

2024-2025 学年上海市杨浦区存志学校七年级（下）第三次月考数学试卷

一、选择题：本题共 15 小题，共 48 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列条件中，能说明 $\triangle ABC$ 为等边三角形的是（ ）

- A. $\angle A = 60^\circ$
- B. $\angle B = 60^\circ$, $AB = AC$
- C. $\angle B + \angle C = 120^\circ$
- D. $AB = AC$

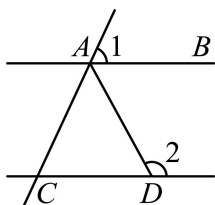
2. 若一个三角形的底角比顶角大 15° ，则顶角为（ ）

- A. 45°
- B. 40°
- C. 50°
- D. 55°

3. 下列说法错误的是（ ）

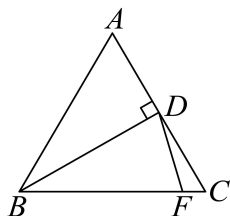
- A. 腰和顶角对应相等的两个等腰三角形全等
- B. 底边和顶角对应相等的两个等腰三角形全等
- C. 等边三角形的高、中线、角平分线长度都相同
- D. 有一边上的高也是这边上的中线的三角形是等边三角形

4. 如图， $AB \parallel CD$ ，若 $\angle 1 = 65^\circ$ ， $AC = AD$ ，则 $\angle 2$ 的大小为（ ）

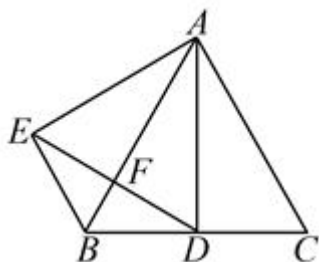


- A. 115°
- B. 120°
- C. 125°
- D. 130°

5. 如图，在等边三角形 ABC 中， $BD \perp AC$ ， $BF = BD$ ，则 $\angle CDF$ 的度数是（ ）

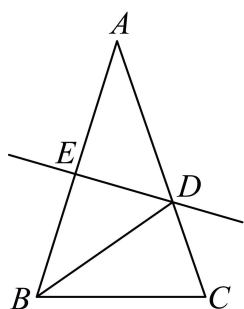


- A. 10°
 - B. 15°
 - C. 20°
 - D. 25°
6. 如图， $\triangle ABC$ 是等边三角形， AD 是角平分线， $\triangle ADE$ 是等边三角形，下列结论不正确的是（ ）



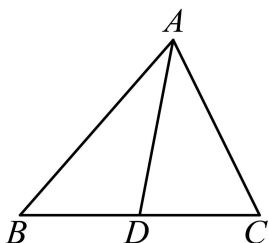
- A. $AD \perp BC$ B. $EF = FD$ C. $BE = BD$ D. $AE = AC$

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $BC = a$ ， $\angle A = 36^\circ$ ， AB 的垂直平分线交 AC 边于点 D ，交 AB 边于点 E ， $CD = b$ ，则 $\triangle ABC$ 的周长为 ()



- A. $3a + 2b$ B. $3a + b$ C. $2a + 2b$ D. $a + b$

8. 如图，等腰 $\triangle ABC$ 的周长为 30，且 $BA = BC$ ，中线 AD 将这个三角形的周长分为两部分，两部分的差为 6，则 AC 的长 ()



- A. 6 B. 14 C. 14 或 6 D. 12 或 8

9. 下列条件中，不能判定直线 MN 是线段 AB (M, N 不在 AB 上) 的垂直平分线的是 ()

- A. $MA = MB$ ， $NA = NB$ B. $MA = MB$ ， $MN \perp AB$
C. $MA = NA$ ， $MB = NB$ D. $MA = MB$ ， MN 平分 AB

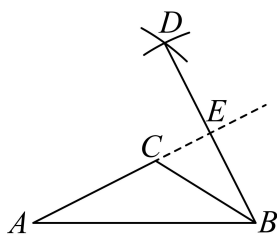
10. 如图，已知钝角三角形 ABC ，按以下步骤尺规作图，并保留作图痕迹.

