|$, 则 $x^2=y^2$ 是真命题;

③ 两直线平行, 同旁内角互补, 故本小题命题是假命题;

④ 直线 a , b 相交于点 O , 不是命题;

⑤ 等角的余角相等, 是真命题;

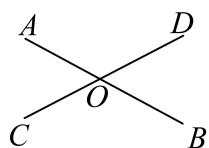
⑥ 三角形的三条角平分线一定相交于三角形内一点, 是真命题;

则真命题的个数是 3 个,

故选: B.

二、填空题: 本题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分.

9. 如图, 直线 AB 和 CD 相交于点 O , 若 $\angle AOC = 40^\circ$, 那么两条直线夹角为 _____ $^\circ$.



【答案】 40 或 140

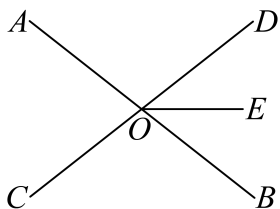
【解析】

【分析】 本题考查了邻补角, 根据图形即可解答.

【详解】 解: 如图, 直线 AB 和 CD 相交于点 O , 若 $\angle AOC = 40^\circ$, 那么两条直线夹角为 40° 或 $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$,

故答案为: 40 或 140.

10. 如图, 直线 AB 、 CD 相交于点 O , OE 平分 $\angle BOD$, 且 $\angle AOC = 72^\circ$, 那么 $\angle BOE =$ _____ $^\circ$.



【答案】 36

【解析】

【分析】 本题考查了对顶角、邻补角，角平分线的定义，先利用对顶角相等可得 $\angle AOC = \angle BOD = 72^\circ$ ，然后利用角平分线的定义进行计算，即可解答.

【详解】 解： $\because \angle AOC = 72^\circ$ ，

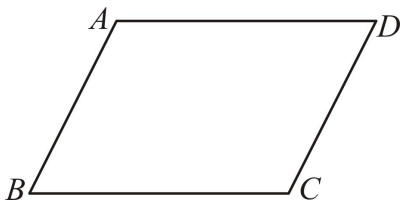
$\therefore \angle AOC = \angle BOD = 72^\circ$ ，

$\because OE$ 平分 $\angle BOD$ ，

$\therefore \angle BOE = \frac{1}{2} \angle BOD = 36^\circ$ ，

故答案为： 36.

11. 如图，如果 $\angle A$ 与 _____ 互补，那么 $AD \parallel BC$.



【答案】 $\angle B$

【解析】

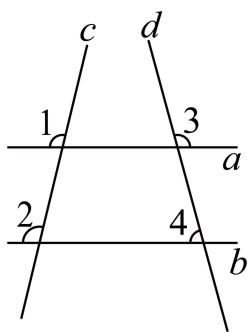
【分析】 本题主要考查了平行线的判定，掌握“同旁内角互补，两直线平行”是解题的关键. 根据“两条直线被第三条所截，如果同旁内角互补，那么这两条直线平行”即可解答.

【详解】 解： $\because \angle A + \angle B = 180^\circ$ ，

$\therefore AD \parallel BC$.

故答案为： $\angle B$.

12. 如图，直线 a 、 b 被直线 c 、 d 所截，如果 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = 105^\circ$ ，那么 $\angle 4$ 度数为_____.



【答案】 75°

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的判定和性质，邻补角的性质，利用邻补角的性质求出 $\angle 5$ ，根据平行线的判定得出 $a \parallel b$ ，再根据平行线的性质得出即可，掌握平行线的判定和性质是题的关键.

【详解】 解: $\because \angle 3 = 105^\circ$,

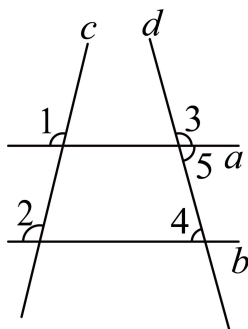
$$\therefore \angle 5 = 180^\circ - \angle 3 = 75^\circ,$$

$$\because \angle 1 = \angle 2,$$

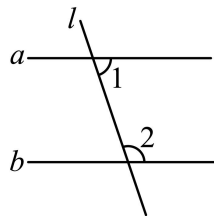
$$\therefore a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 5 = 75^\circ,$$

故答案为: 75° .



