

2024 学年第二学期初一数学练习 3 月

基础部分 (共 100 分)

一、选择题 (每小题 3 分, 共 18 分)

1. 下列不等式中属于一元一次不等式的是 ()

A. $x \leq 0$

B. $8x^5 - 1 \geq 7x$

C. 100°

D. $5 + 2 < 9$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查一元一次不等式的定义, 熟练掌握一元一次不等式的定义是解题的关键, 根据一元一次不等式的定义逐一判断即可得到答案.

【详解】解: A、 $x \leq 0$ 为一元一次不等式, 符合题意;

B、 $8x^5 - 1 \geq 7x$ 不是一元一次不等式, 不符合题意;

C、 100° 为角度, 不符合题意;

D、 $5 + 2 < 9$ 不是一元一次不等式, 不符合题意,

故选: A.

2. 下列说法中, 正确的是 ()

A. 两直线平行, 同旁内角相等

B. 相等的角是对顶角

C. 同位角相等

D. 平面内, 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直

【答案】D

【解析】

【分析】此题考查平行线的性质、命题与定理, 根据平行线的性质, 对顶角和垂直的判定解答即可.

【详解】解: A、两直线平行, 同旁内角互补, 原命题是假命题, 不符合题意;

B、相等的角不一定是对顶角, 原命题是假命题, 不符合题意;

C、两直线平行, 同位角相等, 原命题是假命题, 不符合题意;

D、平面内, 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直, 是真命题, 符合题意;

故选: D.

3. 下列语句是命题的是 ()

A. 画线段 CD

B. 内错角相等吗

C. 用量角器画 $\angle AOC = 90^\circ$

D. 对顶角相等

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查的是命题与定理，判断一件事情的语句，叫做命题.

根据命题的概念判断即可.

【详解】解：A、画线段 CD ，没有做出判断，不是命题，不符合题意；

B、内错角相等吗，没有做出判断，不是命题，不符合题意；

C、用量角器画 $\angle AOC = 90^\circ$ ，没有做出判断，不是命题，不符合题意；

D、对顶角相等，做出了判断，是命题，符合题意.

故选：D.

4. 下列说法中不正确的是（ ）

A. 如果 $am^2 > bm^2$ ，那么 $a > b$

B. 如果 $-5 < -3$ ，那么 $-5a < -3a$

C. 如果 $a > 0$ ，那么 $b - a < b$

D. 如果 $a > 0$ ， $b < 0$ ， $c > 0$ ，那么 $a(b - c) < 0$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了不等式的性质，根据不等式两边同时乘上或除以一个正数，不等式符号不变，不等式两边同时加上或减去一个数，不等式的符号不变；若不等式两边同时乘上或除以一个负数，不等式符号改变，据此即可作答.

【详解】解：A、如果 $am^2 > bm^2$ ，说明 $m^2 > 0$ ，那么 $a > b$ ，该选项是正确的；故不符合题意；

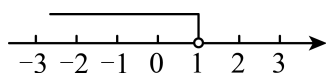
B、如果 $-5 < -3$ ，当 $a \leq 0$ ，那么 $-5a < -3a$ 是错误的，该选项是错误的，故符合题意；

C、如果 $a > 0$ ，则 $-a < 0$ ，那么 $b - a < b$ ，该选项是正确的；故不符合题意；

D、如果 $a > 0$ ， $b < 0$ ， $c > 0$ ，那么 $a(b - c) < 0$ ，该选项是正确的；故不符合题意；

故选：B

5. 若关于 x 的不等式 $4x - 1 < -2x + a$ 的解集在数轴上表示如图所示，则 a 的值为（ ）



A. 1

B. 3

C. 5

D. 7

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查的是一元一次不等式的解法，一元一次方程的解法；先移项解不等式 $4x - 1 < -2x + a$ ，

再根据不等式的解建立方程求解即可.

【详解】解: $\because 4x - 1 < -2x + a$,

$$\therefore 6x < a + 1,$$

系数化为 1, 得 $x < \frac{a+1}{6}$.

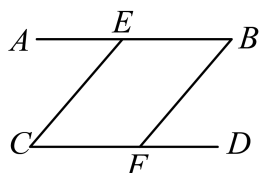
由题图知, 此不等式的解集是 $x < 1$,

$$\therefore \frac{a+1}{6} = 1,$$

解得 $a = 5$.

故选 C

6. 如图, 点 A 在 BE 的延长线上, 点 D 在 CF 的延长线上, 下列条件: ① $\angle AEC = \angle C$, ② $\angle C = \angle BFD$, ③ $\angle BEC + \angle C = 180^\circ$, 其中能判断 $AB \parallel CD$ 的是 ()



A. ①②③

B. ①③

C. ②③

D. ①②

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了平行线的判定, 熟练掌握平行线的判定定理是解题的关键.

根据平行线的判定定理判断求解即可.

【详解】解: $\because \angle AEC = \angle C$,

$$\therefore AB \parallel CD,$$

故①符合题意;

$$\because \angle C = \angle BFD,$$

$$\therefore CE \parallel BF,$$

故②不符合题意;

$$\because \angle BEC + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

故③符合题意;

$\therefore$ 能判断 $AB \parallel CD$ 的是①③,

故选: B.

二、填空题 (每小题 3 分, 共 36 分)

7. 不等式 $-2x > 0$ 的解集是_____.

【答案】 $x < 0$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式, 把不等式两边同时除以 -2 即可得到答案.

【详解】 解: $\because -2x > 0$,

$\therefore$ 不等式两边同时除以 -2 得: $x < 0$,

故答案为: $x < 0$.

8. “ x 的 3 倍比 y 小” 用不等式表示为_____.

【答案】 $3x < y$ 或 $y > 3x$

【解析】

【分析】 本题考查了列不等式, 根据题意列出不等式即可, 理解题意是解题的关键.

【详解】 解: 由题意得, $3x < y$,

故答案为: $3x < y$.

