

七年级（下）第三次月考数学试卷

一、选择题（每题 2 分，满分 12 分）

1. 如果将一个圆柱的底面半径和母线长都扩大到原来的³倍，那么它的侧面积扩大到原来的（ ）

- A. 3 倍 B. 6 倍 C. 9 倍 D. 12 倍

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查求圆柱的侧面积，熟练掌握圆柱侧面积公式是解题的关键.

根据圆柱侧面积公式，计算即可.

【详解】解：设这个圆柱的底面半径为 r ，母线长为 h ，则扩大后的底面半径为 $3r$ ，母线长为 $3h$ ，

原侧面积 $S_1 = 2\pi rh$ ，新侧面积 $S_2 = 2\pi \cdot 3r \cdot 3h = 9 \cdot 2\pi rh = 9S_1$ ，

$\therefore$ 将一个圆柱的底面半径和母线长都扩大到原来的 3 倍，它的侧面积扩大到原来的 9 倍，

故选：C.

2. 在 ABC 中， $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$ ，则此三角形是（ ）

- A. 锐角三角形 B. 直角三角形 C. 钝角三角形 D. 等腰三角形

【答案】B

【解析】

【分析】根据比例设 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 分别为 k 、 $2k$ 、 $3k$ ，然后根据三角形内角和定理列式进行计算求出 k 值，再求出最大的角 $\angle C$ 即可得解.

【详解】解：设 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 分别为 k 、 $2k$ 、 $3k$ ，

$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，

$\therefore k + 3k + 2k = 180^\circ$ ，

$\therefore k = 30^\circ$ ，

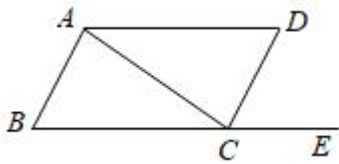
$\therefore \angle C = 3k = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 该三角形的形状是直角三角形，

故选：B.

【点睛】该题主要考查了三角形的内角和定理及其应用问题；灵活运用三角形的内角和定理来解题是关键.

3. 如图，下列条件不能判定 $AB \parallel CD$ 的是（ ）



A. $\angle CAD = \angle ACB$

B. $\angle BAC = \angle ACD$

C. $\angle B + \angle BCD = 180^\circ$

D. $\angle B = \angle DCE$

【答案】A

【解析】

【分析】利用平行线的判定方法一一判断即可.

【详解】解：A、 $\angle CAD = \angle ACB$ ，根据内错角相等，两直线平行，可得 $AD \parallel BC$ ，故本选择项符合题意；

B、 $\angle BAC = \angle ACD$ ，根据内错角相等，两直线平行，可得 $AB \parallel CD$ ，故本选择项不符合题意；

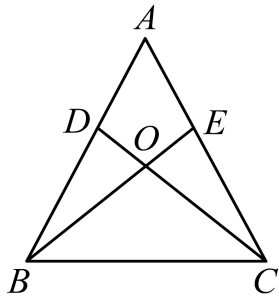
C、 $\angle B + \angle BCD = 180^\circ$ ，根据同旁内角互补，两直线平行，可得 $AB \parallel CD$ ，故本选择项不符合题意；

D、 $\angle B = \angle DCE$ ，根据同位角相等，两直线平行，可得 $AB \parallel CD$ ，故本选择项不符合题意；

故选择：A.

【点睛】本题考查了平行线的判定定理，掌握判断同位角、内错角或同旁内角之间的关系来证明两直线平行是解题的关键.

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 别在边 AB 、 AC 上， BE 与 CD 相交于点 O ，已知 $\angle ABC = \angle ACB$ ，补充下列一个条件后，仍无法判定 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ 的是（ ）



A. $AD = AE$

B. $OB = OC$

C. $BE = CD$

D. $\angle BDC = \angle CEB$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查全等三角形的判定，熟练掌握全等三角形的判定方法是解题的关键.

根据题目中的条件和各个选项中的条件，利用全等三角形的判定方法，可以得到哪个选项中的条件，不能判定 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，从而可以解答本题.

【详解】解： $\because \angle ABC = \angle ACB$ ，

$$\therefore AB = AC,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CAD,$$

$\therefore$ 补充条件 $AD = AE$ 时, $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ (SAS), 故选项 A 不符合题意;

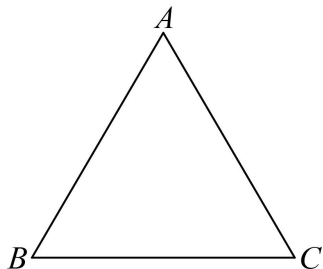
补充条件 $BE = CD$, 无法判断 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$, 故选项 C 符合题意;

补充条件 $OB = OC$ 时, 则 $\angle OBC = \angle OCB$, 故 $\angle ABE = \angle ACD$, 则 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ (ASA), 故选项 B 不符合题意;

补充条件 $\angle BDC = \angle CEB$ 时, 则 $\angle AEB = \angle ADC$, 则 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ (AAS), 故选项 D 不符合题意;

故选: C.

5. 在等边 ABC 所在平面上找这样一点 P , 使 $\triangle PAB$ 、 $\triangle PBC$ 、 $\triangle PAC$ 都是等腰三角形, 所有具有这样性质的点有几个? ()



A. 3

B. 7

C. 8

D. 10

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查等边三角形的性质, 等腰三角形的判定, 垂直平分线的性质. 利用分类讨论的思想是解答本题的关键.

