

数学 (六) 2025.6

考试时间：90 分钟 满分：100 分

一、选择题 (本大题 6 小题，每小题 2 分，满分 12 分)

1. 下列各比中，与 $2:3$ 能构成比例的是 ()

A. $3:2$

B. $4:9$

C. $10:15$

D. $7:8$

【答案】C

【解析】

【分析】根据比例的意义：表示两个比相等的式子叫做比例；由此依次算出各选项的比值，找出与 $2:3$ 比值相等的选项组成比例.

【详解】解： $2:3 = \frac{2}{3}$

A. $3:2 = \frac{3}{2}$ ，所以本选项不符合题意；

B. $4:9 = \frac{4}{9}$ ，所以本选项不符合题意；

C. $10:15 = \frac{2}{3}$ ，所以本选项符合题意；

D. $7:8 = \frac{7}{8}$ ，所以本选项不符合题意。

故选：C

【点睛】本题主要是应用比例的意义解决问题，解决本题的关键是熟练掌握比例的意义.

2. 下列事件中，最适宜采用全面调查的是 ()

A. 调查成都市东部新区中学生每天的阅读时间

B. 调查全国中学生对网络安全知识的了解程度

C. 对发射卫星的运载火箭零部件质量的检查

D. 调查某品牌灯泡的使用寿命

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查的是抽样调查和全面调查的区别，熟练掌握选择全面调查还是抽样调查要根据所要考查的对象的特征灵活选用是解题的关键. 一般来说，对于具有破坏性的调查、无法进行全面调查、全面调查的意义或价值不大，应选择抽样调查，对于精确度要求高的调查，事关重大的调查往往选用全面调查. 根据抽样调查，全面调查的特点依次进行判断即可.

【详解】解：A、调查成都市东部新区中学生每天的阅读时间，适合用抽样调查，故本选项不符合题意；

B、调查全国中学生对网络安全知识的了解程度，适合用抽样调查，故本选项不符合题意；

C、对发射卫星的运载火箭零部件质量的检查，适合用全面调查，故本选项符合题意；

D、调查某品牌灯泡的使用寿命，适合用抽样调查，故本选项不符合题意；

故选：C.

3. 已知 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 是二元一次方程 $bx + y = 0$ 的解，则 b 的值是 ()

A. -2

B. 2

C. -3

D. 3

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了二元一次方程的解的定义，二元一次方程的解是使方程左右两边相等的未知数的值，据此把 x 、 y 的值代入原方程中求出 b 的值即可得到答案.

【详解】解：∵ $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 是二元一次方程 $bx + y = 0$ 的解，

$$\therefore -b + 2 = 0,$$

$$\therefore b = 2,$$

故选：B.

4. 若扇形的圆心角扩大为原来的 4 倍，半径缩小为原来的一半，则扇形的弧长为原来的 ()

A. 2 倍

B. 4 倍

C. 一半

D. 8 倍

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了弧长公式，根据弧长公式 $l = \frac{n\pi r}{180^\circ}$ 分别表示出弧长即可求解.

【详解】解：设原圆心角为 θ ，半径为 r ，则原弧长 $l = \frac{\pi\theta r}{180^\circ}$ ，

$$\text{新圆心角 } \theta_1 = 4\theta, \text{ 新半径 } r_1 = \frac{r}{2}, \text{ 新弧长 } l_1 = \frac{\pi\theta_1 r_1}{180^\circ} = \frac{\pi 4\theta \cdot \frac{r}{2}}{180^\circ} = \frac{2\pi\theta r}{180^\circ},$$

$$\therefore \frac{l_1}{l} = \frac{\frac{2\pi\theta r}{180^\circ}}{\frac{\pi\theta r}{180^\circ}} = 2, \text{ 即新弧长为原弧长的 2 倍,}$$

故选：A.

