

明珠中学 2024 学年第二学期七年级 5 月份阶段练习

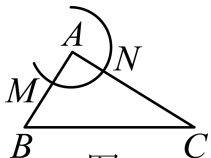
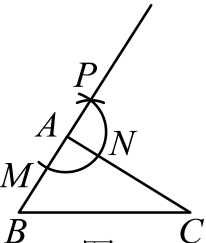
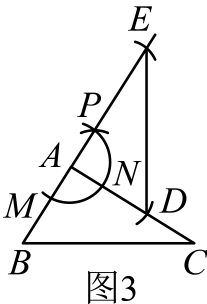
数学试卷

(考试时间 90 分钟 满分 100 分)

2025.5

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分)

1. 综合实践课上，嘉嘉画出了 $\triangle ABC$ ，利用尺规作图画出了 $\triangle ADE$ ，使 $\triangle ADE \cong \triangle ABC$ 。图 1~图 3 是其作图过程。

(1) 以点 A 为圆心，以适当长为半径画弧，交 AB 于点 M，交 AC 于点 N。  图1	(2) 以点 N 为圆心，以 MN 长为半径画弧，与 (1) 中的弧交于点 P，作射线 AP。  图2	(3) 以点 A 为圆心，分别以 AB，AC 长为半径画弧，与边 AC 交于点 D，与射线 AP 交于点 E，连接 DE。  图3
--	---	--

在嘉嘉的作法中，可直接判定 $\triangle ADE \cong \triangle ABC$ 的依据是 ()

- A. SSS B. SAS C. ASA D. AAS

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定定理，由作图可得， $AD = AB$ ， $\angle EAD = \angle CAB$ ， $AE = AC$ ，再结合全等三角形的判定定理判断即可得解，熟练掌握全等三角形的判定定理是解此题的关键。

【详解】解：由作图可得， $AD = AB$ ， $\angle EAD = \angle CAB$ ， $AE = AC$ ，

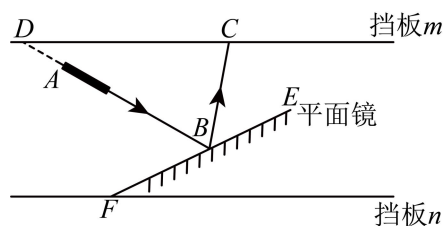
$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ABC$ (SAS)，

$\therefore$ 在嘉嘉的作法中，可直接判定 $\triangle ADE \cong \triangle ABC$ 的依据是 SAS，

故选：B。

2. 如图，一个平面镜 EF 放置在两个互相平行的挡板 m 和 n 之间，平面镜 EF 与挡板 n 形成的锐角为 23° 。一支激光笔从点 A 处发出的光束投射到平面镜上的点 B 处，反射光束投射到挡板 m 上的点 C 处。设

光束 AB 所在直线与挡板 m 的交点为 D ，若 $\angle DBF = \angle CBE = 52^\circ$ ，则 $\angle BCD$ 的度数为（ ）



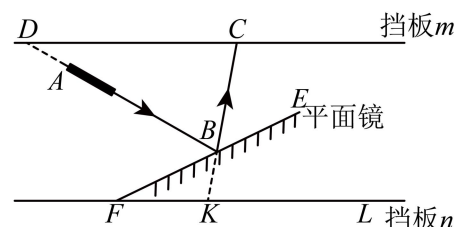
- A. 75° B. 76° C. 104° D. 105°

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查平行线的性质，三角形外角的性质，延长 CB 交 n 于 K ，由三角形的外角性质得到 $\angle CKL = \angle FBK + \angle EFK = 75^\circ$ ，由平行线的性质推出 $\angle BCD = \angle CKL = 75^\circ$ 。

【详解】 解：延长 CB 交 n 于 K ，



$\because$ 平面镜 EF 与挡板 n 形成的锐角为 23° ，

$\therefore \angle EFK = 23^\circ$ ，

$\because \angle FBK = \angle CBE = 52^\circ$ ，

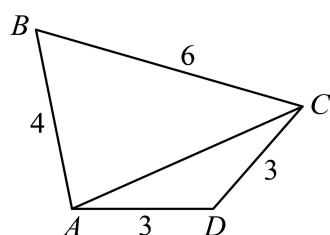
$\therefore \angle CKL = \angle FBK + \angle EFK = 75^\circ$ ，

$\because m \parallel n$ ，

$\therefore \angle BCD = \angle CKL = 75^\circ$ 。

故选：A.

3. 四边形 $ABCD$ 的边长如图所示，对角线 AC 的长度随四边形形状的改变而变化，当 ABC 为等腰三角形时，对角线 AC 的长为（ ）



- A. 4 B. 5 C. 4 或 6 D. 6

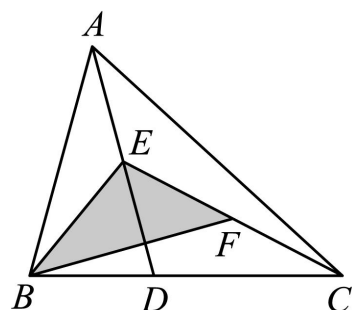
【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了三角形三边关系以及等腰三角形的定义，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题.
利用三角形三边关系求得 $0 < AC < 4$ ，再利用等腰三角形的定义即可求解.

【详解】 解：在 $\triangle ACD$ 中， $AD = CD = 3$ ，
 $\therefore 3 - 3 < AC < 3 + 3$ ，即 $0 < AC < 6$ ，
当 $AC = AB = 4$ 时， ABC 为等腰三角形， $\triangle ACD$ 可以构成三角形；
若 $AC = BC = 6$ 时， ABC 为等腰三角形， $\triangle ACD$ 不可以组成三角形，
故选：A.

4. 如图，点 D 是 ABC 的边 BC 上任意一点，点 E 、 F 分别是线段 AD 、 CE 的中点，若 ABC 的面积为 24，则 $\triangle BEF$ 的面积为（ ）



A. 4 B. 6 C. 8 D. 12

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查三角形中线的性质. 根据三角形的中线平分面积进行计算即可. 熟练掌握三角形的中线平分三角形的面积是解题的关键.

【详解】 解： $\because E$ 、 F 分别是线段 AD 、 CE 的中点，
 $\therefore BE, CE, BF$ 分别为： $\triangle ABD, \triangle ACD, \triangle BCE$ 的中线，
 $\therefore S_{\triangle ABD} = 2S_{\triangle ABE} = 2S_{\triangle BDE}, S_{\triangle ACD} = 2S_{\triangle ACE} = 2S_{\triangle CDE}$ ，
 $\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ACD} = 2S_{\triangle BDE} + 2S_{\triangle CDE} = 2S_{\triangle BCE}$ ，
 $\therefore S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 12$ ，
 $\therefore BF$ 是 $\triangle BCE$ 的中线，
 $\therefore S_{\triangle BEF} = \frac{1}{2}S_{\triangle BCE} = 6$ ；

故选：B.

5. 某种植物适宜生长温度为 $18^{\circ}\text{C} \sim 20^{\circ}\text{C}$ 的山区，已知山区海拔每升高100米，气温下降 0.55°C ，现测得山脚下的气温为 22°C ，问该植物种在山上的哪一部分为宜如果设该植物种植在海拔高度为 x 米的山区较适宜，则由题意可列出的不等式组为（ ）

A. $18 \leq 22 - \frac{x}{100} \times 0.55 \leq 20$

B. $18 \leq 22 - \frac{x}{100} \leq 20$

C. $18 \leq 22 - 0.55x \leq 20$

D. $18 \leq 22 - \frac{x}{100 \times 0.55} \leq 20$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了解不等式组的应用，解题的关键在于逐步分析题意，能够正确书写不等式.

