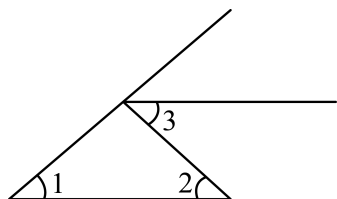


2024 学年度第二学期七年级数学学科 5 月阶段练习卷

(时间 90 分钟，满分 100 分)

一、选择题 (本大题共 8 题，每题 3 分，满分 24 分)

1. 如图所示，下列说法中正确的是 ()



- A. $\angle 2$ 与 $\angle 1$ 是同位角
B. $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是同位角
C. $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是内错角
D. $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是同旁内角

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查三线八角，根据同位角，内错角，同旁内角的定义，进行判断即可。

【详解】解：A、 $\angle 2$ 与 $\angle 1$ 是同旁内角，原说法错误，不符合题意；

B、 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 不是同位角，原说法错误，不符合题意；

C、 $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是内错角，原说法正确，符合题意；

D、 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 不是同旁内角，原说法错误，不符合题意；

故选 C.

2. 下列长度的三条线段能组成三角形的是 ()

- A. 1, 2, 1 B. 2, 7, 8 C. 4, 6, 11 D. 1.5, 2.5, 4

【答案】B

【解析】

【分析】根据三角形三边关系定理，任意两边之和必须大于第三边，判断时只需验证较短两边的和是否大于最长边即可。

【详解】解：A. 1, 2, 1: 较短边之和 $1+1=2$ ，等于最长边 2，不能组成三角形。

B. 2, 7, 8: 较短边之和 $2+7=9>8$ ，满足条件，能组成三角形。

C. 4, 6, 11: 较短边之和 $4+6=10<11$ ，不能组成三角形。

D. 1.5, 2.5, 4: 较短边之和 $1.5+2.5=4$ ，等于最长边 4，不能组成三角形。

故选 B.

3. 等腰三角形的一个角是 80° ，它的底角的大小为 ()

- A. 80° B. 50° C. 80° 或 20° D. 80° 或 50°

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查等腰三角形的定义，熟练掌握等腰三角形的定义是解题的关键. 根据题意可分当这个内角为顶角和底角时，然后根据等腰三角形的定义可进行求解.

【详解】解：当内角为 80° 是该等腰三角形的底角时，则它的底角度数为 80° ；

当内角为 80° 是该等腰三角形的顶角时，则它的底角度数为 $\frac{180-80^\circ}{2} = 50^\circ$ ；

综上，等腰三角形的一个角是 80° ，它的底角的大小为 80° 或 50° ，

故选：D.

4. 下列命题中，假命题是（ ）

- A. 面积相等的两个三角形全等
B. 全等三角形的面积相等
C. 全等三角形的周长相等
D. 两角对应相等且其中一组等角对边上的高相等的两个三角形全等

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查全等三角形的判定与性质. 逐一分析即可.

【详解】解：选项 A：面积相等的两个三角形不一定全等. 例如，底和高分别为 4 和 3 的三角形与底和高分别为 6 和 2 的三角形面积均为 6，但形状不同，不全等. 因此 A 是假命题；

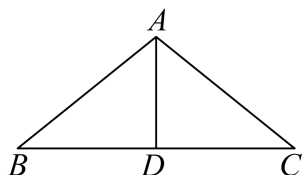
选项 B：全等三角形能够完全重合，所有对应边和对应角均相等，面积必然相等. B 是真命题；

选项 C：全等三角形的对应边长度相等，周长由各边之和决定，因此周长相等. C 是真命题；

选项 D：两角对应相等且其中一组等角对边上的高相等的两个三角形全等. D 是真命题；

故选：A.

5. 真如寺作为江南著名的佛教寺院，寺内大雄宝殿为元代建筑，承载着深厚的历史与艺术价值. 大殿采用抬梁式结构，粗壮的梁枋构件与古朴的斗拱形制，尽显元代建筑风格，稳固的建筑结构历经岁月修缮，依然保留着原有的韵味，是上海地区现存最古老的木结构建筑之一. 其顶端飞檐造型优美，可抽象为如图的等腰三角形 ABC ， $AB = AC$ ， D 是边 BC 上的一点. 下列条件不能说明 AD 是 ABC 的角平分线的是（ ）



- A. $\angle ADB = \angle ADC$ B. $BC = 2AD$ C. $BD = CD$ D. $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了等腰三角形的性质，熟练掌握等腰三角形“三线合一”的性质是解题的关键。根据等腰三角形“三线合一”的性质，逐项判断即可求解。

