

2.27 七年级下学期数学练习 1

一、单选题 (每题 3 分, 共 18 分)

1. 以下列数据为三边长能构成三角形的是 ()

A. 1, 2, 3

B. 2, 3, 4

C. 14, 4, 9

D. 7, 2, 4

【答案】B

【解析】

【分析】利用三角形三边关系进行判定即可.

【详解】解: A、 $1+2=3$, 不符合三角形三边关系, 错误, 不符合题意;

B、 $2+3>4$, 成立, 符合题意;

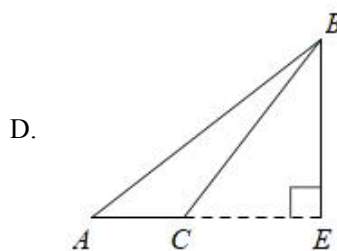
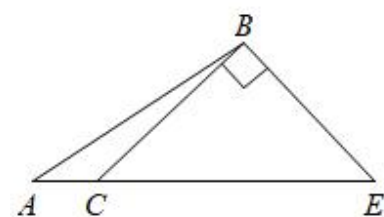
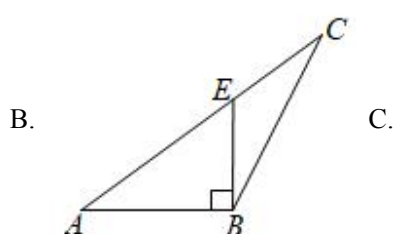
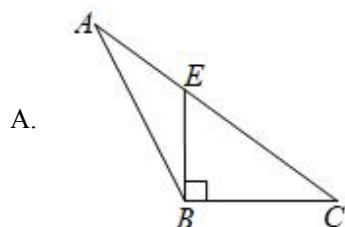
C、 $4+9<13$, 不符合三角形三边关系, 错误, 不符合题意;

D、 $2+4<7$, 不符合三角形三边关系, 错误, 不符合题意;

故选 B.

【点睛】本题考查三角形三边关系, 判定形成三角形的标准是两小边之和大于最大边, 熟练掌握运用三角形三边关系是解题关键.

2. 下列四个图形中, 线段 BE 是 $\triangle ABC$ 的高的是 ()



【答案】D

【解析】

【详解】三角形的高线的定义可得, D 选项中线段 BE 是 $\triangle ABC$ 的高.

故选: D

3. 下列命题:

①过一点有且只有一条直线与已知直线平行;

②过一点有且只有一条直线与已知直线垂直;

③把一个木条固定到墙上需要两颗钉子, 其中的数学原理是: 两点确定一条直线;

④从一个货站向一条高速路修一条最短的公路, 其中的数学原理是: 连接直线外一点与直线上各点的所有线段中, 垂线段最短;

⑤垂直于同一条直线的两条直线垂直, 其中的假命题有 ()

A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

D. 1 个

【答案】B

【解析】

【分析】此题主要考查了命题的真假判断, 正确的命题叫真命题, 错误的命题叫做假命题. 判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理.

分析是否为真命题, 需要分别分析各题设是否能推出结论, 从而利用排除法得出答案.

【详解】解: ①过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行, 原命题是假命题;

②在同一平面上, 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直, 原命题是假命题;

③把一个木条固定到墙上需要两颗钉子, 其中的数学原理是: 两点确定一条直线, 原命题是真命题;

④从一个货站向一条高速路修一条最短的公路, 其中的数学原理是: 连接直线外一点与直线上各点的所有线段中, 垂线段最短是真命题;

⑤垂直于同一条直线的两条直线平行, 原命题是假命题,

故选: B.

4. 下列说法正确的是 ()

A. 命题一定有逆命题

B. 真命题一定是定理

C. 真命题的逆命题一定是真命题

D. 假命题的逆命题一定是假命题

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查命题与定理、命题的真假判断、逆命题的概念, 解题的关键是掌握: 两个命题中, 如果第一个命题的条件是第二个命题的结论, 而第一个命题的结论又是第二个命题的条件, 那么这两个命题叫做互逆命题, 其中一个命题称为另一个命题的逆命题; 定理是通过逻辑推理证明为真的命题或公式. 据此判断即可.

【详解】解: A. 命题一定有逆命题, 故此选项符合题意;

- B. 真命题不一定是定理，故此选项不符合题意；
 C. 真命题的逆命题不一定是真命题，故此选项不符合题意；
 D. 假命题的逆命题不一定是假命题，故此选项不符合题意。

故选：A.

5. 下列说法中，正确的是（ ）

- A. 三角形的高、中线是线段，角平分线是射线
 B. 三角形的三条高中，至少有一条在三角形的内部
 C. 钝角三角形的三条角平分线在三角形的外部
 D. 在三角形中，连接一个顶点和它对边中点的直线叫作三角形的中线

【答案】B

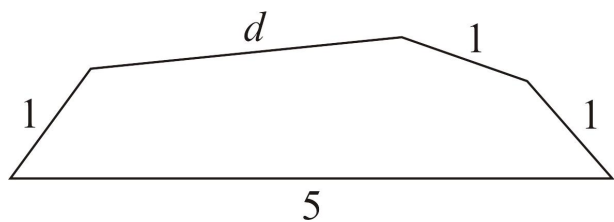
【解析】

【分析】本题考查与三角形有关的线段，解题的关键是理解三角形的高、中线、角平分线的定义，据此分析即可.

- 【详解】解：A. 三角形的高、中线、角平分线都是线段，故此选项不符合题意；
 B. 三角形的三条高中，至少有一条在三角形的内部，故引选项符合题意；
 C. 钝角三角形的三条角平分线都在三角形的内部，故此选项不符合题意；
 D. 在三角形中，连接一个顶点和它对边中点的线段叫做三角形的中线，故此选项不符合题意。

故选：B.