由山区海拔每升高100米，气温下降 0.55°C ，则山区海拔每升高1米，气温下降 $\frac{0.55}{100}^{\circ}\text{C}$ ，根据题意列出不等式组 $18 \leq 22 - \frac{x}{100} \times 0.55 \leq 20$ 即可.

【详解】解： $\because$ 山区海拔每升高100米，气温下降 0.55°C ，

$\therefore$ 山区海拔每升高1米，气温下降 $\left(\frac{0.55}{100}\right)^{\circ}\text{C}$ ，

$\therefore$ 海拔高度为 x 米的山区较适宜的温度应为 $18 \leq 22 - \frac{x}{100} \times 0.55 \leq 20$ ，

故选：A.

6. 有圆柱与圆锥各一个，圆柱与圆锥底面半径的比是 $2:3$ ，圆柱与圆锥高的比是 $4:3$ ，圆锥的体积是 5.4 立方米，圆柱的体积是（ ）立方米.

A. 14.4

B. 9.6

C. 4.8

D. 3.2

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了立体图形的体积，关键利用两数的比解决问题. 根据题意求出体积比即可得到答案.

【详解】解： $\because$ 圆柱与圆锥底面半径的比是 $2:3$ ，

$\therefore$ 圆柱与圆锥底面积的比是 $4:9$ ；

$\because$ 圆柱与圆锥高的比是 $4:3$ ，

根据圆柱与圆锥的体积公式可得圆柱与圆锥体积的比是 $\frac{4 \times 4}{\frac{1}{3} \times 9 \times 3} = 16:9$ ，

$\because$ 圆锥的体积是 5.4 立方米，

$\therefore 5.4 \times \frac{16}{9} = 9.6$ 立方米，

故选 B.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 写出命题“两个全等三角形的面积相等”的逆命题_____.

【答案】两个三角形面积相等, 则这两个三角形全等

【解析】

【详解】本题考查命题的逆命题, 解题的关键是明确原命题的条件和结论, 再交换条件与结论得到逆命题. 确定原命题“两个全等三角形的面积相等”的条件和结论, 交换原命题的条件和结论, 得到逆命题.

【分析】解: 原命题“两个全等三角形的面积相等”中, 条件是“两个三角形全等”, 结论是“这两个三角形的面积相等”.

根据逆命题的定义, 交换原命题的条件和结论, 得到的逆命题为: “两个三角形面积相等则这两个三角形全等”.

故答案为: 两个三角形面积相等, 则这两个三角形全等.

8. 在日常生活中, 我们经常使用一些词语来形容事情发生的可能性大小. 给出下列词语: ①一箭双雕; ②守株待兔; ③十拿九稳; ④百发百中. 可能性最大的为_____ (填序号)

【答案】④

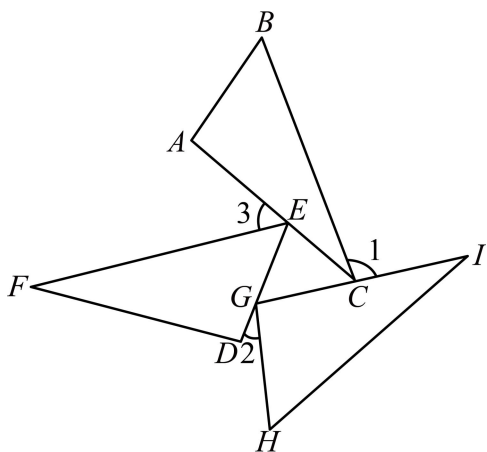
【解析】

【分析】本题考查了事件发生的可能性大小, 根据各成语形容事件发生的可能性的的大小, 逐项分析, 即可求解, 理解成语意义是解题的关键.

【详解】①一箭双雕; 形容事件很难办成, 发生的可能性较小; ②守株待兔; 形容事件在一定条件下可能发生也可能不发生, 发生的可能性很小; ③十拿九稳; 形容事件发生的可能性很大; ④百发百中. 形容事件发生的可能性为百分之百;

故选: ④.

9. 如图, 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF \cong \triangle GHI$, 并将它们摆成如图所示的形式, 那么 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ 的度数等于_____.



【答案】 180° ## 180° 度

【解析】

【分析】 此题考查了三角形内角和定理、全等三角形的性质等知识，熟练掌握三角形内角和定理是关键．根据三角形全等得到 $\angle HGI = \angle BAC, \angle FED = \angle ABC$ ，则 $\angle ACB + \angle HGI + \angle FED = 180^\circ$ ，进一步根据平角定义和三角形内角和定理即可求出 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ 的度数．

【详解】 解： $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF \cong \triangle GHI$

$$\therefore \angle HGI = \angle BAC, \angle FED = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle ACB + \angle HGI + \angle FED = \angle ABC + \angle BAC + \angle ABC = 180^\circ$$

由题意可得， $\angle 1 = 180^\circ - \angle ECG - \angle ACB, \angle 2 = 180^\circ - \angle EGC - \angle HGI, \angle 3 = 180^\circ - \angle FED - \angle CEG$ ，

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^\circ - (\angle ECG + \angle EGC + \angle CEG) - (\angle ACB + \angle HGI + \angle FED)$$

$$\text{又} \because \angle ECG + \angle EGC + \angle CEG = 180^\circ$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^\circ - 180^\circ - 180^\circ = 180^\circ$$

故答案为： 180°

10. 下列说法中，是假命题的是_____．

- ①如果两个角的两边互相平行，那么这两个角相等；
- ②两条直线被第三条直线所截，同旁内角互补；
- ③过直线外一点 P 向直线 m 作垂线段，这条垂线段就是点 P 到直线的距离；
- ④同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直．

【答案】 ①②③

【解析】

【分析】 本题主要考查了判断命题真假，点到直线的距离，平行线的性质，垂直的定义，解题的关键是熟

练掌握各自的概念和性质. 根据平行线的性质, 根据点到直线的距离的定义和垂直的性质求解即可.

【详解】解: ①如果两个角的两边互相平行, 那么这两个角相等或者互补, 原命题是假命题;

②两条平行直线被第三条直线所截, 同旁内角互补, 原命题是假命题;

③过直线外一点 P 向直线 m 作垂线段, 这条垂线段的长度就是点 P 到直线的距离, 原命题是假命题;

④同一平面内, 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直, 原命题是真命题.

故答案为: ①②③.

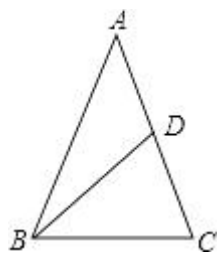
11. 等腰三角形一腰上的中线把这个三角形的周长分别为 14cm 和 21cm 两部分, 这个等腰三角形底边的长为_____.

【答案】 $\frac{49}{3}$ cm 或 7cm

【解析】

【分析】根据题意作出图形, 设 $AD=DC=x$, $BC=y$, 然后分两种情况列出方程组求解, 再根据三角形的三边关系判断即可求解.