13. 如图，已知直线 a 、 b 被直线 l 所截， $a \parallel b$ ，且 $\angle 1 = x^\circ$ ， $\angle 2 = (3x - 20)^\circ$ ，那么 $\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



【答案】 50

【解析】

【分析】 此题考查平行线的性质，关键根据两直线平行，同旁内角互补解答.

根据两直线平行，同旁内角互补解答即可.

【详解】解：∵ $a \parallel b$,

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$$

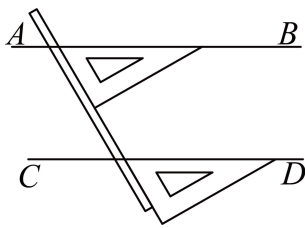
$$\text{即 } x^\circ + (3x - 20)^\circ = 180^\circ,$$

解得: $x = 50$,

$$\therefore \angle 1 = 50^\circ,$$

故答案为: 50.

14. 如图, 用直尺和三角尺作出直线 AB 、 CD , 得到 $AB \parallel CD$ 的理由是_____.

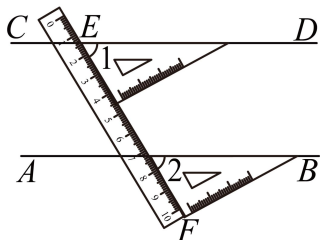


【答案】同位角相等, 两直线平行

【解析】

【分析】由全等三角形的对应角相等判定同位角 $\angle 1 = \angle 2$, 则 $AB \parallel CD$.

【详解】解: 根据题意, 图中的两个三角尺全等,



$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore AB \parallel CD \text{ (同位角相等, 两直线平行).}$$

15. 命题“对顶角相等”的逆命题是_____.

【答案】如果两个角相等, 那么这两个角是对顶角

【解析】

【分析】本题主要考查了写出一个命题的逆命题, 把原命题的条件与结论互换写出对应的逆命题即可.

【详解】解: 命题“对顶角相等”的逆命题是如果两个角相等, 那么这两个角是对顶角,

故答案为: 如果两个角相等, 那么这两个角是对顶角.

16. 若三角形三边的长分别为 $2a$ 、 4 、 8 , 则 a 应满足的条件是_____.

【答案】 $2 < a < 6$

【解析】

【分析】 本题考查三角形三边关系，三角形两边之和大于第三边，三角形两边的差小于第三边，由此即可求出 a 应满足的条件.

【详解】 解：由三角形三边关系定理得到： $8-4 < 2a < 8+4$,

$$\therefore 2 < a < 6.$$

故答案为： $2 < a < 6$.

17. 在 ABC 中， $\angle A = 20^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， 则 ABC 是_____三角形. (填“锐角” “直角” 或“钝角”)

【答案】 钝角

【解析】

【分析】 本题主要考查三角形的内角和定理，根据“三角形的内角和为 180° ” 求出 $\angle C$ 的度数，再判断三角形的类型即可.

【详解】 解： $\because \angle A = 20^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$,

$$\therefore 20^\circ + 60^\circ + \angle C = 180^\circ,$$

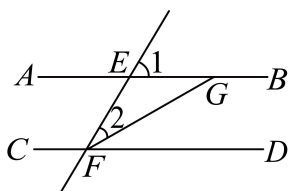
解得： $\angle C = 100^\circ$,

$$\therefore \angle C = 100^\circ > 90^\circ,$$

$\therefore ABC$ 是钝角三角形.

故答案为： 钝角.

18. 如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = 58^\circ$ ， FG 平分 $\angle EFD$ ， 则 $\angle FGB =$ _____



【答案】 151° 度

【解析】

【分析】 本题考查平行线的性质，根据平行线的性质得 $\angle EFD = \angle 1 = 58^\circ$ ，由角平分线的定义得 $\angle GFD = \frac{1}{2} \angle EFD = 29^\circ$ ，再根据平行线的性质得 $\angle FGB = 180^\circ - \angle GFD$ ，即可得出答案. 解题的关键是掌握：两直线平行，内错角相等；两直线平行，同旁内角互补.