6. 平面内，将长分别为 1, 5, 1, 1, d 的线段，顺次首尾相接组成凸五边形（如图），则 d 可能是（ ）



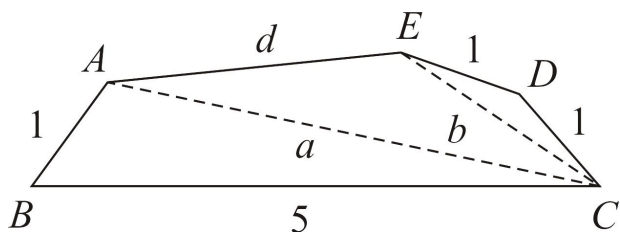
- A. 1 B. 2 C. 7 D. 8

【答案】C

【解析】

【分析】如图（见解析），设这个凸五边形为 $ABCDE$ ，连接 AC, CE ，并设 $AC = a, CE = b$ ，先在 ABC 和 $\triangle CDE$ 中，根据三角形的三边关系定理可得 $4 < a < 6$ ， $0 < b < 2$ ，从而可得 $4 < a + b < 8$ ， $2 < a - b < 6$ ，再在 $\triangle ACE$ 中，根据三角形的三边关系定理可得 $a - b < d < a + b$ ，从而可得 $2 < d < 8$ ，由此即可得出答案.

【详解】解：如图，设这个凸五边形为 $ABCDE$ ，连接 AC, CE ，并设 $AC = a, CE = b$ ，



在 $\triangle ABC$ 中， $5-1 < a < 1+5$ ，即 $4 < a < 6$ ，

在 $\triangle CDE$ 中， $1-1 < b < 1+1$ ，即 $0 < b < 2$ ，

所以 $4 < a+b < 8$ ， $2 < a-b < 6$ ，

在 $\triangle ACE$ 中， $a-b < d < a+b$ ，

所以 $2 < d < 8$ ，

观察四个选项可知，只有选项 C 符合，

故选：C.

【点睛】本题考查了三角形的三边关系定理，通过作辅助线，构造三个三角形是解题关键.

二、填空题 (每题 2 分，共 36 分)

7. 命题“对顶角相等”的逆命题是_____.

【答案】如果两个角相等，那么这两个角是对顶角

【解析】

【分析】本题主要考查了写出一个命题的逆命题，把原命题的条件与结论互换写出对应的逆命题即可.

【详解】解：命题“对顶角相等”的逆命题是如果两个角相等，那么这两个角是对顶角，

故答案为：如果两个角相等，那么这两个角是对顶角.

8. 把命题“等角的余角相等”写成“如果...，那么....”的形式为_____.

【答案】如果两个角相等，那么这两个角的余角也相等.

【解析】

【分析】本题主要考查了将原命题写成条件与结论的形式，“如果”后面是命题的条件，“那么”后面是命题的结论，解决本题的关键是找到相应的条件和结论，比较简单.

命题中的条件是两个角是等角，放在“如果”的后面，结论是这两个角的余角相等，应放在“那么”的后面.

【详解】解：题设为：两个角是等角；结论为：这两个角的余角相等，

故写成“如果……，那么……”的形式是：如果两个角相等，那么这两个角的余角也相等.

故答案为：如果两个角相等，那么这两个角的余角也相等.

9. 若等腰三角形的两边长分别是 2cm 和 5cm，则这个等腰三角形的周长是_____.

【答案】 12cm ##12 厘米

【解析】

【分析】 本题考查等腰三角形性质及三角形三边关系，解题的关键是根据三角形三边关系及分类讨论腰即可得到答案.

【详解】 解：当 2cm 是腰长时， $2+2<5$ ，无法组成三角形，不符合题意；

当 5cm 是腰长时， $5-5<2<5+5$ ，符合题意，此时周长为： $5+5+2=12(\text{cm})$ ；

综上所述，这个等腰三角形的周长是 12cm.

故答案为：12cm.

10. 在同一平面内，若 $\angle A$ 与 $\angle B$ 的两边分别平行，且 $\angle A$ 比 $\angle B$ 的 3 倍少 40° ，则 $\angle A$ 的度数为_____.

【答案】 20° 或 125°

【解析】

【分析】 根据平行线性质的得出 $\angle A+\angle B=180^\circ$ ①， $\angle A=\angle B$ ②，再根据 $\angle A=3\angle B-40^\circ$ ，分两种情况分别求出两个角的度数即可.

【详解】 解： $\because \angle A$ 与 $\angle B$ 的两边分别平行，

$\therefore \angle A+\angle B=180^\circ$ ①或 $\angle A=\angle B$ ②，

$\because \angle A$ 比 $\angle B$ 的 3 倍少 40° ，

$\therefore \angle A=3\angle B-40^\circ$ ③，

把③代入①得： $3\angle B-40^\circ+\angle B=180^\circ$ ，

解得 $\angle B=55^\circ$ ， $\angle A=125^\circ$ ；

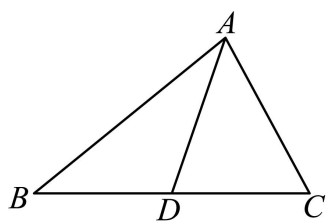
把③代入②得： $3\angle B-40^\circ=\angle B$ ，

解得 $\angle B=20^\circ$ ， $\angle A=20^\circ$ ，

故答案为： 20° 或 125° .

【点睛】 本题考查了平行线的性质的应用，解题时注意：如果一个角的两边分别和另一个角的两边分别平行，那么这两个角相等或互补.