【详解】解: 如图所示,



设腰 $AB=AC=x$, 底 $BC=y$,

根据 BD 是中线可得: $AD=DC=\frac{AC}{2}=\frac{1}{2}x$,

由题意得:

$$\begin{cases} x + \frac{x}{2} = 14 \\ y + \frac{x}{2} = 21 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x + \frac{x}{2} = 21 \\ y + \frac{x}{2} = 14 \end{cases},$$

$$\text{解之: } \begin{cases} x = \frac{28}{3} \\ y = \frac{49}{3} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 14 \\ y = 7 \end{cases},$$

当 $\begin{cases} x = \frac{28}{3} \\ y = \frac{49}{3} \end{cases}$ 时, $AB=AC=\frac{28}{3}$, 底 $BC=\frac{49}{3}$, 符合三角形的三边关系;

当 $\begin{cases} x = 14 \\ y = 7 \end{cases}$ 时, 等腰三角形的三边为 14, 14, 7, 符合三角形的三边关系;

故这个等腰三角形的底边长是 $\frac{49}{3}$ 或 7,

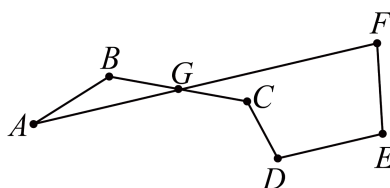
故答案为: $\frac{49}{3}$ cm 或 7cm.

【点睛】 本题考查三角形三边关系, 等腰三角形的性质以及二元一次方程组的应用等知识, 注意分类讨论是解答本题的关键.

12. 如图①为北斗七星的位置图, 如图②将北斗七星分别标为 A 、 B 、 G 、 C 、 D 、 E 、 F , 将 A 、 B 、 G 、 C 、 D 、 E 、 F 顺次首尾连接. 若 B 、 G 、 C 三点共线, AF 恰好经过点 G , 且 $AF \parallel DE$, $\angle B = \angle BCD + 8^\circ$, $\angle D = 110^\circ$, 则 $\angle B - \angle CGF =$ _____.



图①



图②

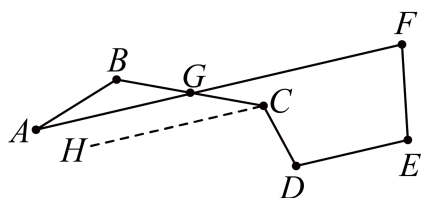
【答案】 118°

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行线的判定和性质, 熟练掌握平行线的判定和性质是解题的关键.

过点 C 作 $CH \parallel AF$, 则 $AF \parallel DE \parallel CH$, 得到 $\angle CGF = \angle GCH$, $\angle D = \angle DCH$, 进而得出 $\angle BCD = 110^\circ + \angle CGF$, 计算即可得到答案.

【详解】 解: 如图, 过点 C 作 $CH \parallel AF$,



$\therefore AF \parallel DE$,

$\therefore AF \parallel DE \parallel CH$,

$\therefore \angle CGF = \angle GCH$, $\angle D = \angle DCH$,

$$\therefore \angle BCD = \angle DCH + \angle GCH = \angle D + \angle CGF = 110^\circ + \angle CGF,$$

$$\because \angle B = \angle BCD + 8^\circ,$$

$$\therefore \angle B - \angle CGF = \angle BCD + 8^\circ - \angle CGF = 110^\circ + \angle CGF + 8^\circ - \angle CGF = 118^\circ.$$

故答案为: 118° .

13. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x < m+2 \\ x > 3m+4 \end{cases}$ 无解, 那么 m 应满足的条件为_____.

【答案】 $m \geq -1$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次不等式组, 一元一次不等式组的解集的应用. 根据已知得出关于 m 的不等式, 求出即可.

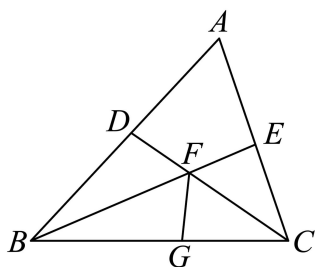
【详解】 解: $\because x$ 的不等式组 $\begin{cases} x < m+2 \\ x > 3m+4 \end{cases}$ 无解,

$$\therefore m+2 \leq 3m+4,$$

$$\text{解得: } m \geq -1,$$

故答案为: $m \geq -1$.

14. 如图, 在锐角三角形 ABC 中, $\angle BAC = 60^\circ$, BE , CD 分别为 ABC 的角平分线, BE , CD 相交于点 F , FG 平分 $\angle BFC$, 已知 $BD = 3$, $CE = 2$, $\triangle BFC$ 的面积为 2.5, 则 $\triangle BCD$ 的面积为_____.



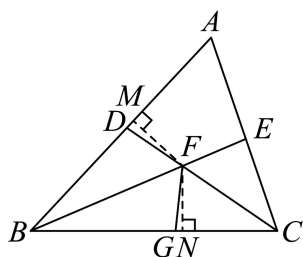
【答案】 4

【解析】

【分析】 此题考查了全等三角形的判定与性质、角平分线的性质, 过点 F 作 $FN \perp BC$ 于点 N , $FM \perp AB$ 于点 M , 根据角平分线性定理求出 $FM = FN$, 结合三角形内角和定理、邻补角定义、角平分线定义求出 $\angle BFD = 60^\circ = \angle BFG$, 利用 ASA 证明 $\triangle BDF \cong \triangle BGF$, $\triangle CEF \cong \triangle CGF$, 则 $BD = BG$, $CE = CG$, $BC = BG + CG = BD + CE = 5$, 根据三角形面积公式求出 $FN = 1 = FM$, $S_{\triangle BDF} = \frac{1}{2} BD \cdot FM = \frac{3}{2}$, 再根据 $\triangle BCD$ 的面积 $= S_{\triangle BDF} + S_{\triangle BFC}$ 求解即可, 熟练运用全等三角形的判定与性质、三角形面积公式是解题的关

键.

【详解】解：如图，过点 F 作 $FN \perp BC$ 于点 N ， $FM \perp AB$ 于点 M ，



$\because \angle BAC = 60^\circ$ ， BE 、 CD 为三角形 ABC 的角平分线，

$$\therefore \angle EBC + \angle DCB = \frac{1}{2} \angle ABC + \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle BAC) = 60^\circ, \quad FM = FN,$$

$$\therefore \angle BFC = 180^\circ - (\angle EBC + \angle DCB) = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BFD = 60^\circ,$$

$\because FG$ 平分 $\angle BFC$ ，

$$\therefore \angle BFG = \frac{1}{2} \angle BFC = 60^\circ = \angle DFB,$$

$$\text{在 } \triangle BDF \text{ 和 } \triangle BGF \text{ 中 } \begin{cases} \angle BFD = \angle BFG \\ BF = BF \\ \angle DBF = \angle GBF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BDF \cong \triangle BGF (\text{ASA}),$$

$$\therefore BD = BG,$$

同理可得 $\triangle CEF \cong \triangle CGF (\text{ASA})$ ，

$$\therefore CE = CG,$$

$$\therefore BC = BG + CG = BD + CE,$$

$$\because BD = BG = 3, \quad CE = CG = 2,$$

$$\therefore BC = 5,$$

$\because \triangle BFC$ 的面积为 2.5，

$$\therefore \frac{1}{2} BC \cdot FN = 2.5,$$

$$\therefore FN = 1,$$

$$\therefore FM = 1,$$

$$\therefore S_{\triangle BDF} = \frac{1}{2} BD \cdot FM = \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \triangle BCD \text{ 的面积} = S_{\triangle BDF} + S_{\triangle BFC} = 4,$$

故答案为：4.

15. 关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} mx+3y=9 \\ 4x-3y=0 \end{cases}$ 有正整数解，且关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x+m \geq 5 \\ \frac{2x+5}{3} < 7-x \end{cases}$ 有解，则满足条件的

的整数 m 的值为_____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 本题考查解二元一次方程组 and 一元一次不等式组的能力，解题的关键是根据题意得出关于 m 的不等式组. 根据不等式组求出 m 的范围，然后再根据方程组求出 m 的取值，从而确定的 m 的可能值即可得出答案.