【详解】解： $\because \angle ADB = \angle ADC, \angle ADB + \angle ADC = 180^\circ$,

$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ ，即 AD 是 ABC 的高线，

$\because ABC$ 是等腰三角形， $AB = AC$ ，

$\therefore AD$ 是 ABC 的角平分线，故 A 选项不符合题意；

若 $BC = 2AD$ ，不能说明 AD 是 ABC 的角平分线，故 B 选项符合题意；

$\because ABC$ 是等腰三角形， $BD = CD$ ，

$\therefore AD$ 是 ABC 的角平分线，故 C 选项不符合题意；

$\because S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD}$ ，

$\therefore BD = CD$ ，

$\therefore AD$ 是 ABC 的角平分线，故 D 选项不符合题意；

故选：B。

6. 长方形的长为 3cm，宽为 2cm，以该长方形的一边所在直线为轴，将其旋转一周，形成圆柱，其体积为（ ）（结果保留 π ）

- A. 12π B. 18π C. 12π 或 18π D. 36π

【答案】C

【解析】

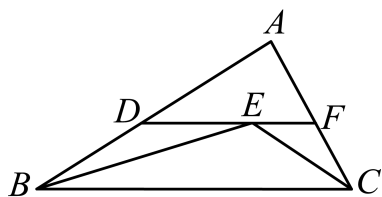
【分析】本题主要考查圆柱的体积公式，解题的关键是理解题意；因此此题可分当长方形的长为轴时，旋转一周形成的圆柱和当长方形的宽为轴时，旋转一周形成的圆柱，然后根据圆柱体积公式可进行求解。

【详解】解：由题意可分：①当长方形的长为 3cm 为轴时，旋转一周形成的圆柱，其体积为 $2^2 \times 3\pi = 12\pi \text{cm}^3$ ；

②当长方形的宽为 2cm 为轴时，旋转一周形成的圆柱，其体积为 $3^2 \times 2\pi = 18\pi \text{cm}^3$ ；

故选 C.

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BE, CE 分别是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线, 过点 E 作 $DF \parallel BC$, 分别交 AB, AC 于点 D, F . 若 $AB = 4$, $AC = 3$, 则 $\triangle ADF$ 的周长为 ()



A. 7

B. 8

C. 9

D. 10

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题主要考查等腰三角形的判定, 平行线的性质以及角平分线的定义根据平行线的性质和角平分线的定义得出 $BD = DE$, $EF = FC$, 进而解答即可.

【详解】 解: $\because DF \parallel BC$,

$$\therefore \angle DEB = \angle EBC, \quad \angle FEC = \angle ECB,$$

$\because BE, CE$ 分别是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线,

$$\therefore \angle DBE = \angle EBC, \quad \angle FCE = \angle ECB,$$

$$\therefore \angle DBE = \angle DEB, \quad \angle FEC = \angle FCE,$$

$$\therefore BD = DE, \quad EF = FC,$$

$$\therefore C_{\triangle ADF} = AD + DF + AF$$

$$= AD + AF + DE + EF$$

$$= AD + AF + BD + FC$$

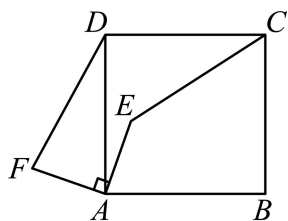
$$= AB + AC$$

$$= 4 + 3$$

$$= 7.$$

故选: A.

8. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, E 为正方形内一点, 连接 CE , 使 $CE = CB$, 再连接 AE , 将 AE 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到 AF , 连接 DF , 若 $\angle DCE = \alpha$, 则 $\angle ADF$ 的度数为 ()



A. α

B. $90^\circ - 2\alpha$

C. $45^\circ + \frac{\alpha}{2}$

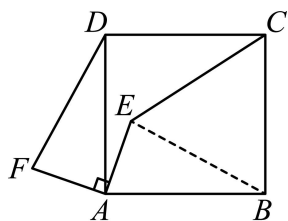
D. $45^\circ - \frac{\alpha}{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了旋转的性质，全等三角形的判定，等腰三角形的性质，连接 BE 由等腰三角形的性质可得 $\angle ABE$ ，由旋转的性质可证明 $\triangle DAF \cong \triangle BAE$ ，即可求解.

【详解】解：连接 BE 如图：



$\because ABCD$ 是正方形,

$\therefore AD = AB = BC = CD$,

$\because CE = CB$, $\angle DCE = \alpha$,

$\therefore \angle CEB = \angle CBE$, $\angle BCE = 90^\circ - \alpha$,

$\therefore \angle CBE = \frac{180^\circ - \angle BCE}{2} = \frac{180^\circ - 90^\circ + \alpha}{2} = \frac{90^\circ + \alpha}{2}$,

$\therefore \angle ABE = 90^\circ - \angle CBE = \frac{90^\circ - \alpha}{2} = 45^\circ - \frac{\alpha}{2}$,

由 AE 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到 AF ,

得 $\angle EAF = 90^\circ$, $AE = AF$,

$\because \angle DAB = \angle DAE + \angle BAE = 90^\circ$, $\angle EAF = \angle DAF + \angle DAE = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAE = \angle DAF$,

$\because AD = AB$,

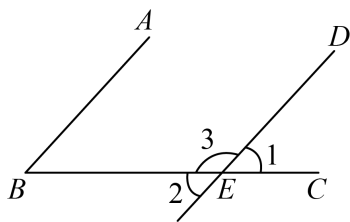
$\therefore \triangle DAF \cong \triangle BAE$,

$\therefore \angle ADF = \angle ABE = 45^\circ - \frac{\alpha}{2}$.