11. 如图，已知 AD 为 $\triangle ABC$ 的中线， $AB=10\text{cm}$ ， $AC=7\text{cm}$ ， $\triangle ACD$ 的周长为 20cm，则 $\triangle ABD$ 的周长为_____ cm.



【答案】 23

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形的中线的定义，把三角形的周长的差转化为已知两边 AB 、 AC 的长度的差是解题的关键。根据三角形中线的定义可得 $BD = CD$ ，再表示出 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 的周长的差就是 AB 、 AC 的差，然后计算即可。

【详解】 解： $\because AD$ 是 BC 边上的中线，

$$\therefore BD = CD,$$

$$\therefore C_{\triangle ABD} - C_{\triangle ACD} = (AB + BD + AD) - (AC + AD + CD)$$

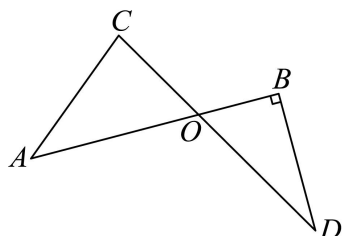
$$= AB - AC = 10 - 7 = 3\text{cm},$$

$$\because \triangle ACD \text{ 的周长为 } 20\text{cm},$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ 周长为: } 20 + 3 = 23\text{cm}.$$

故答案为： 23.

12. 如图，已知直线 AB 、 CD 相交于点 O ， $\angle C = 80^\circ$ ， $\angle A = 40^\circ$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， $\angle D = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】 30° ##30 度

【解析】

【分析】 本题考查三角形内角和定理的应用，根据三角形内角和定理得 $\angle AOC = 180^\circ - \angle C - \angle A = 60^\circ$ ，由对顶角相等得 $\angle BOD = \angle AOC = 60^\circ$ ，再利用三角形内角和定理即可得出结论。解题的关键是掌握：三角形内角和为 180° 。

【详解】 解： $\because \angle C = 80^\circ$ ， $\angle A = 40^\circ$ ，

$$\therefore \angle AOC = 180^\circ - \angle C - \angle A = 180^\circ - 80^\circ - 40^\circ = 60^\circ,$$

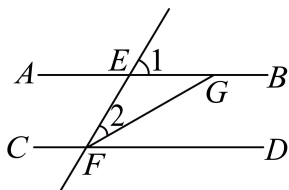
$$\therefore \angle BOD = \angle AOC = 60^\circ,$$

$$\because \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle D = 180^\circ - \angle B - \angle BOD = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

故答案为: 30° .

13. 如图, $AB \parallel CD$, $\angle 1 = 58^\circ$, FG 平分 $\angle EFD$, 则 $\angle FGB =$ _____



【答案】 151° ## 151 度

【解析】

【分析】 本题考查平行线的性质, 根据平行线的性质得 $\angle EFD = \angle 1 = 58^\circ$, 由角平分线的定义得 $\angle GFD = \frac{1}{2} \angle EFD = 29^\circ$, 再根据平行线的性质得 $\angle FGB = 180^\circ - \angle GFD$, 即可得出答案. 解题的关键是掌握: 两直线平行, 内错角相等; 两直线平行, 同旁内角互补.

【详解】 解: $\because AB \parallel CD$, $\angle 1 = 58^\circ$,

$$\therefore \angle EFD = \angle 1 = 58^\circ,$$

$\because FG$ 平分 $\angle EFD$,

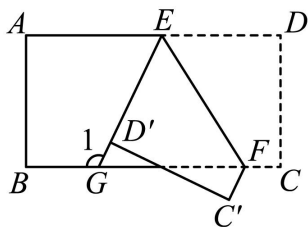
$$\therefore \angle GFD = \frac{1}{2} \angle EFD = \frac{1}{2} \times 58^\circ = 29^\circ,$$

$\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle FGB = 180^\circ - \angle GFD = 180^\circ - 29^\circ = 151^\circ,$$

故答案为: 151° .

14. 如图, 将一张长方形纸片沿 EF 折叠后, 点 D 、 C 分别落在点 D' 、 C' 位置, ED' 的延长线与 BC 相交于点 G , 若 $\angle EFG = 65^\circ$, 则 $\angle 1 =$ _____.



【答案】 130° ## 130 度

【解析】

【分析】 先根据平行线的性质得 $\angle DEF = \angle EFG = 65^\circ$, $\angle 1 = \angle GED$, 再根据折叠的性质得 $\angle DEF = \angle GEF = 65^\circ$, 则 $\angle GED = 130^\circ$, 所以 $\angle 1 = 130^\circ$.

【详解】解：∵ $DE \parallel GC$,

$$\therefore \angle DEF = \angle EFG = 65^\circ, \quad \angle 1 = \angle GED,$$

∵ 长方形纸片沿 EF 折叠后, 点 D 、 C 分别落在点 D' 、 C' 的位置,

$$\therefore \angle DEF = \angle GEF = 65^\circ,$$

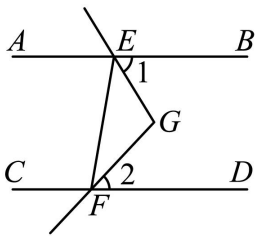
$$\text{即 } \angle GED = 130^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle GED = 130^\circ.$$

故答案为: 130° .

【点睛】本题考查了平行线的性质: 两直线平行, 同位角相等; 两直线平行, 同旁内角互补; 两直线平行, 内错角相等. 也考查了折叠的性质.

15. 如图, $AB \parallel CD$, $\angle 1 + \angle 2 = 110^\circ$, 则 $\angle GEF + \angle GFE =$ _____.