①如图所示, 当点 P 在三角形的内部时, 点 P 到 ABC 的三个顶点的距离相等; ②如图所示, 当 P 在 ABC 的外部时, 每条边的垂直平分线上的点只要能够使顶点这条边的两端点连接而成的三角形是等腰三角形即可.

【详解】解: ①当点 P 在三角形的内部时, 点 P 是边 AB 、 BC 、 AC 的垂直平分线的交点, 如图点 P_{10} .
②当 P 在三角形的外部时, 分别以三角形各顶点为圆心, 边长为半径画弧, 与垂直平分线的交点有 3 个, 如图, 点 $P_1 \sim P_9$, 共 9 个.



6. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{x-1}{3} \leq 1 \\ a-x < 2 \end{cases}$ 恰好只有四个整数解, 则 a 的取值范围是 ()

- 【答案】A

【分析】本题考查解一元一次不等式组. 根据题意先解第一个不等式, 再对整数解进行分析即可列出关于 a 的不等式继而得到本题答案.

【详解】解: $\because$ 不等式组 $\begin{cases} \frac{x-1}{3} \leq 1 \textcircled{1} \\ a-x < 2 \textcircled{2} \end{cases}$,

∴ 解不等式①得: $x \leq 4$.

解不等式②得: $x > a - 2$.

$$\therefore \text{不等式组} \begin{cases} \frac{x-1}{3} \leq 1 \\ a-x < 2 \end{cases} \text{ 恰好只有四个整数解,}$$

$$\therefore 0 \leq a-2 < 1,$$
$$\therefore 2 \leq a < 3,$$

故选: A.

二、填空题 (每题 2 分, 满分 24 分)

7. 如果 $a > b$, 那么 $-2a$ $-2b$ (填 “ $<$ ” 或 “ $>$ ”).

【答案】<

【解析】

【分析】本题考查了不等式的基本性质，熟练掌握不等式的基本性质是解题的关键．根据“不等式两边同乘以一个负数，改变不等号的方向”即得答案．

【详解】解：∵ $a > b$ ，

∴ $-2a < -2b$ ．

故答案为：<．

8. 不等式组 $\begin{cases} x < -3 \\ x \leq 6 \end{cases}$ 的解集是_____．

【答案】 $x < -3$

【解析】

【分析】根据求不等式组解集的口诀：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）进行解答．

【详解】解：根据“同小取小”，不等式组 $\begin{cases} x < -3 \\ x \leq 6 \end{cases}$ 的解集是 $x < -3$ ．

故答案为： $x < -3$ ．

【点睛】本题考查了一元一次不等式组的解集．解题的关键是掌握一元一次不等式组解集的求法，其简便求法就是用口诀求解．求不等式组解集的口诀：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）．

9. 已知圆锥的底面圆半径为 2，母线长为 3，则圆锥的侧面积为_____．（结果保留 π ）

【答案】 6π

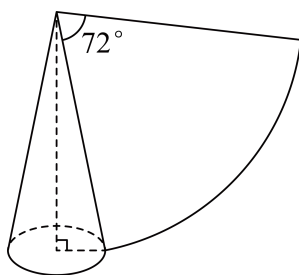
【解析】

【分析】本题考查了圆锥的计算，根据圆锥的侧面积公式 πrl 计算解题即可．

【详解】解：圆锥的侧面积为 $\pi \times 2 \times 3 = 6\pi$ ，

故答案为： 6π ．

10. 如图，圆锥的侧面展开图是一个圆心角为 72° 的扇形，若扇形的半径 l 是 5，则该圆锥的表面积是_____．



【答案】 6π

【解析】

【分析】 本题考查圆锥的计算，根据弧长公式及圆锥的侧面积公式求出圆锥的侧面积，再根据圆的面积公式求出圆锥的底面积，从而根据“圆锥的表面积=侧面积+底面面积”计算即可．掌握弧长计算公式、圆锥的侧面积计算公式和圆的面积计算公式是解题的关键．

【详解】 解： $\frac{72^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times 5 = 2\pi$ ，

则圆锥的侧面积为 $\frac{1}{2} \times 5 \times 2\pi = 5\pi$ ，圆锥的底面半径为 $\frac{2\pi}{2\pi} = 1$ ，

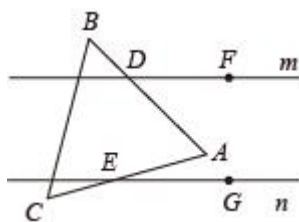
则圆锥的底面积为 π

$5\pi + \pi = 6\pi$ ，

$\therefore$ 该圆锥的表面积是 6π ．

故答案为： 6π ．

11. 小宋把一张等边三角形的纸片放在如图所示的两条平行线 m 、 n 上测得 $\angle AEG = 20^\circ$ ，那么 $\angle ADF$ 的度数是_____．



【答案】 40°

【解析】

【分析】 过 A 作 $AH \parallel m$ ，可以得到 $AH \parallel m \parallel n$ ，从而得到 $\angle HAE = \angle AEG = 20^\circ$ ， $\angle ADF = \angle HAD$ ，再根据 $\angle CAB = 60^\circ$ 求解即可．

【详解】 解： 过 A 作 $AH \parallel m$ ，

$\because m \parallel n$ ，

$\therefore AH \parallel m \parallel n$ ，

$$\therefore \angle HAE = \angle AEG = 20^\circ, \quad \angle ADF = \angle HAD,$$

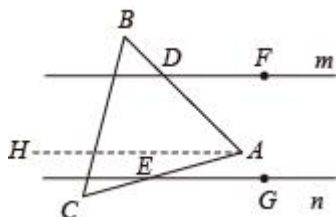
$\because$ 三角形 ABC 是等边三角形,

$$\therefore \angle CAB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle HAC + \angle HAD = 60^\circ,$$

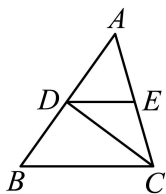
$$\therefore \angle ADF = \angle HAD = 40^\circ,$$

故答案为: 40° .



