

2024 学年第二学期长明中学七年级数学 3 月练习卷

基础部分 100 分 考试时间 90 分钟

一. 单选题 (每题 3 分, 共 15 分)

1. 下列式子中: ① $3 > 0$; ② $5x - 4 < 8$; ③ $2x + 4y$; ④ $m = -1$; ⑤ $t^2 + 2t \geq -1$. 其中不等式有 () 个.

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

【答案】B

【解析】

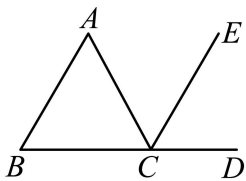
【分析】本题考查不等式的概念: 用不等号连接的式子, 理解不等式的概念是解题的关键. 根据不等式的概念判定即可.

【详解】解: ③ $2x + 4y$ 没有不等号, 不是不等式, ④ $m = -1$ 是等式,

则不等式有① $3 > 0$, ② $5x - 4 < 8$; ⑤ $t^2 + 2t \geq -1$, 一共有 3 个,

故选: B.

2. 如图, 能判定 $EC \parallel AB$ 的条件是 ()



A. $\angle B = \angle ACE$

B. $\angle A = \angle ECD$

C. $\angle B = \angle ACB$

D. $\angle A = \angle ACE$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了平行线的判定, 熟练掌握平行线的判定方法及搞清楚同位角、内错角、同旁内角的概念是解题的关键. 根据平行线的判定方法对各选项进行判断即可.

【详解】A. 若 $\angle B = \angle ACE$, 不能判定 $EC \parallel AB$, 故 A 选项不符题意;

B. 若 $\angle A = \angle ECD$, 不能判定 $EC \parallel AB$, 故 B 选项不符题意;

C. 若 $\angle B = \angle ACB$, 不能判定 $EC \parallel AB$, 故 C 选项不符题意;

D. 若 $\angle A = \angle ACE$, 根据内错角相等, 两直线平行能判定 $EC \parallel AB$, 故 D 选项符合题意.

故选: D.

3. 下列命题中, 是真命题的是 ()

- A. 两直线平行，同旁内角相等
B. 两个锐角的和是钝角
C. 任何数的平方都大于 0
D. 平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查定理，熟练掌握定理是解题的关键。根据定理进行判断即可。

【详解】解：两直线平行，同旁内角互补，故选项 A 不符合题意；

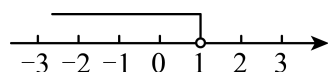
两个锐角的和可能是锐角，直角或者钝角，故选项 B 不符合题意；

任何数的平方都大于等于 0，故选项 C 不符合题意；

平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直，故选项 D 符合题意；

故选 D.

4. 若关于 x 的不等式 $4x - 1 < -2x + a$ 的解集在数轴上表示如图所示，则 a 的值为 ()



- A. 1 B. 3 C. 5 D. 7

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查的是一元一次不等式的解法，一元一次方程的解法；先移项解不等式 $4x - 1 < -2x + a$ ，再根据不等式的解建立方程求解即可。

【详解】解： $\because 4x - 1 < -2x + a$ ，

$$\therefore 6x < a + 1,$$

系数化为 1，得 $x < \frac{a+1}{6}$ 。

由题图知，此不等式的解集是 $x < 1$ ，

$$\therefore \frac{a+1}{6} = 1,$$

解得 $a = 5$ 。

故选 C

5. 已知 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同旁内角。若 $\angle 1 = 50^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是 ()

- A. 50° B. 130° C. 50° 或 130° D. 不能确定

【答案】D

【解析】

二. 填空题 (每题 2 分, 共 26 分)

6. “ x 的 3 倍不小于 y ” 用不等式表示为_____.

【答案】 $3x \geq y$

【解析】

【分析】 本题考查了列不等式, x 的 3 倍表示为 $3x$, 结合不小于 y 即可得出不等式, 理解题意, 找准不等关系, 是解此题的关键.

【详解】 解: x 的 3 倍不小于 y ” 用不等式表示为 $3x \geq y$,

故答案为: $3x \geq y$.

7. 用不等号填空, 若 $a > b$, 则 $-\frac{1}{3}a+1$ _____ $-\frac{1}{3}b+1$ (填 “ $>$ ” 或 “ $<$ ”).

【答案】 $<$

【解析】

【分析】 本题考查了不等式的性质, 利用不等式的性质解答即可得到结果. 熟练掌握不等式的基本性质是解本题的关键. 不等式的基本性质: 不等式两边加(或减)同一个数(或式子), 不等号的方向不变; 不等式两边乘(或除以)同一个正数, 不等号的方向不变. 不等式两边乘(或除以)同一个负数, 不等号的方向改变.

【详解】 解: $\because a > b$,

$$\therefore -\frac{1}{3}a < -\frac{1}{3}b,$$

$$\therefore -\frac{1}{3}a+1 < -\frac{1}{3}b+1.$$

故答案为: $<$.

8. 不等式的 $3x-4 \leq 2+x$ 非负整数解共有 _____ 个.

【答案】 4

【解析】

【分析】 本题考查了求一元一次不等式的整数解. 正确的解一元一次不等式是解题的关键.

移项合并, 最后系数化为 1, 可求不等式的解集, 进而可得非负整数解的个数.