故选: D.

二、填空题 (本大题共 10 题, 每题 2 分, 满分 20 分)

9. 如图, $AB \parallel DE$, $\angle B = 50^\circ$, 那么 $\angle 3$ 的度数为_____.



【答案】 130° ## 130 度

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质, 解题的关键是掌握平行线的性质并熟练运用, 两直线平行, 同位角相等; 两直线平行, 同旁内角互补; 两直线平行, 内错角相等. 根据平行线的性质得到 $\angle 3 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$.

【详解】 解: $\because AB \parallel DE$, $\angle B = 50^\circ$,

$$\therefore \angle 3 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ,$$

故答案为: 130° .

10. 等腰三角形两底角相等的逆命题是_____.

【答案】 如果一个三角形有两个角相等, 那么这个三角形是等腰三角形

【解析】

【分析】 本题主要考查了一个命题的逆命题, 命题中有题设和结论, 将题设和结论互换一下, 就可以得到原命题的逆命题.

【详解】 解: 等腰三角形两底角相等的逆命题是, 如果一个三角形有两个角相等, 那么这个三角形是等腰三角形,

故答案为: 如果一个三角形有两个角相等, 那么这个三角形是等腰三角形.

11. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 3 : 5$, 则 $\triangle ABC$ 是_____ (填“锐角三角形” “直角三角形” 或“钝角三角形”)

【答案】 钝角三角形

【解析】

【分析】 本题考查了三角形的内角和定理, 三角形的分类, 掌握三角形内角和定理是解题的关键.

由三角形的内角和为 180° , 再乘以各个内角的占比, 即可求出每个内角的度数, 即可判断三角形的形状.

【详解】 解: $\because \angle A : \angle B : \angle C = 1 : 3 : 5$, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$,

$$\therefore \angle A = 180^\circ \times \frac{1}{9} = 20^\circ, \angle B = 180^\circ \times \frac{3}{9} = 60^\circ, \angle C = 180^\circ \times \frac{5}{9} = 100^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是钝角三角形,

故答案为：钝角三角形.

12. 已知等腰三角形的两条边长分别为 2 和 5，则它的周长是_____.

【答案】 12

【解析】

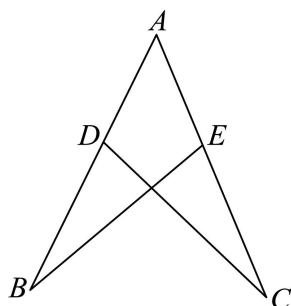
【分析】 根据 2 和 5 可分别作等腰三角形的腰，结合三角形的三边关系，分别讨论求解.

【详解】 解：当 2 为腰时，三边为 2,2,5，由三角形的三边关系可知，不能构成三角形，
当 5 为腰时，三边为 5,5,2，符合三角形的三边关系，周长为： $5+5+2=12$.

故答案为： 12 .

【点睛】 本题考查了三角形的三边关系，以及分类讨论的思想. 解题的关键是能根据题意，进行分类讨论.

13. 如图，已知 $\triangle ADC \cong \triangle AEB$ ， $AB = 7$ ， $CE = 4$ ，则 AD 的长度为_____.



【答案】 3

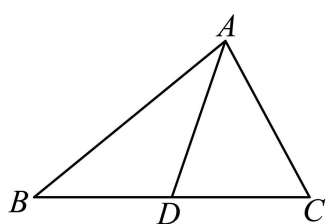
【解析】

【分析】 此题考查了全等三角形的性质，解题的关键是熟练掌握全等三角形的性质及其应用. 根据全等三角形的性质 $AB = AC = 7$ ， $AE = AD$ ，再由线段和差即可求解.

【详解】 解： $\because \triangle ADC \cong \triangle AEB$ ，
 $\therefore AB = AC = 7$ ， $AE = AD$ ，
 $\therefore AD = AE = AC - CE = 7 - 4 = 3$ ，

故答案为： 3 .

14. 如图，已知 AD 为 $\triangle ABC$ 的中线， $AB = 10\text{cm}$ ， $AC = 7\text{cm}$ ， $\triangle ACD$ 的周长为 20cm ，则 $\triangle ABD$ 的周长为_____ cm .