步骤 1：以 C 为圆心， CB 为半径画弧①；

步骤 2：以 A 为圆心， AB 为半径画弧②，交弧①于点 D ；

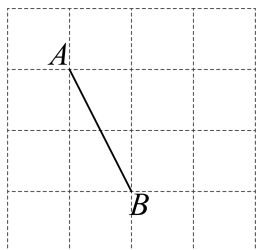
步骤 3：连结 BD ，交 AC 的延长线于点 E ．

下列叙述正确的是 ()



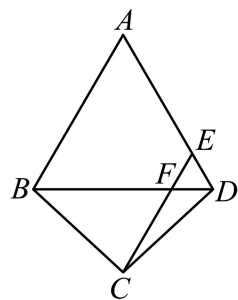
- A. BC 平分 $\angle ABD$ B. $AB = BD$ C. $AE = BD$ D. $BE = DE$

11. 如图, 点 A, B 为 4×4 方格纸中的两个格点, 若以 AB 为边在方格中画点 C (点 C 为格点), 使得 ABC 为等腰三角形, 则点 C 的个数是 ()



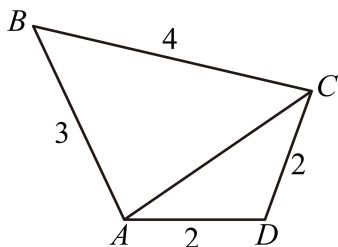
- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

12. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中 $AB=AD=12$, $BC=DC$, $\angle A=60^\circ$, 点 E 在 AD 上, 连接 BD , CE 相交于点 F , $CE \parallel AB$. 若 $CE=9$, 则 CF 的长为 ()



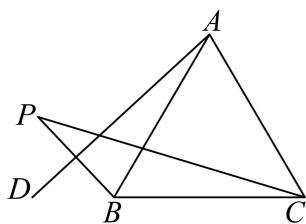
- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

13. 四边形 $ABCD$ 的边长如图所示, 对角线 AC 的长度随四边形形状的改变而变化, 当 ABC 为等腰三角形时, AC 的长为 ()



- A. 4 B. 3 C. 3 或 4 D. 无法确定

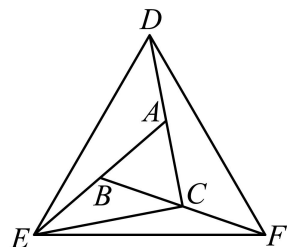
14. 如图, 在等边 ABC 外作射线 AD , 使得 AD 和 AC 在直线 AB 的两侧, $\angle BAD = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$). 点 B 关于直线 AD 的对称点为 P , 连接 PB , PC . 则 $\angle BPC$ 的度数是 ()



- A. $60^\circ - \alpha$ B. $45^\circ - \frac{\alpha}{2}$ C. 30° D. $30^\circ + \alpha$

15. 如图, 等边三角形 ABC 边长为 1, 点 D, E, F 分别在边 CA, AB, BC 的延长线上, $AD = BE = CF = 1$, 连接 DE, EF, FD, EC . 给出下面四个结论中正确的是 ()

① $\triangle DEF$ 是等边三角形; ② $DC \perp EC$; ③ ABC 的面积为与 $\triangle DEF$ 面积之比为 1:6; ④ $\triangle DEF$ 的外心与 ABC 的外心重合.



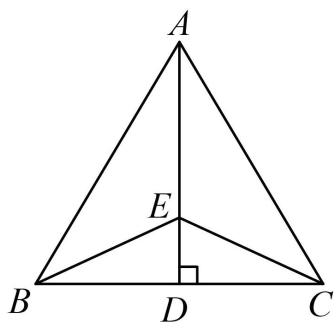
- A. ①② B. ③④ C. ①②④ D. ①②③④

二、填空题: 本题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分.

16. 一个等腰三角形的两边长分别为 5cm 和 12cm, 则它的周长为 _____ cm.