9. 用不等号填空, 若 $a > b$, 则 $-\frac{1}{3}a + 1$ _____ $-\frac{1}{3}b + 1$ (填 “ $>$ ” 或 “ $<$ ”).

【答案】 $<$

【解析】

【分析】 本题考查了不等式的性质, 利用不等式的性质解答即可得到结果. 熟练掌握不等式的基本性质是解本题的关键. 不等式的基本性质: 不等式两边加(或减)同一个数(或式子), 不等号的方向不变; 不等式两边乘(或除以)同一个正数, 不等号的方向不变. 不等式两边乘(或除以)同一个负数, 不等号的方向改变.

【详解】 解: $\because a > b$,

$$\therefore -\frac{1}{3}a < -\frac{1}{3}b,$$

$$\therefore -\frac{1}{3}a + 1 < -\frac{1}{3}b + 1.$$

故答案为: $<$.

10. 不等式的 $3x - 4 \leq 2 + x$ 非负整数解共有 _____ 个.

【答案】 4

【解析】

【分析】 本题考查了求一元一次不等式的整数解. 正确的解一元一次不等式是解题的关键.

移项合并，最后系数化为1，可求不等式的解集，进而可得非负整数解的个数.

【详解】解： $3x - 4 \leq 2 + x$ ，

$$2x \leq 6,$$

解得， $x \leq 3$ ，

$\therefore$ 非负整数解有 0, 1, 2, 3 共 4 个，

故答案为：4.

11. 如果关于 x 的不等式 $4x - m \leq 0$ 的正整数解是 1、2、3，那么整数 m 所有可能取值的和是_____.

【答案】 54

【解析】

【分析】 本题考查一元一次不等式的整数解，根据题意确定出 m 的取值范围是解答此题的关键. 先求出不等式的解集为 $x \leq \frac{m}{4}$ ，再结合题意可确定 m 的取值范围，最后根据 m 为整数求解即可.

【详解】解： $4x - m \leq 0$ ，

解得： $x \leq \frac{m}{4}$.

$\therefore$ 该不等式的正整数解是 1、2、3，

$$\therefore 3 \leq \frac{m}{4} < 4,$$

解得： $12 \leq m < 16$ ，

$\therefore$ 整数 m 所有可能取值为 12, 13, 14, 15，

$\therefore$ 整数 m 所有可能取值的和是 $12 + 13 + 14 + 15 = 54$.

故答案为：54.

12. 当满足条件 a _____ 时，由关于 x 的不等式 $ax - 1 > a - x$ 可得 $x < 1$.

【答案】 < -1

【解析】

【分析】 本题主要考查解一元一次不等式，严格遵循解不等式的基本步骤是关键，尤其需要注意不等式两边都乘以或除以同一个负数不等号方向要改变. 先将不等式 $ax - 1 > a - x$ ，整理成 $(a + 1)x > a + 1$ ，再根据它的解为 $x < 1$ ，得出 $a + 1 < 0$ ，解此不等式即可.

【详解】解： $\because ax - 1 > a - x$ ，

$$\therefore \text{移项合并整理得： } (a + 1)x > a + 1,$$

$\therefore$ 不等式 $ax - 1 > a - x$ ，即不等式 $(a + 1)x > a + 1$ 的解为 $x < 1$ ，

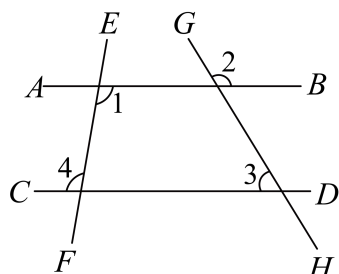
$$\therefore a+1 < 0,$$

解得: $a < -1$,

故答案为: < -1 .

13. 如图, 直线 AB 、 CD 分别与 EF 、 GH 相交, 已知 $\angle 1 = 100^\circ$, $\angle 2 = 115^\circ$, $\angle 3 = 65^\circ$, 那么

$$\angle 4 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

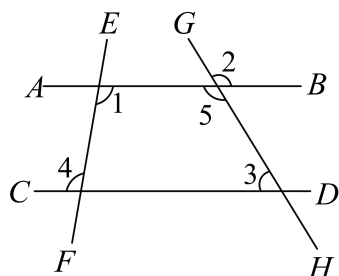


【答案】 100° ## 100 度

【解析】

【分析】 本题考查平行线的判定和性质, 由对顶角相等可得 $\angle 2 = \angle 5 = 115^\circ$, 根据 $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$ 可得 $AB \parallel CD$, 由平行线的性质可得 $\angle 4 = \angle 1 = 100^\circ$.

【详解】 解: 如图,



$$\because \angle 2 = \angle 5 = 115^\circ, \angle 3 = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 + \angle 5 = 180^\circ,$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 1 = 100^\circ,$$

故答案为: 100° .

14. 已知不等式组 $\begin{cases} 2x - a \leq 2 \\ 3(x - 4) > x - 4 \end{cases}$ 的解集为 $4 < x \leq 23$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 44

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式组, 熟练掌握不等式组的解法是解题关键.

先求出不等式组的解集, 再根据已知的解集可建立关于 a 的方程, 解方程可得 a 的值即可.

【详解】解：
$$\begin{cases} 2x - a \leq 2 \text{①} \\ 3(x - 4) > x - 4 \text{②} \end{cases}$$

解不等式①得： $x \leq \frac{a+2}{2}$,

解不等式②得： $x > 4$,

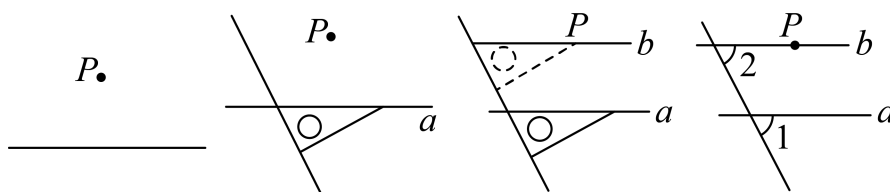
$\therefore$ 不等式组的解集为 $4 < x \leq 23$,

$\therefore \frac{a+2}{2} = 23$,

解得 $a = 44$,

故答案为：44.

