

2024 学年第二学期初一年级数学独立作业一

(时间: 40 分钟满分: 100 分)

一、选择题: (每题 3 分, 共 18 分)

1. 下列是一元一次不等式的是 ()

A. $4x + 3$

B. $5x^2 - 3 > 1$

C. $x - 3y > 1$

D. $5 - x \leq 1$

【答案】D

【解析】

【分析】根据一元一次不等式的定义对各小题进行逐一分析即可.

【详解】A、 $4x + 3$ 为整式, 不是一元一次不等式, 此选项不符合题意;

B、 $5x^2 - 3 > 1$ 中未知数的次数是 2, 不是一元一次不等式, 此选项不符合题意;

C、 $x - 3y > 1$ 中含有 2 个未知数, 不是一元一次不等式, 此选项不符合题意;

D、 $5 - x \leq 1$ 中含有 1 个未知数, 未知数的次数是 1, 是一元一次不等式, 此选项符合题意;

故选: D.

【点睛】此题考查了一元一次不等式, 解题的关键是理解含有一个未知数, 未知数的次数是 1 的不等式, 叫做一元一次不等式.

2. 已知 $a > b$, $c \neq 0$, 那么下列结论一定正确的是 ()

A. $ac^2 < bc^2$

B. $ac < bc$

C. $ac > bc$

D. $ac^2 > bc^2$

【答案】D

【解析】

【详解】试题分析: 求出 $c^2 > 0$, 根据不等式的性质 2 (不等式的两边都乘以一个正数, 不等号的方向不变), 即可判断 A、D; 根据当 $c > 0$ 时, $ac > bc$, 当 $c < 0$ 时, $ac < bc$, 即可判断 B、C.

解: A、 $\because a > b$, $c \neq 0$, $\therefore c^2 > 0$, $\therefore ac^2 > bc^2$, 故本选项错误;

B、当 $c > 0$ 时, $ac > bc$, 故本选项错误;

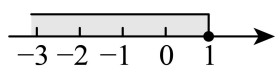
C、当 $c < 0$ 时, $ac < bc$, 故本选项错误;

D、 $\because a > b$, $c \neq 0$, $\therefore c^2 > 0$, $\therefore ac^2 > bc^2$, 故本选项正确;

故选 D.

点评: 本题考查了有理数的乘法和不等式的性质的应用, 主要考查学生的判断能力, 题目比较好, 但是一道比较容易出错的题目.

3. 关于 x 的不等式 $2x - a \leq -1$ 的解集如图所示, 那么 a 的值是 ()



- A. -2 B. 2 C. -3 D. 3

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次不等式、一元一次方程, 熟练掌握一元一次不等式的解法是解题关键. 先解一元一次不等式可得 $x \leq \frac{a-1}{2}$, 再根据数轴可得这个不等式的解集为 $x \leq 1$, 从而可得 $\frac{a-1}{2} = 1$, 解方程即可得.

【详解】解: $2x - a \leq -1$,

$$2x \leq a - 1,$$

$$x \leq \frac{a-1}{2},$$

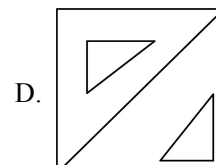
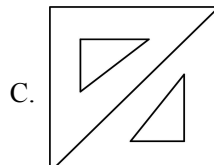
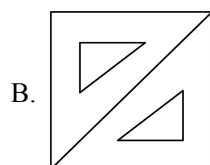
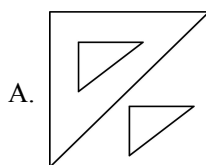
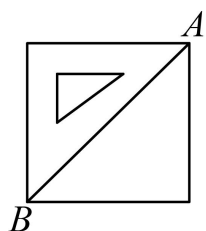
由数轴可知, 关于 x 的不等式 $2x - a \leq -1$ 的解集为 $x \leq 1$,

$$\text{则 } \frac{a-1}{2} = 1,$$

解得 $a = 3$,

故选: D.

4. 如图是小华画的正方形风筝图案, 他以图中的对角线 AB 为对称轴, 在对角线的下方再画一个三角形, 使得新的风筝图案成为轴对称图形, 若下列有一图形为此对称图形, 则此图为 ()



【答案】C

【解析】

【详解】解: A. 不是轴对称图形, 不符合题意;

B. 不是轴对称图形, 不符合题意;

- C. 是轴对称图形，符合题意；
D. 不是轴对称图形，不符合题意。

故选 C.