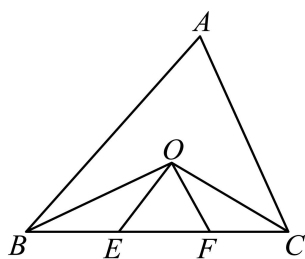
17. 等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角为 60° , 那么这个等腰三角形的顶角的度数为 _____.

18. 如图, 在等边三角形 ABC 中, $AD \perp BC$, 垂足为点 D , 点 E 在线段 AD 上, $\angle ECD = 20^\circ$, 则 $\angle ABE =$ _____ $^\circ$.

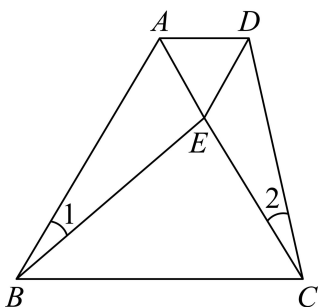


19. 在 ABC 中, $\angle A = 110^\circ$, 边 AB 与 AC 的中垂线交于点 O , 则 $\angle BOC =$ _____ $^\circ$.

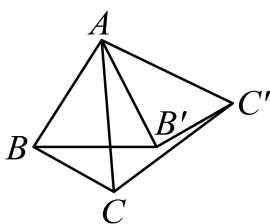
20. 如图, ABC 中, $BC = 10$, $\angle B$ 与 $\angle C$ 的平分线交于点 O , 过 O 作 $OE \parallel AB$, $OF \parallel AC$, 分别交 BC 于点 E, F , 则 $\triangle OEF$ 的周长为 _____.



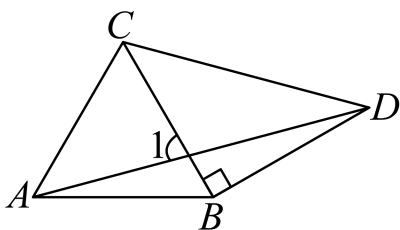
21. 如图, E 是等边 ABC 中 AC 边上的点, $\angle 1 = \angle 2$, $BE = CD$, 则 $\angle CED$ 的度数为_____.



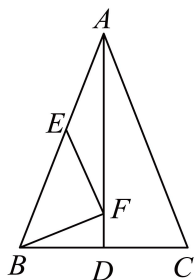
22. 如图, ABC 中, $\angle BAC = 40^\circ$, $\angle ABC = 90^\circ$, 将 ABC 绕点 A 逆时针旋转 60° 得到 $\triangle AB'C'$, 则 $\angle B'C'C =$ _____ $^\circ$.



23. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形, $BC = BD$, $\angle CBD = 90^\circ$, 则 $\angle 1$ 的度数是_____.



24. 如图, 在 ABC 中, $AC = 18$, AD 垂直平分 BC 交 BC 于点 D , 点 E 在线段 AB 上, 点 F 在线段 AD 上, 连接 BF 、 EF , 若 $\angle BAC = \angle BEF$, $BF = 6$, 则 $\triangle BEF$ 的周长为_____.

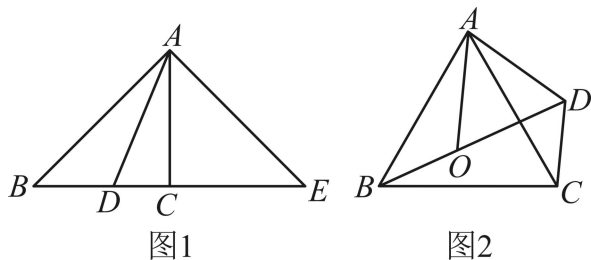


25. 在 ABC 中, $AB = AC$, AB 边的垂直平分线与边 AB 交于点 D , 与 AC 、 BC 边所在直线分别交于

E, F , 若 $\angle AED = 10^\circ$, 则 $\angle BFE = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

三、解答题: 本题共 7 小题, 共 72 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

26. 把以下过程补充完整.



(1) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 $\angle BAC$ 的平分线, 以点 A 为顶点, AC 为一边在 $\triangle ABC$ 外部作 $\angle CAE = \angle B$, 边 AE 交边 BC 延长线于点 E , 求证: 点 E 在线段 AD 的垂直平分线上.

