

## 2024 学年第二学期初一数学小练习 3

### 一、选择题:

1. 下列说法中, 一定正确的是 ( )

A. 如果  $a > b$ , 那么  $ac > bc$

B. 如果  $ac < bc$ , 那么  $a < b$

C. 如果  $a > b$ , 那么  $ac^2 > bc^2$

D. 如果  $ac^2 > bc^2$ , 那么  $a > b$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查不等式的基本性质, 根据不等式的基本性质逐项判断解答即可.

【详解】解: A. 当  $c = 0$  时,  $ac = bc$ , 原说法不成立;

B. 当  $c < 0$  时,  $a > b$ , 原说法不成立;

C. 当  $c = 0$  时,  $ac^2 = bc^2$ , 原说法不成立;

D. 由  $ac^2 > bc^2$  可知  $c^2 > 0$ , 即可得到  $a > b$ , 原说法成立;

故选: D.

2. 下列条件中, 不能判定  $ABC$  是等腰三角形的是 ( )

A.  $AB = 3$ ,  $AC = 3$ ,  $BC = 4$

B.  $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 4$

C.  $\angle B = 50^\circ$ ,  $\angle C = 80^\circ$

D.  $AB : AC : BC = 4 : 5 : 6$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了等腰三角形的判定, 三角形内角和定理应用. 由等腰三角形的定义与等角对等边的判定定理, 即可求得答案.

【详解】解: A、 $\because AB = 3$ ,  $AC = 3$ ,  $BC = 4$

$\therefore AB = AC$ ,

$\therefore ABC$  是等腰三角形; 故选项 A 不符合题意;

B、 $\because \angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 4$ ,

$\therefore \angle B = \angle C$ ,

$\therefore AC = AB$ ,

$\therefore ABC$  是等腰三角形, 故选项 B 不符合题意;

C、 $\because \angle B = 50^\circ$ ,  $\angle C = 80^\circ$ ,

$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C = 50^\circ$ ,

$$\therefore \angle A = \angle B,$$

$$\therefore AC = BC,$$

$\therefore ABC$  是等腰三角形, 故选项 C 不符合题意;

$$D、\because AB:AC:BC = 4:5:6$$

$$\therefore AB \neq BC \neq AC,$$

$\therefore ABC$  不是等腰三角形, 故选项 D 符合题意.

故选: D.

3. 三角形的三边分别为 3、 $4-2a$ 、5, 则  $a$  的取值范围是 ( )

$$A. 2 < a < 8$$

$$B. 0 < a < 1$$

$$C. a < 1$$

$$D. -2 < a < 1$$

【答案】D

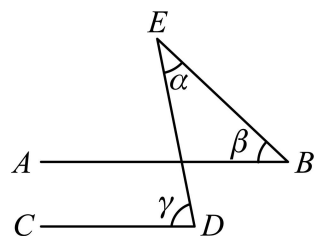
【解析】

【分析】本题考查了三角形的三边关系, 根据三角形的两边之和大于第三边, 两边之差小于第三边, 列出不等式解答即可求解, 掌握三角形的三边关系是解题的关键.

【详解】解: 由三角形三边关系可得,  $5-3 < 4-2a < 3+5$ ,  
解得  $-2 < a < 1$ ,

故选: D.

4. 如图, 已知  $AB \parallel CD$ , 则下列关系式一定成立的是 ( )



$$A. a + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$B. a + \beta + 2\gamma = 180^\circ$$

$$C. a - \beta + \gamma = 0^\circ$$

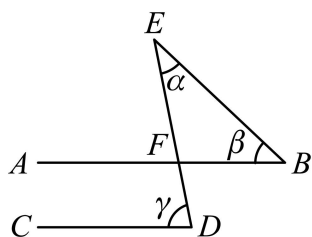
$$D. a + \beta - \gamma = 0^\circ$$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要查了平行线的性质, 三角形内角和定理. 设  $AB, DE$  交于点  $F$ , 根据平行线的性质, 可得  $\angle AFE = \angle D = \gamma$ , 从而得到  $\angle BFE = 180^\circ - \angle AFE = 180^\circ - \gamma$ , 再由三角形内角和定理解答即可.