点睛：本题主要考查轴对称图形的知识点. 确定轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合.

5. 一件商品的成本价是 30 元，如果按原价的八五折销售，至少可获得 15% 的利润，如果设该商品原价为 y 元，那么可列式为 ()

- A. $30 + 30 \times 15\% \leq 85\%y$ B. $30 + 30 \times 15\% \geq 85\%y$
C. $30 - 30 \times 15\% \leq 85\%y$ D. $30 - 30 \times 15\% \geq 85\%y$

【答案】A

【解析】

【分析】此题主要考查了由实际问题抽象出一元一次不等式，利用利润与进件以及打折与原价的关系得出不等关系即可.

【详解】解：设该商品原价为 y 元，那么可列式为：

$$85\%y - 30 \geq 30 \times 15\%, \text{ 即 } 30 + 30 \times 15\% \leq 85\%y.$$

故选：A.

6. 已知不等式 $3x - a \leq 0$ 的正整数解恰是 1, 2, 3, 4, 那么 a 的取值范围是 ()

- A. $a > 12$ B. $12 \leq a \leq 15$ C. $12 < a \leq 15$ D. $12 \leq a < 15$

【答案】D

【解析】

【分析】首先确定不等式组的解集，利用含 a 的式子表示，再根据整数解的个数就可以确定有哪些整数解，然后根据解的情况可以得到关于 a 的不等式，从而求出 a 的范围.

【详解】不等式的解集是： $x \leq \frac{a}{3}$,

$\therefore$ 不等式的正整数解恰是 1, 2, 3, 4,

$$\therefore 4 \leq \frac{a}{3} < 5,$$

$\therefore a$ 的取值范围是 $12 \leq a < 15$.

故选 D.

【点睛】 本题考查了一元一次不等式的整数解，正确解出不等式的解集，正确确定 $\frac{a}{3}$ 的范围，是解决本题的关键．解不等式时要用到不等式的基本性质．

二、填空题：（每题 3 分，共 36 分）

7. 根据题意列出不等式“3 与 x 的和的 2 倍不小于 10”：_____．

【答案】 $2(3+x) \geq 10$

【解析】

【分析】 此题主要考查了由实际问题抽象出一元一次不等式，直接利用 3 与 x 的和 2 倍即 $2(3+x)$ ，再利用不小于 10 即大于等于 10，进而得出不等式．

【详解】 解：由题意可得： $2(3+x) \geq 10$ ．

故答案为： $2(3+x) \geq 10$ ．

8. 已知 $(m+4)x^{|m|-3} + 6 > 0$ 是关于 x 的一元一次不等式，则 m 的值为_____．

【答案】 4

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次不等式“含有一个未知数，未知数的次数是 1 的不等式，叫做一元一次不等式”，熟记一元一次不等式的定义是解题关键．根据一元一次不等式的定义可得 $m+4 \neq 0$ ，且 $|m|-3=1$ ，由此即可得．

【详解】 解： $\because (m+4)x^{|m|-3} + 6 > 0$ 是关于 x 的一元一次不等式，

$\therefore m+4 \neq 0$ ，且 $|m|-3=1$ ，

$\therefore m=4$ ，

故答案为： 4．

9. 计算： $-4a(2a^2+3a-1)=$ _____．

【答案】 $-8a^3-12a^2+4a$

【解析】

【分析】 根据单项式乘以多项式的法则，将单项式与多项式的每一项相乘，再把各项乘积求和．

【详解】 $-4a(2a^2+3a-1)=-8a^3-12a^2+4a$ ，

故答案为: $-8a^3 - 12a^2 + 4a$.

【点睛】 本题主要考查单项式乘以多项式的运算法则,解决本题的关键是要熟练掌握单项式乘以多项式的运算法则.

10. 分解因式: $2a^3 - 8a =$ _____.

【答案】 $2a(a+2)(a-2)$

【解析】

【分析】 要将一个多项式分解因式的一般步骤是首先看各项有没有公因式,若有公因式,则把它提取出来,之后再观察是否是完全平方式或平方差式,若是就考虑用公式法继续分解因式.

