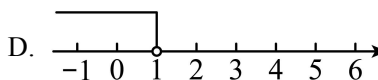
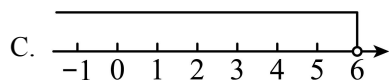
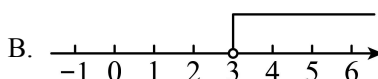
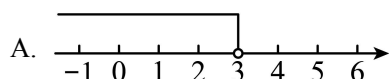


2024-2025 学年上海市松江区七年级（下）月考数学试卷（5 月份）

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 不等式 $2(1-x) > -4$ 的解集在数轴上表示为（ ）



【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次不等式，并求解集表示在数轴上，掌握不等式的性质解不等式是关键。根据不等式的性质解不等式，并求解集表示在数轴上即可。

【详解】解： $2(1-x) > -4$,

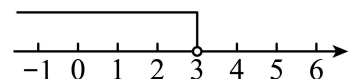
去括号得， $2-2x > -4$,

移项得， $-2x > -4-2$,

合并同类项得， $-2x > -6$,

系数化为 1 得， $x < 3$,

解集表示在数轴上如图所示，



故选：A。

2. 下列各命题的逆命题不成立的是（ ）

A. 两直线平行，同旁内角互补

B. 若两个角相等，则这两个角是对顶角

C. 等角对等边

D. 如果 $a > b$ ，那么 $a^2 > b^2$

【答案】D

【解析】

【分析】此题考查了逆命题，平行线的判定，顶角相等，等边对等角，不等式的性质，解题的关键是掌握以上知识点。

先写出各个选项中命题的逆命题，然后判断真假即可

【详解】A、逆命题为同旁内角互补，两直线平行，正确，故 A 不符合题意；

B、逆命题为如果两个角是对顶角，那么这两个角相等，正确，故 B 不符合题意；

C、等边对等角，正确，故 C 不符合题意；

D、逆命题为如果 $a^2 > b^2$ ，那么 $a > b$ ，

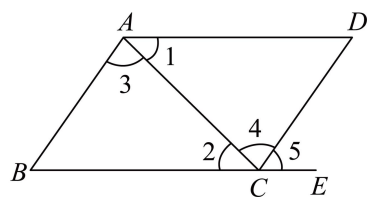
有可能 $a < b$ ，

例如 $a = -6$ ， $b = 3$ ，满足 $a^2 > b^2$ ，但 $a < b$ ，

因此命题的逆命题不成立，故 D 符合题意。

故选：D。

3. 如图，下列条件：① $\angle 1 = \angle 2$ ；② $\angle 3 = \angle 4$ ；③ $\angle B = \angle 5$ ；④ $\angle 1 + \angle ACE = 180^\circ$ ；⑤ $\angle 5 = \angle D$ 。其中，能判定 $AD \parallel BE$ 的条件有（ ）



A. 5 个

B. 4 个

C. 3 个

D. 2 个

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了平行线的判定定理，根据平行线的判定定理逐项分析即可得解，熟练掌握平行线的判定定理是解此题的关键。

【详解】解：① $\because \angle 1 = \angle 2$ ， $\therefore AD \parallel BE$ ，故①符合题意；

② $\because \angle 3 = \angle 4$ ， $\therefore AB \parallel CD$ ，故②不符合题意；

③ $\because \angle B = \angle 5$ ， $\therefore AB \parallel CD$ ，故③不符合题意；

④ $\because \angle 1 + \angle ACE = 180^\circ$ ， $\therefore AD \parallel BE$ ，故④符合题意；

⑤ $\because \angle 5 = \angle D$ ， $\therefore AD \parallel BE$ ，故⑤符合题意；

综上所述，正确的有①④⑤，共 3 个，

故选：C。

4. 用长度分别为 4、 m 、7 的三根木棒搭建一个三角形木架，则 m 的值可能是（ ）

A. 12

B. 11

C. 4

D. 3

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了三角形三边关系的应用，掌握三角形的任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边是解题关键。由题意可知， $3 < m < 11$ ，即可得到答案。

【详解】解：由题意可知， $7-4 < m < 7+4$ ，即 $3 < m < 11$ ，

$\therefore m$ 的值可能是 4，

故选：C.