【详解】 解： $\because AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = 58^\circ$,

$$\therefore \angle EFD = \angle 1 = 58^\circ,$$

$\because FG$ 平分 $\angle EFD$,

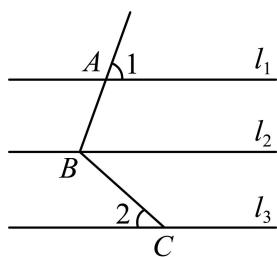
$$\therefore \angle GFD = \frac{1}{2} \angle EFD = \frac{1}{2} \times 58^\circ = 29^\circ,$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle FGB = 180^\circ - \angle GFD = 180^\circ - 29^\circ = 151^\circ,$$

故答案为: 151° .

19. 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 点 A 、 B 、 C 分别在直线 l_1 、 l_2 、 l_3 上, 若 $\angle 1 = 70^\circ$, $\angle 2 = 32^\circ$, 则 $\angle ABC = \underline{\hspace{2cm}}$.



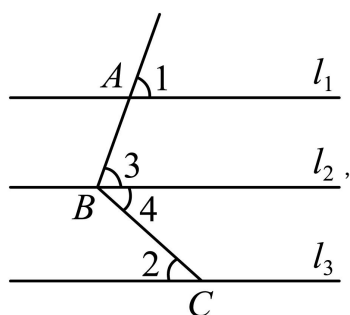
【答案】 102°

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质, 熟记性质并准确识图是解题的关键.

根据两直线平行, 同位角相等可得 $\angle 3 = \angle 1$, 内错角相等可得 $\angle 4 = \angle 2$, 然后根据 $\angle ABC = \angle 3 + \angle 4$ 计算即可得解.

【详解】 解: 如图,



$$\because l_1 \parallel l_2 \parallel l_3,$$

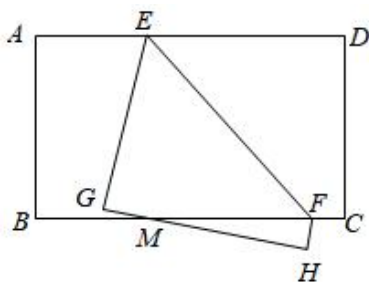
$$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 70^\circ, \angle 4 = \angle 2 = 32^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle 3 + \angle 4 = 70^\circ + 32^\circ = 102^\circ.$$

故答案为: 102° .

20. 如图, 已知长方形纸带 $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle DEF = 52^\circ$, 将纸带沿 EF 折叠后, 点 C 、 D 分别落在 H 、 G 的位置, 则下列结论中, 正确的序号是_____.

① $\angle BFE = 52^\circ$; ② $\angle BMG = 52^\circ$; ③ $\angle AEG = 76^\circ$; ④ $\angle BFH = 76^\circ$.



【答案】①③④

【解析】

【分析】根据两直线平行，内错角相等可判断①，根据平行线的性质，折叠性质，利用角的和差判断④，根据平角定义及折叠性质可判断②，根据平角定义可判断③.

【详解】解：四边形 $ABCD$ 是长方形，

$$\therefore \angle C = \angle D = 90^\circ, \quad AD \parallel BC,$$

$$\because \angle DEF = 52^\circ,$$

$$\therefore \angle BFE = \angle DEF = 52^\circ, \quad \text{①正确};$$

$$\because AD \parallel BC$$

$$\therefore \angle DEF + \angle EFC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EFC = 180^\circ - \angle DEF = 128^\circ,$$

由折叠得， $\angle DEF = \angle GEF$ ， $\angle EFC = \angle EFH$ ， $\angle G = \angle D = 90^\circ$ ， $\angle C = \angle H = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle BFH = \angle EFH - \angle EFB = 128^\circ - 52^\circ = 76^\circ, \quad \text{④正确};$$

$$\because \angle H + \angle BFH + \angle HMC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle HMC = 180^\circ - 90^\circ - 76^\circ = 14^\circ,$$