【详解】 解: $3x-4 \leq 2+x$,

$$2x \leq 6,$$

解得, $x \leq 3$,

$\therefore$ 非负整数解有 0, 1, 2, 3 共 4 个,

故答案为: 4.

9. 如果关于 x 的不等式 $4x - m \leq 0$ 的正整数解是 1、2、3，那么 m 的取值范围是_____.

【答案】 $12 \leq m < 16$

【解析】

【分析】 本题主要考查不等式解集，熟练掌握解不等式是解题的关键. 先解出不等式，再根据正整数解得到答案即可.

【详解】 解： $4x - m \leq 0$,

$$\therefore x \leq \frac{m}{4},$$

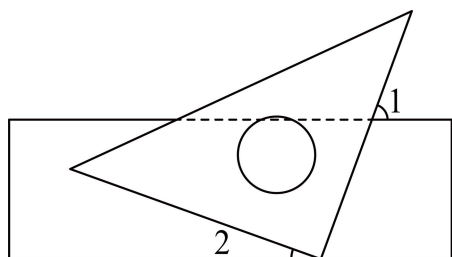
关于 x 的不等式 $4x - m \leq 0$ 的正整数解是 1、2、3,

$$\therefore 3 \leq \frac{m}{4} < 4,$$

$$\therefore 12 \leq m < 16.$$

故答案为： $12 \leq m < 16$.

10. 如图，一块直角三角板的直角顶点放在直尺的一边上. 如果 $\angle 1 = 70^\circ$ ，那么 $\angle 2$ 的度数是_____.

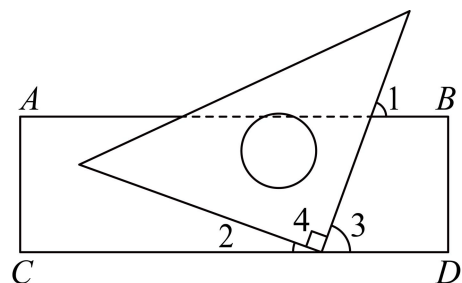


【答案】 20° ## 20 度

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质，熟练掌握平行线的性质是解题关键. 如图（见解析），先根据题意可得 $AB \parallel CD$ ， $\angle 4 = 90^\circ$ ，再根据平行线的性质可得 $\angle 3 = \angle 1 = 70^\circ$ ，然后根据平角的定义求解即可得.

【详解】 解：如图，由题意得： $AB \parallel CD$ ， $\angle 4 = 90^\circ$,



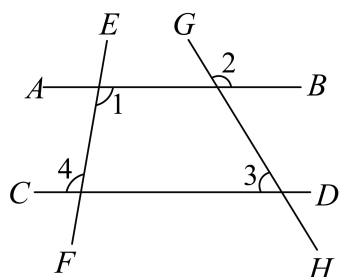
$$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 3 - \angle 4 = 20^\circ,$$

故答案为： 20° .

11. 如图，直线 AB 、 CD 分别与 EF 、 GH 相交，已知 $\angle 1 = 100^\circ$ ， $\angle 2 = 115^\circ$ ， $\angle 3 = 65^\circ$ ，那么

$\angle 4 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

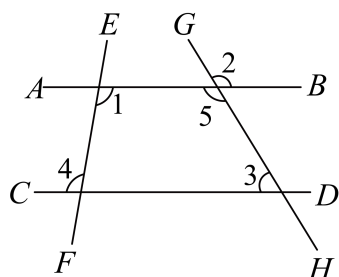


【答案】 100

【解析】

【分析】 本题考查平行线的判定和性质，由对顶角相等可得 $\angle 2 = \angle 5 = 115^\circ$ ，根据 $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$ 可得 $AB \parallel CD$ ，由平行线的性质可得 $\angle 4 = \angle 1 = 100^\circ$.

【详解】 解：如图，



$\because \angle 2 = \angle 5 = 115^\circ$ ， $\angle 3 = 65^\circ$ ，

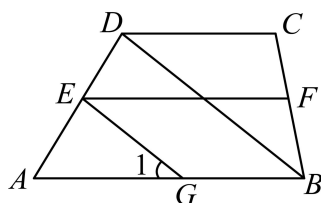
$\therefore \angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$ ，

$\therefore AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle 4 = \angle 1 = 100^\circ$ ，

故答案为：100.

12. 如图， $AB \parallel EF \parallel CD$ ， $EG \parallel BD$ ，则图中与 $\angle 1$ 相等的角（不包括 $\angle 1$ ）共有 个.



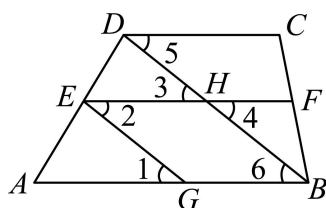
【答案】 5

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质，熟知平行线的性质是解题关键.

先根据平行线的性质，得到相等的角，再等量代换即可求解.

【详解】解：如图所示，



$$\because AB \parallel EF \parallel CD,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 5, \angle 4 = \angle 6,$$

$$\because EG \parallel BD,$$

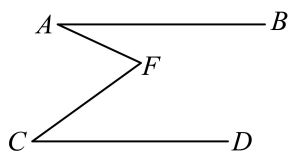
$$\therefore \angle 2 = \angle 4 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = \angle 5 = \angle 6,$$

$\therefore$ 与 $\angle 1$ 相等的角有 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 、 $\angle 5$ 、 $\angle 6$ 共 5 个.