5. 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中， $\angle B = \angle E$ ，添加下列哪组条件一定能说明 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 全等（ ）

A. $\angle A = \angle D$ ， $\angle C = \angle F$

B. $AB = DE$ ， $AC = DF$

C. $AB = DE$ ， $BC = EF$

D. $BC = EF$ ， $AC = DF$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了全等三角形的判定，熟知全等三角形的判定定理是解题的关键，全等三角形的判定定理有 SSS，SAS，AAS，ASA，HL.

【详解】解：添加条件 $\angle A = \angle D$ ， $\angle C = \angle F$ ，结合 $\angle B = \angle E$ 不能利用 AAA 证明 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 全等，故 A 不符合题意；

添加条件 $AB = DE$ ， $AC = DF$ ，结合 $\angle B = \angle E$ 不能利用 SSA 证明 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 全等，故 B 不符合题意；

添加条件 $AB = DE$ ， $BC = EF$ ，结合 $\angle B = \angle E$ 能利用 SAS 证明 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 全等，故 C 符合题意；

添加条件 $BC = EF$ ， $AC = DF$ ，结合 $\angle B = \angle E$ 不能利用 SSA 证明 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 全等，故 D 不符合题意；

故选：C.

6. 命题“平行于同一条直线的两条直线互相平行”的题设、结论分别是（ ）

A. 两条直线平行于同一条直线、这两条直线平行

B. 两条直线平行、这两条直线平行于同一条直线

C. 两条直线平行于同一条直线、这两条直线不平行

D. 两条直线平行于同一条直线、这两条直线相交

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了命题与定理的知识，命题中的条件是两条直线平行于同一条直线，放在“如果”的后面，结论是这两条直线平行，应放在“那么”的后面.

【详解】解：题设为：两条直线平行于同一条直线，结论为：这两条直线平行，

故选：A.

二、填空题：本题共 12 小题，每小题 2 分，共 24 分.

7. 根据下列数量关系列不等式: x 的 5 倍不大于 4 的不等式是 _____.

【答案】 $5x \leq 4$

【解析】

【分析】 本题考查了列一元一次不等式, 根据题意列出不等式即可, 理解题意是解题的关键.

【详解】 解: 根据题意得, $5x \leq 4$,

故答案为: $5x \leq 4$.

8. 不等式组 $\begin{cases} \frac{1}{2}x - 1 < 0 \\ x > -3 \end{cases}$ 的正整数解为_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查了在数轴上表示不等式组的解集, 解一元一次不等式组, 分别求出两个不等式的解集, 再求出不等式组的解集, 然后求出正整数解即可, 掌握知识点的应用是解题的关键.

【详解】 解: $\begin{cases} \frac{1}{2}x - 1 < 0 \\ x > -3 \end{cases}$,

解不等式 $\frac{1}{2}x - 1 < 0$ 得, $x < 2$,

所以不等式组的解集为 $-3 < x < 2$,

所以不等式组的正整数解为 1,

故答案为: 1.

9. 如果 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 的两边分别平行, 且 $\angle\alpha = 3\angle\beta - 36^\circ$, 则 $\angle\alpha$ 的度数是_____.

【答案】 18° 或 126°

【解析】

【分析】 本题考查平行线的性质, 掌握 “如果两个角的两边分别平行, 那么这两个角相等或互补” 是解题的关键.

由两角的两边互相平行可得出两角相等或互补, 再由题意, 其中 $\angle\alpha$ 比 $\angle\beta$ 的 3 倍少 36° , 可得出答案.

【详解】 若两角相等, 则

$$\angle\alpha = \angle\beta$$

$$\therefore \angle\alpha = 3\angle\alpha - 36^\circ$$

解得 $\angle \alpha = 18^\circ$;

若两角互补, 则

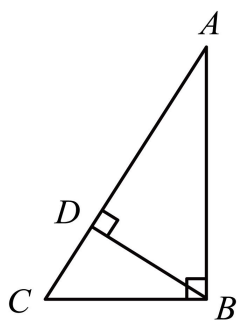
$\angle \alpha + \angle \beta = 180^\circ$, 依据题意 $\angle \alpha = 3\angle \beta - 36^\circ$,

联立方程
$$\begin{cases} \angle \alpha + \angle \beta = 180^\circ \\ \angle \alpha = 3\angle \beta - 36^\circ \end{cases}$$

解得 $\angle \alpha = 126^\circ$

故答案为: 18° 或 126° .