$$\because \angle BMG = \angle HMC,$$

$$\therefore \angle BMG = 14^\circ, \quad \text{②错误};$$

$$\because \angle AEG + \angle GEF + \angle DEF = 180^\circ,$$

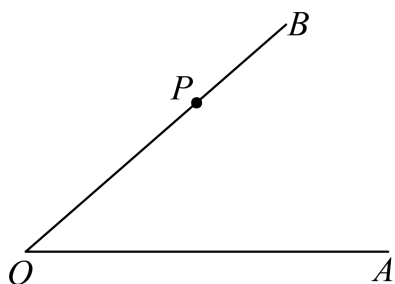
$$\therefore \angle AEG = 180^\circ - 52^\circ - 52^\circ = 76^\circ, \quad \text{③正确}.$$

故答案为：①③④.

【点睛】本题考查了平行线性质：两直线平行，同位角相等；两直线平行，同旁内角互补；两直线平行，内错角相等. 也考查了折叠的性质.

三、解答题：本题共 9 小题，共 52 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

21. 如图，点 P 是 $\angle AOB$ 的边 OB 上的一点，



- (1) 过点 P 作 OB 的垂线，交 OA 于点 C ；
- (2) 在 (1) 的基础上作 $\triangle OPC$ 的边 OC 上的高，垂足为 H ；
- (3) 线段_____的长度是点 P 到直线 OA 的距离；
- (4) 线段 PC 、 PH 这两条线段大小关系是_____ (用 “ $<$ ” 号连接)。

【答案】(1) 见解析；

(2) 见解析； (3) PH ；

(4) $PH < PC$ 。

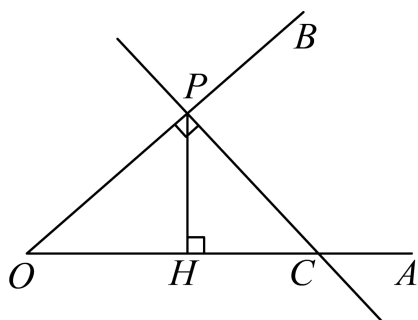
【解析】

【分析】本题考查作图 - 基本作图、点到直线的距离，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题。

- (1) 根据垂线的定义画图即可。
- (2) 根据三角形的高的定义画图即可。
- (3) 结合点到直线的距离的定义可得答案。
- (4) 根据垂线段最短可得答案。

【小问 1 详解】

解：如图，直线 PC 即为所求。



【小问 2 详解】

解：如图，直线 PH 即为所求。

【小问 3 详解】

解：由图可知，线段 PH 的长度是点 P 到直线 OA 的距离。

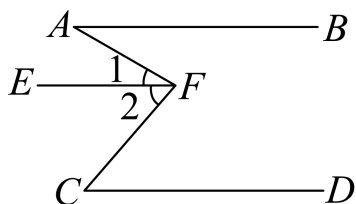
故答案为： PH 。

【小问 4 详解】

解：由题意得，线段 PC 、 PH 这两条线段大小关系是 $PH < PC$.

故答案为： $PH < PC$.

22. 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = \angle A$ ，求证： $\angle 2 = \angle C$.



证明： $\because \angle 1 = \angle A$

$\therefore \underline{\hspace{1cm}} \parallel \underline{\hspace{1cm}}$ ($\underline{\hspace{1cm}}$)

$\because AB \parallel CD$

$\therefore \underline{\hspace{1cm}} \parallel \underline{\hspace{1cm}}$ ($\underline{\hspace{1cm}}$)

$\therefore \angle 2 = \angle C$ ($\underline{\hspace{1cm}}$)

【答案】 AB EF 内错角相等，两直线平行 EF CD 平行于同一直线的两条直线互相平行 两直线平行，内错角相等

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的判定与性质，根据平行线的判定定理与性质定理求证即可.