【详解】 $2a^3 - 8a = 2a(a^2 - 4) = 2a(a+2)(a-2)$.

11. 如果 $-a > -b$, 则 $\frac{a}{2} - 1$ _____ $\frac{b}{2} - 1$. (填 $>$ 或 $<$)

【答案】 $<$

【解析】

【分析】 本题考查了不等式的性质“性质 1: 不等式两边加 (或减) 同一个数 (或式子), 不等号的方向不变; 性质 2: 不等式两边乘 (或除以) 同一个正数, 不等号的方向不变; 性质 3: 不等式两边乘 (或除以) 同一个负数, 不等号的方向改变”, 熟练掌握不等式的性质是解题关键. 根据不等式的性质求解即可得.

【详解】 解: $\because -a > -b$,

$\therefore \frac{a}{2} < \frac{b}{2}$ (不等式的两边同乘以 $-\frac{1}{2}$, 不等号的方向改变),

$\therefore \frac{a}{2} - 1 < \frac{b}{2} - 1$ (不等式的两边同减去 1, 不等号的方向不变),

故答案为: $<$.

12. 如果不等式 $(a-3)x > a-3$ 的解集是 $x < 1$, 那么 a 的取值范围是_____

【答案】 $a < 3$

【解析】

【分析】 由把未知数的系数化“1”时, 不等号的方向改变可得 $a-3 < 0$, 从而可得答案.

【详解】 解: $\because$ 不等式 $(a-3)x > a-3$ 的解集是 $x < 1$,

$\therefore a-3 < 0$,

解得: $a < 3$,

故答案为: $a < 3$.

【点睛】本题考查的是利用不等式的性质解不等式，理解把未知数的系数化“1”时，不等号的方向问题是解本题的关键.

13. 不等式 $6-2x>1$ 的非负整数解是_____;

【答案】 0, 1, 2

【解析】

【分析】本题考查解一元一次不等式，解出不等式的解集即可求解.

【详解】解： $6-2x>1$

$$-2x > -5$$

$$x < \frac{5}{2},$$

∴ 不等式 $6-2x>1$ 的非负整数解是： 0, 1, 2.

故答案为： 0, 1, 2.

14. 若关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x+2}-1=\frac{2}{x+2}$ 有增根，则 a 的值为_____.

【答案】 2

【解析】

【分析】本题考查了分式方程增根问题，熟练掌握分式方程的解法是解题关键. 先将分式方程化成一元一次方程，解方程可得 $x=a-4$ ，再根据分式方程有增根可得 $x=-2$ ，则 $a-4=-2$ ，由此即可得.

【详解】解： $\frac{a}{x+2}-1=\frac{2}{x+2}$,

方程两边同乘以 $(x+2)$ ，得 $a-(x+2)=2$,

解得 $x=a-4$,

∵ 关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x+2}-1=\frac{2}{x+2}$ 有增根,

∴ $x+2=0$ ，即 $x=-2$,

∴ $a-4=-2$,

解得 $a=2$,

故答案为： 2.

15. 若不等式 $5(x-2)+3<6(x-1)+7$ 的最小整数解为方程 $5x-ax=7$ 的解，则 a 的值为_____

【答案】 6

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次不等式、一元一次方程的解、解一元一次方程，熟练掌握一元一次不等式

的解法是解题关键. 先解一元一次不等式可得 $x > -8$, 从而可得这个不等式的最小整数解为 -7 , 再代入可得一个关于 a 的一元一次方程, 解方程即可得.

【详解】解: $5(x-2)+3 < 6(x-1)+7$,

$$5x-10+3 < 6x-6+7,$$

$$5x-6x < -6+7-3+10,$$

$$-x < 8,$$

$$x > -8,$$

$\therefore$ 不等式 $5(x-2)+3 < 6(x-1)+7$ 的最小整数解为 -7 ,

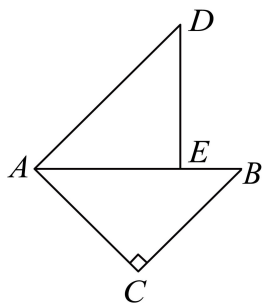
$\therefore$ 不等式 $5(x-2)+3 < 6(x-1)+7$ 的最小整数解为方程 $5x-ax=7$ 的解,

$$\therefore -7 \times 5 + 7a = 7,$$

解得 $a=6$,

故答案为: 6.