5. 一个圆锥与一个圆柱的底面积相等，已知圆锥的体积是圆柱体积的 3 倍，圆锥的高是 27 cm，圆柱的高

是 ()

A. 1 cm

B. 3 cm

C. 9 cm

D. 27 cm

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查的是圆锥、圆柱的体积，熟练掌握圆锥的体积公式、圆柱的体积公式是解题的关键。由题意根据圆锥的体积公式、圆柱的体积公式进行计算即可。

【详解】 解：设圆锥和圆柱的底面积都是 s ，圆柱的高为 h ，

则圆锥的体积 $= 27 \times \frac{1}{3}s = 9s$ ，圆柱的体积 $= sh$ ，

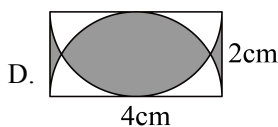
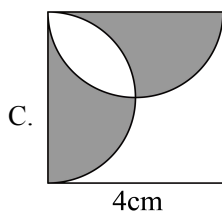
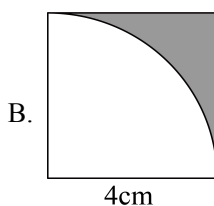
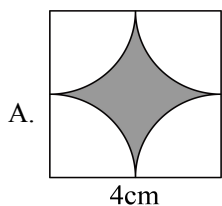
由题意得 $9s = 3sh$ ，

解得 $h = 3$ ，

即圆柱的高是 3 cm。

故选： B。

6. 下列图形中阴影部分周长最长的是 ()



【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查了与圆有关的图形的周长，根据图形分别计算各选项中阴影部分的周长，即可求解。

【详解】 解：以下计算中， π 取 3

A. 阴影部分周长为： $4 \times \frac{1}{4} \times 2\pi \times \left(\frac{1}{2} \times 4\right) = 4\pi \approx 12$ cm

B. 阴影部分周长为： $4 + 4 + \frac{1}{4} \times 2\pi \times 4 = 8 + 2\pi \approx 14$ cm

C. 阴影部分周长为： $4 + 4 + 2 \times \frac{1}{2} \times 2\pi \times \left(4 \times \frac{1}{2}\right) = 8 + 4\pi \approx 20$ cm

D. 阴影部分周长为: $2+2+2\pi\times\left(4\times\frac{1}{2}\right)=4+4\pi\approx 16\text{ cm}$

阴影部分周长最长的是 C 选项

故选: C

二、填空题 (本大题 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分)

7. 掷一枚正方体的骰子, 朝上一面的点数为素数的可能性大小是_____.

【答案】

$$\frac{1}{2}$$

【解析】

【分析】 本题主要考查可能性大小, 素数的定义, 掌握可能性大小的求解方法是解题的关键.

根据可能性大小等于所求结果数和所有等可能结果数之比, 用素数的个数除以所有可能结果的个数即可得出答案.

【详解】 解: 正方体骰子有六个面, 点数分别为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 其中素数为 2, 3, 5, 共 3 个,

因此, 朝上一面的点数为素数的可能性大小为 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$,

故答案为: $\frac{1}{2}$.

8. 已知 $0.25c = 30\%a$, 则 $a:c$ 的值为_____.

【答案】 $5:6$

【解析】

【分析】 本题考查了比例的性质, 根据比例的基本性质求解即可.

【详解】 解: $\because 0.25c = 30\%a$, 即 $\frac{1}{4}c = \frac{3}{10}a$,

$$\therefore a:c = \frac{1}{4} : \frac{3}{10} = 5:6.$$

故答案为: $5:6$.

9. 圆锥的母线长 $l = 1.5\text{ dm}$, 沿一条母线将圆锥侧面剪开并展平, 得到一个圆心角为 $\theta = 120^\circ$ 的扇形, 则该圆锥的底面圆的周长 $C =$ _____ dm . (π 取 3.14)

【答案】

3.14

【解析】

【分析】 本题考查了圆锥的计算, 弧长公式, 解题关键熟知圆锥的侧面展开图的弧长等于底面周长. 根据

圆锥的侧面展开图扇形的弧长等于圆锥底面的周长，利用扇形的弧长公式计算即可.

【详解】解： $C = \frac{120\pi \times 1.5}{180} = \pi \approx 3.14dm$.

故答案为：3.14.

10. 若关于 x 、 y 的二元一次方程的解是 $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$ ，则这个方程可以是_____ . (只写出一个满足条件的方程即可)

【答案】 $x + y = 4$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】根据二元一次方程的解的定义，比如把 x 与 y 的值相加得 4，即 $x + y = 4$ 是一个符合条件的方程.

【详解】 $\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$,

$\therefore x + y = 1 + 3 = 4$,

$\therefore$ 这个方程可以是 $x + y = 4$.

故答案为： $x + y = 4$ (答案不唯一)

【点睛】本题考查了二元一次方程的解. 此题抓住二元一次方程和方程的解的定义即可解决问题.