10. 如图, 在三角形 ABC 中, $AB \perp BC$, $BD \perp AC$ 于点 D , 则点 B 到直线 AC 的距离为线段_____的长.



【答案】 BD

【解析】

【分析】 本题考查点到直线之间的距离, 正确把握相关定义是解题关键.

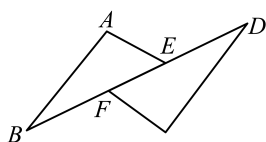
直接利用点到直线的距离定义得出答案.

【详解】 解: $\because BD \perp AC$ 于点 D ,

$\therefore$ 点 B 到直线 AC 的距离为线段 BD 的长.

故答案为: BD .

11. 如图, 若 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$, $BE = 5$, $DE = 3$, 则 EF 的长是_____.



【答案】 2

【解析】

【分析】 本题主要考查了全等三角形的性质, 熟记全等三角形的对应边相等是解题的关键, 先根据全等三角形的性质求出 DF , 再计算即可.

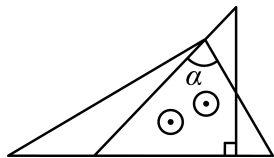
【详解】 解: $\because \triangle ABE \cong \triangle CDF$, $BE = 5$,

$$\therefore DF = BE = 5,$$

$$\therefore EF = DF - DE = 5 - 3 = 2,$$

故答案为：2.

12. 如图，将一副三角板的一边叠合，图中 $\angle \alpha$ 的大小为_____°.

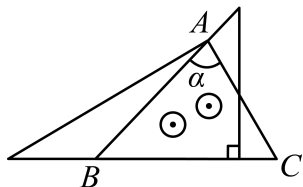


【答案】 75

【解析】

【分析】 本题考查的是三角形的内角和定理的应用，由 $\angle ABC = 45^\circ$ ， $\angle ACB = 60^\circ$ ，再结合三角形的内角和定理解答即可.

【详解】 解：如图，

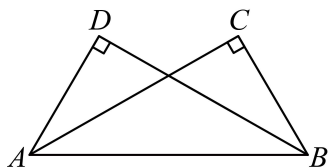


由题意可得： $\angle ABC = 45^\circ$ ， $\angle ACB = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle \alpha = \angle BAC = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ,$$

故答案为： 75

13. 如图， $\angle C = \angle D = 90^\circ$ ，若利用 AAS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ ，需添加的条件是_____. (写出一种即可)



【答案】 $\angle ABC = \angle BAD$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形全等的判定，熟练掌握三角形全等的判定方法，是解题的关键. 利用 AAS 可得出 $\angle ABC = \angle BAD$ ，(答案不唯一) 进而证明 $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ ，即可得出答案.

【详解】 解：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BAD$ 中，

$$\begin{cases} \angle C = \angle D \\ \angle ABC = \angle BAD, \\ AB = BA \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BAD (\text{AAS}),$

$\therefore$ 利用 AAS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle BAD$, 需添加的条件是 $\angle ABC = \angle BAD$ (答案不唯一).

故答案为: $\angle ABC = \angle BAD$ (答案不唯一).

14. 等腰三角形一边长 9cm , 另一边长 4cm , 则该等腰三角形的周长是_____.

【答案】 22cm

【解析】

【分析】 本题考查了等腰三角形的定义, 三角形三边数量关系, 掌握三角形三边数量关系, 等腰三角形的定义是关键.

根据等腰三角形的定义, 分类讨论即可.

【详解】 解: 当腰长为 9cm , 底边长为 4cm ,

$\because 9 - 4 < 9 < 9 + 4$, 即 $5 < 9 < 13$, 符合题意,

$\therefore$ 这个等腰三角形的周长为 $4 + 9 + 9 = 22(\text{cm})$;

当腰长为 4cm , 底边长为 9cm ,

$\because 4 + 4 < 9$, 不符合题意;

综上所述, 该等腰三角形的周长是 22cm

故答案为: 22cm .

15. 若等腰三角形的一个内角为 50° , 则它的底角的度数为_____.

【答案】 50° 或 65°

【解析】

【分析】 本题考查等腰三角形的定义、三角形内角和定理, 解题的关键是注意分情况讨论, 避免漏解. 分 50° 是等腰三角形的底角或顶角两种情况, 利用三角形内角和定理求解.