【详解】 解：解方程组 $\begin{cases} mx+3y=9 \\ 4x-3y=0 \end{cases}$ 得： $\begin{cases} x=\frac{9}{m+4} \\ y=\frac{12}{m+4} \end{cases}$,

$\because$ 方程组 $\begin{cases} mx+3y=9 \\ 4x-3y=0 \end{cases}$ 有正整数解，

$\therefore m+4=1, 3,$

解得： $m=-3$ 或 $-1,$

解不等式组 $\begin{cases} 2x+m \geq 5 \\ \frac{2x+5}{3} < 7-x \end{cases}$ ，得： $\frac{5-m}{2} \leq x < \frac{16}{5},$

$\because$ 不等式组 $\begin{cases} 2x+m \geq 5 \\ \frac{2x+5}{3} < 7-x \end{cases}$ 有解，

$\therefore \frac{5-m}{2} < \frac{16}{5},$

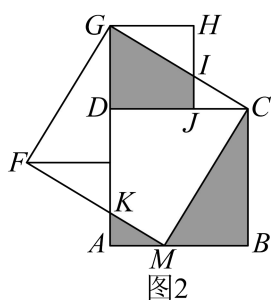
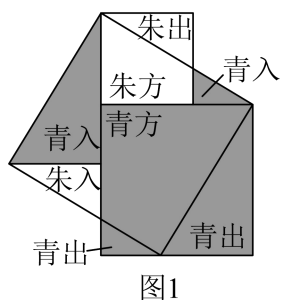
解得： $m > -\frac{7}{5},$

$\therefore$ 满足条件的整数 m 的值为 $-1.$

故答案为： $-1.$

16. 青朱出入图（图 1）是东汉末年数学家刘徽根据“割补术”运用数形关系证明勾股定理引入的图形，该图中的两个青入的三角形分别与两个青出的三角形全等，朱入与朱出的三角形全等，朱方与青方是两个正方形. 为便于叙述，将其绘成图 2，若记朱方对应正方形 $GDJH$ 的边长为 a ，青方对应正方形 $ABCD$ 的边

长为 b ，已知 $b - a = 3$ ， $a^2 + b^2 = 29$ ，则图 2 中的阴影部分面积为_____.



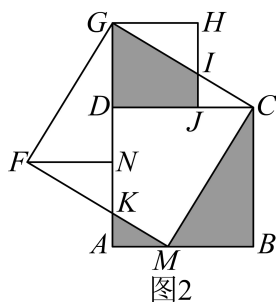
【答案】 10

【解析】

【分析】 本题主要考查勾股定理的证明、全等三角形的性质、完全平方公式等知识点，掌握数形结合思想成为解题的关键.

根据题意可得 $\triangle IJC \cong \triangle KAM$ 可以求出 $S_{\triangle IJC} = S_{\triangle KAM}$ ，即可得到图 2 中的阴影部分面积为 $S_{\triangle GDC} + S_{\triangle BCM}$ ，用 a ， b 表示，再运用完全平方公式计算即可.

【详解】 解：如图 2，



$\because$ 朱方对应正方形 $GDJH$ 的边长为 a ，青方对应正方形 $ABCD$ 的边长为 b ，

$\therefore GD = GH = a, CD = BC = b$ ，

$\because$ 朱入与朱出的三角形全等，

$\therefore \triangle FNK \cong \triangle GHI$ ，

$\therefore FN = GH = a$ ，

$\because$ 两个青入的三角形分别与两个青出的三角形全等，

$\therefore \triangle IJC \cong \triangle KAM, \triangle GFN \cong \triangle CMB$ ，

$\therefore S_{\triangle IJC} = S_{\triangle KAM}, BM = FN = a$ ，

$\therefore$ 阴影部分面积为 $S_{\text{四边形} GDJI} + S_{\triangle KAM} + S_{\triangle BCM}$

$$= S_{\text{四边形}GDJI} + S_{\triangle IJC} + S_{\triangle BCM}$$

$$= S_{\triangle GDC} + S_{\triangle BCM}$$

$$= \frac{1}{2}GD \cdot CD + \frac{1}{2}BM \cdot BC$$

$$= \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab$$

$$= ab,$$

$$\because b-a=3, \quad a^2+b^2=29,$$

$$\therefore ab = \frac{(a^2+b^2)-(b-a)^2}{2} = \frac{29-3^2}{2} = 10, \text{ 即阴影部分的面积为 } 10.$$

故答案为：10.

17. 我们给出定义：若三角形中一个内角 α (α 为正整数度数) 是另一个内角的 n 分之一 (n 为大于 1 的正整数)，我们称这个三角形是“ n 分角三角形”，其中 α 称为“分角”

已知一个“2 分角三角形”中有一个内角为 60° ，那么这个“2 分角三角形”中分角 α 的度数是_____；已知一个“ n 分角三角形”中有一个内角为 50° ，那么这个“ n 分角三角形”中分角 α 的度数可能值共有_____种.

【答案】 ①. 30° 或 40° ②. 8

【解析】

【分析】 本题考查了三角形内角和定理：三角形内角和为 180° ．正确理解新定义是解决问题的关键．

若一个“2 分角三角形”中有一个内角为 60° ，根据新定义，当 $\alpha = 60^\circ$ ，则 $2\alpha = 120^\circ$ ，不合题意舍去；

当 $2\alpha = 60^\circ$ ，则 $\alpha = 30^\circ$ ；当 $\alpha + 2\alpha + 60^\circ = 180^\circ$ ，解得 $\alpha = 40^\circ$ ；若一个“ n 分角三角形”中有一个内

角为 50° ，当 $\alpha = 50^\circ$ ，另一个角为 $n\alpha$ ， n 可以取 2；当 $n\alpha = 50^\circ$ ，即 $\alpha = \frac{50^\circ}{n}$ ，则可求出 α 可以为

$25^\circ, 10^\circ, 5^\circ, 2^\circ, 1^\circ$ ；当 $\alpha + n\alpha + 50^\circ = 180^\circ$ ，解得 $\alpha = \frac{130^\circ}{n+1}$ ，则 α 可求出 α 为 $26^\circ, 13^\circ, 10^\circ, 5^\circ, 2^\circ, 1^\circ$ ，从

而得到分角 α 的度数可能值共有 8 种.

【详解】解：若一个“2 分角三角形”中有一个内角为 60° ，

当 $\alpha = 60^\circ$ ，则 $2\alpha = 120^\circ$ ，不符合三角形内角和定理，舍去；

当 $2\alpha = 60^\circ$ ，则 $\alpha = 30^\circ$ ，符合三角形内角和定理；

当 $\alpha + 2\alpha + 60^\circ = 180^\circ$ ，解得 $\alpha = 40^\circ$ ，

综上所述，这个“2 分角三角形”中分角 α 的度数是 30° 或 40° ；

若一个“ n 分角三角形”中有一个内角为 50° ，

当 $\alpha = 50^\circ$, 另一个角为 $n\alpha$, n 可以取 2;

当 $n\alpha = 50^\circ$, 即 $\alpha = \frac{50^\circ}{n}$, n 为大于 1 的正整数, 则 α 可以为 $25^\circ, 10^\circ, 5^\circ, 2^\circ, 1^\circ$;

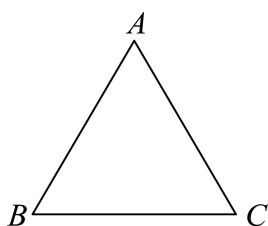
当 $\alpha + n\alpha + 50^\circ = 180^\circ$, 解得: $\alpha = \frac{130^\circ}{n+1}$, n 为大于 1 的正整数,

则 α 可以为 $26^\circ, 13^\circ, 10^\circ, 5^\circ, 2^\circ, 1^\circ$;

综上所述, 这个“ n 分角三角形”中分角 α 的度数可能值共有 8 种.