15. 如图，过直线外一点画已知直线的平行线的方法叫“推平行线”法，其依据是_____



【答案】同位角相等，两直线平行

【解析】

【分析】本题考查了平行线的判定定理，解题的关键是理解“推平行线”过程中同位角的关系与两直线平行的联系.

观察图形，明确 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 为同位角；分析“推平行线”时 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的关系（保持相等）；依据同位角相等，两直线平行的判定定理，得出该方法的依据.

【详解】解：“推平行线”法中，通过直尺和三角板的移动，使 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 保持相等，而 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同位角. 根据平行线的判定定理，当同位角相等时，两条直线平行.

故答案为：同位角相等，两直线平行.

16. 我们规定符号 $\max\{a, b\}$ 表示 a, b 中的较大值，如： $\max\{2, 4\} = 4$ ，按这样的规定，如果

$\max\left\{\frac{x}{3}, 1-2x\right\} - \max\left\{\frac{7}{3}, 2.3\right\} = 1$ 那么 x 的值为_____.

【答案】10 或 $-\frac{7}{6}$

【解析】

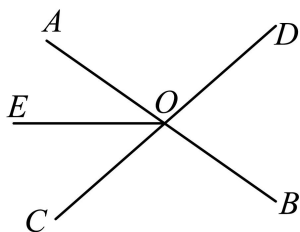
【分析】本题考查方程和不等式，分为 $\frac{x}{3} \geq 1-2x$ 和 $\frac{x}{3} < 1-2x$ 两种情况化简方程解题即可.

【详解】解：当 $\frac{x}{3} \geq 1-2x$ 时，即 $x \geq \frac{3}{7}$ 时， $\frac{x}{3} - \frac{7}{3} = 1$ ，解得 $x = 10$ ；

当 $\frac{x}{3} < 1 - 2x$ 时, 即 $x < \frac{3}{7}$ 时, $1 - 2x - \frac{7}{3} = 1$, 解得 $x = -\frac{7}{6}$;

故答案为: 10 或 $-\frac{7}{6}$.

17. 如图, 直线 AB 、 CD 相交于点 O . 已知 $\angle BOD = 75^\circ$, OE 把 $\angle AOC$ 分成两个角, 且 $\angle AOE = \angle EOC$, 将射线 OE 绕点 O 逆时针旋转角 α ($0^\circ < \alpha < 360^\circ$) 到 OF , 若 $\angle AOF = 120^\circ$ 时, α 的度数是 _____ $^\circ$.

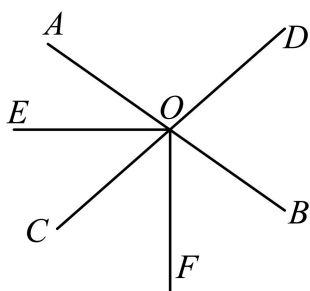


【答案】 82.5 或 202.5

【解析】

【分析】 本题考查的是对顶角的性质, 角的和差运算, 分两种情况讨论: 当 OF 在 $\angle BOC$ 之间时, 当 OF 在 $\angle BOD$ 之间时, 先求解 $\angle AOC = \angle BOD = 75^\circ$, $\angle AOE = \angle EOC = 37.5^\circ$, 再分别进一步求解即可.

【详解】 解: ①当 OF 在 $\angle BOC$ 之间时, 如图.



$\because$ 直线 AB 、 CD 相交于点 O , $\angle BOD = 75^\circ$,

$\therefore \angle AOC = \angle BOD = 75^\circ$.

$\because \angle AOE = \angle EOC$,

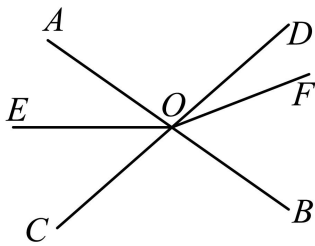
$\therefore \angle EOC = 37.5^\circ$.

$\because \angle AOF = 120^\circ$,

$\therefore \angle COF = \angle AOF - \angle AOC = 45^\circ$,

$\therefore \angle EOF = \angle EOC + \angle COF = 82.5^\circ$, 即 $\alpha = 82.5$;

②当 OF 在 $\angle BOD$ 之间时, 如图.



$\because$ 直线 AB 、 CD 相交于点 O ， $\angle BOD = 75^\circ$ ，

$\therefore \angle AOC = \angle BOD = 75^\circ$.

$\because \angle AOE = \angle EOC$ ，

$\therefore \angle AOE = 37.5^\circ$.

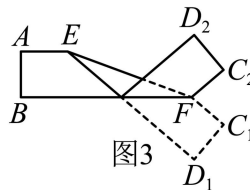
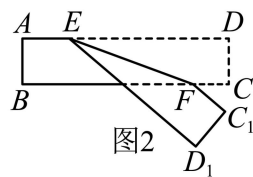
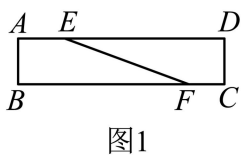
$\because \angle AOF = 120^\circ$ ，

$\therefore \angle EOF = \angle AOF + \angle AOE = 157.5^\circ$ ，

$\therefore \alpha = 360^\circ - \angle EOF = 202.5^\circ$.

故答案为：82.5 或 202.5

18. 在图中，图 1 是长方形纸带，将纸带沿 EF 折叠成图 2，再沿 BF 折叠成图 3. 若 $\angle DEF = \alpha$ ，则 $\angle C_2FE =$ _____. (用含 α 的代数式表示)



【答案】 $180^\circ - 3\alpha$

【解析】

【分析】 本题考查翻折变换，以及平行线的性质；根据平行线的性质得到 $\angle DEF + \angle CFE = 180^\circ$ ，由邻补角的定义，易得 $\angle CFE = 180^\circ - \alpha$ ；证明 $\angle C_2FB = 180^\circ - 2\alpha$ ，进而得到 $\angle C_2FE = 180^\circ - 3\alpha$ ，即可解决问题.