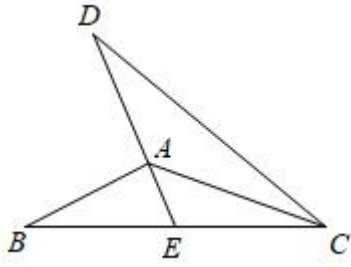
【详解】 解: ① 50° 是等腰三角形的底角,

② 当 50° 是等腰三角形的顶角时,

它的底角的度数为: $\frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$, 符合要求;

故答案为: 50° 或 65° .

16. 如图, AC 平分 $\angle DCB$, $CB = CD$, DA 的延长线交 BC 于点 E , 若 $\angle DAC = 125^\circ$, 则 $\angle BAE$ 的度数为 _____.



【答案】 70°

【解析】

【分析】 先根据角平分线的定义得到 $\angle DCA = \angle BCA$ ，即可利用 SAS 证明 $\triangle DCA \cong \triangle BCA$ 得到 $\angle BAC = \angle DAC = 125^\circ$ ，由 $\angle CAE = 180^\circ - \angle DAC = 55^\circ$ ，则 $\angle BAE = \angle BAC - \angle CAE = 70^\circ$ 。

【详解】 解： $\because AC$ 平分 $\angle DCB$ ，

$$\therefore \angle DCA = \angle BCA,$$

$$\text{又} \because CB = CD, CA = CA,$$

$$\therefore \triangle DCA \cong \triangle BCA \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAC = 125^\circ,$$

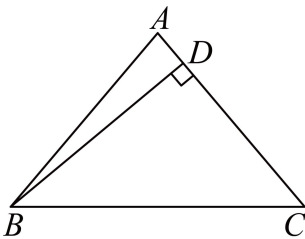
$$\therefore \angle CAE = 180^\circ - \angle DAC = 55^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle BAC - \angle CAE = 70^\circ,$$

故答案为： 70° 。

【点睛】 本题主要考查了全等三角形的性质与判定，角平分线的定义，解题的关键在于能够熟练掌握全等三角形的性质与判定条件。

17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC, \angle A = 80^\circ, BD \perp AC$ 于点 D ， $\angle DBC =$ _____ $^\circ$ 。



【答案】 40

【解析】

【分析】 本题考查了等腰三角形以及三角形的内角和，根据题目要求算出角度即可。

【详解】 $\because AB = AC, \angle A = 80^\circ$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 50^\circ$$

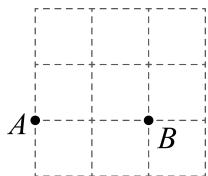
$$\because BD \perp AC$$

$$\therefore \angle BDC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle DBC = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

故答案为：40.

18. 如图，在 3×3 的网格中有 A 、 B 两点，任取一个格点 E ，则满足 $\triangle EAB$ 是等腰三角形的点 E 有_____个.

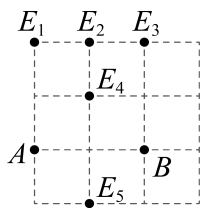


【答案】5

【解析】

【分析】根据等腰三角形的判定可得答案.

【详解】解：如图，



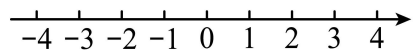
满足 $\triangle EAB$ 是等腰三角形的点 E 有 5 个，

故答案为 5.

【点睛】本题考查等腰三角形的判定，解题的关键是学会分类讨论，注意不能漏解.

三、解答题：本题共 8 小题，共 58 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

$$19. \text{解不等式组} \begin{cases} 2(x+3)-4 > 3x \\ \frac{3x+2}{2} > x-1 \end{cases} \text{并在数轴上表示解集.}$$



【答案】解集表示在数轴上见详解， $-4 < x < 2$

【解析】

【分析】本题主要考查解一元一次不等式组，掌握不等式的性质，解集表示在数轴上的方法，不等式组的取值方法是关键.

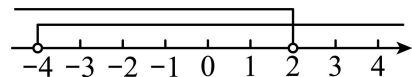
根据不等式的性质，分别解不等式，并把解集表示在数轴上，再根据不等式组的取值方法“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小无解”得到解集即可.