【点睛】 本题主要考查了平行线的性质，解题的关键在于能够熟练掌握平行线的性质.

12. 如图，已知 $\triangle ABC$ ， $\angle ACB$ 的平分线 CD 交 AB 于点 D ， $DE \parallel BC$ ，且 $AC = 8$ ，如果点 E 是边 AC 的中点，那么 DE 的长为_____.



【答案】 4

【解析】

【分析】 本题考查角平分线的定义，平行线的性质，等角对等边，解题的关键是熟练掌握平行线的性质.

由平行线的性质，结合角平分线，可得 $\angle EDC = \angle ECD$ ，从而可得 $DE = CE = \frac{1}{2}AC$ ，即可得 DE 的长.

【详解】 解: $\because \angle ACB$ 的平分线 CD 交 AB 于点 D ,

$$\therefore \angle ACD = \angle BCD,$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle BCD,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle ECD,$$

$$\therefore DE = CE$$

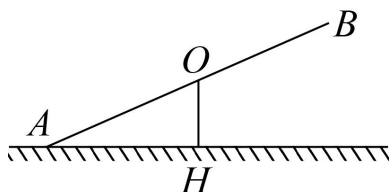
$\because AC = 8$ ，点 E 是边 AC 的中点,

$$\therefore CE = \frac{1}{2}AC = 8 \times \frac{1}{2} = 4,$$

$$\therefore DE = 4,$$

故答案为：4.

13. 已知支点 O 位于等臂跷跷板 AB 的中点处，当 AB 的一端点 A 碰到地面时（如图）， AB 与地面的夹角为 α ，那么当 AB 的另一端点 B 碰到地面时， AB 转过的角度为 = _____ .（用含 α 的代数式表示）



【答案】 2α

【解析】

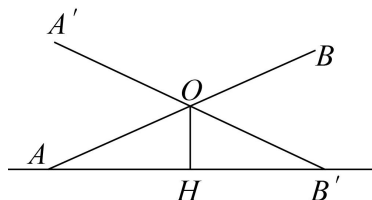
【分析】 根据等腰三角形的性质得到 $\angle OB'H = \angle OAH = \alpha$ ，根据三角形的外角性质计算，得到答案.

【详解】 解：由题意得： $OA = OB'$ ， $\angle OAH = \alpha$ ，

$$\therefore \angle OB'H = \angle OAH = \alpha,$$

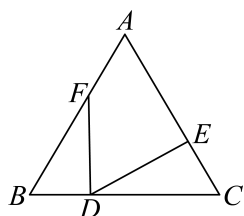
$$\therefore \angle A'OA = \angle OB'H + \angle OAH = 2\alpha,$$

故答案为： 2α .



【点睛】 本题主要考查了等腰三角形的性质和三角形外角的性质，熟练掌握相关性质并应用数形结合的思想是解题的关键.

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $BD = CE$ ， $CD = BF$ ，若 $\angle A = 50^\circ$ ，则 $\angle EDF =$ _____ 度.



【答案】 65

【解析】

【分析】 本题主要考查了全等三角形的判定与性质，先利用 SAS 判定 $\triangle BED \cong \triangle CDF$ ，从而得出对应角相等，再利用角与角之间的关系从而求得所求的角为 50° ，解题的关键是熟练掌握全等三角形的判定方法.

【详解】解：在 ABC 中， $AB = AC, \angle A = 50^\circ$,

$$\therefore \angle B = \angle C = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 65^\circ,$$

在 BDF 和 $\triangle CED$ 中,

$$\begin{cases} BD = CE \\ \angle B = \angle C, \\ BF = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BDF \cong \triangle CED (SAS),$$

$$\therefore \angle CDE = \angle BFD,$$

$$\therefore \angle BDF + \angle BFD + \angle B = 180^\circ, \angle BDF + \angle EDF + \angle CDE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EDF = \angle B = 65^\circ,$$

故答案为：65.

15. 如果等腰三角形的两条边长分别为 3cm 和 7cm，那么该三角形的周长是_____cm.

【答案】17

【解析】

【分析】本题主要考查了等腰三角形的性质和三角形三边之间的关系. 根据等腰三角形的定义分两种情况进行讨论，再根据三角形三边之间的关系，判断能否构成三角形，最后求出周长即可.

【详解】解：当等腰三角形腰长为 3cm 时，

3, 3, 7 不能构成三角形，舍去；

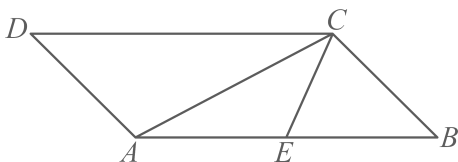
当等腰三角形腰长为 7cm 时，

3, 7, 7 能构成三角形，

所以该三角形的周长为 $3+7+7=17(\text{cm})$,

故答案为：17.

16. 如图，已知四边形 $ABCD$ 的面积为 8cm^2 ， $AB \parallel CD$ ， $AB = CD$ ， E 是 AB 的中点，那么 $\triangle AEC$ 的面积是_____.