【答案】 23

【解析】

【分析】本题主要考查了三角形的中线的定义，把三角形的周长的差转化为已知两边 AB 、 AC 的长度的差是解题的关键。根据三角形中线的定义可得 $BD = CD$ ，再表示出 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 的周长的差就是 AB 、 AC 的差，然后计算即可。

【详解】解： $\because AD$ 是 BC 边上的中线，

$$\therefore BD = CD,$$

$$\therefore C_{\triangle ABD} - C_{\triangle ACD} = (AB + BD + AD) - (AC + AD + CD)$$

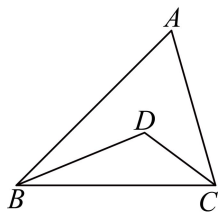
$$= AB - AC = 10 - 7 = 3\text{cm},$$

$$\because \triangle ACD \text{ 的周长为 } 20\text{cm},$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ 周长为: } 20 + 3 = 23\text{cm}.$$

故答案为：23.

15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线的交点，如果 $\angle A = 60^\circ$ ，那么 $\angle BDC = \underline{\quad\quad}^\circ$.



【答案】120

【解析】

【分析】本题主要考查了角平分线的性质和三角形的内角和定理，熟记角平分线的性质和三角形的内角和定理是解题的关键。根据角平分线的性质和三角形的内角和定理求解。

【详解】解： $\because \angle A = 60^\circ$,

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 120^\circ.$$

$\because \angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的平分线相交于 D ,

$$\therefore \angle DBC + \angle DCB = \frac{1}{2}\angle ABC + \frac{1}{2}\angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = 180^\circ - (\angle DBC + \angle DCB) = 120^\circ.$$

故答案为：120.

16. 一个圆锥的侧面展开图是一个圆心角为 240° 的扇形，这个圆锥的底面半径与母线长之比为 $\underline{\quad\quad}$

【答案】2:3

【解析】

【分析】本题主要考查了圆锥的侧面展开图，扇形的相关计算，根据圆锥的母线长为扇形的半径，圆锥的底面周长为扇形的弧长求解即可.

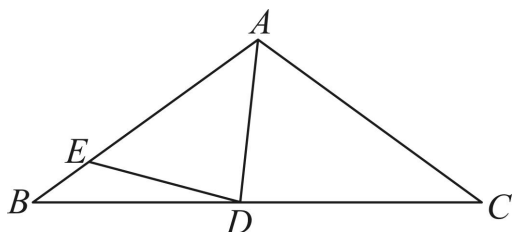
【详解】解：设圆锥的底面半径为 r ，母线长 l ，

$$\text{则 } 2\pi r = \frac{240\pi l}{180},$$

$$\text{则 } r:l = 2:3,$$

故答案为：2:3.

17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 、 E 分别在边 BC 、 AB 上， $AD = DE$ ，如果 $\angle CAD = 60^\circ$ ， $\angle BDE = 15^\circ$ ，那么 $\angle C =$ _____ $^\circ$.



【答案】35

【解析】

【分析】由三角形的外角性质、等腰三角形的性质、三角形内角和定理即可得出答案.

【详解】解： $\because AB = AC$ ，

$$\therefore \angle B = \angle C, \text{ 设 } \angle B = \angle C = \beta,$$

$$\because AD = DE,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle AED, \text{ 设 } \angle DAE = \angle AED = \alpha, \text{ 则 } \angle BAC = \angle DAE + \angle CAD = \alpha + 60^\circ$$

$$\because \angle AED = \angle B + \angle BDE, \text{ 即 } \alpha = \beta + 15^\circ \text{ ①},$$

$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 中, } \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C, \text{ 即 } \alpha + 60^\circ = 180^\circ - 2\beta \text{ ②}$$

$$\text{由 ①② 得, } \beta = 35^\circ, \text{ 即 } \angle C = 35^\circ.$$

故答案为：35.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质、三角形的外角性质、三角形内角和定理；熟练掌握等腰三角形的性质和三角形的外角性质是解决问题的关键.

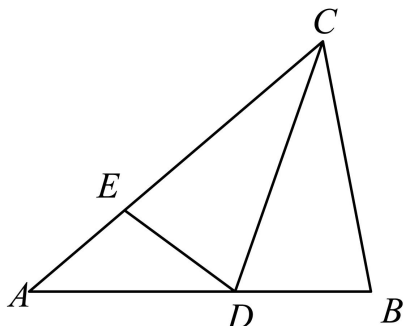
18. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 40^\circ$ ，点 D 是边 AB 上的一点，将 $\triangle BCD$ 沿直线 CD 翻折，使点 B 落在边 AC 上的点 E 处，如果 $\triangle ADE$ 是等腰三角形，那么 $\angle ABC =$ _____ $^\circ$.

【答案】80 或 110 或 80

【解析】

【分析】如图， $\triangle ADE$ 是等腰三角形，分情况讨论：当 $AE = DE$ 时，当 $AE = DA$ 时，如图，当 $AD = DE$ 时，再结合三角形的内角和定理与轴对称的性质可得答案.