故答案为: 30° 或 $40^\circ; 8$.

18. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 三条边的长都为 10 cm, 三个内角都相等, 点 P 、 Q 同时从点 A 出发, 点 P 以每秒 1 cm 速度沿 AB 向点 B 运动, 点 Q 以每秒 4 cm 速度沿折线 $A-C-B$ 运动, 当点 Q 到达点 B 时, 点 P 也同时停止运动. 如果点 Q 在边 BC 上, 且以 A 、 B 、 C 中的两点 and 点 Q 为顶点构成的三角形与 $\triangle PAC$ 全等, 那么运动的时间为 _____ 秒.



【答案】 2 或 $\frac{10}{3}$ 或 4.

【解析】

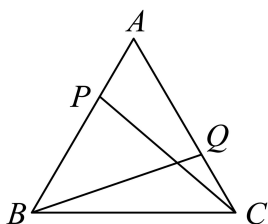
【分析】 本题主要考查全等三角形的判定、等边三角形的性质等知识, 学会用分类讨论的思想思考问题是解题的关键.

分当点 Q 在 AC 上时以及当点 Q 在 BC 上时的有两种情形 $CQ = AP$ 或 $BQ = PA$ 满足条件, 分别构建方程求解即可.

【详解】 解: 当点 Q 在 AC 上时, $CQ = PA$ 时, $\triangle BCQ \cong \triangle CAP$,

$\therefore AP = t, AQ = 4t, CQ = 10 - 4t$,

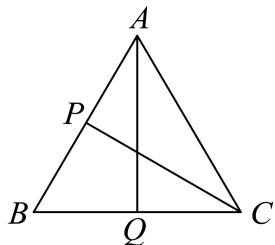
$\therefore t = 10 - 4t$, 解得: $t = 2$.



当点 Q 在 BC 上时,

如图: 当 $CQ = AP$ 时, $\triangle ACQ \cong \triangle CAP$, $AP = t$, $CQ = 4t - 10$, $BQ = 20 - 4t$;

$$\therefore 4t - 10 = t, \text{ 解得: } t = \frac{10}{3};$$



如图: 当 $BQ = PA$ 时, $\triangle ABQ \cong \triangle CAP$,

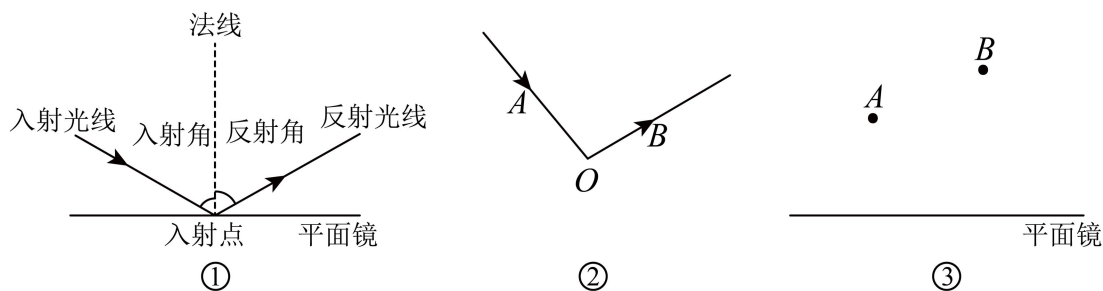
$$\therefore 20 - 4t = t, \text{ 解得 } t = 4,$$

综上所述, 满足条件的 t 的值为 2 或 $\frac{10}{3}$ 或 4.

故答案为: 2 或 $\frac{10}{3}$ 或 4.

三、解答题: (本大题共 6 道题, 共 58 分)

19. 光的反射是生活中常见的现象, 图①是光的反射示意图 (反射角等于入射角且法线与平面镜垂直, 垂足为入射点).



(1) 如图②, 已知: 入射光线 AO , 反射光线 OB . 求作: 法线 OP .

(2) 如图③, 已知: A 为入射光线上一点, B 为反射光线上一点. 求作: 入射点 O . 要求: ①用直尺和圆规作图; ②保留作图的痕迹, 写出必要的文字说明.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】本题主要考查了角平分线和垂线的尺规作图, 线段的尺规作图, 正确理解题意是解题的关键.

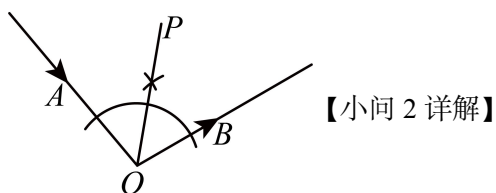
(1) 根据入射角等于反射角可知, 发现法线即为入射光线与反射光线组成的角的角平分线, 据此作 $\angle AOB$ 的角平分线 OP 即可;

(2) 过点 A 作平面镜所在直线的垂线, 垂足为 D , 以 D 为圆心, AD 的长为半径画弧交直线 AD 于 C , 连接 CB 交平面镜所在直线于点 O , 则点 O 即为所求.

【小问 1 详解】

解：如图所示，射线 OP 即为所求；

作 $\angle AOB$ 的角平分线 OP ，则射线 OP 即为所求；

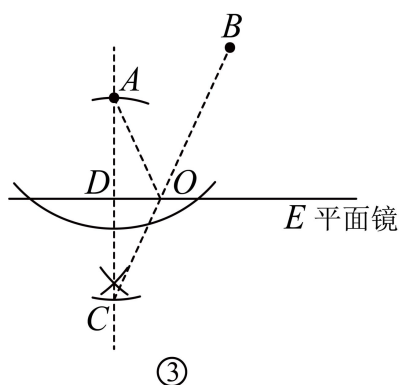


解：如图所示，过点 A 作平面镜所在直线的垂线，垂足为 D ，以 D 为圆心， AD 的长为半径画弧交直线 AD 于 C ，连接 CB 交平面镜所在直线于点 O ，则点 O 即为所求；

由对称性可得 $\angle AOD = \angle COD$ ，而 $\angle COD = \angle BOE$ ，

$\therefore \angle AOD = \angle BOE$ ，

再根据等角的余角相等可得点 O 即为所求。



20. 某校志愿者社团为了解全校 2800 名学生参加志愿服务的情况，随机抽取部分学生进行以下问卷调查：

1. 本学期您参加志愿服务的时长（每项含最大值，不含最小值）大约是_____；

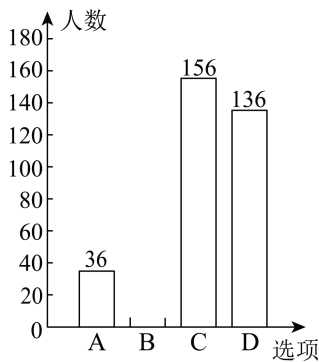
A. 0~3h B. 3~6h C. 6~9h D. 9h 以上

2. 学校计划组织学生们到博物馆参加“小小解说员”的志愿服务活动，您最想去的一座博物馆是_____。

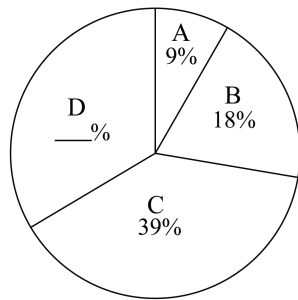
E. 烟台市博物馆 F. 北极星钟表文化博物馆 G. 磁山地质博物馆 H. 张裕酒文化博物馆