【详解】解: 如图, 设  $AB, DE$  交于点  $F$ ,



$\therefore AB \parallel CD$ ,

$\therefore \angle AFE = \angle D = \gamma$ ,

$\therefore \angle BFE = 180^\circ - \angle AFE = 180^\circ - \gamma$ ,

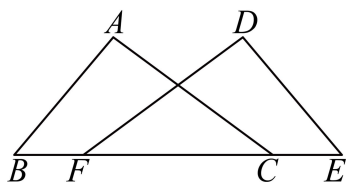
$\therefore \angle E + \angle B + \angle BFE = 180^\circ$ ,

$\therefore \alpha + \beta + 180^\circ - \gamma = 180^\circ$ ,

$\therefore \alpha + \beta - \gamma = 0^\circ$ .

故选: D

5. 如图, 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中, 点  $B, F, C, E$  在同一直线上,  $\angle B = \angle E$ ,  $AB = DE$ , 只添加一个条件, 仍不能说明  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  的是 ( )



A.  $BF = CE$

B.  $\angle A = \angle D$

C.  $\angle ACB = \angle DFE$

D.  $AC = DF$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了全等三角形的判定, 熟练掌握全等三角形的判定定理是解题的关键. 根据全等三角形的判定定理“SAS”, “ASA”, “AAS”逐项判定.

【详解】解: A、由  $BF = CE$  可得  $BC = EF$ , 结合  $\angle B = \angle E$ ,  $AB = DE$ , 可根据“SAS”判定  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , 故不符合题意;

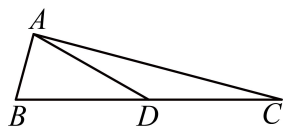
B、由  $\angle B = \angle E$ ,  $AB = DE$ ,  $\angle A = \angle D$ , 可根据“ASA”判定  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , 故不符合题意;

C、由  $\angle ACB = \angle DFE$ ,  $\angle B = \angle E$ ,  $AB = DE$ , 可根据“AAS”判定  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , 故不符合题意;

D、由  $AC = DF$ ,  $AB = DE$ ,  $\angle B = \angle E$ , 根据“SSA”不能判定  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , 故符合题意.

故选：D.

6. 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  为  $BC$  的中点,  $AB = 1$ ,  $AD = 2$ , 则  $AC$  长度可以是 ( )



A. 1

B. 2

C. 3

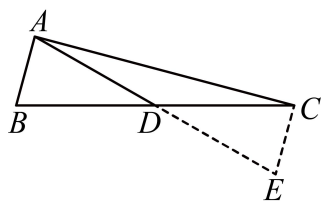
D. 4

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定和性质, 三角形的三边关系, 延长  $AD$  至  $E$ , 使得  $DE = AD = 2$ , 即得  $AE = 4$ , 可证  $\triangle CDE \cong \triangle BDA$  (SAS), 得到  $CE = AB = 1$ , 再根据三角形三边关系求出  $AC$  的取值范围即可求解, 正确作出辅助线是解题的关键.

【详解】解: 如图, 延长  $AD$  至  $E$ , 使得  $DE = AD = 2$ ,



$$\therefore AE = 2 + 2 = 4,$$

$\because D$  为  $BC$  的中点,

$$\therefore CD = BD,$$

在  $\triangle CDE$  和  $\triangle BDA$  中,

$$\begin{cases} ED = AD \\ \angle CDE = \angle BDA, \\ CD = BD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CDE \cong \triangle BDA (\text{SAS}),$$

$$\therefore CE = AB = 1,$$

$$\therefore AE - CE < AC < AE + CE,$$

$$\therefore 4 - 1 < AC < 4 + 1,$$

$$\text{即 } 3 < AC < 5,$$

$$\therefore AC \text{ 长度可以是 } 4,$$

故选：D.

二、填空题:

7. 已知  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ,  $\angle A = \angle B = 35^\circ$ , 则  $\angle F =$ \_\_\_\_\_.