11. 化简比： $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} =$ _____.

【答案】 $6:4:3$

【解析】

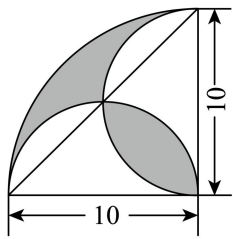
【分析】根据比的性质解答即可. 本题考查了比的性质，比的前项和后项同时乘一个数或除一个数 (0 除外) 比值不变.

【详解】 $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$
 $= \left(\frac{1}{2} \times 12 \right) : \left(\frac{1}{3} \times 12 \right) : \left(\frac{1}{4} \times 12 \right)$

$= 6:4:3$.

故答案为： $6:4:3$.

12. 图中两块阴影部分的面积之和为_____平方厘米 (结果保留 π ，单位：厘米).



【答案】 $(25\pi - 50)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了求阴影部分面积，观察图形可知阴影部分的面积等于四分之一圆的面积减去直角边长为 10 厘米的等腰直角三角形的面积，据此列式求解即可.

【详解】 解: $\frac{\pi \times 10 \times 10}{4} - \frac{1}{2} \times 10 \times 10$
 $= (25\pi - 50)$ 平方厘米,

故答案为: $(25\pi - 50)$.

13. 若 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} \neq 0$, 则 $\frac{2x+y-z}{2x-y+z}$ 的值为_____.

【答案】

$\frac{1}{2}$ ## 0.5

【解析】

【分析】 本题主要考查了求代数式的值, 设 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} = k$, 可得: $x = 3k$, $y = 4k$, $z = 6k$, 代入表达式求值.

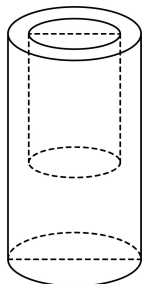
【详解】 解: 设 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} = k$ ($k \neq 0$),

则 $x = 3k$, $y = 4k$, $z = 6k$,

$$\begin{aligned} & \frac{2x+y-z}{2x-y+z} \\ &= \frac{2 \times 3k + 1 \times 4k - 6k}{2 \times 3k - 1 \times 4k + 6k} \\ &= \frac{6k + 4k - 6k}{6k - 4k + 6k} \\ &= \frac{4k}{8k} \\ &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

故答案为: $\frac{1}{2}$.

14. 如图, 一个圆柱体零件, 高 10 厘米, 底面直径是 6 厘米, 零件的一端有一个圆柱形的圆孔, 圆孔的直径是 4 厘米, 孔深 5 厘米. 如果将这个零件接触空气的部分涂上防锈漆, 那么一共要涂_____平方厘米. (结果保留 π)



【答案】 98π

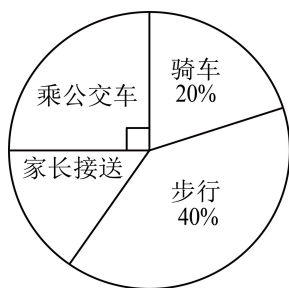
【解析】

【分析】 本题考查了组合立体图形的表面积, 把它转化成几个规则立体图形的表面积之和或者差进行解答是解题的关键. 这个零件的涂上防锈漆面积等于圆柱体的表面积加上小圆柱的侧面积, 由此利用圆柱的侧面积、底面积公式代入数据即可解答.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & \pi \times 6 \times 10 + \pi \times (6 \div 2)^2 \times 2 + \pi \times 4 \times 5 \\ &= 60\pi + 18\pi + 20\pi \\ &= 98\pi \text{ (平方厘米)} \end{aligned}$$

故答案为: 98π .

15. 如图, 是某校六年级学生上学出行方式情况统计图. 已知由家长接送的有 75 人, 则该校六年级学生共有_____人.



【答案】 500

【解析】

【分析】 本题考查了扇形统计图的应用, 解题的关键是先求出乘公交车和家长接送人数所占百分比, 再计算百分比的差值. 用 75 除以家长接送的占比, 即可求解.

【详解】 解: 扇形统计图中, 乘公交车对应的扇形圆心角是 90° ,

因为整个圆的圆心角是 360° ,

所以乘公交车人数所占百分比为 $\frac{90}{360} \times 100\% = 25\%$.