证明: $\because AD$ 为 $\angle BAC$ 的平分线,

$$\therefore \angle BAD = \angle DAC,$$

$$\because \angle DAE = \angle DAC + \angle CAE,$$

$$\angle ADE = \angle \underline{\hspace{2cm}} + \angle \underline{\hspace{2cm}},$$

$$\angle B = \angle CAE,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle DAE,$$

$$\therefore \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{2cm}}),$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 在线段 } AD \text{ 的垂直平分线上} (\underline{\hspace{2cm}}).$$

(2) 如图 2, 已知 O 是等边三角形 ABC 内一点, D 是线段 BO 延长线上一点, 且 $OD = OA$, $\angle AOB = 120^\circ$, 求 $\angle BDC$ 的度数.

解: $\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ (\underline{\hspace{2cm}}),$$

$$AB = AC,$$

$$\because \angle AOB = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD = 60^\circ,$$

$$\because OD = OA,$$

$$\therefore \angle \underline{\hspace{2cm}} = \angle \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{2cm}}),$$

$$\because \angle AOD + \angle ADO + \angle OAD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD = \angle ADO = \angle OAD = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle AOD \text{ 为等边三角形} (\underline{\hspace{2cm}}),$$

$$\therefore AO = AD, \quad \angle OAD - \angle OAC = \angle BAC = \angle OAC,$$

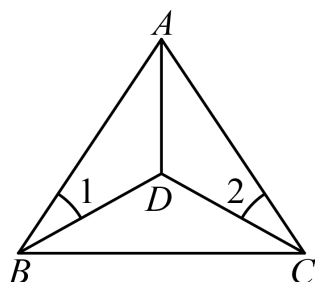
$$\text{即 } \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \triangle ABO \cong \triangle ACD,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle AOB = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = 60^\circ.$$

27. 已知：如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $BD = CD$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ．求证： $AD \perp BC$ ．



28. 如图，已知 OE 平分 $\angle POQ$ ，点 A 、 B 分别是射线 OP ， OQ 上的点，且 $BA \perp OP$ 于点 A ，点 C 是射线 OQ 上的任意一点（点 A 、 B 、 C 都不与点 O 重合），连接 AC 交射线 OE 于点 D ．

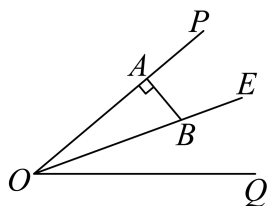
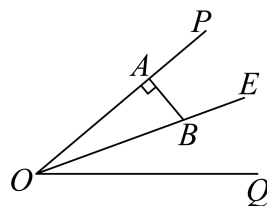
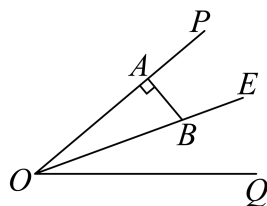


图1



备用图1



备用图2

(1) 当 $AC \perp OQ$ 时，在图 1 中，求作点 C （不写作法，保留作图痕迹）；

(2) 在 (1) 的条件下，求证： $AD = AB$ ；

(3) 当 $\angle POQ = 40^\circ$ ，且 $\triangle ABD$ 是等腰三角形时，请直接写出 $\angle OAC$ 的度数．

29. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，点 F 是边 AB 上一点，且 $AF = AC$ ．点 D 是边 AB 上一点，连接 CD ，以 CD 为边作等边三角形 CDE ，使点 E 在 CD 上侧，连接 EF ， EB ．

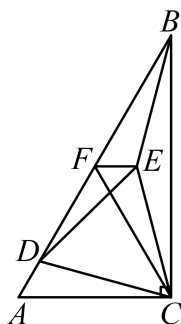


图1

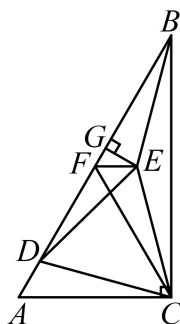


图2

(1) 直接写出 CF 与 BF 的数量关系_____．

(2) 求 $\angle DFE$ 的度数.