【详解】 证明： $\because \angle 1 = \angle A$,

$\therefore AB \parallel EF$ (内错角相等，两直线平行),

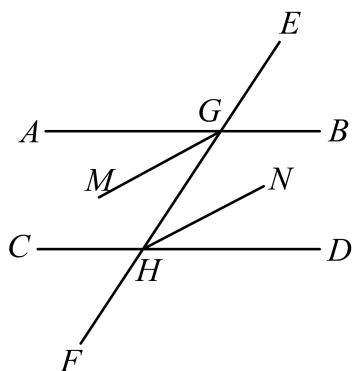
$\because AB \parallel CD$,

$\therefore EF \parallel CD$ (平行于同一直线的两条直线互相平行),

$\therefore \angle 2 = \angle C$ (两直线平行，内错角相等),

故答案为： AB ； EF ；内错角相等，两直线平行； EF ； CD ；平行于同一直线的两条直线互相平行；两直线平行，内错角相等.

23. 如图，直线 AB 和直线 CD 被直线 EF 所截， $AB \parallel CD$ ， $\angle AGM = \angle DHN$. 求证： $GM \parallel HN$.



证明: $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle AGH = \angle DHG$ (_____).

$\because \angle AGM = \angle DHN$,

$\therefore \angle AGH - \angle AGM = \angle$ _____ $- \angle$ _____.

即 $\angle MGH = \angle$ _____.

$\therefore GM \parallel HN$ (_____).

【答案】 两直线平行, 内错角相等 DHG DHN NHG 内错角相等, 两直线平行

【解析】

【分析】 此题考查了平行线的判定与性质, 熟记平行线的判定定理与性质定理是解题的关键.

根据平行线的判定定理与性质定理求证即可.

【详解】 证明: $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle AGH = \angle DHG$ (两直线平行, 内错角相等).

$\because \angle AGM = \angle DHN$,

$\therefore \angle AGH - \angle AGM = \angle DHG - \angle DHN$.

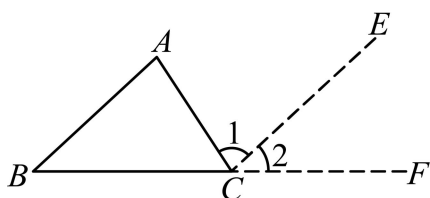
即 $\angle MGH = \angle NHG$.

$\therefore GM \parallel HN$ (内错角相等, 两直线平行).

故答案为: 两直线平行, 内错角相等; DHG ; DHN ; NHG ; 内错角相等, 两直线平行.

24. 古希腊七贤之一, 著名哲学家泰勒斯 (*Thales*, 公元前6世纪) 最早从拼图实践中发现了“三角形内角和等于 180° ”, 但这种发现完全是经验性的, 泰勒斯并没有给出严格的证明. 之后古希腊数学家毕达哥拉斯、欧几里得、普罗科拉斯等相继给出了基于平行线性质的不同的证明. 其中欧几里得利用辅助平行线和延长线, 通过一组同位角和内错角证明了该定理. 请同学们帮助欧几里得将证明过程补充完整.

已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 求证: $\angle A + \angle B + \angle BCA = 180^\circ$.



证明：延长线段 BC 至点 F ，并过点 C 作 $CE \parallel AB$ 。

$\because CE \parallel AB$,

$\therefore \angle \underline{\quad} = \angle \underline{\quad} (\underline{\quad})$.

$\angle \underline{\quad} = \angle \underline{\quad} (\underline{\quad})$.

$\therefore \angle ACB + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.

$\therefore \angle ACB + \angle \underline{\quad} + \angle \underline{\quad} = 180^\circ$.

【答案】 2； B ；两直线平行，同位角相等；1； A ；两直线平行，内错角相等； A ； B ；

【解析】

【分析】 本题考查了三角形内角和定理以及平行线的性质，牢记“两直线平行，同位角相等”及“两直线平行，内错角相等”是解题的关键。

由 $CE \parallel AB$ ，利用平行线的性质，可得出 $\angle 2 = \angle B$ ， $\angle 1 = \angle A$ ，结合 $\angle ACB + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，即可证出 $\angle ACB + \angle A + \angle B = 180^\circ$ 。