16. 如图, $\triangle ABC$ 旋转后到达 $\triangle ADE$ 的位置, $\angle C = 90^\circ$, 若 $AC = 3\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$, $AB = 5\text{cm}$, 则 BE 的长度是_____cm.



【答案】2

【解析】

【分析】本题考查了旋转的性质, 根据旋转的性质得出 $AC = AE = 3\text{cm}$, 再由 $BE = AB - AE$ 求出 BE 即可.

【详解】解: $\because \triangle ABC$ 旋转后到达 $\triangle ADE$ 的位置, $AC = 3\text{cm}$,

$$\therefore AC = AE = 3\text{cm},$$

$$\therefore BE = AB - AE = 5 - 3 = 2\text{cm}.$$

故答案为: 2.

17. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{1-m}{x-1} - 2 = \frac{2}{1-x}$ 的解是非负数, 则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m \leq 5$ 且 $m \neq 3$ 或 $m \neq 3$ 且 $m \leq 5$

【解析】

【分析】 本题考查分式方程的解、解一元一次不等式，首先对原分式方程变形，其次解出分式方程的解，再根据分式方程解是非负数，最简公分母不为 0，列不等式，求出公共的解集即可。

【详解】 解：原分式方程可化为：
$$\frac{1-m}{x-1} - 2 = \frac{-2}{x-1}$$

去分母得：
$$1-m-2(x-1)=-2$$

解得 $x = \frac{5-m}{2}$

又∵分式方程的解是非负数

$\therefore \frac{5-m}{2} \geq 0$ 且 $\frac{5-m}{2} \neq 1$

$\therefore m$ 的取值范围是： $m \leq 5$ 且 $m \neq 3$

18. 若数 a 使关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-a > 2 \\ x-3a < -2 \end{cases}$ 无解，且使关于 x 的分式方程 $\frac{ax}{x-5} - \frac{5}{5-x} = -3$ 有正整数解，

则满足条件的整数 a 的值之积为_____

【答案】 -4

【解析】

【分析】 解不等式组 $\begin{cases} x-a > 2 \\ x-3a < -2 \end{cases}$ ，根据“该不等式组无解”，得到关于 a 的一元一次不等式，解之，解

分式方程 $\frac{ax}{x-5} - \frac{5}{5-x} = -3$ 根据“ a 为整数，且分式方程有正整数解”，找出符合条件的 a 的值，相乘后问题可解。

【详解】 解：解不等式组 $\begin{cases} x-a > 2 \text{ ①} \\ x-3a < -2 \text{ ②} \end{cases}$

$\therefore$ 解不等式①得， $x > a+2$ ，

解不等式②得， $x < 3a-2$ ，

$\therefore$ 该不等式组无解，

$\therefore 3a-2 \leq a+2$ ，解得 $a \leq 2$ ；

解分式方程 $\frac{ax}{x-5} - \frac{5}{5-x} = -3$ 得： $(a+3)x=10$ ，

$\therefore$ 分式方程 $\frac{ax}{x-5} - \frac{5}{5-x} = -3$ 有正整数解,

$$\therefore x = \frac{10}{a+3}, \text{ 且 } a \neq -1,$$

$\therefore a$ 为整数,

$\therefore a$ 的值为: 2, -2

$$\therefore 2 \times (-2) = -4.$$

故答案为: -4.

【点睛】本题考查了分式方程的解, 解一元一次不等式, 解题的关键是正确掌握解分式方程的方法和解一元一次不等式组方法.

三、简答题: (第 19、20、21 题每题 8 分, 第 22 题 12 分, 共 36 分)

19. 关于 x 的方程 $\frac{1-3x}{2} + a = \frac{a-1}{3}$ 的解是 $x=1$, 求关于 x 的不等式 $\frac{3}{4}ax + \frac{1}{6} \geq \frac{1}{2}a$ 的解集, 并求出满足条件的最小整数解.

【答案】 $x \geq \frac{4}{9}$, 满足条件的最小整数解为 1

【解析】

【分析】本题考查了一元一次方程的解、解一元一次方程、解一元一次不等式, 熟练掌握一元一次不等式的解法是解题关键. 先将 $x=1$ 代入方程可得一个关于 a 的一元一次方程, 解方程可得 $a=1$, 再代入不等式可得一个关于 x 的一元一次不等式, 解不等式, 由此即可得.