【详解】 解：如图1， $\because$ 四边形 $ABCD$ 为长方形，

$\therefore DE \parallel CF$ ，

$\therefore \angle DEF + \angle CFE = 180^\circ$

$\therefore \angle CFE = 180^\circ - \alpha$.

$\because \angle EFB = \angle DEF = \alpha$ ，

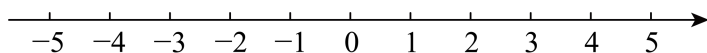
$\therefore \angle C_2FB = 180^\circ - 2\alpha$.

$$\angle C_2FE = \angle C_2FB - \angle EFB = 180^\circ - 3\alpha.$$

故答案为： $180^\circ - 3\alpha$.

三、解答题 (19~21 每题 6 分, 22~23 每题 8 分, 24 题 12 分, 共 46 分)

19. 解不等式组: $\begin{cases} x-1 > 3(x+1) \\ \frac{1}{3}x-1 \leq 4-\frac{4}{3}x \end{cases}$ 把它的解集在数轴上表示出来.



【答案】 $-2 < x \leq 3$, 数轴见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式组. 先求出不等式组中每一个不等式的解集, 再求出它们的公共部分即可求解, 然后把不等式的解集表示在数轴上即可.

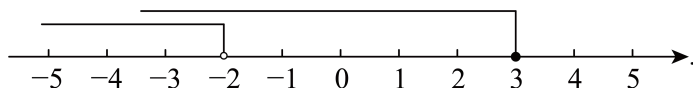
【详解】 解: $\begin{cases} x-1 > 3(x+1) \text{ ①} \\ \frac{1}{3}x-1 \leq 4-\frac{4}{3}x \text{ ②} \end{cases}$,

由①得 $x < -2$,

由②得 $x \leq 3$,

故原不等式组的解集是: $x < -2$,

把解集在数轴上表示出来为:



20. 若关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} 2x+y=5k \\ x-y=4k+3 \end{cases}$ 的解满足 $x+y \leq 6$, 求 k 的取值范围.

【答案】 $k \leq \frac{7}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了解二元一次方程组, 不等式, 解题的关键是用 k 表示出 x 、 y 的值, 再根据题意列出不等式. 先把 k 当作已知表示出 x 、 y 的值, 再根据 $x+y \leq 6$ 列出不等式, 求出 k 的取值范围即可.

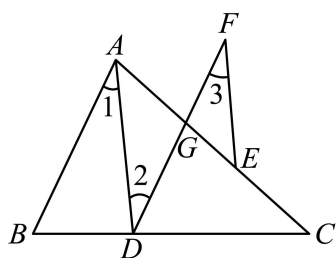
【详解】 解: 解方程组 $\begin{cases} 2x+y=5k \\ x-y=4k+3 \end{cases}$ 得: $\begin{cases} x=3k+1 \\ y=-k-2 \end{cases}$,

$$\therefore x + y \leq 6,$$

$$\therefore 3k + 1 - k - 2 \leq 6,$$

$$\text{解得: } k \leq \frac{7}{2}.$$

21. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 G 分别在边 BC 、 AC 上, 且 $\angle B = \angle GDC$, 点 F 在线段 DG 的延长线上, 点 E 在边 GC 上, 如果 $\angle 1 = \angle 3$, 说明 $AD \parallel EF$ 的理由.



解: $\because \angle B = \angle GDC$ (已知),

$$\therefore \underline{\quad} \parallel \underline{\quad} \quad (\quad).$$

$$\therefore \angle 1 = \underline{\quad} \quad (\quad).$$

$$\because \angle 1 = \angle 3 \quad (\text{已知}),$$

$$\therefore \angle 3 = \underline{\quad} \quad (\text{等量代换}).$$

$$\therefore AD \parallel EF \quad (\quad).$$

【答案】 AB ; FD ; 同位角相等, 两直线平行; $\angle 2$; 两直线平行, 内错角相等; $\angle 2$, 内错角相等, 两直线平行.

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行线的判定以及性质, 先得出 $AB \parallel FD$, 由平行线的性质得出 $\angle 1 = \angle 2$, 结合已知条件可得出 $\angle 3 = \angle 2$, 进而可得出 $AD \parallel EF$.

【详解】 解: $\because \angle B = \angle GDC$ (已知),

$$\therefore AB \parallel FD \quad (\text{同位角相等, 两直线平行}),$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 \quad (\text{两直线平行, 内错角相等}),$$

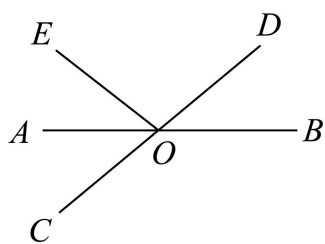
$$\because \angle 1 = \angle 3 \quad (\text{已知}),$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 2 \quad (\text{等量代换}),$$

$$\therefore AD \parallel EF \quad (\text{内错角相等, 两直线平行}).$$

故答案为: AB ; FD ; 同位角相等, 两直线平行; $\angle 2$; 两直线平行, 内错角相等; $\angle 2$, 内错角相等, 两直线平行.

22. 如图, 直线 AB , CD 相交于点 O , OA 平分 $\angle EOC$.



- (1) 若 $\angle EOC = 78^\circ$ ，求 $\angle BOD$ 的度数；
 (2) 若 $\angle EOC : \angle EOD = 5 : 7$ ，求 $\angle BOD$ 的度数.

【答案】(1) 39°

(2) 37.5°

【解析】

【分析】本题考查了对顶角，角平分线的定义，角的和差，熟练掌握对顶角相等的性质以及角平分线的定义是解题的关键.