【详解】 证明：延长线段 BC 至点 F ，并过点 C 作 $CE \parallel AB$ 。

$\because CE \parallel AB$,

$\therefore \angle 2 = \angle B$ (两直线平行，同位角相等)。

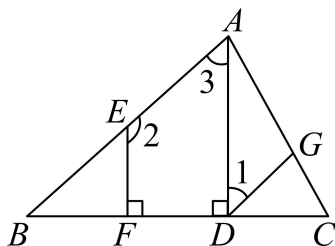
$\angle 1 = \angle A$ (两直线平行，内错角相等)。

$\therefore \angle ACB + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ 。

$\therefore \angle ACB + \angle A + \angle B = 180^\circ$ 。

故答案为：2； B ；两直线平行，同位角相等；1； A ；两直线平行，内错角相等； A ； B 。

25. 如图，已知 $AD \perp BC$ ，垂足为点 D ， $\angle EFD = 90^\circ$ ， $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，求证： $\angle CGD = \angle CAB$ 。



证明: $\because AD \perp BC$,

$\therefore \angle \underline{\hspace{2cm}} = 90^\circ$ (_____),

$\because \angle EFD = 90^\circ$,

$\therefore \angle ADC = \angle EFD$,

$\therefore EF \parallel AD$ (_____),

$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ (_____),

$\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$,

$\therefore \angle 1 = \angle 3$.

$\therefore \underline{\hspace{2cm}} \parallel \underline{\hspace{2cm}}$ (_____)

$\therefore \angle CGD = \angle CAB$ (_____)

【答案】 ADC , 垂直的定义, 同位角相等, 两直线平行; 两直线平行, 同旁内角互补; AB ; DG , 内错角相等, 两直线平行; 两直线平行, 同位角相等

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的判定与性质, 根据平行线的判定定理与性质定理求解即可.

【详解】 证明: $\because AD \perp BC$,

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$ (垂直的定义),

$\because \angle EFD = 90^\circ$,

$\therefore \angle ADC = \angle EFD$,

$\therefore EF \parallel AD$ (同位角相等, 两直线平行),

$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补),

$\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$,

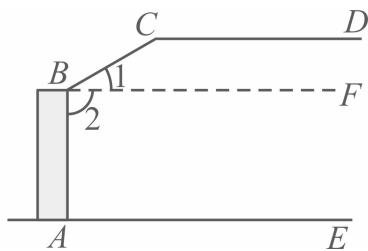
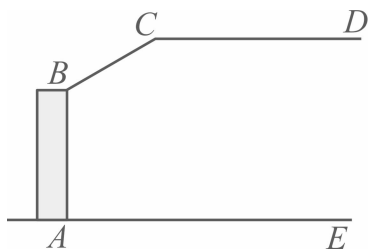
$\therefore \angle 1 = \angle 3$.

$\therefore AB \parallel DG$ (内错角相等, 两直线平行).

$\therefore \angle CGD = \angle CAB$ (两直线平行, 同位角相等).

故答案为: ADC ; 垂直的定义; 同位角相等, 两直线平行; 两直线平行, 同旁内角互补; AB ; DG ; 内错角相等, 两直线平行; 两直线平行, 同位角相等.

26. 一大门栏杆的平面示意图如图所示, BA 垂直地面 AE 于点 A , CD 平行于地面 AE , 若 $\angle BCD = 150^\circ$, 求 $\angle ABC$ 的度数;



解：过点 B 作 $BF \parallel CD$

$\because CD \parallel AE$,

$\therefore \underline{\hspace{1cm}} \parallel \underline{\hspace{1cm}} \parallel \underline{\hspace{1cm}}$ ()

(余下的说理过程请写在下方)

【答案】 $\angle ABC = 120^\circ$ ，过程见解析.

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的判定与性质，结合垂直的定义，根据平行线的判定定理与性质定理求解即可.

【详解】 解：过点 B 作 $BF \parallel CD$,

$\because CD \parallel AE$,

$\therefore CD \parallel BF \parallel AE$ (平行于同一直线的两直线互相平行),

$\therefore \angle 1 + \angle BCD = 180^\circ$, $\angle 2 + \angle BAE = 180^\circ$,

$\because BA \perp AE$,

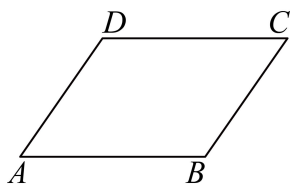
$\therefore \angle BAE = 90^\circ$,

又 $\because \angle BCD = 150^\circ$,

$\therefore \angle 1 = 30^\circ$, $\angle 2 = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABC = \angle 1 + \angle 2 = 120^\circ$.