【答案】  $110^\circ$  ## 110 度

【解析】

【分析】 本题考查三角形的内角和定理, 全等三角形的性质, 先根据三角形的内角和定理求出  $\angle C$ , 再由全等三角形的性质得到  $\angle F = \angle C$  即可解答.

【详解】 解:  $\because \angle A = \angle B = 35^\circ$ ,

$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 110^\circ,$$

$$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF,$$

$$\therefore \angle F = \angle C = 110^\circ.$$

故答案为:  $110^\circ$

8. 不等式  $4 - 2(x - 1) < 1$  的解集为\_\_\_\_\_.

【答案】  $x > \frac{5}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查解一元一次不等式, 解题的关键是掌握解一元一次不等式的基本步骤.

不等式去括号, 移项合并, 把  $x$  系数化为 1, 即可求出解;

【详解】 解:  $4 - 2(x - 1) < 1$

去括号得,  $4 - 2x + 2 < 1$

移项, 合并同类项得,  $-2x < -5$

系数化为 1 得,  $x > \frac{5}{2}$ .

故答案为:  $x > \frac{5}{2}$ .

9. 如果等腰三角形的周长为 40, 那么底边  $x$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

【答案】  $0 < x < 20$

【解析】

【分析】 本题考查了等腰三角形的定义, 三角形三边关系, 由题意可得两腰长的和为  $40 - x$ , 进而根据三角形三边关系解答即可求解, 掌握三角形三边关系是解题的关键.

【详解】 解:  $\because$  等腰三角形的底边长为  $x$ ,

$\therefore$  两腰长的和为  $40 - x$ , 两腰长的差为 0,

由三角形三边关系可得,  $40 - x > x$ ,

解得  $x < 20$ ,

又  $\because x > 0$ ,

$\therefore$  底边  $x$  的取值范围为  $0 < x < 20$ ,

故答案为:  $0 < x < 20$ .

10. 已知等腰三角形的顶角是底角的 4 倍, 则顶角的度数为\_\_\_\_\_.

【答案】  $120^\circ$

【解析】

【分析】 根据等腰三角形的两底角相等, 设底角的度数为  $x$ , 则顶角的度数为  $4x$ , 利用三角形的内角和定理即可求得  $x$  的值, 进而求得顶角的度数.

【详解】 设底角的度数为  $x$ , 则顶角的度数为  $4x$ , 根据题意得:

$$x+x+4x=180$$

解得:  $x=30$ .

当  $x=30$  时, 顶角  $=4x=4 \times 30^\circ = 120^\circ$ .

故答案为  $120^\circ$ .

【点睛】 本题考查了等腰三角形的性质: 等腰三角形的两个底角相等, 正确利用方程思想是关键.

11. 等腰  $ABC$  的一个外角的大小为  $100^\circ$ , 则这个三角形的底角的大小为\_\_\_\_\_.

【答案】  $50^\circ$  或  $80^\circ$

【解析】

【分析】 本题考查三角形内外角的关系, 等腰三角形的性质. 先根据三角形相邻的内角与外角互补即可求出相邻的内角为  $80^\circ$ , 然后分两种情况讨论: ①  $80^\circ$  的内角为顶角, ②  $80^\circ$  的内角为底角, 求解即可.

【详解】 解: 等腰  $ABC$  的一个外角为  $100^\circ$ , 则相邻的内角为  $180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ ,

①若  $80^\circ$  的内角为顶角, 则底角为  $\frac{1}{2}(180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$ ,

②若  $80^\circ$  的内角为底角, 则底角为  $80^\circ$ .

综上所述, 这个三角形的底角为  $50^\circ$  或  $80^\circ$ .

故答案为:  $50^\circ$  或  $80^\circ$

12. 若  $(a-3)^2 + |b-7| = 0$ , 则以  $a$ 、 $b$  为边长的等腰三角形的周长为\_\_\_\_\_.

【答案】 17

【解析】

【分析】 先根据非负数的性质列式求出  $a$ 、 $b$  的值, 再分情况讨论求解即可.