【详解】解: $\because$ 关于 x 的方程 $\frac{1-3x}{2} + a = \frac{a-1}{3}$ 的解是 $x=1$,

$$\therefore \frac{1-3 \times 1}{2} + a = \frac{a-1}{3},$$

解得 $a=1$,

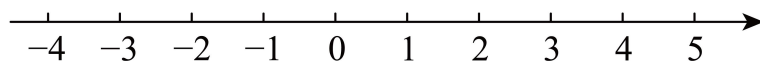
$$\therefore \text{关于 } x \text{ 的不等式 } \frac{3}{4}ax + \frac{1}{6} \geq \frac{1}{2}a \text{ 为 } \frac{3}{4}x + \frac{1}{6} \geq \frac{1}{2},$$

不等式的两边同乘以 12, 得 $9x+2 \geq 6$,

$$\text{解得 } x \geq \frac{4}{9},$$

所以满足条件的最小整数解为 1.

20. 解不等式组 $\begin{cases} 3x-3 < 2x \\ \frac{x}{6} - \frac{1}{3} \leq \frac{x+2}{2} \end{cases}$, 并把它的解集表示在数轴上, 并求出其自然数解.



【答案】不等式组的解集为 $-4 \leq x < 3$ ，数轴见解析，不等式组的自然数解为 0,1,2

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次不等式组、将不等式组的解集表示在数轴上，熟练掌握不等式组的解法是解题关键．先分别求出两个不等式的解集，再找出它们的公共部分即为不等式组的解集，然后将不等式组的解集表示在数轴上，据此求出不等式组的自然数解即可得．

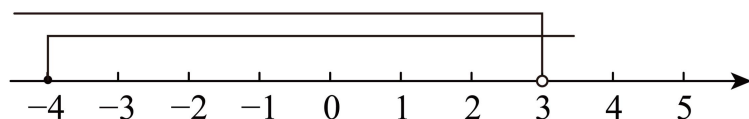
【详解】解：
$$\begin{cases} 3x-3 < 2x & \text{①} \\ \frac{x}{6} - \frac{1}{3} \leq \frac{x+2}{2} & \text{②} \end{cases}$$

解不等式①得： $x < 3$ ，

解不等式②得： $x \geq -4$ ，

则不等式组的解集为 $-4 \leq x < 3$ ．

把不等式组的解集表示在数轴上如下：



由数轴可知，不等式组的自然数解为 0,1,2．

21. 在一次知识竞赛中，共 16 道选择题，答对一题给 6 分，答错一题倒扣 2 分，不答不扣分，某同学有一道题未答，那么他至少答对多少题，成绩才能在 60 分以上？

【答案】至少答对 12 道题

【解析】

【分析】本题考查了一元一次不等式的应用，正确建立不等式是解题关键．设他答对 x 道题，成绩才能在 60 分以上，根据得分规则建立不等式，解不等式，求出 x 的最小正整数解即可得．

【详解】解：设他答对 x 道题，成绩才能在 60 分以上，

由题意得： $6x - 2(16 - 1 - x) > 60$ ，

解得 $x > 11\frac{1}{4}$ ，

$\therefore x$ 为正整数，

$\therefore x$ 的最小值为 12，符合题意，

答：他至少答对 12 道题，成绩才能在 60 分以上．

22. 某商店需要购进甲、乙两种商品共 160 件，其进价和售价如下表：

	甲	乙
进价(元/件)	15	35
售价(元/件)	20	45

- (1) 若商店计划销售完这批商品后能获利1100元；问甲、乙两种商品应分别购进多少件？
- (2) 若商店计划投入资金少于4300元，且销售完这批商品后获利多于1260元，请问有哪几种购货方案？并直接写出其中获利最大的购货方案.

【答案】 (1) 甲种商品应购进100件，乙种商品应购进60件；

(2) 方案一：甲种商品购进66件，乙种商品购进94件；方案二：甲种商品购进67件，乙种商品购进93件；甲种商品购进66件，乙种商品购进94件获利最大.