【详解】解：如图， $\triangle ADE$ 是等腰三角形，



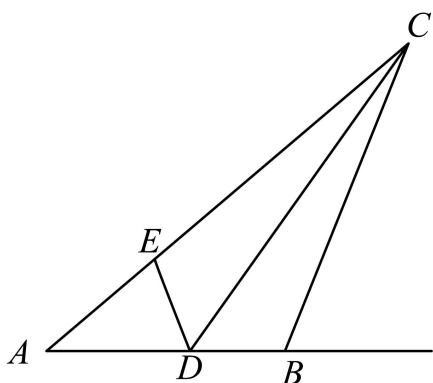
当 $AE = DE$ 时，

$$\therefore \angle ADE = \angle A = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle CED = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ,$$

由对折可得： $\angle ABC = \angle CED = 80^\circ$ ，

当 $AE = DA$ 时，如图，



$$\therefore \angle AED = \angle ADE = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle CED = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ,$$

由对折可得： $\angle ABC = \angle CED = 110^\circ$ ，

当 $AD = DE$ 时，

$$\therefore \angle A = \angle AED = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle CED = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ,$$

由对折可得： $\angle B = \angle CED = 140^\circ$ ，

此时 $\angle A + \angle ABC = 180^\circ$ ，不符合题意，舍去；

故答案为：80 或 110.

【点睛】 本题考查的是轴对称的性质，等腰三角形的性质，三角形的内角和定理的应用，能够进行分类讨论是解本题的关键.

三、简答题 (本大题共 4 题, 每题 6 分, 满分 24 分)

19. 现有一个长为 8cm , 宽为 5cm 的长方形, 将该长方形绕着它的长所在的直线旋转一周, 得到的圆柱的表面积和体积分别是多少 (结果保留 π) ?

【答案】 得到的圆柱的表面积为 $130\pi(\text{cm}^2)$, 体积为 $200\pi(\text{cm}^3)$.

【解析】

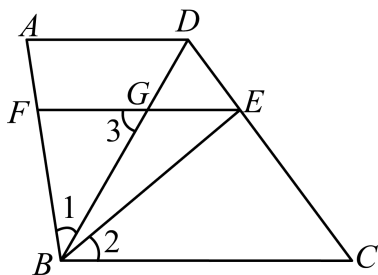
【分析】 本题主要考查了圆柱的表面积和体积计算, 根据长方形绕一边旋转形成圆柱, 该边为圆柱的高, 另一边为底面半径求解即可.

【详解】 解: 得到的圆柱的表面积为: $2\pi \times 5^2 + 2 \times 5\pi \times 8 = 130\pi(\text{cm}^2)$,

得到的圆柱体体积为: $\pi \times 5^2 \times 8 = 200\pi(\text{cm}^3)$.

答: 得到的圆柱的表面积为 $130\pi(\text{cm}^2)$, 体积为 $200\pi(\text{cm}^3)$.

20. 已知: 如图, 点 F 在 AB 上, EF 交 BD 于 G , 交 CD 于 E , $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle ABE$, $\angle ADC + \angle C = 180^\circ$, 求证: $AD \parallel EF$.



【答案】 见解析

【解析】

【分析】 题目主要考查平行线的判定, 熟练掌握平行线的判定方法是解题关键.

根据题意得出 $AD \parallel BC$, 再由各角之间的关系确定 $\angle 3 = \angle CBG$, 利用平行线的判定即可证明.

【详解】 证明: $\because \angle ADC + \angle C = 180^\circ$,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\because \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore \angle 1 + \angle GBE = \angle 2 + \angle GBE$, 即 $\angle ABE = \angle CBG$,

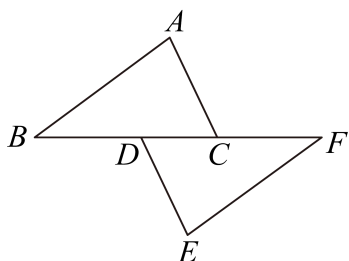
$\because \angle 3 = \angle ABE$,

$\therefore \angle 3 = \angle CBG$,

$$\therefore EF \parallel BC,$$

$$\therefore AD \parallel EF.$$

21. 如图, 已知 $AC \parallel DE$, $AC = DE$, $BD = FC$, 证明 $\triangle ABC \cong \triangle EFD$.



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查三角形全等的判定方法, 判定两个三角形全等的一般方法有: SAS, AAS, ASA, SSS, HL, 熟练掌握知识点是解题的关键.

先由 $BD = FC$ 得到 $BC = DF$, 然后由平行线的性质得到 $\angle ACD = \angle EDF$, 即可由 SAS 证明全等.