【详解】解：  $\because (a-3)^2 + |b-7| = 0$ ,

$$\therefore a-3=0, \quad b-7=0,$$

解得：  $a=3, \quad b=7$ ,

①若  $a=3$  是腰长，则底边为 7，三角形的三边分别为 3、3、7，

$$\because 3+3 < 7,$$

$\therefore$  3、3、7 不能组成三角形；

②若  $b=7$  是腰长，则底边为 3，三角形的三边分别为 7、7、3，能组成三角形，

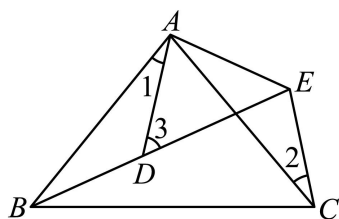
周长为：  $7+7+3=17$ ,

$\therefore$  以  $a$ 、 $b$  为边长的等腰三角形的周长为 17，

故答案为：17.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质，绝对值和平方的非负性，以及三角形的三边关系，难点在于要分类讨论求解.

13. 如图所示，  $AB=AC$ ，  $AD=AE$ ，  $\angle BAC = \angle DAE$ ，  $\angle 1 = 28^\circ$ ，  $\angle 2 = 30^\circ$ ，则  $\angle 3 =$  \_\_\_\_\_.



【答案】  $58^\circ$  度

【解析】

【分析】先证明  $\triangle BAD \cong \triangle CAE$ ，在利用三角形外角性质计算即可.

【详解】  $\because \angle BAC = \angle DAE$ ,

$$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle EAC,$$

在  $\triangle BAD$  和  $\triangle CAE$  中，

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle EAC, \\ AD = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle 2 = \angle ABD = 30^\circ,$$

$$\because \angle 1 = 28^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 + \angle ABD = 28^\circ + 30^\circ = 58^\circ,$$

故答案为：58°.

【点睛】本题考查了三角形全等的判定和性质，三角形外角性质，熟练掌握三角形全等判定和性质是解题的关键.

14. 不等式组  $\begin{cases} x < 3.2 \\ x \geq \frac{-2m+1}{3} \end{cases}$  有 80 个整数解，则  $m$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

【答案】  $\frac{229}{2} \leq m < 116$

【解析】

【分析】本题考查了一元一次不等式组的整数解，解一元一次不等式组的应用，解此题的关键是能得出关于  $m$  的不等式组.

求出不等式组的解集，然后根据不等式组有 80 个整数解，进而求得  $m$  的取值范围.

【详解】解：  $\begin{cases} x < 3.2 \\ x \geq \frac{-2m+1}{3} \end{cases}$

解得：  $\frac{-2m+1}{3} \leq x < 3.2$ ,

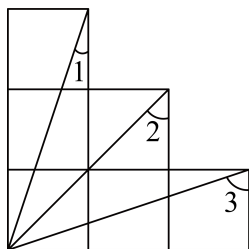
$\therefore$  不等式组有 80 个整数解，

$\therefore -77 < \frac{-2m+1}{3} \leq -76$ ,

解得：  $\frac{229}{2} \leq m < 116$ .

故答案为：  $\frac{229}{2} \leq m < 116$

15. 如图为 6 个边长相等的正方形的组合图形，则  $\angle 1 + \angle 3 - \angle 2 =$ \_\_\_\_\_.

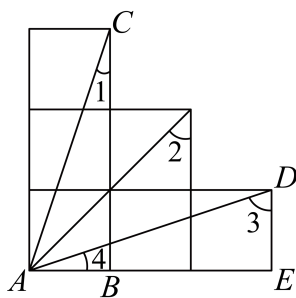


【答案】 45° ## 45 度

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定和性质，网格结构. 利用“边角边”证明  $\triangle ABC \cong \triangle DEA$ ，根据全等三角形对应角相等可得  $\angle 1 = \angle 4$ ，然后求出  $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ ，再判断出  $\angle 2 = 45^\circ$ ，然后计算即可得解.

【详解】解：标注字母，如图所示，



在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEA$  中，

$$\begin{cases} AB = DE \\ \angle ABC = \angle DEA = 90^\circ, \\ BC = EA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEA (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 4,$$

$$\therefore \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle 2 = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 - \angle 2 = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ.$$

故答案为：  $45^\circ$  .