【答案】 70° ## 70 度

【解析】

【分析】根据平行线的性质得出 $\angle BEF + \angle DFE = 180^\circ$, 再根据角的和差关系即可求解.

【详解】∵ $AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle BEF + \angle DFE = 180^\circ,$$

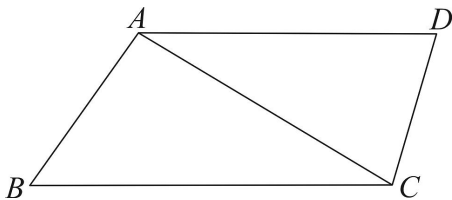
$$\because \angle 1 + \angle 2 = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle GEF + \angle GFE = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ.$$

故答案为: 70° .

【点睛】本题考查了平行线的性质, 关键是熟悉两直线平行, 同旁内角互补的知识点.

16. 如图, $AD \parallel BC$, $BC = 6$, 且三角形 ABC 的面积为 9, 则点 C 到 AD 的距离是_____.

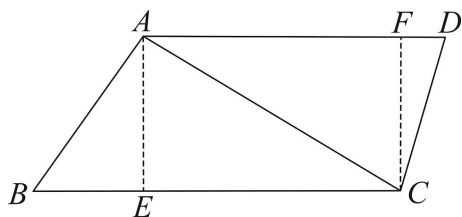


【答案】 3

【解析】

【分析】先利用三角形 ABC 的面积，求出其 BC 边上的高 $AE=3$ ，再利用平行线间距离处处相等，得到 C 到 AD 的距离为 3.

【详解】解：如图，过 A 作 $AE \perp BC$ 于 E ,



$\because \triangle ABC$ 的面积为 9, $BC=6$,

$$\therefore \frac{1}{2} BC \cdot AE = 9,$$

$$\therefore AE = 3,$$

过 C 作 $CF \perp AD$ 于 F ,

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore CF = AE = 3,$$

$\therefore$ 点 C 到 AD 的距离是 3,

故答案为 3.

【点睛】本题考查了三角形的面积，点到线段的距离的概念，利用平行线间距离处处相等是解决本题的关键.

17. 将一副三角板和一张对边平行的纸条按如图方式摆放，两个三角板的一条直角边共线，含 45° 角的直角三角板的斜边与纸条一边重合，含 30° 角的三角板的一个顶点在纸条的另一边上，则 $\angle 1$ 的度数是_____度.

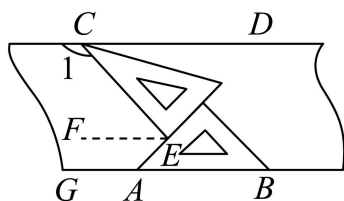


【答案】135

【解析】

【分析】过点 E 作 $EF \parallel AB$ ，根据题意得出 $\angle AEC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ ， $\angle BAE = 45^\circ$ ， $AB \parallel CD$ ，根据平行线的性质，得出 $\angle FEA = \angle BAE = 45^\circ$ ，求出 $\angle CEF = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ ，最后根据平行线的性质求出 $\angle 1 = 180^\circ - \angle CEF = 135^\circ$ 即可.

【详解】解：过点 E 作 $EF \parallel AB$ ，如图所示：



根据题意可知, $\angle AEC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$, $\angle BAE = 45^\circ$, $AB \parallel CD$,

$\therefore AB \parallel EF \parallel CD$,

$\therefore \angle FEA = \angle BAE = 45^\circ$,

$\therefore \angle CEF = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$,

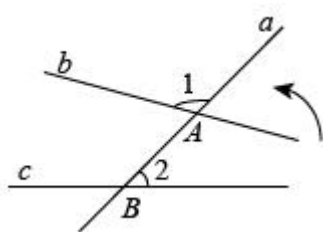
$\therefore CD \parallel EF$,

$\therefore \angle 1 = 180^\circ - \angle CEF = 135^\circ$.

故答案为: 135.

【点睛】 本题主要考查了平行线的性质, 平行公理, 解题的关键是作出辅助线, 熟练掌握平行线的性质.

18 如图, $\angle 1 = 108^\circ$, $\angle 2 = 30^\circ$, 若使 $b \parallel c$, 则可将直线 b 绕点 A 逆时针旋转_____度.

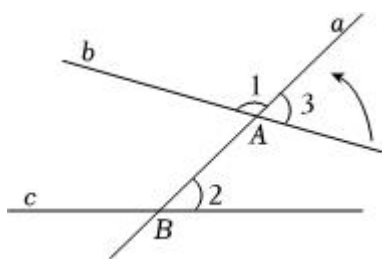


【答案】 42

【解析】

【分析】 先根据邻补角进行计算得到 $\angle 3 = 72^\circ$, 根据平行线的判定当 b 与 a 的夹角为 72° 时, $b \parallel c$, 由此得到直线 b 绕点 A 逆时针旋转 $72^\circ - 30^\circ = 42^\circ$.

【详解】 解: 如图:



$\therefore \angle 1 = 108^\circ$,

$\therefore \angle 3 = 72^\circ$,

$\therefore \angle 2 = 30^\circ$,

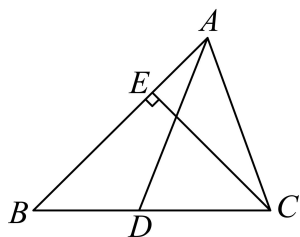
$\therefore$ 当 $\angle 3 = \angle 2 = 30^\circ$ 时, $b \parallel c$,

$\therefore$ 直线 b 绕点 A 逆时针旋转 $72^\circ - 30^\circ = 42^\circ$.