【答案】 2cm^2

【解析】

【分析】由已知条件可证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形，则 $\triangle ADC$ 和 $\triangle ABC$ 的面积是平行四边形面积的一半，又因为 E 是 AB 的中点，所以 $\triangle AEC$ 的面积是 $\triangle ABC$ 的一半，问题得解。

【详解】解： $\because AB \parallel CD, AB=CD,$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore S_{\triangle ADC} = S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4,$$

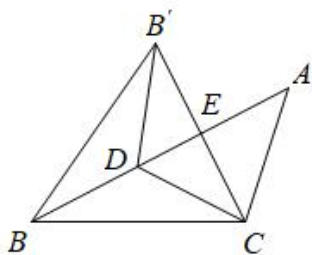
$\because E$ 是 AB 的中点，

$$\therefore S_{\triangle AEC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 4 = 2(\text{cm}^2),$$

故答案为： 2 cm^2 。

【点睛】本题考查了平行四边形的判定以及性质和三角形的面积公式的运用，解题的关键是首先证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形。

17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 42^\circ$ ，点 D 是边 AC 上的一点，将 $\triangle BCD$ 沿直线 CD 翻折得到 $\triangle B'CD$ ， $B'C$ 交 AB 于点 E ，如果 $B'D \parallel AC$ ，那么 $\angle BDC =$ ____度。



【答案】 111

【解析】

【分析】设 $\angle BCD$ 为 α ， $\angle CBD$ 为 β ，列出关于 $\alpha + \beta$ 的方程，求出 $\alpha + \beta$ ，即可求出 $\angle BDC$ 。

【详解】解：设 $\angle BCD$ 为 α ， $\angle CBD$ 为 β ，

$\because B'D \parallel AC,$

$$\therefore \angle B'DC + \angle ACD = 180^\circ,$$

由对称性知 $\angle BDC = \angle B'DC$ ，

$$\therefore 180^\circ - (\alpha + \beta) + 180^\circ - 42^\circ - (\alpha + \beta) = 180^\circ,$$

$$\therefore \alpha + \beta = 69^\circ,$$

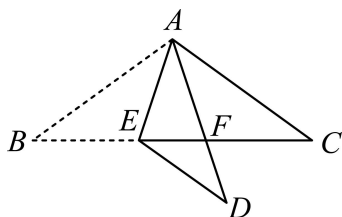
$$\therefore \angle BDC = 180^\circ - 69^\circ = 111^\circ,$$

故答案为 111。

【点睛】本题主要考查翻折的性质，还有平行线的性质，注意翻折是轴对称变换，具有对称性，平行线的

三个基本性质要牢记于心.

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, E 是 BC 边上一点, 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 翻折, 点 B 落到点 D 的位置, AD 边与 BC 边交于点 F , 如果 $AE=AF=DE$, 那么 $\angle B=$ _____度.



【答案】 36

【解析】

【分析】由等腰三角形的性质可得 $\angle B=\angle C$, 令 $\angle B=\angle C=x$, 根据折叠的性质以及等腰三角形的性质分别用含有 x 的代数式表示出 $\angle D$, $\angle EFD$, $\angle FED$, 再根据三角形的内角和定理求解.

【详解】 $\because AB=AC$,

$$\therefore \angle B=\angle C,$$

$$\text{令 } \angle B=\angle C=x,$$

由折叠的性质可得 $\angle D=\angle B=x$,

$$\because AE=ED,$$

$$\therefore \angle EAD=\angle D=x,$$

$$\because AE=AF,$$

$$\therefore \angle AEF=\angle AFE=90^\circ-\frac{x}{2},$$

$$\because \angle AEF+\angle AEB=180^\circ, \quad \angle AFE+\angle EFD=180^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB+\angle EFD=90^\circ+\frac{x}{2},$$

$$\because \angle AEB=\angle AED,$$

$$\therefore \angle AED=90^\circ+\frac{x}{2},$$

$$\therefore \angle FED=x,$$

在 $\triangle EFD$ 中, $\angle FED+\angle EFD+\angle D=180^\circ$,

$$\text{即 } x+(90^\circ+\frac{x}{2})+x=180^\circ,$$

解得 $x=36^\circ$,

$$\therefore \angle B=36^\circ.$$

故答案为: 36.

【点睛】考查了翻折变换的性质以及等腰三角形的性质，解题关键是能用含有 x 的代数式表示出 $\angle D$, $\angle EFD$, $\angle FED$.

三、计算题 (64 分)

19. 解不等式: $4x - 5 > \frac{x-3}{2}$.

【答案】 $x > 1$

【解析】

【分析】 本题主要考查解一元一次不等式，根据解一元一次不等式基本步骤：去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为1可得.

【详解】 解: $4x - 5 > \frac{x-3}{2}$,

去分母得 $8x - 10 > x - 3$

移项得 $8x - x > 10 - 3$

合并同类项得 $7x > 7$,

系数化为1得: $x > 1$.

20. 不等式组 $\begin{cases} 2(x+1) < 3x-6 \\ x < 4m \end{cases}$ 无解，求 m 的取值范围.

【答案】 $m \leq 2$

【解析】

【分析】 本题考查了不等式的解集，弄清不等式组无解的条件是解本题的关键.

先解不等式组，再根据不等式组无解的条件确定出 m 的范围即可.

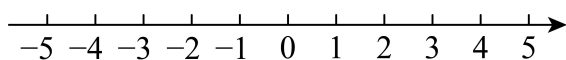
【详解】 解: 不等式组整理得: $\begin{cases} x > 8 \\ x < 4m \end{cases}$,

由不等式组无解，得到 $4m \leq 8$,

解得: $m \leq 2$,

则 m 的取值范围是 $m \leq 2$.