故答案为：5.

13. 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， $\angle A = 25^\circ$ ， $\angle C = 36^\circ$ ，那么 $\angle AFC =$ _____.

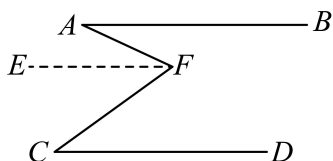


【答案】 61°

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行线的性质，过点 F 作 $FE \parallel AB$ ，根据平行线的性质得出 $\angle AFE = \angle A = 25^\circ$ ， $\angle EFC = \angle C = 36^\circ$ ，再根据角度的和差关系即可得出答案.

【详解】解：过点 F 作 $FE \parallel AB$ ，如下图：



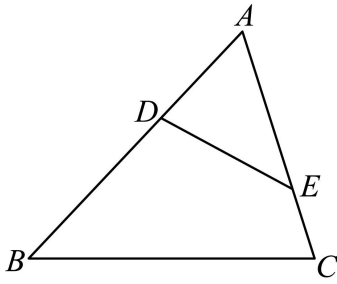
则 $AB \parallel CD \parallel EF$,

$$\therefore \angle AFE = \angle A = 25^\circ, \angle EFC = \angle C = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle AFC = \angle AFE + \angle EFC = 61^\circ,$$

故答案为： 61°

14. 如图， $\angle ADE$ 与 $\angle CED$ 是直线_____和直线_____被直线_____所截而得到的_____角.



【答案】 ①. AB ②. AC ③. DE ④. 内错

【解析】

【分析】 本题主要考查三线八角，熟练掌握三线八角是解题的关键。根据图形以及内错角的定义即可得到答案。

【详解】 解： $\angle ADE$ 与 $\angle CED$ 是直线 AB 和直线 AC 被直线 DE 所截而得到的内错角。

故答案为： AB ， AC ， DE ， 内错。

15. 两条平行直线被第三条直线所截，一对同旁内角的平分线所形成的夹角为_____°。

【答案】 90

【解析】

【分析】 本题主要考查平行线的性质以及角平分线的定义，熟练掌握平行线的性质是解题的关键。根据题意画出图形，再由角平分线的定义进行计算即可。

【详解】 解： 由题意可得： $AB \parallel CD$ ， MN 平分 $\angle OMD$ ， OP 平分 $\angle BOM$ ，

$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle BOM + \angle OMD = 180^\circ$ ，

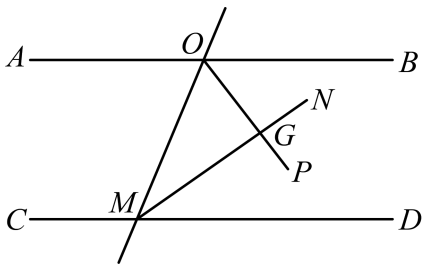
$\because MN$ 平分 $\angle OMD$ ， OP 平分 $\angle BOM$ ，

$\therefore \angle MOP = \frac{1}{2} \angle BOM$ ， $\angle OMN = \frac{1}{2} \angle OMD$ ，

$\therefore \angle OMN + \angle MOP = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle OGM = 90^\circ$ ，

故一对同旁内角的平分线所形成的夹角为 90° ，



故答案为： 90。

16. 某校开展了“科技节”课外知识竞赛。一共有 20 道题，每答对一题加 5 分，不答不扣分，每答错一题

倒扣 2 分. 已知小明答错与不答的题数相同, 最后比赛得分超过 64 分. 设小明答错了 x 道题, 根据题意, 可列出关于 x 的不等式为_____

【答案】 $5(20-2x)-2x>64$

【解析】

【分析】 此题主要考查了由实际问题抽象出一元一次不等式; 设小明答错了 x 道题, 则答对的题数为 $(20-2x)$ 道, 根据最后比赛得分超过 64 分列出一元一次不等式即可.

【详解】 解: 设小明答错了 x 道题, 则答对的题数为 $(20-2x)$ 道,
根据题意, $5(20-2x)-2x>64$.

故答案为: $5(20-2x)-2x>64$.

17. 已知 $\angle A$ 的两边与 $\angle B$ 的两边分别平行, 且 $2\angle A - \angle B = 18^\circ$, 则 $\angle A =$ _____.

【答案】 66° 或 18°

【解析】

【分析】 本题主要考查平行的性质, 熟练掌握平行的性质是解题的关键. $\angle A$ 的两边与 $\angle B$ 的两边分别平行, 得到 $\angle A + \angle B = 180^\circ$ 或 $\angle A = \angle B$, 即可得到答案.