(3) 过点 E 作 $EG \perp AB$, 交 AB 于点 G . 求证: $2DG + EF = AB$.

30. 如图, 直线 a 、 b 交于点 O , A 为直线 a 上一定点, B 为直线 b 上一动点, $\angle 1 = \alpha$. 若以点 O 、 A 、 B 为顶点的三角形为等腰三角形, 回答下列问题:

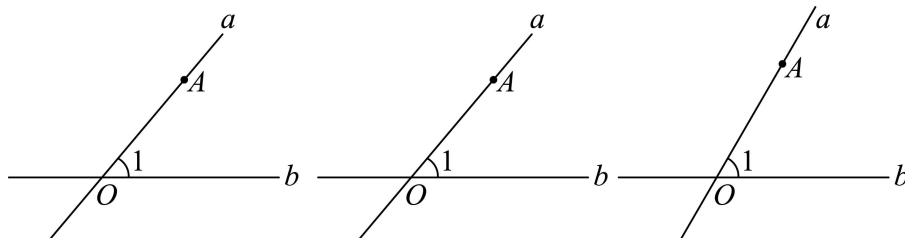


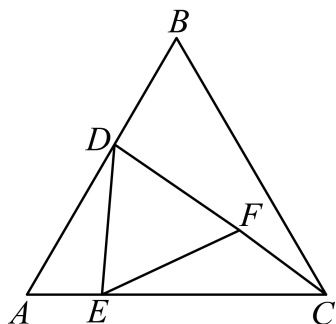
图1

图2

(1) 如图 1, 当 $\alpha = 50^\circ$ 时, 满足条件的等腰三角形有_____个;

(2) 如图 2, 当 $\alpha = 60^\circ$ 时, 满足条件的等腰三角形有_____个.

31. 如图, 在等边 ABC 中, D 、 E 分别为 AB 、 AC 边上的动点, $BD = 2AE$, 连接 DE , 以 DE 为边在 ABC 内作等边 $\triangle DEF$, 连接 CF , 当 D 从点 A 向 B 运动 (不运动到点 B) 时, $\angle ECF$ 大小的变化情况是_____ (横线上填“变大”、“变小”、“不变”或先变大后变小), 请说明理由.



32. 【问题背景】如图 1, 在探究手拉手全等模型时, 小明发现了 MA 平分 $\angle EMD$, 他探究此问题的方法是“作 $\angle MCI = 60^\circ$ ”构造等边三角形解决问题.

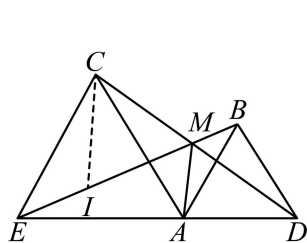


图1

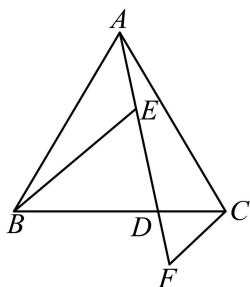


图2

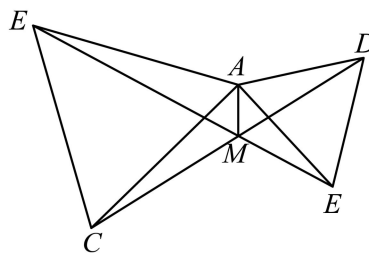


图3

【学以致用】

(1) 如图 2, 等边三角形 ABC 中, D 为边 BC 上一点, $\angle ABE = \angle CAD$, $CF \parallel BE$ 交 AD 延长线于点

F .

①直接写出 $\angle AEB$ 的度数———;

②若 $BE = 10$, $AF = 15$, 求 AE 的长.

(2) 课后小明对手拉手模型进行了进一步的探究;

① $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 都是等边三角形, 位置如图所示, 此时 MA 平分 $\angle EMD$ 的结论是否成立? ——— (填“成立”, “不成立”或“不能确定”);

②求 $\frac{MB + MC + 2AM}{DM + EM}$ 的值.