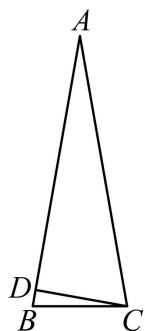
16. 等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角为  $70^\circ$ ，则等腰三角形的顶角度数为\_\_\_\_\_.

【答案】  $20^\circ$  或  $160^\circ$

【解析】

【分析】要注意分类讨论，等腰三角形可能是锐角三角形也可能是钝角三角形，然后根据三角形的内角和以及三角形的外角的性质即可求解.

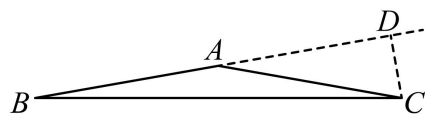
【详解】解：若三角形为锐角三角形时，如图，  $AB = AC$ ，  $\angle ACD = 70^\circ$ ，  $CD$  为高，即  $\angle ADC = 90^\circ$ ，



此时  $\angle A + \angle ACD + \angle ADC = 180^\circ$ ,

$$\therefore \angle A = 180^\circ - 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ,$$

若三角形为钝角三角形时, 如图,  $AB = AC$ ,  $\angle ACD = 70^\circ$ ,  $CD$  为高, 即  $\angle ADC = 90^\circ$ ,



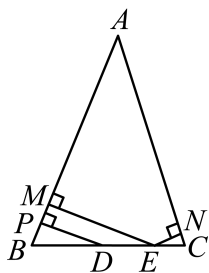
此时  $\angle BAC = \angle D + \angle ACD = 90^\circ + 70^\circ = 160^\circ$ ,

综上, 等腰三角形的顶角的度数为  $20^\circ$  或  $160^\circ$ .

故答案为:  $20^\circ$  或  $160^\circ$ .

【点睛】本题主要考查了等腰三角形的性质, 三角形外角的性质, 三角形内角和定理, 解题的关键是根据题意画出图形, 并注意分类讨论.

17. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $D$  为  $BC$  中点, 过点  $D$  作  $DP \perp AB$ ,  $DP = 3$ ,  $E$  为  $BC$  上一点, 过点  $E$  作  $EM \perp AB$ ,  $EN \perp AC$ ,  $EM = 4.2$ , 则  $EN =$ \_\_\_\_\_.



【答案】1.8

【解析】

【分析】本题考查了与三角形的高有关的面积计算, 添加适当的辅助线, 根据题意得出

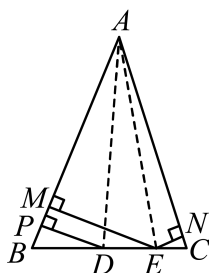
$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABF} + S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2}AB \cdot DF + \frac{1}{2}AC \cdot EF$  是解此题的关键. 连接  $AD$ ,  $AE$ , 根据  $D$  为  $BC$  中点,

得出  $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}AB \cdot DP$ , 从而得出  $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ACD} = 2S_{\triangle ABD} = AB \cdot DP$ , 根据三角形面积

得出  $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2}AB \cdot EM + \frac{1}{2}AC \cdot EN$ , 从而得出  $AB \cdot DP = \frac{1}{2}AB \cdot EM + \frac{1}{2}AB \cdot EN$ , 代

入数据计算即可.

【详解】解: 如图, 连接  $AD$ ,  $AE$ ,



$\because D$  为  $BC$  中点,

$$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AB \cdot DP,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ACD} = 2S_{\triangle ABD} = AB \cdot DP,$$

$\because EM \perp AB, EN \perp AC,$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} AB \cdot EM + \frac{1}{2} AC \cdot EN,$$

$$\therefore AB \cdot DP = \frac{1}{2} AB \cdot EM + \frac{1}{2} AB \cdot EN,$$

$$\because DP = 3, EM = 4.2,$$

$$\therefore 3AB = \frac{1}{2} \times 4.2 \times AB + \frac{1}{2} AB \cdot EN,$$

解得:  $EN = 1.8$ .