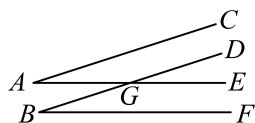
【详解】 解: $\because \angle A$ 的两边与 $\angle B$ 的两边分别平行,

①如图:

$\because AC \parallel BD, AE \parallel BF$,

$\therefore \angle A = \angle DGE, \angle DGE = \angle B$,

$\therefore \angle A = \angle B$;

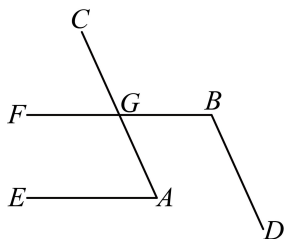


②如图:

$\because AC \parallel BD, AE \parallel BF$,

$\therefore \angle A = \angle AGB, \angle AGB + \angle B = 180^\circ$,

$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ$;



$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ$ 或 $\angle A = \angle B$,

$\because 2\angle A - \angle B = 18^\circ$,

当 $\angle A + \angle B = 180^\circ$ 时, $2\angle A - \angle B + \angle A + \angle B = 198^\circ$

解得 $\angle A = 66^\circ$;

当 $\angle A = \angle B$ 时, $2\angle A - \angle A = 18^\circ$,

解得 $\angle A = 18^\circ$;

故答案为: 66° 或 18° .

18. 在图中, 图1是长方形纸带, 将纸带沿 EF 折叠成图2, 再沿 BF 折叠成图3. 若 $\angle DEF = \alpha$, 则 $\angle C_2FE =$ _____. (用含 α 的代数式表示)

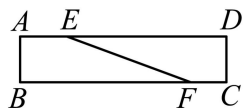


图1

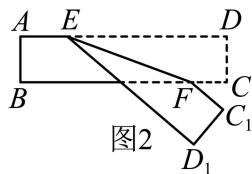


图2

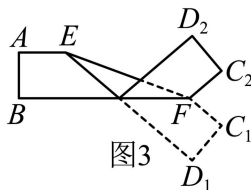


图3

【答案】 $180^\circ - 3\alpha$

【解析】

【分析】 本题考查翻折变换, 以及平行线的性质; 根据平行线的性质得到 $\angle DEF + \angle CFE = 180^\circ$, 由邻补角的定义, 易得 $\angle CFE = 180^\circ - \alpha$; 证明 $\angle C_2FB = 180^\circ - 2\alpha$, 进而得到 $\angle C_2FE = 180^\circ - 3\alpha$, 即可解决问题.

【详解】 解: 如图1, $\because$ 四边形 $ABCD$ 为长方形,

$\therefore DE \parallel CF$,

$\therefore \angle DEF + \angle CFE = 180^\circ$

$\therefore \angle CFE = 180^\circ - \alpha$.

$\because \angle EFB = \angle DEF = \alpha$,

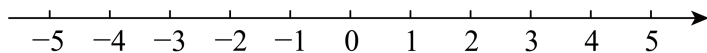
$\therefore \angle C_2FB = 180^\circ - 2\alpha$.

$\angle C_2FE = \angle C_2FB - \angle EFB = 180^\circ - 3\alpha$.

故答案为: $180^\circ - 3\alpha$.

三. 解答题 (每题 6 分, 共 24 分)

19. 解不等式组: $\begin{cases} x-1 > 3(x+1) \\ \frac{1}{3}x-1 \leq 4-\frac{4}{3}x \end{cases}$ 把它的解集在数轴上表示出来.



【答案】 $-2 < x \leq 3$, 数轴见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式组. 先求出不等式组中每一个不等式的解集, 再求出它们的公共部分即可求解, 然后把不等式的解集表示在数轴上即可.

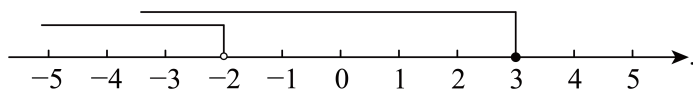
【详解】 解: $\begin{cases} x-1 > 3(x+1) \text{ ①} \\ \frac{1}{3}x-1 \leq 4-\frac{4}{3}x \text{ ②} \end{cases}$,

由①得 $x < -2$,

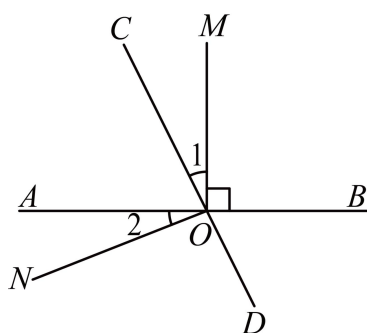
由②得 $x \leq 3$,

故原不等式组的解集是: $x < -2$,

把解集在数轴上表示出来为:



20. 如图, 直线 AB , CD 相交于点 O , $OM \perp AB$ 于点 O .



(1) 若 $\angle 1 = \angle 2$, 求证: $ON \perp CD$;

(2) 若 $\angle BOC = 4\angle 1$, 求 $\angle AOC, \angle MOD$ 的度数.

【答案】 (1) 见详解 (2) $\angle AOC$ 的度数为 60° , $\angle MOD$ 的度数为 150° .

【解析】

【分析】 本题考查了垂线, 对顶角、邻补角, 根据题目的已知条件并结合图形分析是解题的关键.