则家长接送人数所占百分比为 $1 - 20\% - 40\% - 25\% = 15\%$.

$$75 \div 15\% = 500,$$

故答案为: 500.

16. 如图, 是九宫格, 在每个格子中填上一个数 (圈中没有全部标出) 使得每行、每列及对角线上三个数的和都相等, 则 $x =$ _____.

1	6	
	2	
$x + 2y$		$2x + 3y$

【答案】

-9

【解析】

【分析】 本题考查二元一次方程组的应用, 理解题意, 找出数量关系列式求解是关键.
通过九宫格中每行、每列及对角线上三个数的和相等, 列出方程组求解.

【详解】 解: 设每行、每列及对角线上三个数的和为 S ,

设第一行第三列的数为 c , 则 $1 + 6 + c = S$,

$$\therefore c = S - 7,$$

从左上到右下的对角线上数的关系: $1 + 2 + 2x + 3y = S$, 即 $3 + 2x + 3y = S - 7$,

$$\therefore 2x + 3y = S - 10,$$

从左下到右上的对角线上数的关系: $x + 2y + 2 + c = S$, 即 $x + 2y + 2 + S - 7 = S$,

$$\therefore x + 2y = 5,$$

设第三行和第二列的数为 d , 则 $6 + 2 + d = x + 2y + d + 2x + 3y$,

$$\therefore 3x + 5y = 8,$$

$$\text{联立方程组得, } \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x + 5y = 8 \end{cases},$$

$$\text{解得, } \begin{cases} x = -9 \\ y = 7 \end{cases},$$

故答案为: -9 .

17. 一个底面直径是 2dm 的圆柱形水杯, 杯里装满了水. 现在往水里完全浸没一个不规则物品, 取出后和完全浸没时相比水位下降 0.2dm , 则这个不规则物品的体积是_____ dm^3 . (结果保留 π)

【答案】 0.2π

【解析】

【分析】 不规则物品完全浸没时排开水的体积等于其自身体积, 水位下降部分的体积即为排开水的体积, 根据圆柱体积公式计算下降部分水的体积即可. 本题考查圆柱的体积公式. 解题方法与技巧: 利用“排水法”, 不规则物体的体积等于水位下降部分的圆柱体积, 应用圆柱体积公式 $V = \pi r^2 h$ 计算. 解题关键是明确“物体体积=下降的水的体积”. 易错点是混淆底面直径与半径, 忘记将直径转化为半径计算.

【详解】 圆柱底面直径为 2dm , 则半径 $r = 2 \div 2 = 1\text{dm}$.

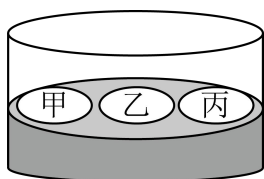
$$\text{底面积 } S = \pi r^2 = \pi \times 1^2 = \pi \text{dm}^2.$$

$$\text{水位下降高度 } h = 0.2\text{dm},$$

$$\text{故物品体积 } V = S \times h = \pi \times 0.2 = 0.2\pi \text{dm}^3.$$

故答案为 0.2π .

18. 如图, 一个圆柱体容器, 其底部有三个完全相同的小孔槽, 分别命名为甲槽、乙槽、丙槽. 有大小质地完全相同的三个小球, 每个小球标有从 1 至 9 中选取的一个数字, 且每个小球所标数字互不相同. 作如下操作: 将这三个小球放入容器中, 摇动容器使这三个小球全部落入不同的小孔槽 (每个小孔槽只能容下一个小球), 取出小球记录下各小孔槽的计分 (分数为落入该小孔槽小球上所标的数字), 完成第一次操作. 再重复以上操作两次. 已知甲槽、乙槽、丙槽三次操作计分之和分别为 20 分、10 分、9 分, 其中第一次操作计分最高的是乙槽, 则第二次操作计分最低的是_____ (从“甲槽”、“乙槽”、“丙槽”中选填).



【答案】乙槽

【解析】

【分析】设第一次操作乙得 x 分，第二次操作乙得 y 分，第三次操作乙得 z 分，根据题意，得 $x + y + z = 10$ ，当 $y = z = 1$ 时， x 最大，为 8，根据每次操作数字不相同，故数字 1 不可能再出现，故第二次操作最小的是乙槽.

本题考查了方程的应用，特殊解，熟练掌握整数解是解题的关键.