- (1) 由角平分线的定义即可求出 $\angle AOC$ 的度数，再根据对顶角相等即可求出 $\angle BOD$ 的度数；
 (2) 根据 $\angle EOC : \angle EOD = 5 : 7$ 即可求出 $\angle EOC$ 的度数，由角平分线的定义即可求出 $\angle AOC$ 的度数，再根据对顶角相等即可求出 $\angle BOD$ 的度数.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned} &\because OA \text{ 平分 } \angle EOC, \angle EOC = 78^\circ, \\ &\therefore \angle AOC = \frac{1}{2} \angle EOC = \frac{1}{2} \times 78^\circ = 39^\circ, \\ &\therefore \angle BOD = \angle AOC = 39^\circ; \end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned} &\because \angle EOC : \angle EOD = 5 : 7, \\ &\text{又} \because \angle EOC + \angle EOD = 180^\circ, \\ &\therefore \angle EOC = 75^\circ, \angle EOD = 105^\circ, \\ &\because OA \text{ 平分 } \angle EOC, \\ &\therefore \angle AOC = \frac{1}{2} \angle EOC = \frac{1}{2} \times 75^\circ = 37.5^\circ, \\ &\therefore \angle BOD = \angle AOC = 37.5^\circ. \end{aligned}$$

23. 上海东平国家森林公园和明珠湖公园的联票的普通成人票是每张 120 元，30 人以上（含 30 人）的团体票可享受八折优惠. 现有 28 名大学生相约去这些景点旅游，景点售票点同意他们享受团体优惠，但必须按 30 人购买团体票.

- (1) 他们购买团体票比购买普通票便宜吗？请说明理由.

(2) 若买团体票的人数不足 30 人时，则至少有多少人才可买 30 人的团体票比买普通票便宜？

【答案】(1) 他们购买团体票比购买普通票便宜，理由见解析

(2) 25 人

【解析】

【分析】本题主要考查一元一次不等式的应用，解题的关键是弄清题意找出题中的等量关系从而解决问题.

(1) 依题意算出不购买团体票的花费及购买团体票的花费，比较一下即可；

(2) 先由题意找出不等关系列出方程为 $50 \times 12 \times 0.8 < 12x$ ，解出即可解决问题.

【小问 1 详解】

解：他们购买团体票比购买普通票便宜.

理由如下：

不购买团体票需花费 $28 \times 120 = 3360$ （元），

购买团体票需花费 $30 \times 120 \times 0.8 = 2880$ （元），

$\therefore 2880 \text{ 元} < 3360 \text{ 元}$,

$\therefore$ 他们购买团体票比购买普通票便宜；

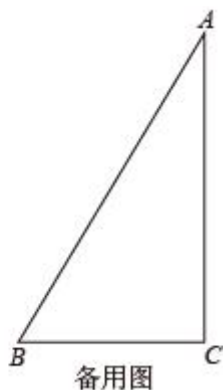
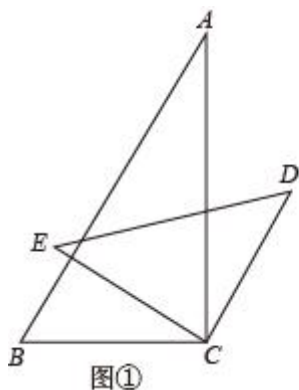
【小问 2 详解】

解：设去这些景点旅游的人数为 x 人，则 $30 \times 120 \times 0.8 < 120x$ ，解得 $x > 24$ ，

$\therefore$ 结合题意可知 x 最小值为 25，

$\therefore$ 若买团体票的人数不足 30 人时，则至少有 25 人才可买 30 人的团体票比买普通票便宜.

24. 将一副三角板中的两个直角顶点 C 叠放在一起（如图①），其中 $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle D = \angle E = 45^\circ$ ，设 $\angle ACE = x$.



(1) 填空： $\angle BCE = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\angle ACD = \underline{\hspace{2cm}}$ ；（用含 x 的代数式表示）

(2) 若 $\angle BCD = 5\angle ACE$ ，求 $\angle ACE$ 的度数；

(3) 若三角板 ABC 不动，三角板 DCE 绕顶点 C 转动一周，当 $\angle BCE$ 等于多少度时 $CD \parallel AB$ ？

【答案】(1) $90^\circ - x$, $90^\circ - x$

(2) 30° (3) 30° 或 150°

【解析】

【分析】(1) 根据图形即可直接填空；

(2) 由 $\angle BCD = \angle ACB + \angle ACD$ ，结合 (1)，可得出 $\angle BCD = 180^\circ - x$ 。再根据 $\angle BCD = 5\angle ACE$ ，即可列出关于 x 的等式，解出 x 即可；

(3) 分类讨论当 $\triangle ECD$ 在 BC 上方时和当 $\triangle ECD$ 在 BC 下方时，根据平行线的性质，即可求出 $\angle BCE$ 的大小。

【小问 1 详解】

$$\angle BCE = \angle ACB - \angle ACE = 90^\circ - x, \quad \angle ACD = \angle DCE - \angle ACE = 90^\circ - x;$$

故答案为: $90^\circ - x$, $90^\circ - x$;