(1) 根据垂直定义可得, $\angle AOC + \angle 1 = 90^\circ$, 结合已知 $\angle 1 = \angle 2$ 可得 $\angle CON = 90^\circ$, 再根据 $\angle CON$ 与 $\angle NOD$ 互补, 即可解答;

(2) 根据 $\angle AOM = 90^\circ$, 可得 $\angle AOC = 90^\circ - \angle 1$, 再根据 $\angle AOD + \angle AOC = 180^\circ$, $\angle AOD = 4\angle 1$, 从而求出 $\angle 1$ 的度数, 即可求出 $\angle AOC$ 和 $\angle MOD$ 的度数.

【小问 1 详解】

解: $\because OM \perp AB$,

$$\therefore \angle AOM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC + \angle 1 = 90^\circ,$$

$$\because \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle AOC + \angle 2 = 90^\circ, \text{ 即 } \angle NOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle NOD = 180^\circ - \angle NOC = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle NOD \text{ 的度数为 } 90^\circ;$$

$$\therefore ON \perp CD$$

【小问 2 详解】

解: $\because OM \perp AB$,

$$\therefore \angle BOM = 90^\circ,$$

$$\because \angle BOC = 4\angle 1,$$

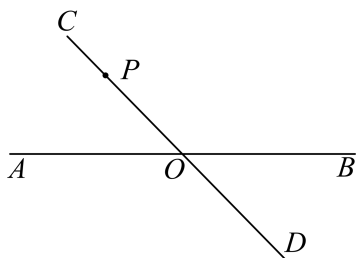
$$\therefore \angle BOM + \angle 1 = 4\angle 1, \text{ 即 } 90^\circ + \angle 1 = 4\angle 1,$$

$$\text{解得 } \angle 1 = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ, \angle MOD = 180^\circ - \angle 1 = 150^\circ.$$

$$\therefore \angle AOC \text{ 的度数为 } 60^\circ, \angle MOD \text{ 的度数为 } 150^\circ.$$

21. 按下列要求画图并填空:



如图, 直线 AB 与 CD 相交于点 O , P 是 CD 上的一点,

(1) 过点 P 画出 CD 的垂线, 交直线 AB 于点 E .

(2) 过点 P 画出 $PF \perp AB$, 垂足为点 F .

(3) 点 O 到直线 PF 的距离是线段_____的长.

(4) 点 P 到直线 CD 的距离为_____.

【答案】 (1) 见解析 (2) 见解析

(3) OF

(4) 0

【解析】

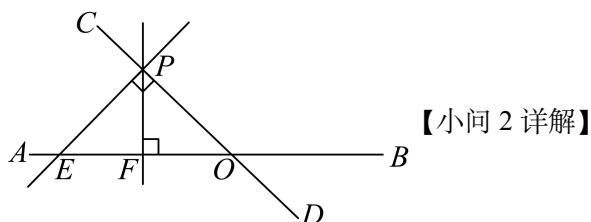
【分析】 本题考查作图-复杂作图，垂线，到直线的距离等知识：

(1) (2) 根据垂线的定义画出图形即可；

(3) (4) 根据点到直线的距离的定义，判断即可.

【小问 1 详解】

解：如图，直线 PE 即为所求；



解：如图，直线 PF 即为所求；

【小问 3 详解】

解：点 O 到直线 PF 的距离是线段 OF 的长.

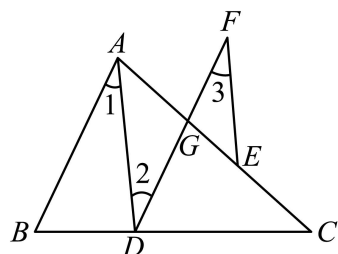
故答案为： OF ；

【小问 4 详解】

解：点 P 到直线 CD 的距离为 0,

故答案为： 0.

22. 如图，已知在 ABC 中，点 D 、 G 分别在边 BC 、 AC 上，且 $\angle B = \angle GDC$ ，点 F 在线段 DG 的延长线上，点 E 在边 GC 上，如果 $\angle 1 = \angle 3$ ，说明 $AD \parallel EF$ 的理由.



解： $\because \angle B = \angle GDC$ (已知),

$\therefore$ _____ $\parallel$ _____ ().

$\therefore \angle 1 =$ _____ ().

$\because \angle 1 = \angle 3$ (已知),

$\therefore \angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ (等量代换).

$\therefore AD \parallel EF$ ().

【答案】 AB ; FD ; 同位角相等, 两直线平行; $\angle 2$; 两直线平行, 内错角相等; $\angle 2$, 内错角相等, 两直线平行.

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行线的判定以及性质, 先得出 $AB \parallel FD$, 由平行线的性质得出 $\angle 1 = \angle 2$, 结合已知条件可得出 $\angle 3 = \angle 2$, 进而可得出 $AD \parallel EF$.

【详解】 解: $\because \angle B = \angle GDC$ (已知),

$\therefore AB \parallel FD$ (同位角相等, 两直线平行),

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (两直线平行, 内错角相等),

$\because \angle 1 = \angle 3$ (已知),

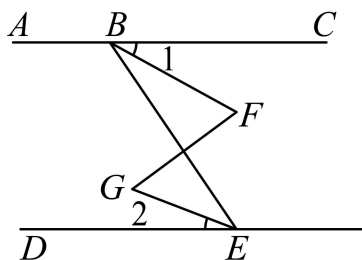
$\therefore \angle 3 = \angle 2$ (等量代换),

$\therefore AD \parallel EF$ (内错角相等, 两直线平行).