21. 解不等式组 $\begin{cases} 3x-5 < x+1 \\ \frac{3x-4}{6} \leq \frac{2x-1}{3} \end{cases}$. 在数轴上表示它的解集并求出它的所有非负整数解.



【答案】 $-2 \leq x < 3$ ，数轴见解析，所有非负整数解有 0, 1, 2.

【解析】

【分析】本题主要考查了解一元一次不等式组，先求出每个不等式的解集，再根据“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）”求出不等式组的解集，然后在数轴上表示解集，最后求出所有非负整数解即可.

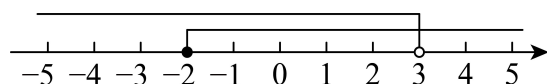
【详解】解：
$$\begin{cases} 3x-5 < x+1 \text{ ①} \\ \frac{3x-4}{6} \leq \frac{2x-1}{3} \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①，得 $x < 3$,

解不等式②，得 $x \geq -2$,

$\therefore$ 不等式的解集为 $-2 \leq x < 3$,

在数轴上表示为：



$\therefore$ 所有非负整数解有 0, 1, 2.

22. 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ，请说明 $AD \parallel BC$ 的理由.

解：因为 $AB \parallel CD$ （已知），

所以 $\angle 4 = \angle BAE$ （____），

因为 $\angle 3 = \angle 4$ （已知），

所以 $\angle 3 = \angle BAE$ （____），

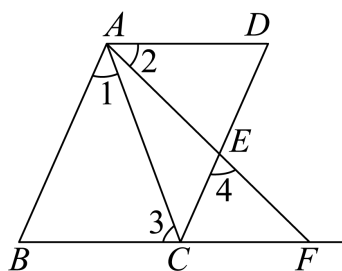
因为 $\angle 1 = \angle 2$ （已知），

所以 $\angle 1 + \angle CAE = \angle 2 + \angle CAE$ ，

即 $\angle BAE = \angle DAC$ 。

所以 $\angle 3 = \angle DAC$ 。（等量代换）

因此 $AD \parallel BC$ （____）。



【答案】两直线平行，同位角相等；等量代换； $\angle DAC$ ； $\angle DAC$ ；内错角相等，两直线平行

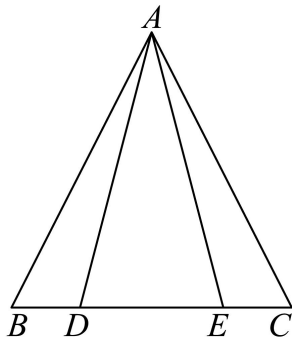
【解析】

【分析】此题考查了平行线的判定与性质，熟记“两直线平行，同位角相等”、“内错角相等，两直线平行”是解题的关键。首先由平行线的性质可得 $\angle 4 = \angle BAE$ ，然后结合已知，通过等量代换推出 $\angle 3 = \angle DAC$ ，最后由内错角相等，两直线平行可得 $AD \parallel BC$ 。

【详解】证明：因为 $AB \parallel CD$ （已知），
所以 $\angle 4 = \angle BAE$ （两直线平行，同位角相等），
因为 $\angle 3 = \angle 4$ （已知）
所以 $\angle 3 = \angle BAE$ （等量代换），
因为 $\angle 1 = \angle 2$ （已知），
所以 $\angle CAE + \angle 1 = \angle CAE + \angle 2$ ，
即 $\angle BAE = \angle DAC$ ，
所以 $\angle 3 = \angle DAC$ ，
因此 $AD \parallel BC$ （内错角相等，两直线平行）。

故答案为：两直线平行，同位角相等；等量代换； $\angle DAC$ ； $\angle DAC$ ；内错角相等，两直线平行。

23. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 、 E 在边 BC 上，且 $AD = AE$ 。请说明 $BD = CE$ 的理由。



解：因为 $AB = AC$ 。

所以_____。（等边对等角）

因为_____。

所以 $\angle AED = \angle ADE$ 。

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle ACD$ 中，

$$\begin{cases} \quad \quad \quad (-) \\ \angle AED = \angle ADE, \\ AB = AC \end{cases}$$

所以 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ 。（_____）

所以_____。(全等三角形对应边相等)

所以 $BD = CE$ 。(等式性质)

【答案】 $\angle B = \angle C$, $AD = AE$, $\angle B = \angle C$, AAS, $BE = CD$

【解析】

【分析】 此题考查了等边对等角, 全等三角形的性质和判定, 解题的关键是掌握以上知识点.

由等边对等角得到 $\angle B = \angle C$, $\angle AED = \angle ADE$, 然后证明出 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$, 得到 $BE = CD$, 进而求解即可.

【详解】 解: 因为 $AB = AC$

所以 $\angle B = \angle C$ (等边对等角)

因为 $AD = AE$

所以 $\angle AED = \angle ADE$

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle ACD$ 中,

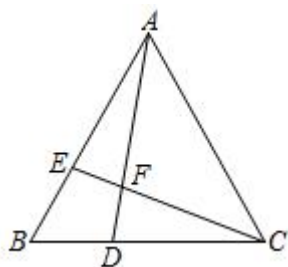
$$\begin{cases} \angle B = \angle C \\ \angle AED = \angle ADE, \\ AB = AC \end{cases}$$

所以 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ (AAS)

所以 $BE = CD$ (全等三角形对应边相等)

所以 $BD = CE$ 。(等式性质)

24. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 E 在 AB 上, 点 D 在 BC 上, $BD = BE$, $\angle BAD = \angle BCE$, AD 与 CE 相交于点 F , 说明 $\triangle AFC$ 是等腰三角形的理由.