【详解】设第一次操作乙得 x 分，第二次操作乙得 y 分，第三次操作乙得 z 分，根据题意，得 $x + y + z = 10$ ，当 $y = z = 1$ 时， x 最大，为 8，根据每次操作数字不相同，故数字 1 不可能再出现，故第二次操作计分最低的是乙槽.

故答案为：乙槽.

三、简答题（本大题 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

19. 解方程： $x : 3\frac{1}{2} = 3\frac{1}{7} : 4$

【答案】 $x = \frac{11}{4}$

【解析】

【分析】本题考查了解比例，根据比例的性质计算，即可求解.

【详解】解： $x : 3\frac{1}{2} = 3\frac{1}{7} : 4$

$$4x = \frac{7}{2} \times \frac{22}{7}$$

解得： $x = \frac{11}{4}$

20. 解方程组：
$$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1 \\ 3x - y = -1 \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x = -3 \\ y = -8 \end{cases}$$

【解析】

【分析】本题考查了解二元一次方程组；通过消元法求解，先把第一个方程的分母简化计算.

【详解】解：方程组
$$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1 \\ 3x - y = -1 \end{cases},$$

将第一个方程乘以 12 得: $12 \times \left(\frac{x}{3} - \frac{y}{4} \right) = 12 \times 1$,

即 $4x - 3y = 12$,

$\therefore$ 方程组化为 $\begin{cases} 4x - 3y = 12 \\ 3x - y = -1 \end{cases}$.

将第二个方程乘以 3 得: $3 \times (3x - y) = 3 \times (-1)$,

即 $9x - 3y = -3$.

$(4x - 3y) - (9x - 3y) = 12 - (-3)$,

即 $4x - 3y - 9x + 3y = 15$,

即 $-5x = 15$,

$\therefore x = -3$.

将 $x = -3$ 代入 $3x - y = -1$ 得 $3 \times (-3) - y = -1$,

解得 $y = -8$.

因此, 方程组的解为

$$\begin{cases} x = -3 \\ y = -8 \end{cases}.$$

21. 解方程组: $\begin{cases} x + y + 2z = 5 \\ 2x + y + z = 13 \\ x + 2y + z = -2 \end{cases}$

$$x = 9$$

【答案】 $\begin{cases} y = -6 \\ z = 1 \end{cases}$

$$z = 1$$

【解析】

【分析】 本题考查了解三元一次方程组. 通过将三个方程相加, 得到 $x + y + z$ 的值, 然后分别用各个方程减去该式, 逐一求解未知数.

【详解】 解: $\begin{cases} x + y + 2z = 5 \text{ ①} \\ 2x + y + z = 13 \text{ ②} \\ x + 2y + z = -2 \text{ ③} \end{cases}$

① + ② + ③ 得, $4x + 4y + 4z = 16$ 即 $x + y + z = 4$ ④

$$\textcircled{1}-\textcircled{4}\text{得 } (x+y+2z)-(x+y+z)=5-4$$

$$\text{即 } z=1$$

$$\textcircled{2}-\textcircled{4}\text{得 } (2x+y+z)-(x+y+z)=13-4$$

$$\text{即 } x=9$$

$$\textcircled{3}-\textcircled{4}\text{得 } (x+2y+z)-(x+y+z)=-2-4$$

$$\text{解得: } y=-6$$

$$x=9$$

$$\therefore \begin{cases} y=-6 \\ z=1 \end{cases}$$

$$z=1$$

$$22. \text{ 已知: } x:y=2\frac{1}{3}:5\frac{1}{4}, 4y=5z. \text{ 求 } x:y:z.$$

【答案】 20:45:36

【解析】

【分析】 本题考查了比的化简；先将混合数转换为假分数，求出 $x:y$ 的比例，再从 $4y=5z$ 求出 $y:z$ 的比例，最后统一 y 的比例得到 $x:y:z$ 。

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } 2\frac{1}{3} &= \frac{7}{3}, \quad 5\frac{1}{4} = \frac{21}{4}, \\ \therefore x:y &= \frac{7}{3} : \frac{21}{4} = \frac{7}{3} \times \frac{4}{21} = \frac{28}{63} = \frac{4}{9} = 4:9. \end{aligned}$$

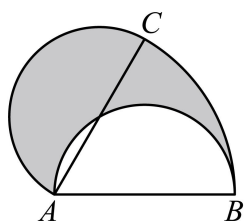
$$\text{由 } 4y=5z, \text{ 得 } y:z=5:4.$$

$$\therefore x:y=4:9=20:45,$$

$$y:z=5:4=45:36,$$

$$\therefore x:y:z=20:45:36.$$

23. 如图，已知直径 AB 、 AC 为 5cm 的半圆， $\angle BAC=60^\circ$ ，求阴影部分的面积。（计算结果保留 π ）



【答案】 $\frac{25}{6}\pi$

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆的面积的计算，根据题意可知 $S_{\text{阴影}} = \frac{1}{6} S_{\text{圆}AB \text{为半径}}$ ，再代入求值.