故答案为: AB ; FD ; 同位角相等, 两直线平行; $\angle 2$; 两直线平行, 内错角相等; $\angle 2$, 内错角相等, 两直线平行.

四. 解答题 (第 23、25 题各 6 分, 第 24、26 题各 8 分, 第 27 题 7 分, 共 35 分)

23. 如图, 已知 $\angle ABE + \angle DEB = 180^\circ$, $\angle 1 = \angle 2$, 求证: $\angle F = \angle G$.



【答案】 见解析

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的判定和性质, 熟记平行线的判定和性质定理, 以及角度的等量代换是解题关键. 根据平行线的判定得出 $AC \parallel ED$, 根据平行线的性质得出 $\angle CBE = \angle DEB$, 求出 $\angle FBE = \angle GEB$, 根据平行线的判定得出 $BF \parallel EG$ 即可.

【详解】 证明: $\because \angle ABE + \angle DEB = 180^\circ$,

$\therefore AC \parallel ED$,

$\therefore \angle CBE = \angle DEB$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

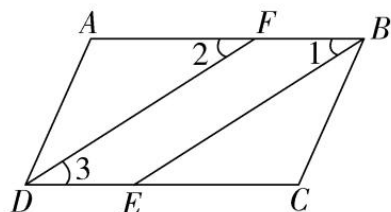
$$\therefore \angle CBE - \angle 1 = \angle DEB - \angle 2,$$

$$\text{即 } \angle FBE = \angle GEB,$$

$$\therefore BF \parallel EG,$$

$$\therefore \angle F = \angle G.$$

24. 如图, $\angle ADC = \angle ABC$, BE 、 DF 分别平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ADC$, 且 $\angle 1 = \angle 2$.



求证:

$$(1) AB \parallel CD;$$

$$(2) \angle A = \angle C.$$

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】本题考查了角平分线的定义, 以及平行线的判定与性质. 掌握内错角相等, 两直线平行; 两直线平行, 同旁内角互补是解决问题的关键.

(1) 由角平分线的定义得 $\angle 3 = \frac{1}{2} \angle ADC$, $\angle 1 = \frac{1}{2} \angle ABC$, 由 $\angle ADC = \angle ABC$ 得 $\angle 3 = \angle 1$, 结合条件得 $\angle 2 = \angle 3$, 从而得出结论;

(2) 根据平行线的性质得 $\angle A + \angle ADC = 180^\circ$, $\angle ABC + \angle C = 180^\circ$, 由 $\angle ADC = \angle ABC$ 可得结论.

【小问 1 详解】

证明: 因为 BE , DF 分别平分 $\angle ABC$, $\angle ADC$,

$$\text{所以 } \angle 3 = \frac{1}{2} \angle ADC, \angle 1 = \frac{1}{2} \angle ABC,$$

$$\text{因为 } \angle ADC = \angle ABC,$$

$$\text{所以 } \angle 3 = \angle 1,$$

$$\text{因为 } \angle 1 = \angle 2,$$

$$\text{所以 } \angle 2 = \angle 3,$$

$$\text{所以 } AB \parallel CD.$$

【小问 2 详解】

证明：因为 $AB \parallel CD$,

所以 $\angle A + \angle ADC = 180^\circ, \angle ABC + \angle C = 180^\circ$.

因为 $\angle ADC = \angle ABC$,

所以 $\angle A = \angle C$.

25. 近年来，中国传统服饰备受大家的青睐，走上国际时装周舞台，大放异彩. 某服装店直接从工厂购进长、短两款传统服饰进行销售，进货价和销售价如下表：

价格/类别	短款	长款
进货价（元/件）	80	90
销售价（元/件）	100	120

第一次购进的两款服装售完后，该服装店计划再次购进长、短两款服装共 200 件（进货价和销售价都不变），且第二次进货总价不高于 16800 元. 服装店这次应如何设计进货方案，才能获得最大销售利润，最大销售利润是多少？

【答案】当购进 120 件短款服装，80 件长款服装时有最大利润，最大利润是 4800 元

【解析】

【分析】本题主要考查了一元一次不等式的应用，代数式求值等知识，设第二次购进 m 件短款服装，则购进 $(200 - m)$ 件长款服装，根据第二次进货总价不高于 16800 元列出一元一次不等式得出 $m \geq 120$. 再设利润为 w 元，则 $w = -10m + 6000$ ，把 $m \geq 120$ 的整数代入 $w = -10m + 6000$ 计算并发现规律即可求解.

【详解】解：设第二次购进 m 件短款服装，则购进 $(200 - m)$ 件长款服装，

由题意可得 $80m + 90(200 - m) \leq 16800$,

解得： $m \geq 120$,

设利润为 w 元，则 $w = (100 - 80)m + (120 - 90)(200 - m) = -10m + 6000$,

当 $m = 120$ 时，把 $m = 120$ 代入 $w = -10m + 6000 = 4800$ （元），

当 $m = 121$ 时，把 $m = 121$ 代入 $w = -10m + 6000 = 4790$ （元）

...

可知随着 m 的增大，利润越来越小，

$\therefore$ 当购进 120 件短款服装，80 件长款服装时有最大利润，最大利润是 4800 元.