【详解】证明: $\because BD = FC$,

$$\therefore BD + CD = FC + CD,$$

$$\therefore BC = DF,$$

$$\because AC \parallel DE,$$

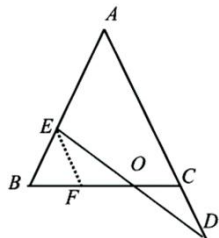
$$\therefore \angle ACD = \angle EDF,$$

$$\because AC = DE,$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EFD (\text{SAS}).$$

22. 阅读并填空:

如图, $\triangle ABC$ 是等腰三角形, $AB = AC$, D 是边 AC 延长线上的一点, E 在边 AB 上且连接 DE 交 BC 于 O , 如果 $OE = OD$, 那么 $CD = BE$, 为什么?



解: 过点 E 作 $EF \parallel AC$ 交 BC 于 F

所以 $\angle ACB = \angle EFB$ (两直线平行, 同位角相等)

$$\angle D = \angle OEF \text{ ()}$$

在 $\triangle OCD$ 与 $\triangle OFE$ 中

$$\begin{cases} \angle COD = \angle FOE \text{ ()} \\ OD = OE \\ \angle D = \angle OEF \end{cases}$$

所以 $\triangle OCD \cong \triangle OFE$, ()

所以 $CD = FE$ ()

因为 $AB = AC$ (已知)

所以 $\angle ACB = \angle B$ ()

所以 $\angle EFB = \angle B$ (等量代换)

所以 $BE = FE$ ()

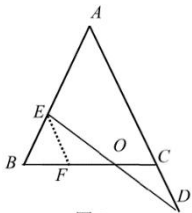
所以 $CD = BE$

【答案】见解析

【解析】

【分析】先根据平行线的性质，得到角的关系，然后证明 $\triangle OCD \cong \triangle OFE$ ，写出证明过程和依据即可.

【详解】解：过点 E 作 $EF \parallel AC$ 交 BC 于 F ，



$\therefore \angle ACB = \angle EFB$ (两直线平行，同位角相等),

$\therefore \angle D = \angle OEF$ (两直线平行，内错角相等),

在 $\triangle OCD$ 与 $\triangle OFE$ 中

$$\begin{cases} \angle COD = \angle FOE \text{ (对顶角相等)} \\ OD = OE \text{ (已知)} \\ \angle D = \angle OEF \text{ (已证)} \end{cases},$$

$\therefore \triangle OCD \cong \triangle OFE$, (ASA)

$\therefore CD = FE$ (全等三角形对应边相等)

$\therefore AB = AC$ (已知)

$\therefore \angle ACB = \angle B$ (等边对等角)

$\therefore \angle EFB = \angle B$ (等量代换)

$\therefore BE = FE$ (等角对等边)

$\therefore CD = BE$;

【点睛】 本题考查了全等三角形的判定和性质，平行线的性质，解题的关键是由平行线的性质正确找到证明三角形全等的条件，从而进行证明.

四、解答题 (本大题共 4 题, 满分 32 分)

23. 一个底面直径为 8dm 的圆柱形水桶中装有水, 将一个底面积是 15.7dm^2 的圆锥形铁块完全浸没在水中, 水面上升了 2.5dm. 求这个圆锥形铁块的高是多少分米? (π 取 3.14)

【答案】 24dm

【解析】

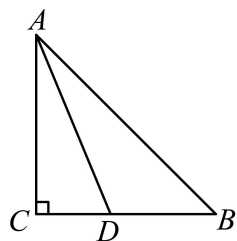
【分析】 此题考查了圆柱与圆锥的体积公式的灵活应用, 这里根据上升的水的体积求得圆锥铁块的体积是本题的关键.

根据题意, 这个圆锥形铁块的体积就是上升 2.5dm 的水的体积, 由此根据圆柱的体积公式可以求出这个圆锥的体积, 再利用圆锥的体积公式即可求出这个圆锥的高.

【详解】 解: 由题意得: $3.14 \times (8 \div 2)^2 \times 2.5 \div \left(\frac{1}{3} \times 15.7 \right) = 24\text{dm}$,

答: 圆锥形铁块的高是 24dm.

24. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 求证: $AB = AC + CD$.

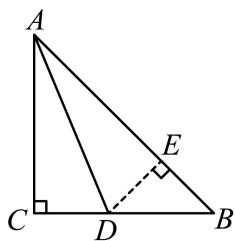


【答案】 见解析

【解析】

【分析】 本题考查了角平分线的性质以及等角对等边, 全等三角形的性质与判定, 先过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , 根据角平分线的性质, 得 $CD = DE = BE$, 再结合等角对等边 $BE = DE$, 即可作答.

【详解】 证明: 如图, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E ,



$\because AD$ 为 ABC 的角平分线, 且 $DE \perp AB$, $\angle C = 90^\circ$

$\therefore CD = DE$.

$\therefore \angle AED = \angle C = 90^\circ$.

$\because \angle B = 45^\circ$,

$\therefore \angle BDE = \angle B = 45^\circ$,

$\therefore BE = DE$.