27. 如图，已知： $\angle A = \angle C$, $AB \parallel DC$. 求证： $AD \parallel BC$.



【答案】 证明见解答过程.

【解析】

【分析】 此题考查了平行线的判定与性质，熟记平行线的判定与性质是解题的关键.

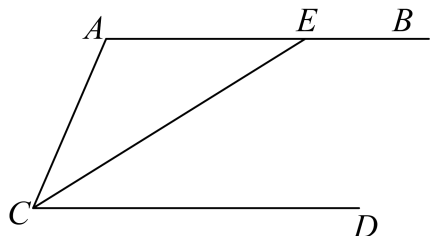
根据平行线的判定与性质求证即可.

【详解】 证明： $\because AB \parallel DC$,

$\therefore \angle A + \angle D = 180^\circ$,

$\because \angle A = \angle C$,
 $\therefore \angle C + \angle D = 180^\circ$,
 $\therefore AD \parallel BC$.

28. 如图所示, $AB \parallel CD$, CE 平分 $\angle ACD$, 并且交 AB 于 E , $\angle A = 118^\circ$, 则 $\angle AEC$ 等于_____.



【答案】 31°

【解析】

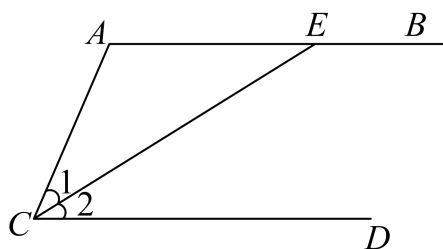
【分析】要求 $\angle AEC$ 的度数, 根据平行线的性质, 只需求得 $\angle 2$ 的度数. 显然结合平行线的性质以及角平分线的定义就可解决.

【详解】解: $\because AB \parallel CD$, CE 平分 $\angle ACD$ 交 AB 于 E , $\angle A = 118^\circ$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = \frac{1}{2}(180^\circ - 118^\circ) = 31^\circ,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle 2 = 31^\circ,$$

故答案为: 31° .



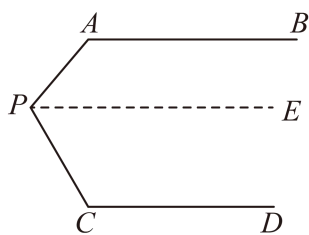
【点睛】本题考查的是角平分线的性质及平行线的性质, 比较简单,

需同学们熟练掌握.

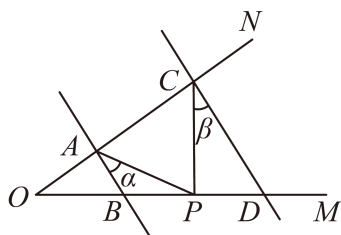
29. (1) 【问题情境】如图①, $AB \parallel CD$, $\angle PAB = 130^\circ$, $\angle PCD = 120^\circ$, 求 $\angle APC$ 的度数. 小明的思路是: 过点 P 作 $PE \parallel AB$, 通过平行线性质可得 $\angle APC$ 的度数是_____;

(2) 【问题迁移】如图②, $AB \parallel CD$, 点 P 在射线 OM 上运动, 记 $\angle PAB = \alpha$, $\angle PCD = \beta$, 当点 P 在 B , D 两点之间运动时, $\angle APC$ 与 α , β 之间有何数量关系? 请说明理由;

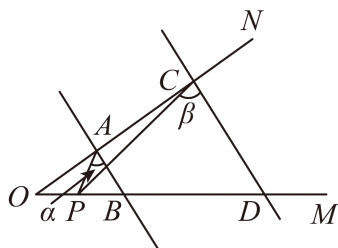
(3) 【联想拓展】在 (2) 的条件下, 当点 P 在线段 OB 上时, 如图③; 当点 P 在 BD 的延长线上时, 如图④. 请直接写出 $\angle APC$ 与 α , β 之间的数量关系, 无需证明.