故答案为: 1.8.

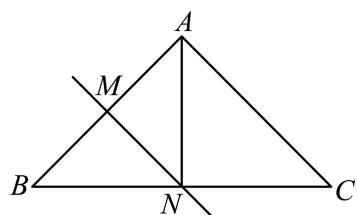
18. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ , 把  $\triangle ABC$  折叠, 使点  $B$  与点  $A$  重合, 折痕交  $AB$  于点  $M$ , 交  $BC$  于点  $N$ . 如果  $\triangle CAN$  是等腰三角形, 则  $\angle B$  的度数为\_\_\_\_\_.

【答案】  $45^\circ$  或  $36^\circ$ .

【解析】

【详解】  $MN$  是  $AB$  的中垂线, 则  $\triangle ABN$  是等腰三角形, 且  $NA=NB$ , 即可得到  $\angle B = \angle BAN = \angle C$ . 然后对  $\triangle ANC$  中的边进行讨论, 然后在  $\triangle ABC$  中, 利用三角形内角和定理即可求得  $\angle B$  的度数.

解:  $\because$  把  $\triangle ABC$  折叠, 使点  $B$  与点  $A$  重合, 折痕交  $AB$  于点  $M$ , 交  $BC$  于点  $N$ ,



$\therefore MN$  是  $AB$  的中垂线.

$\therefore NB=NA$ .

$\therefore \angle B = \angle BAN$ ,

$\because AB=AC$

$\therefore \angle B = \angle C$ .

设  $\angle B = x^\circ$ , 则  $\angle C = \angle BAN = x^\circ$ .

1) 当  $AN=NC$  时,  $\angle CAN = \angle C = x^\circ$ .

则在 $\triangle ABC$ 中, 根据三角形内角和定理可得:  $4x=180$ ,

解得:  $x=45^\circ$  则  $\angle B=45^\circ$ ;

2) 当  $AN=AC$  时,  $\angle ANC=\angle C=x^\circ$ , 而  $\angle ANC=\angle B+\angle BAN$ , 故此时不成立;

3) 当  $CA=CN$  时,  $\angle NAC=\angle ANC=\frac{180-x}{2}$ .

在 $\triangle ABC$ 中, 根据三角形内角和定理得到:  $x+x+x+\frac{180-x}{2}=180$ ,

解得:  $x=36^\circ$ .

故 $\angle B$ 的度数为  $45^\circ$  或  $36^\circ$ .

### 三、解答题:

19. 解不等式组  $\begin{cases} 3x < 5x + 6, \\ \frac{x+1}{6} + 1 \geq \frac{x-1}{2} \end{cases}$ , 将它的解集表示在数轴上, 并求出其自然数解.

【答案】不等式组的解集为  $-3 < x \leq 5$ , 数轴表示见解析, 自然数解为 0, 1, 2, 3, 4, 5

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次不等式组, 在数轴上表示不等式组的解集, 不等式组的自然数解, 先求出每个不等式的解集, 取解集的公共部分可得不等式组的解集, 再把解集在数轴上表示出来, 最后根据数轴求出自然数解即可, 掌握解一元一次不等式组的步骤是解题的关键.

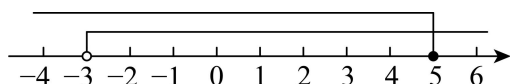
【详解】解:  $\begin{cases} 3x < 5x + 6 \text{ ①} \\ \frac{x+1}{6} + 1 \geq \frac{x-1}{2} \text{ ②} \end{cases}$ ,

解不等式①, 得  $x > -3$ ,

解不等式②, 得  $x \leq 5$ ,

$\therefore$  不等式组的解集为  $-3 < x \leq 5$ ,

不等式组的解集在数轴上表示如下:



由数轴可知, 不等式组的自然数解为 0, 1, 2, 3, 4, 5.

20. 已知关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} x \geq m + 2 \\ -2x - 19 \geq 4m + 31 \end{cases}$  无解, 且关于  $y$  的一元一次方程  $4y + 1 = -m$  有非负整数解,

求  $m$  的值.