故答案为：42.

【点睛】本题考查的是平行线的判定定理，熟知同位角相等，两直线平行是解答此题的关键.

19. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=18, BC=16$ ， $CE \perp AB$ 于 E ， $CE=12$ ，点 D 在 BC 上移动，则 AD 的最小值是_____.



【答案】 $\frac{27}{2}$

【解析】

【分析】本题考查了与三角形高有关的计算，垂线段最短，根据题意，当 $AD \perp BC$ 时， AD 有最小值，利用 $\frac{1}{2} AB \cdot CE = \frac{1}{2} AD \cdot BC$ 即可解答.

【详解】解：根据题意得：当 $AD \perp BC$ 时， AD 有最小值，

$\because \triangle ABC$ 中， $AB=18, BC=16$ ， $CE \perp AB$ 于 E ， $CE=12$ ，

$$\therefore \frac{1}{2} AB \cdot CE = \frac{1}{2} AD \cdot BC,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 18 \times 12 = \frac{1}{2} \times 16 AD,$$

$$\therefore AD = \frac{27}{2},$$

故答案为： $\frac{27}{2}$.

20. 在 $\triangle ABC$ 中， AD 为边 BC 上的高， $\angle ABC = 30^\circ$ ， $\angle CAD = 20^\circ$ ，则 $\angle BAC$ 是_____度.

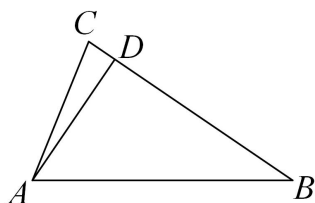
【答案】 40 或 80 或 40

【解析】

【分析】根据题意，由于 $\triangle ABC$ 类型不确定，需分三种情况：高在三角形内部、高在三角形边上和高在三角形外部讨论求解.

【详解】解：根据题意，分三种情况讨论：

①高在三角形内部，如图所示：



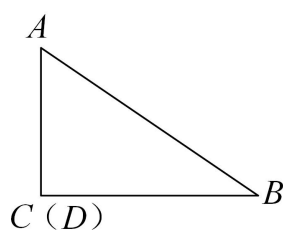
$\because$ 在 $\triangle ABD$ 中, AD 为边 BC 上的高, $\angle ABC = 30^\circ$,

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ - \angle ABC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\because \angle CAD = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BAD + \angle CAD = 60^\circ + 20^\circ = 80^\circ;$$

②高在三角形边上, 如图所示:

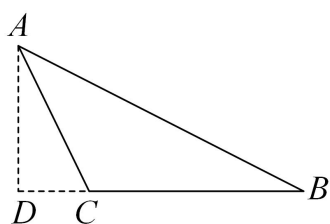


可知 $\angle CAD = 0^\circ$,

$$\because \angle CAD = 20^\circ,$$

故此种情况不存在, 舍弃;

③高在三角形外部, 如图所示:



$\because$ 在 $\triangle ABD$ 中, AD 为边 BC 上的高, $\angle ABC = 30^\circ$,

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ - \angle ABC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\because \angle CAD = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BAD - \angle CAD = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ;$$

综上所述: $\angle BAC = 80^\circ$ 或 40° ,

故答案为: 40 或 80.

【点睛】 本题考查求角度问题, 在没有图形的情况下, 必须考虑清楚各种不同的情况, 根据题意分情况讨论是解决问题的关键.

21. 定义：一个三角形的一边长是另一边长的2倍，这样的三角形叫作“倍长三角形”. 若 ABC 是“倍长三角形”，有两条边的长分别为2和3，则第三条边的长为_____.

【答案】1.5或4

【解析】

【分析】本题考查三角形三边关系，设第三边的长为 x ，先根据三角形三边关系定理得 $1 < x < 5$ ，再根据 ABC 是“倍长三角形”，分四种情况讨论并求解即可. 正确理解题意并利用分类讨论的思想解决问题是解题的关键.

【详解】解：设第三边的长为 x ，
则 $3 - 2 < x < 3 + 2$ ，即 $1 < x < 5$ ，
 $\therefore ABC$ 是“倍长三角形”，则：

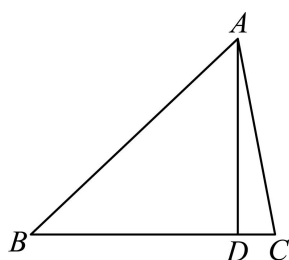
- ①若 $2x = 2$ ，则 $x = 1$ （不符合题意，舍去）；
- ②若 $2x = 3$ ，则 $x = 1.5$ ；
- ③若 $x = 2 \times 2$ ，则 $x = 4$ ；
- ④若 $x = 2 \times 3$ ，则 $x = 6$ （不符合题意，舍去）；

综上所述，第三条边的长为1.5或4.

故答案为：1.5或4.

22. 清初数学家梅文鼎在著作《平三角举要》中，对南宋数学家秦九韶提出的计算三角形面积的“三斜求积术”给出了一个完整的证明，证明过程中创造性地设计直角三角形，得出了一个结论：如图， AD 是锐角

ABC 的高，则 $BD = \frac{1}{2} \left(BC + \frac{AB^2 - AC^2}{BC} \right)$. 当 $AB = 7, BC = 6, AC = 5$ 时， $CD = \underline{\hspace{1cm}}$.



【答案】1

【解析】

【分析】根据公式求得 BD ，根据 $CD = BC - BD$ ，即可求解.