【详解】解：
$$\begin{cases} 2(x+3)-4 > 3x \text{①} \\ \frac{3x+2}{2} > x-1 \text{②} \end{cases},$$

解不等式①得， $x < 2$ ，

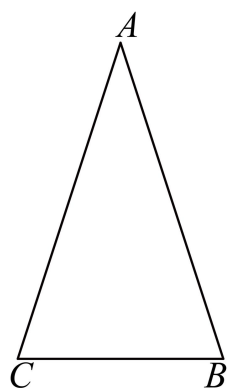
解不等式②得， $x > -4$ ，

解集表示在数轴上如图所示，



$\therefore$ 不等式组的解集为 $-4 < x < 2$.

20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC > BC$.



(1) 求作 AB 边的垂直平分线 DE ，交 AB 于点 E ，交 AC 于点 D ，连接 BD .

(要求：尺规作图，不写作法，保留作图痕迹)

(2) 若 $AD = BC$ ，求 $\angle A$ 的度数，请根据以下的思路完成下列填空.

解： $\because AB = AC$ ，

$\therefore$ ①_____ (②_____).

又 $\because DE$ 是 AB 的垂直平分线，

$\therefore AD = BD$ (垂直平分线的性质).

$\therefore$ ③_____ (等边对等角).

$\because AD = BC$ ，

$\therefore$ ④_____ (等量代换).

$\therefore \angle C = \angle BDC$.

$\because \angle BDC = \text{⑤} = 2\angle A$ ，

$\therefore \angle C = \angle ABC = 2\angle A$ ，

$\therefore \angle A + \angle C + \angle ABC = 5\angle A = 180^\circ$ (三角形的内角和为 180°).

$\therefore \angle A = \textcircled{6}$ _____.

【答案】(1) 见解析 (2) $\angle C = \angle ABC$; 等角对等边; $\angle A = \angle ABD$; $BC = BD$; $\angle A + \angle ABD$; 36°

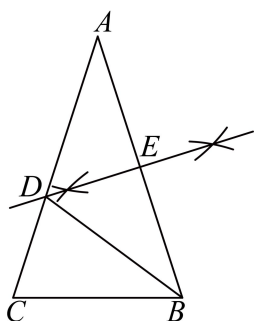
【解析】

【分析】(1) 根据垂直平分线的基本作图方法, 进行作图即可;

(2) 根据等腰三角形的性质得出 $\angle C = \angle ABC$, 根据线段垂直平分线的性质得出 $AD = BD$, 根据等腰三角形的性质得出 $\angle A = \angle ABD$, 根据三角形内角和定理得出 $\angle A + \angle C + \angle ABC = 5\angle A = 180^\circ$, 求出结果即可.

【小问 1 详解】

解: 如图, DE 即为所求作的线段 AB 的垂直平分线;



【小问 2 详解】

解: $\because AB = AC$,

$\therefore \angle C = \angle ABC$ ①(等角对等边②).

又 $\because DE$ 是 AB 的垂直平分线,

$\therefore AD = BD$ (垂直平分线的性质),

$\therefore \angle A = \angle ABD$ ③(等边对等角).

$\because AD = BC$,

$\therefore BC = BD$ ④(等量代换),

$\therefore \angle C = \angle BDC$,

$\because \angle BDC = \angle A + \angle ABD$ ⑤ $= 2\angle A$,

$\therefore \angle C = \angle ABC = 2\angle A$,

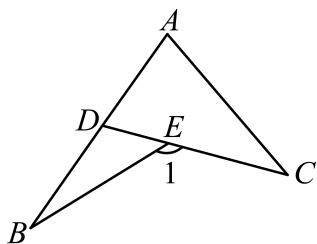
$\therefore \angle A + \angle C + \angle ABC = 5\angle A = 180^\circ$ (三角形的内角和为 180°).

$\therefore \angle A = 36^\circ$ ⑥.

故答案为: $\angle C = \angle ABC$; 等角对等边; $\angle A = \angle ABD$; $BD = BD$; $\angle A + \angle ABD$; 36° .

【点睛】 本题主要考查了尺规作垂线，等腰三角形的性质，线段垂直平分线的性质，三角形外角的性质，三角形内角和定理，解题的关键是熟练掌握相关的判定和性质.