$\therefore CD = DE = BE$

在 $Rt\triangle ACD$ 和 $Rt\triangle AED$ 中,

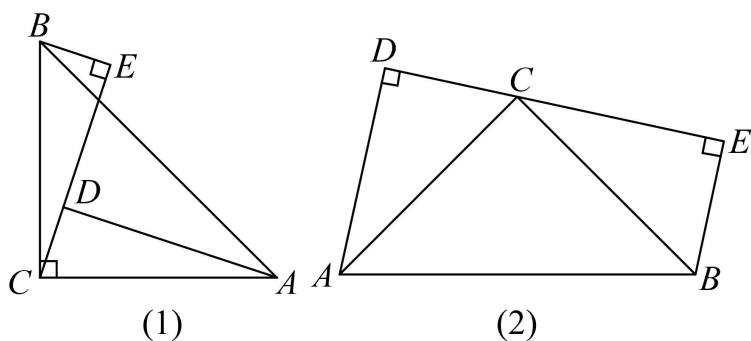
$$\begin{cases} AD = AD, \\ CD = ED, \end{cases}$$

$\therefore Rt\triangle ACD \cong Rt\triangle AED (HL)$,

$\therefore AC = AE$,

$\therefore AB = AE + EB = AC + CD$.

25. 如图 (1) $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, $BE \perp CE$ 于 E , $AD \perp CE$ 于 D .



(1) 求证: $\triangle ACD \cong \triangle CBE$;

(2) 如图 (2) 其它条件不变的前提下, 将 CE 所在的直线旋转到 ABC 的外部, 若 $BE = 3\text{cm}$, $AD = 9\text{cm}$, 求 DE 的长.

【答案】(1) 见解析 (2) 12cm

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定和性质，熟练掌握全等三角形的判定定理和性质定理是解题关键.

(1) 根据同角的余角相等可得 $\angle CBE = \angle ACD$ ，然后利用 AAS 即可证明 $\triangle ACD \cong \triangle CBE$ ；

(2) 同理可证 $\triangle ACD \cong \triangle CBE$ ，根据全等三角形的性质可得 $CD = 3\text{cm}$, $CE = 9\text{cm}$ ，问题得解.

【小问 1 详解】

证明: $\because BE \perp CE$ 于 E , $AD \perp CE$ 于 D ,

$$\therefore \angle BEC = \angle CDA = 90^\circ,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE + \angle CBE = \angle BCE + \angle DCA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle ACD,$$

$$\because AC = BC,$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBE (\text{AAS});$$

【小问 2 详解】

解: $\because BE \perp CE$ 于 E , $AD \perp CE$ 于 D ,

$$\therefore \angle BEC = \angle CDA = 90^\circ$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE + \angle CBE = \angle BCE + \angle DCA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle DCA,$$

$$\because AC = BC,$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBE (\text{AAS}),$$

$$\therefore BE = CD, CE = AD,$$

$$\because BE = 3\text{cm}, AD = 9\text{cm},$$

$$\therefore CD = 3\text{cm}, CE = 9\text{cm},$$

$$\therefore DE = CE + CD = 12\text{cm}.$$

26. 已知 ABC 为等边三角形.

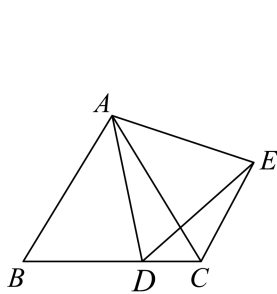


图1

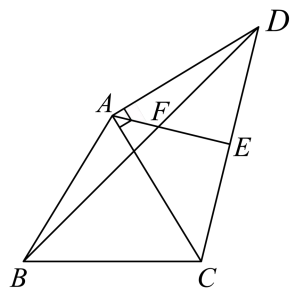


图2

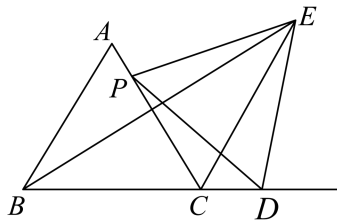


图3

- (1) 如图1, 点 D 为边上一点, 以 AD 为边作等边三角形 ADE , 连接 CE , 求证: $\triangle ABD \cong \triangle ACE$;
- (2) 如图2, 以为 AC 腰作等腰直角三角形 ACD , 取斜边 CD 的中点 E , 连接 AE , 交 BD 于点 F . 求证: $BF = AF + DF$;
- (3) 如图3, 若 $AB = 3$, 点 P 是边上一定点且 $AP = 1$, 若点 D 为射线 BC 上一动点, 以 DP 为边向右侧作等边 $\triangle DPE$, 连接 BE , CE , 求 $PE + BE$ 的最小值.

【答案】(1) 证明见解析;

(2) 证明见解析; (3) 5.