【小问 2 详解】

$$\because \angle BCD = \angle ACB + \angle ACD = 90^\circ + \angle ACD,$$

$$\therefore \angle BCD = 90^\circ + (90^\circ - x) = 180^\circ - x;$$

$$\because \angle BCD = 5\angle ACE$$

$$\therefore 180^\circ - x = 5x$$

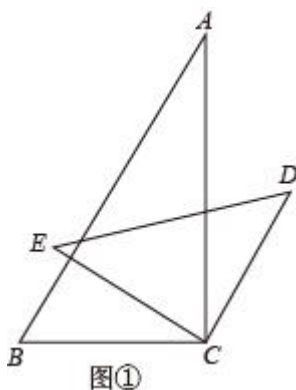
解得: $x = 30^\circ$

$$\therefore \angle ACE = 30^\circ$$

【小问 3 详解】

分两种情况:

i. 如图①所示: 当 $\triangle ECD$ 在 BC 上方时,



$$\because CD \parallel AB,$$

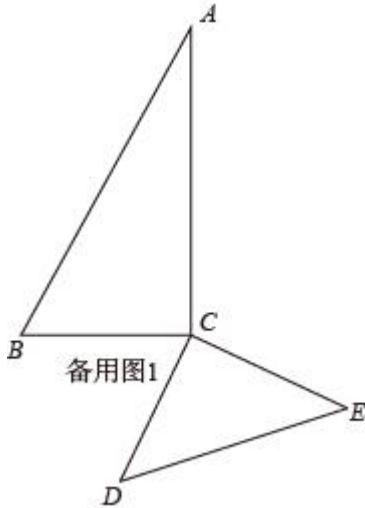
$$\therefore \angle BCD + \angle B = 180^\circ$$

$$\therefore \angle B = 60^\circ, \angle BCD = \angle BCE + \angle DCE = 90^\circ + \angle BCE$$

$$\therefore (90^\circ + \angle BCE) + 60^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BCE = 30^\circ;$$

ii. 如备用图 1 所示: 当 $\triangle ECD$ 在 BC 下方时,



$$\therefore CD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle B = 60^\circ$$

$$\text{又} \therefore \angle DCE = 90^\circ, \angle BCE = \angle BCD + \angle DCE$$

$$\therefore \angle BCE = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ.$$

综上所述, 当 $CD \parallel AB$ 时 $\angle BCE$ 等于 30° 或 150°

【点睛】本题考查三角板中的角度计算, 平行线的性质. 利用数形结合和分类讨论的思想是解答本题的关键.

提高部分 (共 20 分)

一、填空题 (每题 2 分, 共 4 分)

25. 下列说法正确的有 ()

- ①两点之间的所有连线中, 线段最短;
- ②相等的角叫对顶角;
- ③过一点有且只有一条直线与已知直线平行;
- ④在同一平面内, 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直;
- ⑤两点之间的距离是两点间的线段;
- ⑥在同一平面内, 两条不重合的直线的位置关系只有两种: 平行或垂直.

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意，对各题进行依次分析、进而得出结论．此题涉及的知识点较多，主要考查了直线、线段和射线的认识；角的概念和表示；垂直与平行的特征及性质

【详解】解：①两点之间的所有连线中，线段最短，正确；

②相等的角叫对顶角，说法错误，顶点公共，而且相等的角叫对顶角，对顶角相等，但相等的不一定是对顶角，也可能是内错角，同位角等；

③过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行，前提是“过直线外一点”所以本选项说法错误；

④在同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直，所以本选项说法正确；

⑤两点之间的距离是两点间的线段，说法错误；因为两点之间的距离是两点间的长度；

⑥在同一平面内的两直线位置关系只有两种：平行或相交，所以原说法是错误的；

故选：B

26. 如图，一个容量为 400cm^3 的杯子中装有 200cm^3 的水，先将 6 颗相同的小玻璃球放入这个杯中后，总体积变为 320cm^3 ，接着依次放入 4 个相同的小铁块，直到放入第 4 个后，发现有水溢出．若每个小玻璃球的体积是 $a\text{cm}^3$ ，每个小铁块的体积是 $b\text{cm}^3$ ．下面四个说法：① $a = 20$ ；② $4b < 400 - 320$ ；③杯子中仅放入 6 个小铁块，水一定不会溢出；④杯子中仅放入 12 个小玻璃球，水一定会溢出，其中正确的有（ ）



A. ①②③

B. ①②④

C. ①③④

D. ②③④

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了一元一次不等式，一元一次不等式组的应用，解题的关键是正确理解题意，根据题意列出不等式求解．

①根据“将 6 颗相同的小玻璃球放入这个杯中后，总体积变为 320cm^3 ”，列出算式，即可求出 a ；②根据“直到放入第 4 个后，发现有水溢出”即可解答；③根据“直到放入第 4 个后，发现有水溢出”列出不等式组，求出 b 的取值范围，即可解答；④根据①中求出 a 的值，即可解答．

【详解】解：① $a = (320 - 200) \div 6 = 20 (\text{cm}^3)$ ，故①正确，符合题意；

② $\because$ 直到放入第 4 个铁块后，发现有水溢出，

$\therefore 4b > 400 - 320$ ，故②不正确，不符合题意；

③根据题意可得: $\begin{cases} 4b > 400 - 320 \\ 3b \leq 400 - 320 \end{cases}$,

解得: $20 < b \leq \frac{80}{3}$,

$\therefore 120 < 6b \leq 160$,

$\therefore 400 - 200 = 200 > 160$,

$\therefore$ 水不会溢出, 故③正确, 符合题意;

④由①可得: $a = 20$,

$\therefore 12a = 12 \times 20 = 240 > 200$,

$\therefore$ 水一定会溢出, 故④正确, 符合题意;

综上: 正确的有①③④,

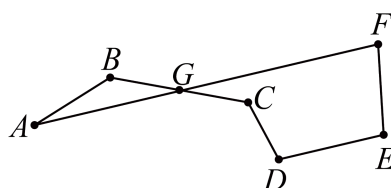
故选: C.

二、选择题 (每题 3 分, 共 6 分)

27. 如图①为北斗七星的位置图, 如图②将北斗七星分别标为 A, B, G, C, D, E, F , 将 A, B, G, C, D, E, F 顺次首尾连接. 若 B, G, C 三点共线, AF 恰好经过点 G , 且 $AF \parallel DE$, $\angle B = \angle BCD + 10^\circ$, $\angle D = 105^\circ$, 则 $\angle B - \angle CGF =$ ____.