21. 如图，已知 $\angle A = 75^\circ$ ， $\angle B = 25^\circ$ ， $\angle C = 35^\circ$ ，求 $\angle BDC$ 和 $\angle 1$ 的度数.



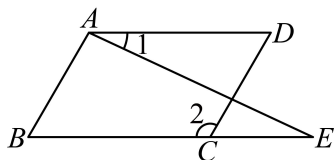
【答案】 $\angle BDC = 110^\circ$ ， $\angle 1 = 135^\circ$

【解析】

【分析】 本题考查三角形外角的性质，根据三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和，可直接得出答案.

【详解】 解： $\because \angle A = 75^\circ$ ， $\angle C = 35^\circ$ ，
 $\therefore \angle BDC = \angle A + \angle C = 75^\circ + 35^\circ = 110^\circ$.
 $\because \angle B = 25^\circ$ ，
 $\therefore \angle 1 = \angle BDC + \angle B = 110^\circ + 25^\circ = 135^\circ$.

22. 已知，如图， $\angle 1 = \angle E$ ， $\angle B = \angle D$. 求证： $AB \parallel CD$.



【答案】 证明见解析

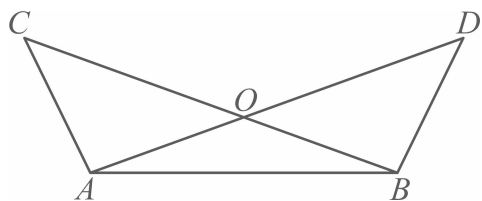
【解析】

【分析】 根据平行线的判定与性质定理即可求解.

【详解】 证明： $\because \angle 1 = \angle E$ ，
 $\therefore AD \parallel BE$ ，
 $\therefore \angle D = \angle DCE$ ，
 $\because \angle B = \angle D$ ，
 $\therefore \angle B = \angle DCE$ ，
 $\therefore AB \parallel CD$.

【点评】 此题这样考查了的平行线的判定与性质，解答此题的关键是注意平行线的判定与性质定理的综合运用.

23. 如图, 已知 AD 和 BC 相交于点 O 且 $AD = BC$, 分别连接 AC , AB , BD , 已知 $AC = BD$, $\angle ABC = 20^\circ$, 求 $\angle AOB$ 的度数.



【答案】 $\angle AOB = 140^\circ$

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形全等的判定和性质, 三角形内角和定理, 先证明 $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ (SSS), 得出 $\angle ABC = \angle BAD$, 根据三角形内角和定理求出 $\angle AOB = 180^\circ - 20^\circ - 20^\circ = 140^\circ$ 即可.

【详解】 解: 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle BAD$ 中,

$$\begin{cases} AD = BC \\ AB = BA, \\ BD = AC \end{cases}$$

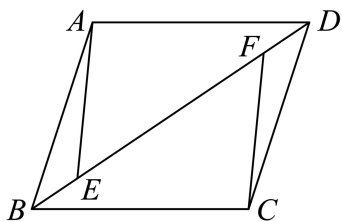
$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BAD \text{ (SSS)},$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BAD,$$

$$\because \angle ABC = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - 20^\circ - 20^\circ = 140^\circ.$$

24. 如图, 已知 $AD \parallel BC$ 且 $AD = BC$, E 、 F 是 BD 上两点, 且 $BE = DF$.



(1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle CBF$;

(2) 若 $\angle CBD = 35^\circ$, $\angle BCF = 95^\circ$, 求 $\angle AEB$ 的度数.

【答案】 (1) 见解析 (2) 130°

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定与性质, 三角形内角和定理等知识, 解题的关键是:

(1) 根据等式的性质可得出 $BF = DE$, 根据平行线的性质得出 $\angle ADE = \angle CBF$, 然后根据 SAS 证明 $\triangle ADE \cong \triangle CBF$ 即可;

(2) 根据三角形内角和定理求出 $\angle BFC = 50^\circ$ ，根据全等三角形的性质求出 $\angle AED = 50^\circ$ ，然后根据邻补角定义求解即可.