形成了如下不完整的调查报告：

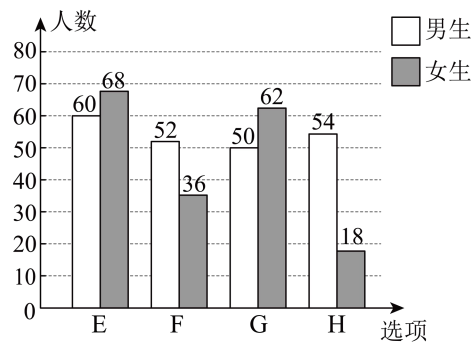
本学期参加志愿服务
时长条形统计图



本学期参加志愿服务
时长扇形统计图



最想去的博物馆条形统计图



请根据以上信息解答下列问题:

- (1) 求出参与本次抽样调查的学生人数, 并将条形统计图和扇形统计图补充完整;
- (2) 请估计在本校 2800 名学生中, 本学期参加志愿服务的时长大约“6~9h”的学生人数;
- (3) 若有一男生一女生想采用抽签的方式(第一人抽签后又放回, 第二人再抽取)决定去哪座博物馆解说, 请用列表格求出两人正好抽到各自性别中最想去的博物馆的概率.

【答案】 (1) 400 人, 补全条形图与扇形图见解析

(2) 1092 人 (3) $\frac{1}{16}$

【解析】

【分析】 本题考查条形图与扇形图的结合, 用样本估计总体的数量, 列举法求概率.

(1) 将选择 A 选项的人数除以其百分比, 即可求出本次抽样调查的学生人数. 将抽样调查的人数乘以 B 选项的百分比, 求出选择 B 选项的人数, 将 D 选项的人数除以本次抽样调查的学生人数求出其百分比, 即可补全条形图与扇形图;

(2) 由样本可以估计本学期参加志愿服务的时长大约“6~9h”的学生有 39%, 将其乘以总人数 2800 人, 即可解答;

(3) 根据众数的定义可得男生和女生最想去的博物馆都是“E. 烟台市博物馆”, 列表求出抽签的所有结果数及满足条件的结果数, 根据概率公式计算即可.

【小问 1 详解】

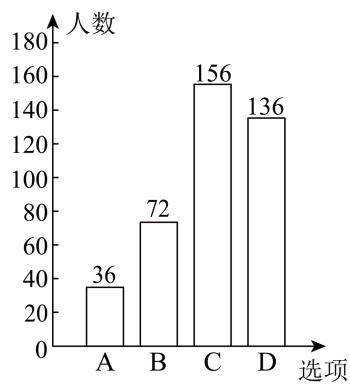
解: 参与本次抽样调查的学生人数为 $36 \div 9\% = 400$ (人),

条形图中选择 B 选项的人数为: $400 \times 18\% = 72$ (人),

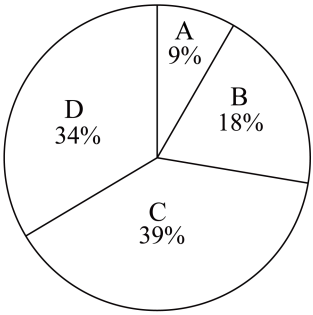
扇形图中选择 D 选项的百分比为: $136 \div 400 = 34\%$,

补全条形图与扇形图如下:

本学期参加志愿服务
时长条形统计图



本学期参加志愿服务
时长扇形统计图



【小问 2 详解】

解： $2800 \times 39\% = 1092$ （人），

$\therefore$ 本学期参加志愿服务的时长大约 “6~9h” 的学生 1092 人.

【小问 3 详解】

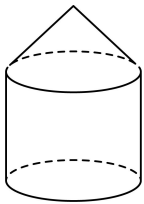
解： 由题意可知， 男生最想去的博物馆是 “E. 烟台市博物馆”， 女生最想去的博物馆是 “E. 烟台市博物馆” .

男女生的抽签情况列表为：

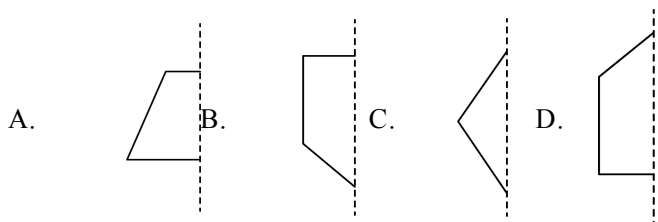
女 \ 男	E	F	G	H
E	(E,E)	(F,E)	(G,E)	(H,E)
F	(E,F)	(F,F)	(G,F)	(H,F)
G	(E,G)	(F,G)	(G,G)	(H,G)
H	(E,H)	(F,H)	(G,H)	(H,H)

由表格可得， 共有 16 种等可能结果， 其中满足两人正好抽到各自性别中最想去的博物馆的情况有 1 种， 概率为 $\frac{1}{16}$.

21. 如图是一个粮仓， 已知粮仓底面直径为 8m， 粮仓顶部顶点到地面的垂直距离为 9m， 粮仓下半部分高为 6m， 观察并回答下列问题：



- (1) 粮仓是由两个几何体组成的，它们的名称分别是_____、_____.
- (2) 用一个平面去截粮仓，截面可能是_____ (写出一个即可)；
- (3) 将下面的图形分别绕虚线旋转一周，_____ (填字母) 能形成粮仓；



- (4) 求出该粮仓的容积 (计算结果保留 π). ($V_{\text{圆柱}} = \pi r^2 h$, $V_{\text{圆锥}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$)

【答案】 (1) 圆锥、圆柱

- (2) 圆 (3) D

- (4) $V = 112\pi \text{m}^3$;

【解析】

【分析】 本题考查旋转体及圆锥圆柱的体积.

- (1) 根据图形拆分图形即可得到答案；
- (2) 用一个平面去截圆锥或圆柱，都可以得到一个圆，即可解答；
- (3) 根据图形的旋转体：直角三角形沿直角边旋转得到圆锥，矩形旋转得到圆柱即可得到答案；
- (4) 根据圆锥圆柱的体积公式代入求解即可得到答案；

【小问 1 详解】

解：由图像可得，

图形的上部是一个圆锥，下部是圆柱，

故答案为：圆锥、圆柱；

【小问 2 详解】

解：用一个平面去截粮仓，可以得到一个圆，

故答案为：圆 (答案不唯一)；

【小问 3 详解】

解：由 (1) 得，

直角三角形按直角边旋转得到圆锥，矩形旋转得到圆柱，

故选：D；

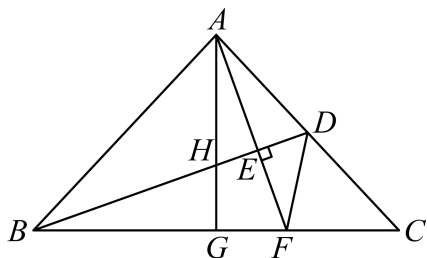
【小问 4 详解】

解：由题意可得，

$\therefore$ 粮仓底面直径为 8m ，粮仓顶部顶点到地面的垂直距离为 9m ，粮仓下半部分高为 6m ，

$$\therefore V = \pi \times (8 \div 2)^2 \times 6 + \frac{1}{3} \times \pi \times (8 \div 2)^2 \times (9 - 6) = 96\pi + 16\pi = 112\pi \text{ (m}^3\text{)};$$

22. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，点 D 为边 AC 上的一点，点 E 为线段 BD 上一点。若 $AE \perp BD$ ，延长 AE 交 BC 于点 F ， BC 边的高 AG 交 BD 于点 H 。