图①



图②

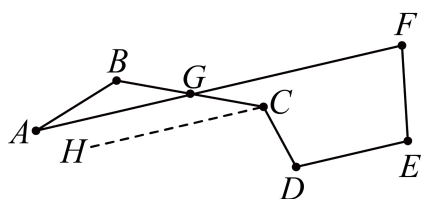
【答案】 115° ## 115 度

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行线的判定和性质, 熟练掌握平行线的判定和性质是解题的关键.

过点 C 作 $CH \parallel AF$, 则 $AF \parallel DE \parallel CH$, 得到 $\angle CGF = \angle GCH$, $\angle D = \angle DCH$, 进而得出 $\angle BCD = 105^\circ + \angle CGF$, 计算即可得到答案.

【详解】 解: 如图, 过点 C 作 $CH \parallel AF$,



$\therefore AF \parallel DE$,

$$\therefore AF \parallel DE \parallel CH,$$

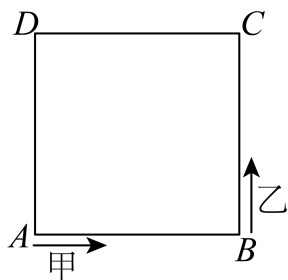
$$\therefore \angle CGF = \angle GCH, \quad \angle D = \angle DCH,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle DCH + \angle GCH = \angle D + \angle CGF = 105^\circ + \angle CGF,$$

$$\therefore \angle B = \angle BCD + 10^\circ,$$

$$\therefore \angle B - \angle CGF = \angle BCD + 10^\circ - \angle CGF = 105^\circ + \angle CGF + 10^\circ - \angle CGF = 115^\circ.$$

28. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 100 米, 甲、乙两个动点分别从 A 点和 B 点同时出发按逆时针方向移动. 甲的速度是 7 米/秒, 乙的速度是 10 米/秒, 经过_____秒, 甲、乙两动点第一次位于正方形的同一条边上.



【答案】 70

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元一次不等式的实际应用, 设运动时间为 t 秒, 根据题意可得

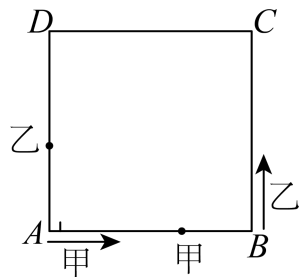
$0 \leq 7t + 300 - 10t \leq 100$, 解得 $\frac{200}{3} \leq t \leq 100$, 当 $t = \frac{200}{3}$ 时, 此时第一次两动点相距 100 米, 当乙第二次到达 A 时, 需要的时间为 $= 70$ 秒, 此时甲运动的路程为 $7 \times 70 = 490$ 米, 即此时甲在 AB 与点 B 相距 10 米, 据此可得答案.

【详解】 解: 设运动时间为 t 秒,

由题意得, $0 \leq 7t + 300 - 10t \leq 100$,

解得 $\frac{200}{3} \leq t \leq 100$,

当 $t = \frac{200}{3}$ 时, 此时第一次两动点相距 100 米, 此时甲、乙位置如图所示,



当乙第二次到达 A 时, 需要的时间为 $\frac{400 + 300}{10} = 70$ 秒, 此时甲运动的路程为 $7 \times 70 = 490$ 米, 即此时甲在 AB 与点 B 相距 10 米,

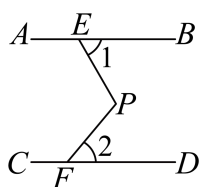
∴此时两动点都在 AB 上,

∴经过 70 秒, 甲、乙两动点第一次位于正方形的同一条边上.

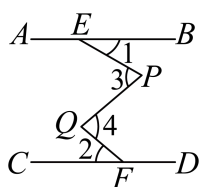
故答案为: 70.

三、解答题 (共 10 分)

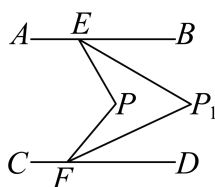
29. 如图①, 直线 $AB \parallel CD$, 点 P 在两平行线之间, 点 E 在 AB 上, 点 F 在 CD 上, 连接 PE 、 PF .



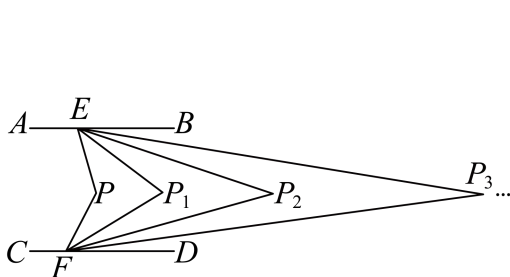
图①



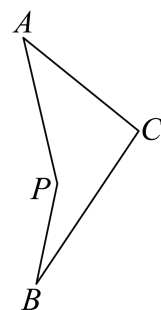
图②



图③



图④



图⑤

(1) 若 $\angle PEB = 60^\circ$, $\angle PFD = 50^\circ$, 则 $\angle EPF$ 的度数为_____°.

(2) 如图②, 若点 P 、 Q 在直线 AB 与 CD 之间, $\angle 1 = 30^\circ$, $\angle 2 = 40^\circ$, $\angle 3 = 70^\circ$, 则 $\angle 4$ 的度数为_____°.

(3) 如图③, 在图①基础上, 作 EP_1 平分 $\angle PEB$, FP_1 平分 $\angle PFD$, 若设 $\angle PEB = x^\circ$, $\angle PFD = y^\circ$, 则 $\angle P_1 =$ _____°.

如图④, 若 EP_2 平分 $\angle P_1EB$, FP_2 平分 $\angle P_1FD$, 可得 $\angle P_2$, EP_3 平分 $\angle P_2EB$, FP_3 平分 $\angle P_2FD$, 可得 $\angle P_3$, 依次平分下去, 则 $\angle P_n =$ _____°.(用含 x 、 y 的式子表示)

(4) 在一次综合实践活动课上, 张开同学制作了一个如图⑤所示的“回旋镖”, 经测量发现 $\angle PAC = 38^\circ$, $\angle PBC = 22^\circ$, 他很想知道 $\angle APB$ 与 $\angle C$ 的数量关系, 你能告诉他吗? 请你写出求解过程.