【小问 1 详解】

证明: $\because BE = DF$,

$$\therefore BE + EF = DF + EF,$$

$$\therefore BF = DE,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CBF,$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CBF$ 中,

$$\begin{cases} AD = BC \\ \angle ADE = \angle CBF, \\ DE = BF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF;$$

【小问 2 详解】

解: $\because \angle CBD = 35^\circ$, $\angle BCF = 95^\circ$,

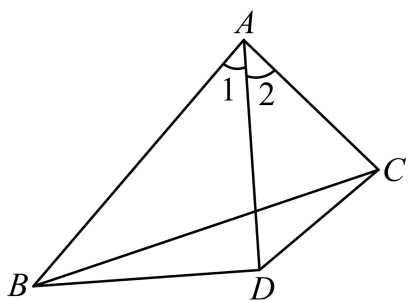
$$\therefore \angle BFC = 50^\circ,$$

$$\because \triangle ADE \cong \triangle CBF,$$

$$\therefore \angle AED = \angle BFC = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = 130^\circ.$$

25. 如图, 已知: $\angle 1 = \angle 2$, $DA = DB$, $AC = \frac{1}{2}AB$. 求 $\angle ACD$ 度数.

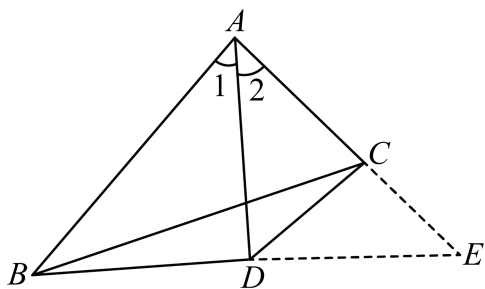


【答案】 $\angle ACD = 90^\circ$

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定和性质, 等腰三角形的判定和性质. 延长 AC 到点 E , 使得 $AE = AB$, 证明 $\triangle ADB \cong \triangle ADE$, 得到 $BD = ED$, 推出 $AC = CE$, 再根据等腰三角形的性质求解即可.

【详解】 解: 延长 AC 到点 E , 使得 $AE = AB$,



在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle ADE$ 中,

$$\begin{cases} AB = AE \\ \angle 1 = \angle 2 \\ AD = AD \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle ADE$ (SAS),

$\therefore BD = ED$,

$$\because AC = \frac{1}{2} AB,$$

$$\therefore AC = \frac{1}{2} AE,$$

$$\therefore AC = CE,$$

即点 C 为 AE 的中点,

$$\because DA = DB,$$

$$\therefore DA = DE,$$

$\therefore \triangle ADE$ 是等腰三角形,

$\because DC$ 是 $\triangle ADE$ 底边上的中线,

$$\therefore DC \perp AE,$$

$$\therefore \angle ACD = 90^\circ.$$

26. 在本学期的数学探究学习中, 同学们发现在利用全等三角形解决问题时存在有一些条件缺失 (隐蔽) 的问题, 这时我们就要寻找题目中的等量条件, 适当添加辅助线构造全等三角形来解决问题. 如: “中点”、“角平分线”、相等的边或角等都可以成为我们构造全等三角形的条件.

【阅读理解】

(1) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 BC 边上的中线, 试探究 AC 、 AB 、 AD 的数量关系. 小明在班内经过合作交流, 得到了如下的解决方法: 延长 AD 到 E , 使 $DE = AD$, 连接 BE , 则得到 $\triangle ADC \cong \triangle EDB$, 他所用到的判定定理是_____ (用字母表示), 从而得出 $BE = AC$. 这样就能把线段 AB 、 AC 、 $2AD$ 集

中在 $\triangle ABE$ 中. 利用三角形的三边关系, 即可得 $AC + AB$ _____ $2AD$. (填 “>”、“<” 或 “=”)

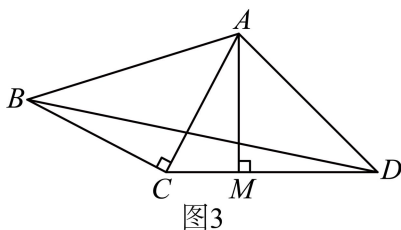
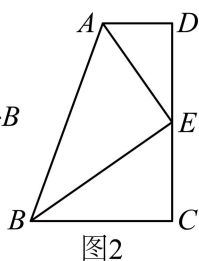
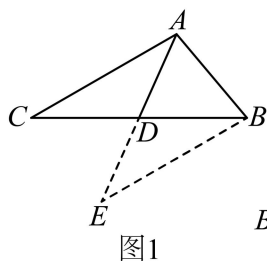
【问题解决】

(2) 如图 2, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 在 CD 上, AE 平分 $\angle DAB$, BE 平分 $\angle ABC$.