(1) 若 BD 为 $\angle ABC$ 的平分线，求证： $AE = \frac{1}{2}BH$ 。

(2) 若 BD 为 $\triangle ABC$ 的中线，联结 DF ，求证： $\angle ADB = \angle CDF$ 。

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】本题主要考查了等腰三角形的性质，以及全等三角形的判定与性质；

(1) 根据等腰直角三角形的性质得出 $AG = BG = CG = \frac{1}{2}BC$ ，再根据角之间的关系得出 $\angle GBH = \angle GAF$ ，再得出 $\triangle AGF \cong \triangle BGH$ ，从而得出 $BH = AF$ ，再根据三线合一的性质得出 $AE = EF = \frac{1}{2}AF$ ，从而证明 $AE = \frac{1}{2}BH$ ；

(2) 过 C 作 $CN \perp AC$ 交 AF 延长线于 N ，根据角之间的关系得出 $\angle ABD = \angle CAN$ ，再证明 $\triangle BAD \cong \triangle ACN$ ，从而得出 $\angle ADB = \angle N$ ， $AD = CN$ ，再证明 $\triangle CDF \cong \triangle CNF$ ，从而证明 $\angle ADB = \angle CDF$ 。

【小问 1 详解】

证明： $\because AB = AC$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ， AG 是 BC 边上的高，

$$\therefore AG = BG = CG = \frac{1}{2}BC, \quad \angle BGH = \angle AGF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GBH + \angle BHG = 90^\circ,$$

$$\because AE \perp BD,$$

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GAF + \angle AHE = 90^\circ,$$

$$\because \angle BHG = \angle AHE,$$

$$\therefore \angle GBH = \angle GAF,$$

在 $\triangle AGF$ 和 BGH 中,
$$\begin{cases} \angle GAF = \angle GBH \\ \angle AGF = \angle BGH, \\ AG = BG \end{cases}$$

$\therefore \triangle AGF \cong \triangle BGH$ (AAS),

$\therefore BH = AF$,

$\because BE \perp AF$, BE 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle BEA = \angle BEF$, $\angle ABE = \angle FBE$,

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle FBE$ 中

$$\begin{cases} \angle BEA = \angle BEF \\ BE = BE \\ \angle ABE = \angle FBE \end{cases},$$

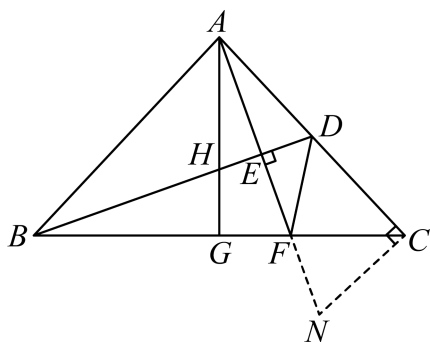
$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FBE$ (ASA),

$\therefore AE = EF = \frac{1}{2} AF$

$\therefore AE = \frac{1}{2} BH$;

【小问 2 详解】

证明: 过点 C 作 $CN \perp AC$ 交 AF 延长线于点 N ,



$\therefore \angle ACN = 90^\circ = \angle BAD$,

$\because AE \perp BD$,

$\therefore \angle AEB = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABD + \angle BAE = 90^\circ$,

$\therefore \angle CAN + \angle BAE = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABD = \angle CAN$,

$$\text{在 } \triangle BAD \text{ 和 } \triangle ACN \text{ 中, } \begin{cases} \angle ABD = \angle CAN \\ BA = AC \\ \angle BAD = \angle ACN \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle ACN (\text{ASA}),$$

$$\therefore \angle ADB = \angle N, \quad AD = CN, \quad AN = BD,$$

$\because BD$ 是 ABC 中线,

$$\therefore AD = CD,$$

$$\therefore CD = CN,$$

$$\because AB = AC, \quad \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCF = 45^\circ,$$

$$\because \angle ACN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle NCF = \angle ACN - \angle DCF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DCF = \angle NCF,$$

$$\text{在 } \triangle CDF \text{ 和 } \triangle CNF \text{ 中, } \begin{cases} CD = CN \\ \angle DCF = \angle NCF \\ CF = CF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle CDF \cong \triangle CNF (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle CDF = \angle N$$

$$\therefore \angle ADB = \angle CDF.$$

23. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \angle C$, 点 D 在 BC 边上, $\angle BAD = 50^\circ$ (如图 1).

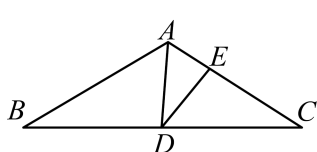
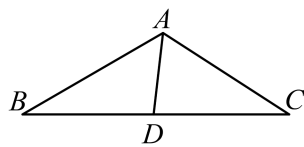
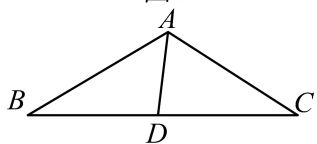


图1



备用图



备用图

- (1) 若 E 在 $\triangle ABC$ 的 AC 边上, 且 $\angle ADE = \angle B$, 求 $\angle EDC$ 的度数;
- (2) 若 $\angle B = 30^\circ$, E 在 $\triangle ABC$ 的 AC 边上, $\triangle ADE$ 是等腰三角形, 求 $\angle EDC$ 的度数; (简写主要解答过程即可);
- (3) 若 AD 将 $\triangle ABC$ 分割成的两个三角形中有一个是等腰三角形, 求 $\angle B$ 的度数. (直接写出答案).

【答案】(1) $\angle EDC$ 的度数为 50°

(2) $\angle EDC$ 的度数为 10° 或 40° 或 25°

(3) $\angle B$ 的度数为 50° 或 $(\frac{130}{3})^\circ$ 或 $(\frac{80}{3})^\circ$

【解析】

【分析】(1) 由三角形外角的性质及已知即可得出结论；

(2) 由等腰三角形的性质可得， $\angle BAC=120^\circ$ 。所以 $\angle DAC=\angle BAC-\angle BAD=70^\circ$ ，由三角形的外角的性质可知， $\angle ADC=\angle B+\angle BAD=80^\circ$ ，由等腰三角形的性质可知，需要分类讨论，分三种情况，再利用等腰三角形的性质可得出结论；

(3) 若 $\triangle ABD$ 为等腰三角形，则只能 $AD=BD$ ，所以 $\angle B=\angle BAD=50^\circ$ 。若 $\triangle ACD$ 为等腰三角形，则只能 $AD=CD$ 或 $AC=DC$ ，根据等腰三角形的性质可得出结论。

【小问 1 详解】

解： $\because \angle ADC$ 是 $\triangle ABD$ 的外角，

$$\therefore \angle ADC=\angle B+\angle BAD,$$

$$\because \angle ADC=\angle ADE+\angle EDC, \text{ 且 } \angle ADE=\angle B, \angle BAD=50^\circ,$$

$$\therefore \angle EDC=\angle BAD=50^\circ.$$

即 $\angle EDC$ 的度数为 50° ；

【小问 2 详解】

解： $\because \angle B=\angle C=30^\circ$,

$$\therefore \angle BAC=180^\circ-(\angle B+\angle C)=120^\circ.$$

$$\because \angle BAD=50^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC=\angle BAC-\angle BAD=70^\circ,$$

$\because \angle ADC$ 是 $\triangle ABD$ 的外角，

$$\therefore \angle ADC=\angle B+\angle BAD=80^\circ,$$

$\because \triangle ADE$ 是等腰三角形，

若 $AE=DE$ ，则 $\angle ADE=\angle DAC=70^\circ$ ，

$$\therefore \angle EDC=\angle ADC-\angle ADE=10^\circ.$$

若 $AD=DE$ ，则 $\angle AED=\angle DAC$ ，

$$\therefore \angle ADE=180^\circ-2\angle DAC=40^\circ,$$

$$\therefore \angle EDC=\angle ADC-\angle ADE=40^\circ.$$

若 $AE=AD$, 则 $\angle ADE = \angle AED = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle DAC) = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$,

$\therefore \angle EDC = \angle ADC - \angle ADE = 25^\circ$.