【答案】 见详解.

【解析】

【分析】 根据已知条件可证明 $\triangle BAD \cong \triangle BCE$, 从而得出 $BA = BC$, 然后结合条件证明 $\angle FAC = \angle FCA$, 即可得出 $\triangle AFC$ 是等腰三角形.

【详解】 在 $\triangle BAD$ 与 $\triangle BCE$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle B = \angle B \\ \angle BAD = \angle BCE, \\ BD = BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle BCE$ (AAS),

$\therefore BA = BC$,

$\therefore \angle BAC = \angle BCA$,

$\therefore \angle BAC - \angle BAD = \angle BCA - \angle BCE$, 即 $\angle FAC = \angle FCA$.

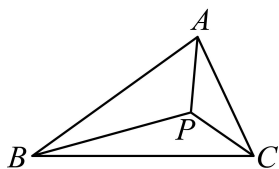
$\therefore AF = CF$,

$\therefore \triangle AFC$ 是等腰三角形.

【点睛】题目主要考查全等三角形的判定与性质、等腰三角形的判定，熟练掌握这些性质及判定是解题关键.

25. 如图，已知：在 $\triangle ABC$ 中，最大角 $\angle BAC < 120^\circ$ ，点 P 在 $\triangle ABC$ 内，使得 $PA + PB + PC$ 最小.

求证： $\angle APB = \angle BPC = \angle CPA = 120^\circ$.

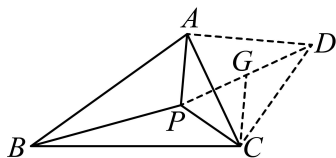


【答案】见解析

【解析】

【分析】此题考查了等边三角形的性质，全等三角形的性质和判定等知识，解题的关键是掌握以上知识点. 如图所示，在 PC 右侧作等边 $\triangle PCG$ ，在 AC 右侧作等边 $\triangle ACD$ ，连接 DG ，证明出 $\triangle APC \cong \triangle DGC$ (SAS)，得到 $AP = DG$ ，证明出 $PC = PG$ ，然后得到当点 B, P, G, D 四点共线时， $PA + PB + PC$ 最小，即 BD 的长度，如图所示，然后根据等边三角形的性质和旋转的性质求解即可.

【详解】证明：如图所示，在 PC 右侧作等边 $\triangle PCG$ ，在 AC 右侧作等边 $\triangle ACD$ ，连接 DG ，



$\therefore \angle PCG = \angle ACD = 60^\circ$, $PC = GC$, $AC = DC$,

$\therefore \angle PCA = \angle GCD$,

$\therefore \triangle APC \cong \triangle DGC$ (SAS),

$\therefore AP = DG$,

$\therefore \triangle PCG$ 是等边三角形,

$\therefore PC = PG$,

$\therefore PA + PB + PC = GD + PB + PG \geq BD$,

$\therefore$ 当点 B, P, G, D 四点共线时, $PA + PB + PC$ 最小, 即 BD 的长度,

$\therefore \triangle PCG$ 是等边三角形,

$\therefore \angle GPC = \angle PGC = 60^\circ$,

$\therefore \angle BPC = 180^\circ - \angle GPC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$,

$\angle CGD = 180^\circ - \angle PGC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$,

$\therefore$ 将 $\triangle APC$ 绕点 C 顺时针旋转 60° 得到 $\triangle DGC$,

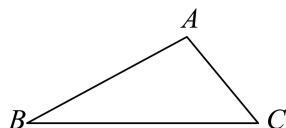
$\therefore \angle APC = \angle DGC = 120^\circ$,

$\therefore \angle APB = 360^\circ - \angle APC - \angle BPC = 120^\circ$,

$\therefore \angle APB = \angle BPC = \angle CPA = 120^\circ$.

26. 通过“三角形全等的判定”的学习, 大家知道“两边和它们的夹角分别相等的两个三角形全等”是一个基本事实, 可以判定两个三角形全等; 而满足条件“两边和其中一边所对的角分别相等”的两个三角形全等吗? 下面请你来探究.

任务: 已知 ABC , 求作 $\triangle DEF$, 使 $EF=BC$, $\angle E=\angle B$, $DF=AC$ (即两边和其中一边所对的角分别相等).



(1) 【实践与操作】请依据下面的步骤, 用尺规完成作图过程 (保留作图痕迹);

①作线段 $EF = BC$;

②在线段 EF 的上方作 $\angle MEF = \angle B$;

③作 $FD = AC$, 交射线 EM 于点 D ;

④连接 DF 得所求三角形.

(2) 【观察与小结】观察你作的图形, 你会发现满足条件的三角形有_____个; 其中_____ (填三角形的名称) 与 ABC 不全等.

因此可得: “两边和其中一边所对的角分别相等的两个三角形全等”是: _____命题. (填“真”或“假”)

【答案】(1) 见解析 (2) 2; $\triangle D_2EF$; 假

【解析】

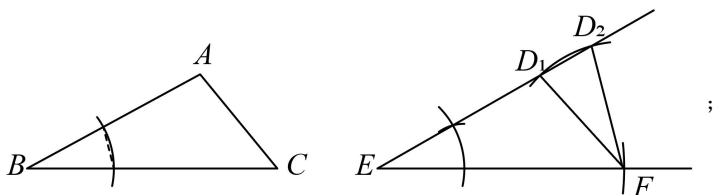
【分析】 本题考查尺规作图，全等三角形的判定；

(1) 根据步骤尺规作图，得两个三角形；

(2) 如图，满足条件的三角形有两个， $\triangle D_1EF$ ， $\triangle D_2EF$ ，其中 $\triangle D_2EF$ 与 $\triangle ABC$ 明显不全等，因此可得结论：两边和其中一边所对的角分别相等的两个三角形不一定相等.