求证: $AD + BC = AB$.

【应用提升】

(3) 如图 3, 四边形 $ABCD$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, $AM \perp CD$, $AM = DM = \frac{21}{4}$. 若 $\triangle ACD$ 面积为 21, 求 $\triangle BCD$ 的面积.



【答案】 (1) SAS, >; (2) 证明见解析; (3) 11

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形三边关系, 三角形全等的性质与判定, 三角形面积, 正确作出辅助线是解题的关键.

(1) 证明 $\triangle EDB \cong \triangle ADC$ (SAS), 得出 $BE = AC$, 由三角形三边关系可得出结论;

(2) 延长 AE 交 BC 延长线于 F , 证明 $\triangle ABE \cong \triangle FBE$ (AAS), 得出 $AB = BF$, $AE = FE$, 证明 $\triangle ADE \cong \triangle FCE$ (ASA), 得出 $AD = CF$, 则可得出结论;

(3) 过点 B 作 $BH \perp CD$ 交 DC 的延长线于点 H , 则 $\angle ADM = 45^\circ$, 证明 $\triangle ACM \cong \triangle CBH$ (AAS), 得出 $AM = CH = \frac{21}{4}$, $CM = BH$, 求出 BH 可得出答案.

【详解】 (1) 解: 延长 AD 到点 E , 使 $DE = AD$, 连接 BE .

$\because AD$ 是 ABC 的中线,

$\therefore BD = CD$,

在 $\triangle EDB$ 和 $\triangle ADC$ 中,

$$\begin{cases} BD = CD \\ \angle BDE = \angle CDA, \\ DE = AD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EDB \cong \triangle ADC (\text{SAS}),$$

$$\therefore BE = AC,$$

$$\because AB + BE > AE,$$

$$\therefore AB + AC > 2AD;$$

故答案为: SAS, >;

(2) 证明: 如图 2, 延长 AE 交 BC 延长线于 F ,

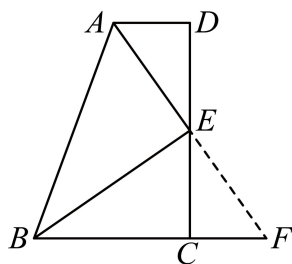


图2

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle F,$$

$$\because AE \text{ 平分 } \angle DAB,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle BAE,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle F,$$

$$\because BE \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle FBE,$$

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle FBE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABE = \angle FBE \\ \angle BAE = \angle F \\ BE = BE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FBE (\text{AAS}),$$

$$\therefore AB = BF, \quad AE = FE,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EAD = \angle F,$$

在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle FCE$ 中,

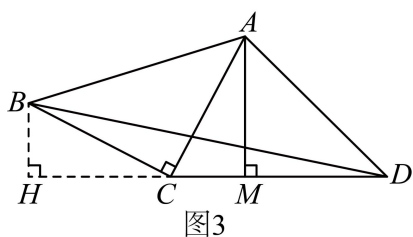
$$\begin{cases} \angle EAD = \angle F \\ AE = EF \\ \angle AED = \angle FEC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle FCE (\text{ASA}),$$

$$\therefore AD = CF,$$

$$\therefore AB = BF = BC + CF = BC + AD.$$

(3) 解: 过点 B 作 $BH \perp CD$ 交 DC 的延长线于点 H ,



$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACM + \angle BCH = 90^\circ,$$

$$\because \angle BCH + \angle HBC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle HBC = \angle ACM,$$

$$\because \angle AMC = \angle CHB = 90^\circ, \quad AC = BC,$$

$$\therefore \triangle ACM \cong \triangle CBH (\text{AAS}),$$

$$\therefore AM = CH = \frac{21}{4}, \quad CM = BH,$$

$$\because \triangle ACD \text{ 面积} = \frac{1}{2} CD \times AM = 21,$$

$$\therefore CD = 8,$$

$$\therefore CM = CD - DM = 8 - \frac{21}{4} = \frac{11}{4},$$

$$\therefore BH = \frac{11}{4},$$

$$\therefore \triangle BCD \text{ 的面积} = \frac{1}{2} CD \cdot BH = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{11}{4} = 11;$$