【解析】

【分析】 (1) 设甲种商品应购进 x 件，乙种商品应购进 y 件，根据题意，列出二元一次方程组即可求解；

(2) 设甲种商品购进 a 件，则乙种商品购进 $(160-a)$ 件，根据题意，列出一元一次不等式组，解不等式组即可求解；

本题考查二元一次方程组 and 一元一次不等式组的应用，根据题意，正确列出二元一次方程组 and 一元一次不等式组是解题的关键.

【小问1详解】

解：设甲种商品应购进 x 件，乙种商品应购进 y 件，

$$\text{由题意得，} \begin{cases} x + y = 160 \\ (20 - 15)x + (45 - 35)y = 1100 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 100 \\ y = 60 \end{cases},$$

答：甲种商品应购进100件，乙种商品应购进60件；

【小问2详解】

解：设甲种商品购进 a 件，则乙种商品购进 $(160-a)$ 件，

由题意得,
$$\begin{cases} 15a + 35(160 - a) < 4300 \\ (20 - 15)a + (45 - 35)(160 - a) > 1260 \end{cases}$$

解得 $65 < a < 68$,

$\therefore a$ 为整数,

$\therefore a = 66$ 或 67 ,

当 $a = 66$ 时, $160 - a = 94$;

当 $a = 67$ 时, $160 - a = 93$;

$\therefore$ 有两种购货方案:

方案一: 甲种商品购进 66 件, 乙种商品购进 94 件;

方案二: 甲种商品购进 67 件, 乙种商品购进 93 件;

方案一的获利: $(20 - 15) \times 66 + (45 - 35) \times 94 = 1270$ 元;

方案二的获利: $(20 - 15) \times 67 + (45 - 35) \times 93 = 1265$ 元;

$\therefore 1270 > 1265$,

$\therefore$ 甲种商品购进 66 件, 乙种商品购进 94 件获利最大.

四、综合题:

23. 阅读下列材料:

问题: 已知 $x - y = 2$, 且 $x > 1$, $y < 0$, 试确定 $x + y$ 的取值范围

解决此问题的过程如下:

解: $\because x - y = 2$, $x > 1$, $\therefore y + 2 > 1$. $\therefore y > -1$

又 $y < 0$

$\therefore -1 < y < 0$.

同理得: $1 < x < 2$ ②

由① + ②得 $-1 + 1 < x + y < 0 + 2$.

$\therefore 0 < x + y < 2$.

请按照上述方法, 解答下列问题:

(1) 若 $a - b = 4$, 且 $a > 1$, $b < 2$, 求 $a + b$ 的取值范围; (写出求解过程)

(2) 若 $a - b = 10$, 且 $a > 1$, $b \leq 1$, 请直接写出 $2a + 3b$ 的取值范围及其最大值.

【答案】(1) $-2 < a + b < 8$

(2) $-25 < 2a + 3b \leq 25$, $2a + 3b$ 的最大值为 25

【解析】

【分析】本题考查了不等式的性质、解一元一次不等式，熟练掌握不等式的性质是解题关键.

(1) 先根据 $a = b + 4 > 1$, $b < 2$ 可得 $-3 < b < 2$ ①, 同理可得 $1 < a < 6$ ②, 将①与②相加即可得;

(2) 先根据 $a = b + 10 > 1$, $b \leq 1$ 可得 $-27 < 3b \leq 3$ ③, 同理可得 $2 < 2a \leq 22$ ④, 将③与④相加即可得.

【小问 1 详解】

解: $\because a - b = 4$, $a > 1$,

$$\therefore a = b + 4 > 1,$$

$$\therefore b > -3,$$

又 $\because b < 2$,

$$\therefore -3 < b < 2 \text{ ①},$$

同理可得: $1 < a < 6$ ②,

由① + ②得: $-3 + 1 < a + b < 2 + 6$,

$$\therefore -2 < a + b < 8.$$

【小问 2 详解】

解: $\because a - b = 10$, $a > 1$,

$$\therefore a = b + 10 > 1,$$

$$\therefore b > -9,$$

又 $\because b \leq 1$,

$$\therefore -9 < b \leq 1,$$

$$\therefore -27 < 3b \leq 3 \text{ ③},$$

同理可得: $2 < 2a \leq 22$ ④,

由③ + ④得: $-27 + 2 < 2a + 3b \leq 3 + 22$,

$$\therefore -25 < 2a + 3b \leq 25,$$

$$\therefore 2a + 3b \text{ 的最大值为 } 25.$$