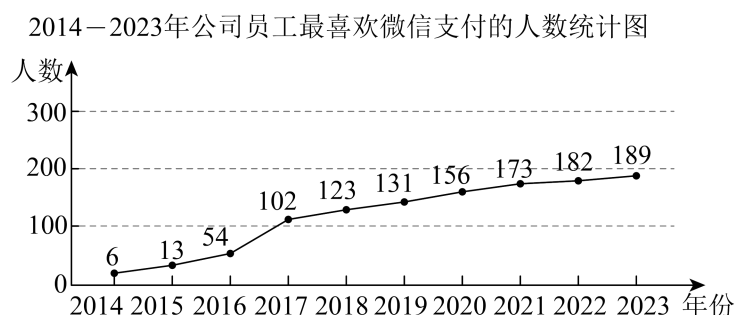
【详解】 解：根据题意， $S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2} S_{\text{圆}AC \text{为直径}} + \frac{60^\circ}{360^\circ} S_{\text{圆}AB \text{为半径}} - \frac{1}{2} S_{\text{圆}AB \text{为直径}} = \frac{1}{6} S_{\text{圆}AB \text{为半径}}$ ，

所以： $S_{\text{阴影}} = \frac{1}{6} \times \pi \times 5^2 = \frac{25}{6} \pi$ (平方厘米)，

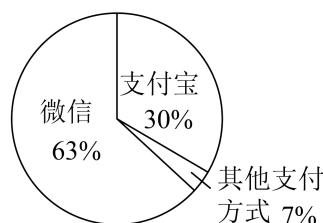
答：阴影部分的面积是 $\frac{25}{6} \pi$ 平方厘米.

四、解答题 (第 24 题 6 分，第 25 题 6 分，第 28 题 7 分，第 27 题 8 分，共 27 分)

24. 为了解人们平时最喜欢哪种支付方式，某公司每年都随机调查本公司固定数量的员工，统计他们平时最喜欢使用的支付方式 (每人选择一项). 下面是相关的统计情况，请仔细观察下面两个统计图并回答问题.



2023 年公司员工最喜欢使用的支付方式统计图



- (1) 公司 2023 年调查的总人数是_____人；
- (2) 观察上面的折线统计图，可以看出该公司员工最喜欢使用微信平台支付的人数呈_____趋势；
- (3) 2023 年最喜欢使用微信平台支付的人数比最喜欢使用支付宝平台支付的人数多百分之几？

【答案】 (1) 300 (2) 上升

(3) 110%

【解析】

【分析】 本题考查了折线统计图和扇形统计图，熟练掌握统计调查的相关知识是解题关键.

- (1) 利用 2023 年最喜欢微信支付的人数除以其所占的百分比即可得；
- (2) 观察折线统计图即可得；
- (3) 先根据扇形统计图求出 2023 年最喜欢使用支付宝平台支付的人数，再利用 2023 年最喜欢使用微信平台支付的人数减去最喜欢使用支付宝平台支付的人数，然后除以最喜欢使用支付宝平台支付的人数即可得.

【小问 1 详解】

解： $189 \div 63\% = 300$ (人)，

即公司 2023 年调查的总人数是 300 人，

故答案为：300.