【详解】解： $\because AB = 7, BC = 6, AC = 5$,

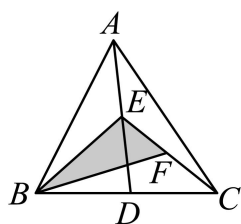
$$\therefore BD = \frac{1}{2} \left(BC + \frac{AB^2 - AC^2}{BC} \right) = \frac{1}{2} \left(6 + \frac{49 - 25}{6} \right) = 5$$

$$\therefore CD = BC - BD = 6 - 5 = 1,$$

故答案为：1.

【点睛】本题考查了三角形的高的定义，正确的使用公式是解题的关键.

23. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D, E, F 分别为 BC, AD, CE 的中点，且 $S_{\triangle ABC} = 4\text{cm}^2$ ，则阴影部分的面积为 $\underline{\hspace{2cm}} \text{cm}^2$.



【答案】1

【解析】

【分析】本题考查根据中点性质求面积，涉及三角形中线将三角形面积等分的性质，熟练根据这个性质，逐渐找到各个三角形之间面积的关系，代值求解即可得到答案，熟记三角形中线将三角形面积等分，数形结合是解决问题的关键.

【详解】解： $\because$ 点 F 分别为 CE 的中点，

$$\therefore S_{\triangle BEF} = \frac{1}{2} S_{\triangle BCE},$$

$\because$ 点 E 分别为 AD 的中点，

$$\therefore S_{\triangle BED} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD}, S_{\triangle CED} = \frac{1}{2} S_{\triangle ACD},$$

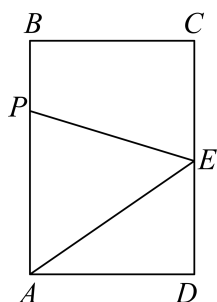
$$\therefore S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC},$$

$$\because S_{\triangle ABC} = 4\text{cm}^2,$$

$$\therefore S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = 2, \text{ 则 } S_{\triangle BEF} = \frac{1}{2} S_{\triangle BCE} = 1,$$

故答案为：1.

24. 如图，在长方形 $ABCD$ 中， $AB = 6\text{cm}$ ， $BC = 4\text{cm}$ ， E 为 CD 的中点. 动点 P 从点 A 出发，以每秒 1cm 的速度沿 $A-B-C-E$ 的方向运动，最终到达点 E . 若点 P 的运动时间为 x 秒，则当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时， $\triangle APE$ 的面积等于 8.



【答案】4 或 $\frac{26}{3}$

【解析】

【分析】本题考查了三角形的面积计算，灵活运用分情况讨论思想是解题的关键.

分三种情况讨论：①分 P 在 AB 上；② P 在 BC 上；③ P 在 CE 上三种情况，根据三角形的面积公式计算即可.

【详解】解：∵ 长方形 $ABCD$,

$$\therefore AD = BC = 4\text{cm},$$

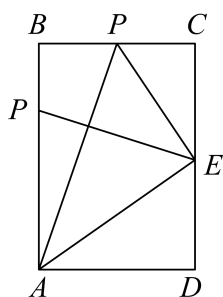
分三种情况讨论：

①当 P 在 AB 上时.

∵ $\triangle APE$ 的面积等于 8,

$$\therefore \frac{1}{2}x \cdot 4 = 8, \text{ 解得: } x = 4;$$

②当 P 在 BC 上时.



∵ $\triangle APE$ 的面积等于 8,

$$\therefore S_{\text{长方形}ABCD} - S_{\triangle CPE} - S_{\triangle ADE} - S_{\triangle ABP} = 8,$$

$$\therefore 4 \times 6 - \frac{1}{2}(4 + 6 - x) \times 3 - \frac{1}{2} \times 3 \times 4 - \frac{1}{2} \times 6 \times (x - 6) = 8,$$

$$\text{解得: } x = \frac{26}{3};$$

$$\text{③当 } P \text{ 在 } CE \text{ 上时, } \frac{1}{2}(6 + 4 + 3 - x) \times 4 = 8,$$

解得： $x=9$ (不合题意).

故答案为 4 或 $\frac{26}{3}$.

三、解答题

25. 已知 ABC 的三边长为 a, b, c , 且 a, b, c 都是整数.

(1) 若 $a=2, b=5$, 且 c 为偶数. 求 ABC 的周长.

(2) 化简: $|a-b+c|-|b-c-a|+|a+b+c|$.

【答案】 (1) ABC 的周长为 11 或 13

(2) $a+b+c$

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形的三边关系、化简绝对值、整式的加减运算等知识点, 理解三角形的三边关系成为解题的关键.

(1) 根据三角形的三边关系确定 c 的取值范围, 进而 c 的值, 最后求周长即可;

(2) 先根据三角形的三边关系确定 $a-b+c$ 、 $b-c-a$ 、 $a+b+c$ 的正负, 再化简绝对值, 然后再合并同类项即可解答.

【小问 1 详解】

解: $\because a=2, b=5$,

$\therefore 5-2 < c < 5+2$, 即 $3 < c < 7$,

由于 c 是偶数, 则 $c=4$ 或 6 ,

当 $c=4$ 时, ABC 的周长为 $a+b+c=2+5+4=11$,

当 $c=6$ 时, ABC 的周长为 $a+b+c=2+5+6=13$.

综上所述, ABC 的周长为 11 或 13.

【小问 2 详解】

解: $\because \triangle ABC$ 的三边长为 a, b, c ,

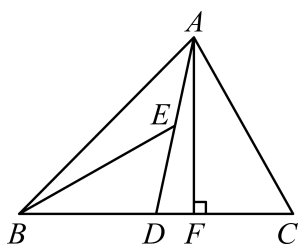
$\therefore a+c > b$,

$\therefore |a-b+c|-|b-c-a|+|a+b+c|$

$= a+c-b-(a+c-b)+a+b+c$

$= a+b+c$.