【答案】(1) 110

(2) 80

(3) $\frac{1}{2}(x+y)$; $\left(\frac{1}{2}\right)^n(x+y)$

(4) $\angle APB = \angle C + 60^\circ$ ，求解过程见解析

【解析】

【分析】(1) 过点 P 作 $PH \parallel AB$ ，可得 $AB \parallel PH \parallel CD$ ，进而得 $\angle 1 = \angle EPH$ ， $\angle 2 = \angle HPF$ ，再根据角的和差关系即可求解；

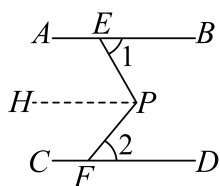
(2) 过点 P 作 $PH \parallel AB$ ，过点 Q 作 $QG \parallel CD$ ，可得 $AB \parallel PH \parallel QG \parallel CD$ ，同理 (1) 解答即可求解；

(3) 过点 P_1 作 $P_1H_1 \parallel AB$ ，可得 $AB \parallel P_1H_1 \parallel CD$ ，得到 $\angle P_1 = \angle P_1EB + \angle P_1FD$ ，进而根据角平分线的定义可得 $\angle P_1 = \frac{1}{2}\angle PEB + \frac{1}{2}\angle PFD = \frac{1}{2}(x+y)^\circ$ ，同理可得 $\angle P_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n (x+y)^\circ$ ；

(4) 过点 P 作 $PH \parallel AC$ ，过点 B 作 $BM \parallel AC$ ，得 $BM \parallel PH \parallel AC$ ，同理 (1) 解答即可求解；
 本题考查了平行线的判定和性质，角平分线的定义，正确作出辅助线是解题的关键。

【小问 1 详解】

解：过点 P 作 $PH \parallel AB$ ，如图所示，



$\therefore AB \parallel CD$ ，

$\therefore AB \parallel PH \parallel CD$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle EPH$ ， $\angle 2 = \angle HPF$ ，

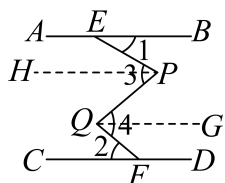
$\therefore \angle PEB = 60^\circ$ ， $\angle PFD = 50^\circ$ ，

$\therefore \angle EPF = \angle EPH + \angle HPF = \angle 1 + \angle 2 = 60^\circ + 50^\circ = 110^\circ$ ，

故答案为：110；

【小问 2 详解】

解：过点 P 作 $PH \parallel AB$ ，过点 Q 作 $QG \parallel CD$ ，如图所示，



$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore AB \parallel PH \parallel QG \parallel CD,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle EPH, \angle HPQ = \angle PQG, \angle 2 = \angle GQF,$$

$$\therefore \angle 1 = 30^\circ, \angle 3 = 70^\circ, \angle 3 = \angle EPH + \angle HPQ, \angle 1 = \angle EPH,$$

$$\therefore \angle PQG = \angle HPQ = \angle 3 - \angle EPH = \angle 3 - \angle 1 = 70^\circ - 30^\circ = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle GQF, \angle 2 = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle PQG + \angle GQF = \angle PQG + \angle 2 = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ,$$

故答案为：80；

【小问 3 详解】

解：与（1）同理可得： $\angle P = \angle PEB + \angle PFD$ ， $\angle P_1 = \angle P_1EB + \angle P_1FD$ ，

$\therefore EP_1$ 平分 $\angle PEB$ ， FP_1 平分 $\angle PFD$ ，

$$\therefore \angle P_1EB = \frac{1}{2} \angle PEB, \angle P_1FD = \frac{1}{2} \angle PFD,$$

$$\therefore \angle P_1 = \angle P_1EB + \angle P_1FD = \frac{1}{2} \angle PEB + \frac{1}{2} \angle PFD,$$

$$\therefore \angle PEB = x^\circ, \angle PFD = y^\circ,$$

$$\therefore \angle P_1 = \frac{1}{2}(x+y)^\circ,$$

按照上述方法可知，

$$\therefore AB \parallel CD, EP_2 \text{ 平分 } \angle P_1EB, FP_2 \text{ 平分 } \angle P_1FD, \angle P_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^1 (x+y)^\circ,$$

$$\therefore \angle P_2 = \frac{1}{2} \angle P_1 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (x+y) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 (x+y)^\circ,$$

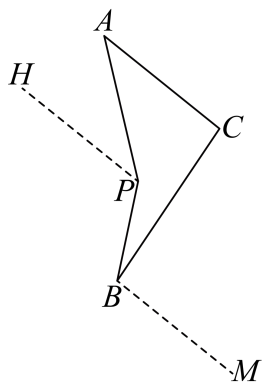
$$\text{同理可得 } \angle P_3 = \frac{1}{2} \angle P_2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 (x+y) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 (x+y)^\circ,$$

$$\therefore \angle P_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n (x+y)^\circ,$$

故答案为： $\frac{1}{2}(x+y)$ ， $\left(\frac{1}{2}\right)^n (x+y)$ ；

【小问 4 详解】

解：过点 P 作 $PH \parallel AC$ ，过点 B 作 $BM \parallel AC$ ，如图所示，则 $BM \parallel PH \parallel AC$ ，



$$\therefore \angle APH = \angle PAC, \quad \angle C = \angle CBM, \quad \angle HBP = \angle PBM,$$

$$\therefore \angle PBM = \angle PBC + \angle CBM = \angle PBC + \angle C,$$

$$\therefore \angle APB = \angle APH + \angle HBP = \angle APH + \angle PBM = \angle PAC + \angle PBC + \angle C,$$

$$\because \angle PAC = 38^\circ, \quad \angle PBC = 22^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = 22^\circ + 38^\circ + \angle C = \angle C + 60^\circ,$$

故答案为： $\angle APB = \angle C + 60^\circ$.