即 $\angle EDC$ 的度数为 10° 或 40° 或 25° ;

【小问 3 详解】

解: 若 $\triangle ABD$ 为等腰三角形, 则只能 $AD = BD$,

$\therefore \angle B = \angle BAD = 50^\circ$.

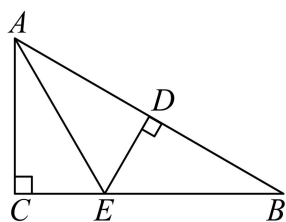
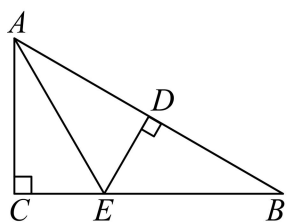
若 $\triangle ACD$ 为等腰三角形, 则只能 $AD = CD$ 或 $AC = DC$,

$\therefore \angle B = \angle C = \angle CAD = \frac{180^\circ - \angle BAD}{3} = \left(\frac{130}{3}\right)^\circ$ 或 $\angle B = \angle C = \frac{180^\circ - 2\angle BAD}{3} = \left(\frac{80}{3}\right)^\circ$,

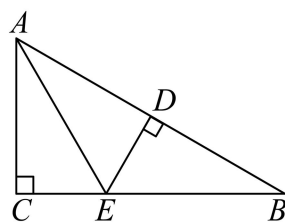
$\therefore \angle B$ 的度数为 50° 或 $\left(\frac{130}{3}\right)^\circ$ 或 $\left(\frac{80}{3}\right)^\circ$.

【点睛】 本题主要考查三角形的内角和定理, 三角形的外角的性质, 等腰三角形的性质, 分类讨论思想等内容, 解题的关键是掌握等腰三角形的性质.

24. 已知: 如图, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, AB 的垂直平分线分别交 AB , BC 于点 D , 点 E , 连接 AE .



备用图1



备用图1

(1) 如图, 求证: AE 平分 $\angle BAC$;

(2) 若点 F 是线段 CB 上的一点 (点 F 不与点 B , C , E 重合), 现以 AF 为一边, 作 $\angle AFG = 60^\circ$, 使得点 B , G 在直线 AF 的同侧, 且 $AF = GF$.

①求证: E , D , G 三点共线;

②试探究 EF , EG 与 EB 之间的数量关系, 并说明理由.

【答案】 (1) 见解析;

(2) ①见解析; ② $EG = EB - EF$ 或 $EG = EB + EF$, 理由见解析

【解析】

【分析】 (1) 根据三角形的内角和定理得到 $\angle BAC = 60^\circ$, 根据线段垂直平分线的性质得到 $EA = EB$, 得到 $\angle BAE = \angle B = 30^\circ$, 根据角平分线的定义即可得到结论;

(2) ①如图, 连接 AG , DG 由 (1) 得 $\angle BAC = 60^\circ$, $AC = AD$, 根据等边三角形的性质得到 $AF = AG$, $\angle FAG = 60^\circ$, 求得 $\angle BAC = \angle FAG$, 得到 $\angle FAC = \angle GAD$, 根据全等三角形的性质得到

$\angle C = \angle ADG = 90^\circ$ ，于是得到结论；

②分两种情况讨论：当点 F 在点 E 左侧时， $EG = EB - EF$ ，延长 GE 到 M ，使得 $EM = EF$ ，连接 FM ，根据三角形的内角和定理得到 $\angle DEB = 90^\circ - \angle B = 60^\circ$ ，根据等边三角形的性质得到 $MF = EF$ ， $\angle MFE = 60^\circ$ ，求得 $\angle AEC = 90^\circ - \angle CAE = 60^\circ$ ，根据全等三角形的性质即可得到结论；如图所示，当点 F 在点 E 右侧时， $EG = EB + EF$ ，同理可证 $EG = EB + EF$ 。于是得到结论。

【小问 1 详解】

证明： $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ,$$

$\because DE$ 垂直平分 AB ，

$$\therefore EA = EB,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle B = 30^\circ,$$

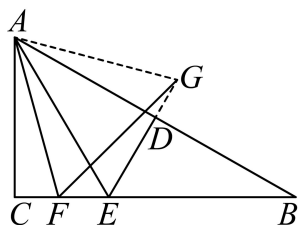
$$\therefore \angle EAC = \angle BAC - \angle BAE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle EAC = 30^\circ,$$

$\therefore AE$ 平分 $\angle BAC$ ；

【小问 2 详解】

①证明：如图，连接 AG ， DG ，



由 (1) 得 $\angle BAC = 60^\circ$ ， $AC = AD$ ，

$\because \angle AFG = 60^\circ$ ， $AF = FG$ ，

$\therefore \triangle AFG$ 是等边三角形，

$$\therefore AF = AG, \angle FAG = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle FAG,$$

$\because \angle FAC = \angle BAC - \angle BAF$ ，

$$\angle GAD = \angle GAF - \angle BAF,$$

$$\therefore \angle FAC = \angle GAD,$$

$$\therefore \triangle FAC \cong \triangle GAD (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle C = \angle ADG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE + \angle ADG = 180^\circ,$$

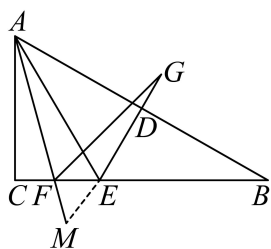
$\therefore E, D, G$ 三点共线;

$$\textcircled{2} EG = EB - EF \text{ 或 } EG = EB + EF.$$

理由: 分两种情况讨论:

I 如图所示, 当点 F 在点 E 左侧时, $EG = EB - EF$,

延长 GE 到 M , 使得 $EM = EF$, 连接 FM ,



$$\because \angle EDB = 90^\circ, \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DEB = 90^\circ - \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle FEM = \angle DEB = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle EFM$ 是等边三角形,

$$\therefore MF = EF, \angle MFE = 60^\circ,$$

$$\because \angle C = 90^\circ, \angle CAE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AEC = 90^\circ - \angle CAE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AFG = \angle MFE = \angle AEC,$$

$$\because \angle AFE = \angle AFG + \angle GFB,$$

$$\angle GFM = \angle EFM + \angle GFB,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle GFM,$$

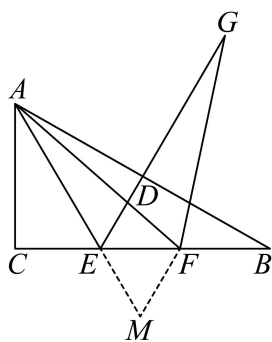
$$\therefore \triangle AFE \cong \triangle GFM (\text{ASA}),$$

$$\therefore AE = GM,$$

$$\therefore BE = GM,$$

即 $EG = EB - EF$;

II 如备用图 2 所示, 当点 F 在点 E 右侧时, $EG = EB + EF$,



同理可证 $EG = EB + EF$.

综上所述, EF , EG 与 EB 之间的数量关系为 $EG = EB - EF$ 或 $EG = EB + EF$.

【点睛】 本题是三角形的综合题, 考查了全等三角形的判定和性质, 等边三角形的判定和性质, 线段垂直平分线的性质, 角平分线的定义, 正确地作出辅助线是解题的关键.