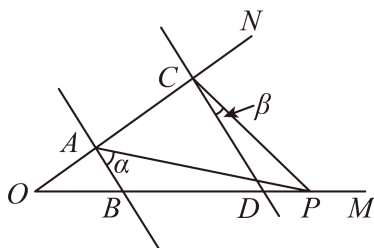
图①



图②



图③



图④

【答案】 (1) 110° ; (2) $\angle APC = \alpha + \beta$, 理由见解析; (3) 点 P 在线段 OB 上时, $\angle APC = \beta - \alpha$; 点 P 在 BD 的延长线上时, $\angle APC = \alpha - \beta$.

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行线的性质, 理解题意、作出适合的辅助线是解题关键.

(1) 根据平行线的性质进行计算, 即可求解.

(2) 过点 P 作 $PE \parallel AB$, 根据平行线的性质得 $\angle APE = \alpha$ 、 $\angle CPE = \beta$, 即可求解;

(3) 点 P 在线段 OB 上时, 过点 P 作 $PE \parallel AB$, 根据平行线的性质得 $\angle APE = \alpha$ 、 $\angle CPE = \beta$, 通过 $\angle APC = \angle CPE - \angle APE$ 即可求解; 点 P 在 BD 的延长线上时, 过点 P 作 $PE \parallel AB$, 根据平行线的性质得 $\angle APE = \alpha$ 、 $\angle CPE = \beta$, 通过 $\angle APC = \angle APE - \angle CPE$ 即可求解.

【详解】 解: (1) 如图, 过点 P 作 $PE \parallel AB$,

$$\because AB \parallel PE, AB \parallel CD,$$

$$\therefore AB \parallel PE \parallel CD,$$

$$\therefore \angle PAB + \angle APE = 180^\circ, \angle PCD + \angle CPE = 180^\circ,$$

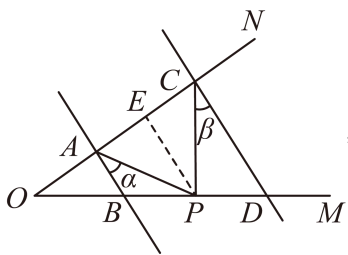
$$\because \angle PAB = 130^\circ, \angle PCD = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle APE = 180^\circ - \angle PAB = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ,$$

$$\angle CPE = 180^\circ - \angle PCD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle APC = \angle APE + \angle CPE = 50^\circ + 60^\circ = 110^\circ.$$

(2) 如图, 过点 P 作 $PE \parallel AB$,



$\because AB \parallel PE, AB \parallel CD,$

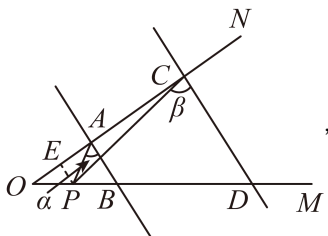
$\therefore AB \parallel PE \parallel CD,$

$\therefore \angle APE = \angle BAP = \alpha, \angle CPE = \angle PCD = \beta,$

$\therefore \angle APC = \angle APE + \angle CPE = \angle BAP + \angle PCD = \alpha + \beta.$

(3) 点 P 在线段 OB 上时, 如图,

过点 P 作 $PE \parallel AB,$



$\because AB \parallel PE, AB \parallel CD,$

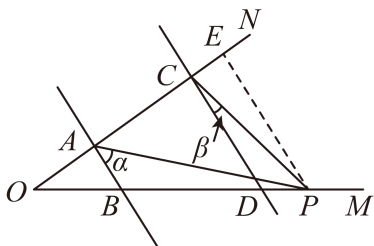
$\therefore AB \parallel PE \parallel CD,$

$\therefore \angle APE = \angle BAP = \alpha, \angle CPE = \angle PCD = \beta,$

$\therefore \angle APC = \angle CPE - \angle APE = \beta - \alpha.$

点 P 在 BD 的延长线上时, 如图,

过点 P 作 $PE \parallel AB,$



$\because AB \parallel PE, AB \parallel CD,$

$\therefore AB \parallel PE \parallel CD,$

$\therefore \angle APE = \angle BAP = \alpha, \angle CPE = \angle PCD = \beta,$

$\therefore \angle APC = \angle APE - \angle CPE = \alpha - \beta.$