26. 如图, 在 ABC 中, AD, AF 分别为 ABC 的中线和高, BE 为 $\triangle ABD$ 的角平分线.



(1) 若 $\angle BED = 60^\circ$, $\angle BAD = 40^\circ$, 求 $\angle BAF$ 的大小.

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 40, $BD = 5$, 求 AF 的长.

【答案】(1) 50°

(2) 8

【解析】

【分析】本题考查了角平分线的性质，三角形外角性质和三角形面积公式. 本题的关键是充分应用三角形的角平分线、高和中线的定义.

(1) 先利用三角形的外角性质计算出 $\angle ABE = 20^\circ$, 再利用角平分线定义得到 $\angle ABC = 2\angle ABE = 40^\circ$, 然后根据高的定义和互余两角的性质求出 $\angle BAF$ 的度数;

(2) 先根据三角形中线定义得到 $BC = 2BD = 10$, 然后利用三角形面积公式求 AF 的长.

【小问 1 详解】

解: $\because \angle BED = \angle ABE + \angle BAE$,

$$\therefore \angle ABE = 60^\circ - 40^\circ = 20^\circ,$$

$\because BE$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABC = 2\angle ABE = 40^\circ,$$

$\because AF$ 为高,

$$\therefore \angle AFB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF = 90^\circ - \angle ABF = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ;$$

【小问 2 详解】

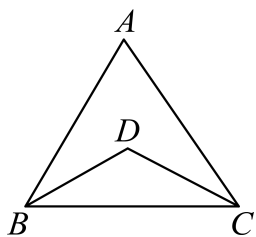
解: $\because AD$ 为中线,

$$\therefore BC = 2BD = 10,$$

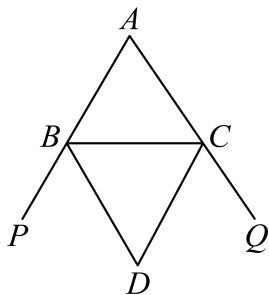
$$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AF \cdot BC,$$

$$\therefore AF = \frac{2 \times 40}{10} = 8.$$

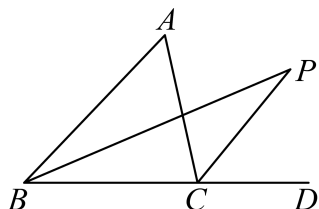
27 (1) 如图, BD 平分 $\angle ABC$, CD 平分 $\angle ACB$. $\angle A$ 与 $\angle D$ 有什么数量关系? 请证明.



(2) 如图, BD 平分外角 $\angle CBP$, CD 平分外角 $\angle BCQ$, $\angle A$ 与 $\angle D$ 数量关系为: _____;



(3) 如图, 点 P 为 ABC 内角平分线 BP 与外角平分线 CP 的交点, $\angle A$ 与 $\angle P$ 数量关系为: _____:



【答案】(1) $\angle D = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$, 证明见解析; (2) $\angle D = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$, 理由见解析; (3) $\angle P = \frac{1}{2}\angle A$,

理由见解析

【解析】

【分析】本题考查角平分线的定义, 三角形内角和定理, 三角形外角的性质. 解题的关键是掌握: 三角形外角等于与它不相邻两内角的和.

(1) 根据角平分线定义可得 $\angle DBC + \angle DCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB)$, 根据三角形内角和为 180° 可得 $\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A$, 即可得证;

(2) 根据角平分线定义可得 $\angle DBC = \frac{1}{2}\angle PBC$, $\angle DCB = \frac{1}{2}\angle BCQ$, 根据三角形内角和为 180° 可得 $\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A$, 即可得出结论;

(3) 根据角平分线定义可得 $\angle PCD = \frac{1}{2}\angle ACD$, $\angle CBP = \frac{1}{2}\angle ABC$, 根据三角形外角的性质可得 $\angle ACD - \angle ABC = \angle A$, 即可得出结论;

【详解】(1) 解: $\angle D = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$.

证明: $\because BD$ 平分 $\angle ABC$, CD 平分 $\angle ACB$,

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC, \quad \angle DCB = \frac{1}{2} \angle ACB,$$

$$\therefore \angle DBC + \angle DCB = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB),$$

$$\because \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A,$$

$$\therefore \angle DBC + \angle DCB = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle A) = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A,$$

$$\therefore \angle D = 180^\circ - (\angle DBC + \angle DCB) = 180^\circ - \left(90^\circ - \frac{1}{2} \angle A \right) = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A,$$

$$\text{即 } \angle D = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A;$$

$$(2) \text{ 解: } \angle D = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A.$$

理由: $\because BD$ 平分 $\angle PBC$, CD 平分 $\angle BCQ$,

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle PBC, \quad \angle DCB = \frac{1}{2} \angle BCQ,$$

$$\because \angle PBC = 180^\circ - \angle ABC, \quad \angle BCQ = 180^\circ - \angle ACB,$$

$$\therefore \angle D = 180^\circ - \angle DBC - \angle DCB$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2} (\angle PBC + \angle BCQ)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2} (180^\circ - \angle ABC + 180^\circ - \angle ACB)$$

$$= \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB),$$

$$\because \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A,$$

$$\therefore \angle D = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle A) = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A,$$

$$\text{即 } \angle D = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A,$$

$$\text{故答案为: } \angle D = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A;$$

$$(3) \text{ 解: } \angle P = \frac{1}{2} \angle A.$$

理由: $\because CP$ 平分 $\angle ACD$, BP 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle PCD = \frac{1}{2} \angle ACD, \quad \angle CBP = \frac{1}{2} \angle ABC,$$