【解析】

【分析】(1) 由等边三角形的性质可得 $\angle BAD = \angle CAE$, 再利用 SAS 即可证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$;

(2) 由 $\triangle ACD$ 为等腰直角三角形可得 $AC = AD$, $\angle CAD = 90^\circ$, 进而得到 $\angle ABD = \angle ADB = 15^\circ$, 又根据 E 为 CD 的中点, 可得 $\angle EAD = 45^\circ$, 即可得 $\angle AFB = 60^\circ$, 在 BF 上取一点 H , 使 $AF = HF$, 可得 $\triangle AHF$ 是等边三角形, 得到 $AF = HF$, 故得 $AF + FD = HF + FD = HD$, 再证明 $\triangle ABF \cong \triangle ADH$ (AAS), 得到 $BF = DH = AF + FD$, 即可求证;

(3) 把 $\triangle PEC$ 绕点 E 逆时针旋转 60° 得到 $\triangle EDM$, 由旋转可得 $\triangle ECM$ 为等边三角形, 得到点 E 的轨迹是射线 CE , 作点 B 关于直线 CE 的对称点 N , 连接 EN , 则有 $PE + BE = PE + NE$, 根据 $PE + EN \geq PN$ 即可求解.

【小问1详解】

证明: $\because \triangle ABC, \triangle ADE$ 为等边三角形,

$$\therefore AB = AC, AD = AE, \angle BAC = \angle DAE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle DAC = \angle DAC + \angle CAE = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE (\text{SAS});$$

【小问2详解】

证明：∵ $\triangle ACD$ 为等腰直角三角形，

$$\therefore AC = AD, \angle CAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ,$$

$$\therefore AB = AC,$$

$$\therefore AB = AD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB = 15^\circ,$$

∵ E 为 CD 的中点，

∴ AE 平分 $\angle CAD$ ，

$$\therefore \angle EAD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AFB = \angle ADB + \angle EAD = 15^\circ + 45^\circ = 60^\circ,$$

在 BF 上取一点 H ，使 $AF = HF$ ，连接 AH ，则 $\triangle AHF$ 是等边三角形，

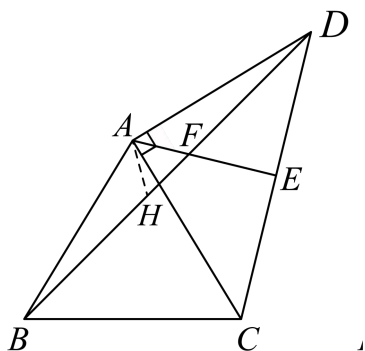


图2

$$\therefore AF = HF,$$

$$\therefore AF + FD = HF + FD = HD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB, AB = AD, \angle AHF = \angle AFH = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle ADH \text{ (AAS)},$$

$$\therefore BF = DH = AF + FD,$$

$$\therefore BF = AF + DF;$$

【小问3详解】

解：把 $\triangle PEC$ 绕点 E 逆时针旋转 60° 得到 $\triangle EDM$ ，则 $\angle EDM = \angle EPC$ ，

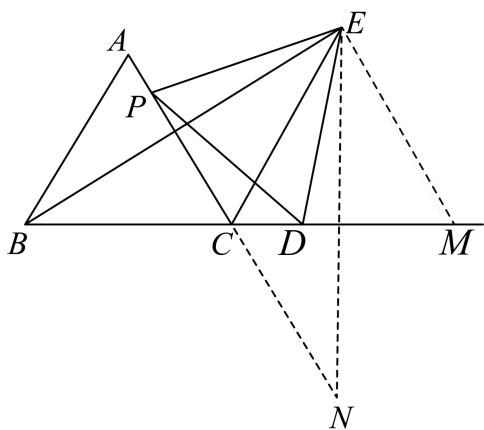


图3

$$\because \angle PCD = 120^\circ, \angle PED = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle EPC + \angle EDC = 360^\circ - 120^\circ - 60^\circ = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EDM + \angle EDC = 180^\circ,$$

$\therefore C, D, M$ 三点共线,

又由旋转可得, $EC = EM$, $\angle CEM = 60^\circ$

$\therefore \triangle ECM$ 为等边三角形,

$$\therefore \angle M = \angle ECP = 60^\circ,$$

$\therefore$ 点 E 的轨迹是射线 CE ,

作点 B 关于直线 CE 的对称点 N , 连接 EN ,

则 $BE = NE$, $NC = CB = AB = 3$,

$$\therefore PE + BE = PE + NE,$$

$$\because PE + EN \geq PN = PC + NC = 3 - 1 + 3 = 5,$$

$$\therefore PE + BE \geq 5,$$

$\therefore PE + BE$ 的最小值为 5.

【点睛】 本题考查了等边三角形的性质, 等腰三角形的性质, 全等三角形的判定和性质, 三角形的外角性质, 四边形的内角和, 轴对称的性质, 旋转的性质, 三角形的三边性质, 正确作出辅助线是解题的关键.