26. 我们把关于 x 的一个一元一次方程和一个一元一次不等式组合成一种特殊组合，且当一元一次方程的解

正好也是一元一次不等式的解时，我们把这种组合叫做“友好组合”；当一元一次方程的解不是一元一次不等式的解时，我们把这种组合叫做“非友好组合”。

例如： $\begin{cases} 8x-4=0 \\ 5x-2<3 \end{cases}$ 是“友好组合”

分析：由 $8x-4=0$ ，得 $x=\frac{1}{2}$

由 $5x-2<3$ ，得 $x<1$

因为 $\frac{1}{2}$ 在 $x<1$ 范围内，所以 $\begin{cases} 8x-4=0 \\ 5x-2<3 \end{cases}$ 是“友好组合”

(1) 请判断关于 x 的组合 $\begin{cases} \frac{x-5}{3}=2-\frac{3-x}{2} \\ \frac{x+3}{2}-1<\frac{3-x}{4} \end{cases}$ 是“友好组合”还是“非友好组合”，并说明理由；

(2) 若关于 x 的组合 $\begin{cases} \frac{5a-x}{2}-3=2x-3a \\ \frac{x-a}{2}+1\leq x+a \end{cases}$ 是“非友好组合”，求 a 的取值范围。

【答案】(1) 是“友好组合”，理由见解析

(2) $a<\frac{8}{13}$

【解析】

【分析】本题考查一元一次不等式、解一元一次方程，关键是对“友好组合”与“非友好组合”的理解。

(1) 先求方程的解，再解不等式，根据“友好组合”和“非友好组合”的定义，判断即可；

(2) 先解方程和不等式，然后根据“非友好组合”的定义求 a 的取值范围。

【小问1详解】

解：关于 x 的组合 $\begin{cases} \frac{x-5}{3}=2-\frac{3-x}{2} \\ \frac{x+3}{2}-1<\frac{3-x}{4} \end{cases}$ 是“友好组合”，理由如下：

$$\frac{x-5}{3}=2-\frac{3-x}{2},$$

去分母，得： $2(x-5)=12-3(3-x)$ ，

去括号，得： $2x-10=12-9+3x$ ，

移项，合并同类项，得： $x=-13$ 。

$$\text{解不等式 } \frac{x+3}{2} - 1 < \frac{3-x}{4},$$

$$\text{去分母, 得: } 2(x+3) - 4 < 3-x,$$

$$\text{去括号, 得: } 2x+6-4 < 3-x,$$

$$\text{移项, 合并同类项, 得: } 3x < 1,$$

$$\text{化系数为 1, 得: } x < \frac{1}{3}.$$

$$\because x = -13 \text{ 在 } x < \frac{1}{3} \text{ 范围内,}$$

$\therefore$ 组合是“友好组合”；

【小问 2 详解】

$$\text{解方程 } \frac{5a-x}{2} - 3 = 2x-3a,$$

$$\text{去分母, 得 } 5a-x-6 = 4x-6a,$$

$$\text{移项, 合并同类项, 得: } 5x = 11a-6,$$

$$\text{化系数为 1 得: } x = \frac{11a-6}{5},$$

$$\text{解不等式 } \frac{x-a}{2} + 1 \leq x+a,$$

$$\text{去分母, 得: } x-a+2 \leq 2x+2a,$$

$$\text{移项, 合并同类项, 得: } x \geq -3a+2,$$

$$\therefore \text{关于 } x \text{ 的组合 } \begin{cases} \frac{5a-x}{2} - 3 = 2x-3a \\ \frac{x-a}{2} + 1 \leq x+a \end{cases} \text{ 是“非友好组合,”}$$

$$\therefore \frac{11a-6}{5} < -3a+2,$$

$$\text{解得: } a < \frac{8}{13}.$$

27. 已知, $AB \parallel CD$.

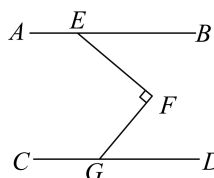


图1

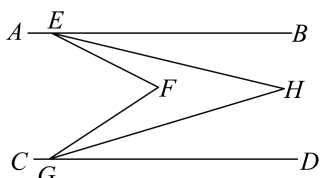


图2

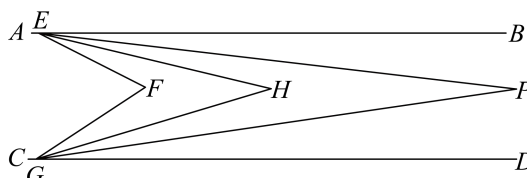


图3

(1) 如图 1, 若 $EF \perp FG$ 垂足为点 F , $\angle FGD = 50^\circ$, 则 $\angle AEF = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

(2) 如图 2, $\angle BEF$ 、 $\angle FGD$ 的角平分线交于点 H , 若 $\angle EFG = 60^\circ$, 则 $\angle H = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

(3) 如图 2, $\angle BEF$ 、 $\angle FGD$ 的角平分线交于点 H , 若 $\angle BEF = x^\circ$, $\angle DGF = y^\circ$, 则 $\angle H = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$. (用 x , y 的代数式表示).