【小问 1 详解】

解：作图如下，



【小问 2 详解】

解：观察所作的图形，发现满足条件的三角形有 2 个；其中 $\triangle D_2EF$ （填三角形的名称）与 $\triangle ABC$ 不全等.

因此可得：“两边和其中一边所对的角分别相等的两个三角形全等”是假命题.

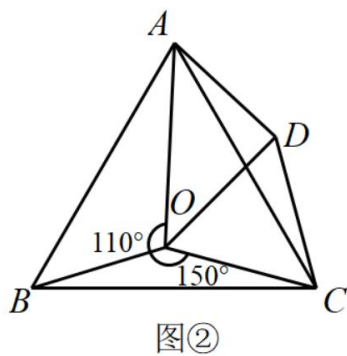
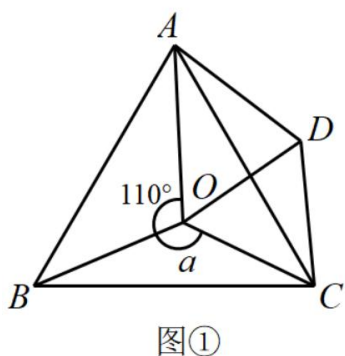
故答案为：2； $\triangle D_2EF$ ；假.

27. 已知 $\triangle ABC$ ， $\triangle COD$ 均为等边三角形，点 O 是 $\triangle ABC$ 内的一点，且 $\angle AOB = 110^\circ$. $\angle COB = \alpha$.

(1) 如图 1，说明 $\triangle BOC \cong \triangle ADC$ 的理由；

(2) 如图 2，当 $\alpha = 150^\circ$ 时，试判断 $\triangle AOD$ 的形状，并说明理由；

(3) 填空：当 $\triangle AOD$ 为等腰三角形时， α 的度数为_____。（请直接写出答案）



【答案】 (1) $\triangle BOC \cong \triangle ADC$ 理由见详解； (2) $\triangle AOD$ 形状为直角三角形，理由见详解； (3) 125° 或 140° 或 110° .

【解析】

【分析】 (1) 利用等边三角形及等式的性质，得到 $\angle OCB = \angle DCA$ ，根据三角形全等的判定条件即可得出

结论;

(2) 由 (1) $\triangle BOC \cong \triangle ADC$, 可得 $\angle ADC = \angle BOC$, 然后利用角之间的关系即可得出 $\angle ADO = 90^\circ$, 得到直角三角形的结论;

(3) $\triangle AOD$ 为等腰三角形, 需要分三种情况进行讨论: ① $AD = AO$, ② $AD = DO$, ③ $AO = DO$, 根据 (1) 中全等性质及等腰三角形性质, 分析各角之间关系, 最后根据三个角的和为周角为 360° , 即可求出答案.

【详解】解: (1) $\because \triangle ABC$ 与 $\triangle OCD$ 为等边三角形,

$$\therefore BC = AC, OC = DC, \angle ACB = \angle OCD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB - \angle ACO = \angle OCD - \angle ACO,$$

$$\text{即: } \angle OCB = \angle DCA,$$

在 $\triangle BOC$ 与 $\triangle ADC$ 中,

$$\begin{cases} OC = DC \\ \angle OCB = \angle DCA, \\ BC = AC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BOC \cong \triangle ADC;$$

$$(2) \text{ 由 (1) 得: } \triangle BOC \cong \triangle ADC,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle BOC = \alpha = 150^\circ,$$

$$\because \angle CDO = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADO = \angle ADC - \angle CDO = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle AOD$ 为直角三角形;

(3) $\triangle AOD$ 为等腰三角形, 需要对其进行分类讨论,

$$\text{①当 } AD = AO \text{ 时, 即: } \angle AOD = \angle ADO,$$

$$\because \triangle BOC \cong \triangle ADC,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle BOC = \alpha,$$

$$\because \angle CDO = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADO = \angle AOD = \alpha - 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle AOD + \angle DOC = \alpha - 60^\circ + 60^\circ = \alpha,$$

$$\because \angle AOB + \angle AOC + \angle BOC = 360^\circ,$$

$$\therefore 110^\circ + \alpha + \alpha = 360^\circ,$$

$$\therefore \alpha = 125^\circ;$$

②当 $AD = DO$ 时, 即: $\angle OAD = \angle AOD$,

$$\because \triangle BOC \cong \triangle ADC,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle BOC = \alpha,$$

$$\because \angle CDO = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADO = \alpha - 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD = \angle OAD = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle ADO) = 120^\circ - \frac{1}{2}\alpha,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle AOD + \angle DOC = 120^\circ - \frac{1}{2}\alpha + 60^\circ = 180^\circ - \frac{1}{2}\alpha,$$

$$\because \angle AOB + \angle AOC + \angle BOC = 360^\circ,$$

$$\therefore 110^\circ + \alpha + 180^\circ - \frac{1}{2}\alpha = 360^\circ,$$

解得: $\alpha = 140^\circ$;

③当 $AO = DO$ 时, 即: $\angle ADO = \angle DAO$,

$$\because \triangle BOC \cong \triangle ADC,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle BOC = \alpha,$$

$$\because \angle CDO = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADO = \angle DAO = \alpha - 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD = 180^\circ - \angle ADO - \angle DAO = 180^\circ - 2(\alpha - 60^\circ) = 300^\circ - 2\alpha,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle AOD + \angle DOC = 300^\circ - 2\alpha + 60^\circ = 360^\circ - 2\alpha,$$

$$\because \angle AOB + \angle AOC + \angle BOC = 360^\circ,$$

$$\therefore 110^\circ + \alpha + 360^\circ - 2\alpha = 360^\circ,$$

解得: $\alpha = 110^\circ$.