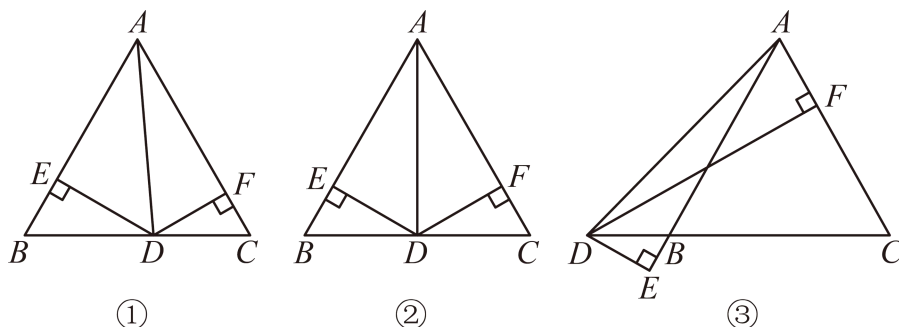
$$\therefore \angle P = \angle PCD - \angle CBP = \frac{1}{2}(\angle ACD - \angle ABC),$$

$$\because \angle ACD - \angle ABC = \angle A,$$

$$\therefore \angle P = \frac{1}{2}\angle A,$$

故答案为: $\angle P = \frac{1}{2}\angle A$.

28. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 为直线 BC 上任意一点, 连结 AD , $DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp AC$ 于点 F . BG 为 AC 边上的高; (第一小问 7 分, 第二小问 2 分, 第三小问 2 分)



【画图探究】(1) 如图①, 当点 D 在边 BC 上时, 请画出 BG , 猜想 DE , DF , BG 之间的数量关系并证明.

【运用】(2) 如图②, 当点 D 为 BC 中点时, BG 与 DE 的数量关系为_____

【拓展】(3) 如图③, 当点 D 在 CB 的延长线上时, DE , DF , BG 之间的数量关系为_____;

【答案】(1) 作图见解析; $BG = DE + DF$, 证明见解析; (2) $BG = 2DE$, 理由见解析; (3) $DF = DE + BG$, 理由见解析

【解析】

【分析】本题属于三角形综合题, 考查中线平分三角形的面积, 割补法求三角形的面积,

(1) 过点 B 作 $BE \perp AC$ 交 AC 于一点 E , 再根据 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ACD}$ 列式化简, 即可得证;

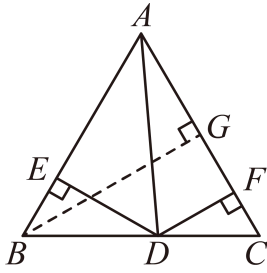
(2) 同理得 $\frac{1}{2}AC \cdot BG = \frac{1}{2}AB \cdot DE + \frac{1}{2}AC \cdot DF$, 根据点 D 为 BC 中点时得 $\frac{1}{2}AB \cdot DE = \frac{1}{2}AC \cdot DF$,

继而推出 $DE = DF$, 可得结论;

(3) 同理结合面积之间的关系列式化简, 即可得出结论.

解题的关键是熟练运用数形结合思想.

【详解】解: (1) 依题意, AC 边上的高 BG 如下图所示:



DE , DF , BG 之间的数量关系: $BG = DE + DF$.

证明: $\because DE \perp AB$, $DF \perp AC$, $BG \perp AC$, $AB = AC$,

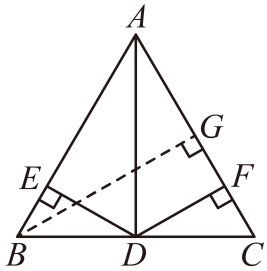
$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ACD} ,$$

$$\therefore \frac{1}{2} AC \cdot BG = \frac{1}{2} AB \cdot DE + \frac{1}{2} AC \cdot DF ,$$

$$\therefore BG = DE + DF ;$$

(2) BG 与 DE 的数量关系为: $BG = 2DE$.

理由: 如图, 过点 B 作 $BG \perp AC$ 交 AC 于点 G ,



$\because DE \perp AB$, $DF \perp AC$, $AB = AC$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ACD} ,$$

$$\therefore \frac{1}{2} AC \cdot BG = \frac{1}{2} AB \cdot DE + \frac{1}{2} AC \cdot DF ,$$

$$\therefore BG = DE + DF ,$$

$\because AB = AC$, 点 D 为 BC 中点时,

$$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} , \text{ 即 } \frac{1}{2} AB \cdot DE = \frac{1}{2} AC \cdot DF ,$$

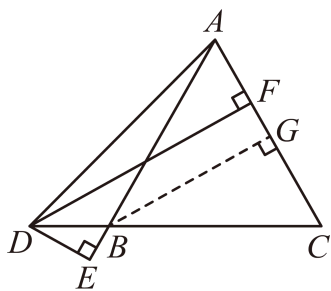
$$\therefore DE = DF ,$$

$$\therefore BG = DE + DF = DE + DE = 2DE ,$$

故答案为: $BG = 2DE$;

(3) DE , DF , BG 之间的数量关系: $DF = DE + BG$.

理由: 如图, 过点 B 作 $BG \perp AC$ 交 AC 于点 G ,



$$\because DE \perp AB, \quad DF \perp AC, \quad AB = AC,$$

$$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore \frac{1}{2} AC \cdot DF = \frac{1}{2} AB \cdot DE + \frac{1}{2} AC \cdot BG,$$

$$\therefore DF = DE + BG,$$

故答案为: $DF = DE + BG$.