【小问 2 详解】

解：观察上面的折线统计图，可以看出该公司员工最喜欢使用微信平台支付的人数呈上升趋势。

故答案为：上升。

【小问 3 详解】

解： $300 \times 30\% = 90$ （人），

$$(189 - 90) \div 90 \times 100\%$$

$$= 99 \div 90 \times 100\%$$

$$= 110\%,$$

答：2023 年最喜欢使用微信平台支付的人数比最喜欢使用支付宝平台支付的人数多 110%。

25. 某房地产公司推出的酒店式公寓，第一季度的房价是每平方米 20000 元，随着房价的全面上涨，第二季度的房价是每平方米 24000 元。在当地购房，除了需要支付房价外，还需要支付房价的 3% 作为契税。

(1) 第二季度的房价的单价相比第一季度增长了百分之几？

(2) 预计第三季度的房价的单价的增长率在第二季度的基础上将提高 5 个百分点，为鼓励人们购房，保障公寓销量，房地产公司给出如下优惠政策：①如果购房面积超过 70 平方米，将给予 10 万元的购房补贴；②如果购房金额超过 200 万元，除了免除 3% 的契税外，对房价的单价给予九八折的优惠（以上两种优惠政策不同时享受）。如果购房者想在第三季度购置一套 80 平方米的该公寓房，选择哪一种优惠政策更划算？实际需要付款多少钱？

【答案】(1) 20%

(2) 选择第二种优惠政策更划算，实际需要付款 2352000 元。

【解析】

【分析】本题主要考查了百分比增大的计算和连续增长的应用，涉及百分比的实际应用。

(1) 利用两个季度的房价差值除以第一季度的房价再乘以百分百即可得出答案。

(2) 先计算无优惠时总付款，再分别计算两种优惠政策下的付款金额，比较大小，即可求解。

【小问 1 详解】

$$\text{解：} \frac{24000 - 20000}{20000} \times 100\% = 20\%,$$

答：第二季度的房价的单价相比第一季度增长了 20%

【小问 2 详解】

第三季度房价单价的增长率在第二季度 20% 基础上提高 5 个百分点，即 25%，

第三季度房价单价 $24000 \times (1 + 25\%) = 30000$ 元。

购房面积80平方米，总房价 $30000 \times 80 = 2400000$ 元.

无优惠时，需付契税 $2400000 \times 3\% = 72000$ 元，总付款 $2400000 + 72000 = 2472000$ 元.

第一种优惠政策：购房面积超过70平方米，给予10万元补贴，实际付款 $2472000 - 100000 = 2372000$ 元.

第二种优惠政策：购房金额超过200万元，免除契税且房价单价九八折，折扣后单价 $30000 \times 0.98 = 29400$ 元，总房价 $29400 \times 80 = 2352000$ 元，无契税，实际付款 2352000 元.

$$\because 2372000 > 2352000,$$

$\therefore$ 第二种优惠政策更划算，实际付款 2352000 元.

26. 已知二元一次方程 $3x + 2y = 18$,

(1) 请用关于 x 的式子表示 y ，并直接写出此方程的所有正整数解；

(2) 如果二元一次方程组的解 $\begin{cases} x + 2y = a \\ x = 2 - y \end{cases}$ 是二元一次方程 $3x + 2y = 18$ 的解，求 a 的值.

【答案】(1) $y = 9 - \frac{3}{2}x$, $\begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases}$, $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$

(2) $a = -10$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解二元一次方程组.

(1) 将 x 看作已知数，求得 $y = 9 - \frac{3}{2}x$ ，再求得所有正整数解即可；

(2) 先联立得 $\begin{cases} 3x + 2y = 18 \text{①} \\ x = 2 - y \text{②} \end{cases}$ ，利用加减消元法求得 $\begin{cases} x = 14 \\ y = -12 \end{cases}$ ，再代入 $x + 2y = a$ ，即可求解.

【小问1详解】

解：移项得 $2y = 18 - 3x$,

整理得 $y = 9 - \frac{3}{2}x$,

此方程的正整数解为： $\begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases}$, $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$;

【小问2详解】

解：由题意得： $\begin{cases} 3x + 2y = 18 \text{①} \\ x = 2 - y \text{②} \end{cases}$,

把①代入②得： $3(2 - y) + 2y = 18$,

$$\therefore y = -12,$$

把 $y = -12$ 代入②得: $x = 2 - (-12),$

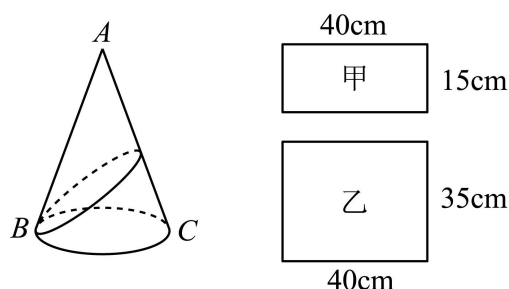
$$\therefore x = 14,$$

所以方程组的解是 $\begin{cases} x = 14 \\ y = -12 \end{cases},$

把 $\begin{cases} x = 14 \\ y = -12 \end{cases}$ 代入: $x + 2y = a,$ 得 $14 + 2 \times (-12) = a,$

$$\therefore a = -10.$$

27. 已知: 某中学将举办一次活动, 需要若干生日帽:



- (1) 已知每个生日帽, 底面半径为 1dm , 母线长为 6dm , 求生日帽侧面展开图的圆心角;
 - (2) 在 (1) 的条件下, 现从生日帽底面圆周上一点 B 出发, 沿生日帽侧面拉一圈装饰彩带再回到点 B , 直接猜测彩带的最短长度是多少?
 - (3) 本次活动还需要一些 KT 板, 某广告公司利用长为 200cm 、宽为 40cm 的 KT 板裁切甲、乙两种广告牌, 已知甲广告牌尺寸为 $40\text{cm} \times 15\text{cm}$, 乙广告牌尺寸为 $40\text{cm} \times 35\text{cm}$.
- ①求 1 块 KT 板的所有无浪费裁切方案;
- ②需要甲、乙两种广告牌各 500 块, 该公司仓库已有 300 块甲广告牌和 420 块乙广告牌, 为了不造成材料的浪费, 利用 (1) 中方案进行裁切, 问: 还需要购买多少块 KT 板 (购买的板恰好全部用完)?

【答案】 (1) 60°

(2) 6dm

(3) ①有两种裁切方案: 方案 1: 甲广告牌 11 块, 乙广告牌 1 块; 方案 2: 甲广告牌 4 块, 乙广告牌 4 块;

②还需要购买 29 块 KT 板

【解析】

【分析】 本题考查扇形展开图, 求圆心角, 等边三角形的性质与判定, 二元一次方程组的应用, 解题的关键是读懂题意, 找到等量关系, 列出二元一次方程和二元一次方程组.

(1) 根据弧长公式得出 $\frac{n\pi \times 6}{180} = 2\pi \times 1$, 即可求解;

(2) 根据扇形展开图得出 $\triangle ABB'$ 是等边三角形，则彩带的最短长度是 6dm

(3) ①设一张该板裁切甲广告牌 m 块，乙广告牌 n 块，可得 $15m + 35n = 200$ ，求出非负整数解即可；②根据题意，设 a 块 KT 板用方案 1 裁切， b 块 KT 板用方案 2 裁切，根据题意列出二元一次方程组，解方程组，即可求解.

【小问 1 详解】

解：依题意 $\frac{n\pi \times 6}{180} = 2\pi \times 1$

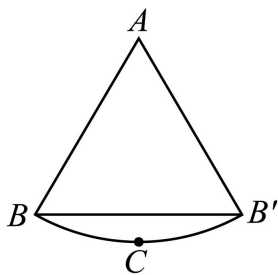
解得： $n = 60^\circ$

【小问 2 详解】

解：扇形展开图如图所示，

由 (1) 可得 $\angle BAB' = 60^\circ$ ，又 $AB = AB'$

$\therefore \triangle ABB'$ 是等边三角形，则彩带的最短长度是 6dm



【小问 3 详解】

①解：设该板材裁切甲广告牌 m 块，乙广告牌 n 块，

根据题意得： $15m + 35n = 200$

可得， $m = \frac{40 - 7n}{3}$

$\therefore m, n$ 为非负整数，

$\therefore \begin{cases} m = 11 \\ n = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m = 4 \\ n = 4 \end{cases}$

答：有以下两种裁切方案：

方案 1：甲广告牌 11 块，乙广告牌 1 块；

方案 2：甲广告牌 4 块，乙广告牌 4 块；

②解： $500 - 300 = 200$ ， $500 - 420 = 80$

还需要 200 块甲广告牌，80 块乙广告牌，

设 a 块 KT 板用方案 1 裁切， b 块 KT 板用方案 2 裁切，依题意得，

$$\begin{cases} 11a + 4b = 200 \\ a + 4b = 80 \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} a = 12 \\ b = 17 \end{cases}$

$$a + b = 29 \quad (\text{块})$$

答: 还需要购买 29 块 KT 板.