故答案为: 125° 或 140° 或 110° .

【点睛】 题目主要考查全等三角的判定定理及性质、等腰三角形的性质等知识点, 将三角形全等、等腰三角形的性质、判定定理熟练掌握、融会贯通是解题关键.

28. (1) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB > AC$.

①求证: $\angle C > \angle B$;

②若 D 是 BC 边的中点, 连接 AD , 求证: $\angle BAD < \angle CAD$.

(2) 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB = AC$, 且 D 是 $\triangle ABC$ 内的一点, $\angle ADB > \angle ADC$, 求证: $DC > DB$.

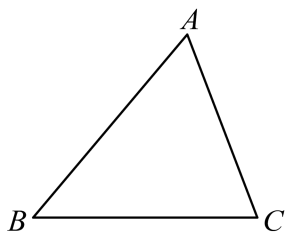


图1

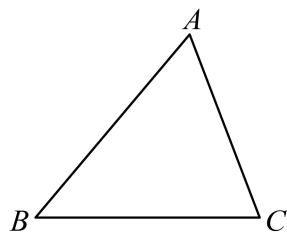


图1备用

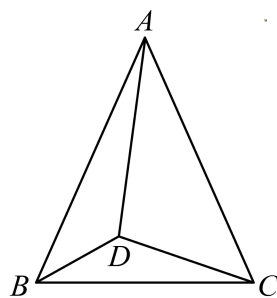


图2

【答案】(1) ①见解析；②见解析；(2) 见解析

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的性质和判定，三角形外角的性质，等边对等角，解题的关键是掌握以上知识点.

(1) ①如图所示，作 $\angle BAC$ 的平分线 AD 交 BC 于点 D ，在 AB 上截取 $AE = AC$ ，证明出 $\triangle ADE \cong \triangle ADC$ (SAS)，得到 $\angle AED = \angle C$ ，然后根据三角形外角的性质求解即可；

②通过构造全等三角形，结合大边对大角来证明；

(2) 在 AC 右侧作 $\triangle ABD \cong \triangle ACD'$ ，连接 DD' 交 AC 于点 O ，得到 $\angle AD'C > \angle ADC$ ，再利用等边对等角，大角对大边来证明.

【详解】证明：(1) ①如图所示，作 $\angle BAC$ 的平分线 AD 交 BC 于点 D ，在 AB 上截取 $AE = AC$ ，

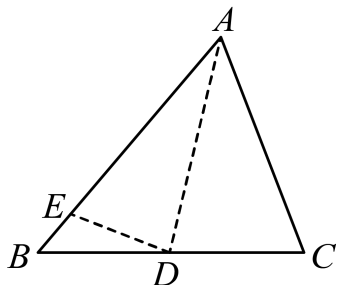


图1

$$\therefore \angle EAD = \angle CAD$$

$$\text{又} \because AD = AD, AE = AC$$

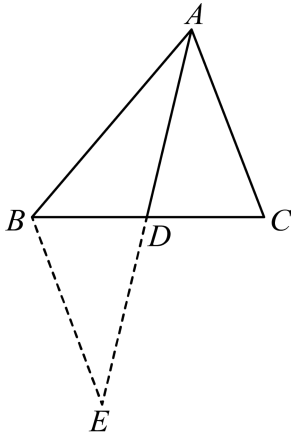
$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ADC \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle AED = \angle C$$

$$\because \text{在 } BDE \text{ 中, } \angle AED > \angle B$$

$$\therefore \angle C > \angle B;$$

证明：②延长 AD 到点 E ，使 $DE = AD$ ，连接 BE ，



$\because D$ 是 BC 边的中点,

$$\therefore BD = CD,$$

$$\text{又} \because \angle ADC = \angle BDE,$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle EDB (\text{SAS}),$$

$$\therefore AC = BE, \quad \angle E = \angle CAD,$$

$$\because AB > AC,$$

$$\therefore AB > BE,$$

$$\therefore \angle E > \angle BAE,$$

$$\therefore \angle BAD < \angle CAD;$$

(2) 证明: 在 AC 右侧作 $\triangle ABD \cong \triangle ACD'$, 连接 DD' 交 AC 于点 O ,

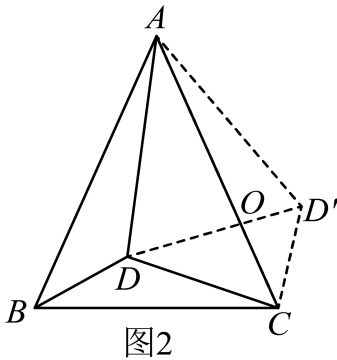


图2

$$\therefore AD = AD', BD = CD', \angle ADB = \angle AD'C,$$

$$\because \angle ADB > \angle ADC,$$

$$\therefore \angle AD'C > \angle ADC,$$

$$\because AD = AD',$$

$$\therefore \angle ADO = \angle AD'O,$$

$$\therefore \angle AD'C - \angle AD'O > \angle ADC - \angle ADO$$

$$\therefore \angle DD'C > \angle D'DC ,$$

$$\therefore DC > D'C ,$$

$$\therefore DC > BD .$$