(4) 如图 3, 在图 2 的基础上, EP 、 GP 分别平分 $\angle BEH$ 和 $\angle DGH$, 若 $\angle F = a$, 则 $\angle P = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$. (用含有 a 的代数式表示)

【答案】(1) 140

(2) 30

(3) $\frac{1}{2}(x+y)$

(4) $\frac{a}{4}$

【解析】

【分析】本题主要考查“猪蹄模型”，平行的性质，角平分线的定义，熟练掌握平行的性质是解题的关键.

(1) 过点 F 作 $FH \parallel AB$, 根据平行的性质得到 $\angle EFG = \angle BEF + \angle FGD$, 即可求出答案;

(2) 过点 F 作 $FM \parallel AB$, 过点 H 作 $HN \parallel AB$, 证明 $\angle EFG = \angle BEF + \angle FGD$, $\angle H = \angle BEH + \angle HGD$, 得到 $\angle H = \frac{1}{2}\angle EFG$, 即可得到答案.

(3) 由 (2) 得到 $\angle H = \angle BEH + \angle HGD = \frac{1}{2}\angle BEF + \frac{1}{2}\angle DGF$, 即可得到答案;

(4) 由 (2) 知, $\angle EHG = \frac{1}{2}\angle EFG = \frac{1}{2}a$, 证明 $\angle P = \frac{1}{2}\angle H$, 即可得到结论.

【小问 1 详解】

解: 过点 F 作 $FH \parallel AB$,

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore AB \parallel FH \parallel DC$,

$\therefore \angle BEF = \angle EFH, \angle HFG = \angle FGD$,

$\therefore \angle EFH + \angle HFG = \angle EFG$,

$\therefore \angle BEF + \angle FGD = \angle EFG$,

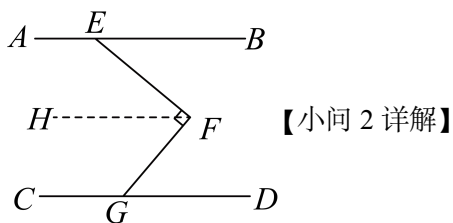
$\because EF \perp FG$,

$\therefore \angle BEF + \angle FGD = 90^\circ$,

$\because \angle FGD = 50^\circ$,

$\therefore \angle BEF = 40^\circ$,

$\therefore \angle AEF = 180^\circ - \angle BEF = 140^\circ$;



解: 过点 F 作 $FM \parallel AB$, 过点 H 作 $HN \parallel AB$,

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore FM \parallel AB \parallel CD, HN \parallel AB \parallel CD$,

$\therefore \angle BEF = \angle EFM, \angle MFG = \angle FGD$,

$\angle BEH = \angle EHN, \angle NHG = \angle HGD$,

$\because \angle EFM + \angle MFG = \angle EFG, \angle EFG = 60^\circ$,

$\therefore \angle BEF + \angle FGD = 60^\circ$,

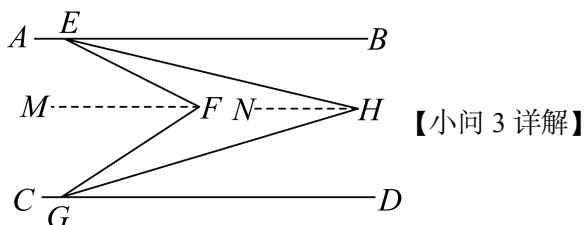
$\because EH, GH$ 是 $\angle BEF$ 与 $\angle FGD$ 的平分线,

$\therefore \angle BEH = \frac{1}{2} \angle BEF, \angle HGD = \frac{1}{2} \angle FGD$,

$\therefore \angle BEH + \angle HGD = \frac{1}{2} (\angle BEF + \angle FGD) = 30^\circ$,

$\because \angle EHN + \angle MHG = \angle EHG$,

$\therefore \angle EHG = \angle BEH + \angle HGD = 30^\circ$;



解: 由 (2) 知,

$\because EH, GH$ 是 $\angle BEF$ 与 $\angle FGD$ 的平分线,

$\therefore \angle BEH = \frac{1}{2} \angle BEF, \angle HGD = \frac{1}{2} \angle FGD$,

$\therefore \angle BEH + \angle HGD = \frac{1}{2} (\angle BEF + \angle FGD) = \frac{1}{2} (x^\circ + y^\circ)$,

$\because HN \parallel AB \parallel CD$,

$\therefore \angle BEH = \angle EHM, \angle NHG = \angle HGD$,

$\because \angle EHN + \angle MHG = \angle EHG$,

$$\therefore \angle EHG = \angle BEH + \angle HGD = \frac{1}{2}(x^{\circ} + y^{\circ}) ;$$

【小问 4 详解】

解： 由 (2) 知,

$$\angle EHG = \frac{1}{2}\angle EFG = \frac{1}{2}a ,$$

$\because EP$ 、 GP 分别平分 $\angle BEH$ 和 $\angle DGH$,

$$\therefore \angle BEP = \frac{1}{2}\angle BEH, \angle PGD = \frac{1}{2}\angle HGD ,$$

$$\therefore \angle P = \frac{1}{2}(\angle BEH + \angle HGD) = \frac{1}{2}\angle EHG = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}a = \frac{1}{4}a .$$

故答案为: $\frac{1}{4}a$.