【答案】 $m = -1$  或  $-5$

【解析】

【分析】 本题考查根据不等式组的解集与一元一次方程的解求参数，熟练掌握不等式组的解集与一元一次方程的解是解题的关键.

根据不等式组无解得到  $m > -9$ ，根据一元一次方程有非负整数解得到  $m \leq -1$ ，且  $m = -1, -5, -9, -13, -17, \dots$ ，综合即可解答.

【详解】 解：不等式组可化为 
$$\begin{cases} x \geq m+2 \\ x \leq -2m-25 \end{cases}$$

$\therefore$  该不等式组无解，

$$\therefore -2m-25 < m+2,$$

$$\therefore m > -9.$$

由  $4y+1=-m$  得  $y=-\frac{m+1}{4}$ ,

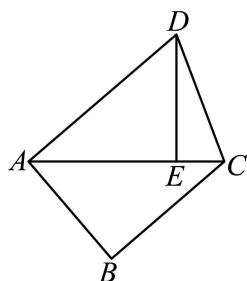
$\therefore$  该一元一次方程有非负整数解，

$$\therefore -\frac{m+1}{4} \geq 0, \text{ 且 } m+1=0, -4, -8, -12, -16, \dots \text{ (即 } -4 \text{ 的倍数)}$$

$$\therefore m \leq -1, \text{ 且 } m = -1, -5, -9, -13, -17, \dots$$

综上， $m = -1$  或  $-5$ .

21. 如图，在四边形  $ABCD$  中， $\angle BAD = 90^\circ$ ， $AD \parallel BC$ ， $DE \perp AC$ ，垂足为点  $E$ ， $DE = AB$ .



(1) 求证： $\triangle ABC \cong \triangle DEA$ .

(2) 若  $\angle ACB = 40^\circ$ ，求  $\angle CDE$  的度数.

【答案】 (1) 见解析 (2)  $20^\circ$

【解析】

【分析】 (1) 根据  $AD \parallel BC$ ，可得  $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle DAE = \angle ACB$ ，再由  $DE = AB$ ，即可求证；

(2) 根据  $\triangle ABC \cong \triangle DEA$ ，可得  $AD = AC$ ， $\angle DAC = \angle ACB = 40^\circ$ ，从而得到  $\angle ADC = 70^\circ$ ，即可求解.

【小问 1 详解】

证明： $\because AD \parallel BC$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ, \angle DAE = \angle ACB,$$

$$\therefore DE \perp AC,$$

$$\therefore \angle AED = \angle ABC = 90^\circ$$

$$\therefore DE = AB,$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEA;$$

【小问2详解】

$$\text{解: } \because \triangle ABC \cong \triangle DEA,$$

$$\therefore AD = AC, \angle DAC = \angle ACB = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle ACD,$$

$$\therefore \angle ADC = 70^\circ,$$

$$\therefore DE \perp AC,$$

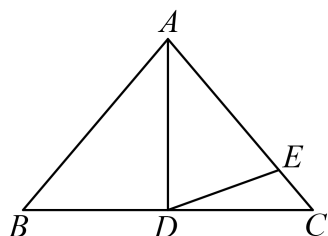
$$\therefore \angle ADE + \angle DAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = 20^\circ.$$

【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定和性质，熟练掌握全等三角形的判定和性质是解题的关键.

22. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $AD$  为  $BC$  边上的中线,  $E$  为  $AC$  上一点, 且  $AE = AD$ ,  $\angle BAD = 40^\circ$ , 求  $\angle CDE$  的度数.



【答案】  $20^\circ$

【解析】

【分析】本题考查了等腰三角形的性质，三角形内角和定理，三角形全等的判定与性质，熟练掌握以上知识点是解题的关键. 先证  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ , 推出  $\angle CAD = \angle BAD$ ,  $\angle ADC = 90^\circ$ , 再根据等边对等角及三角形内角和定理可得  $\angle ADE = \angle AED = \frac{180^\circ - \angle DAC}{2}$ , 进而根据  $\angle ADC - \angle ADE$  即可求解.

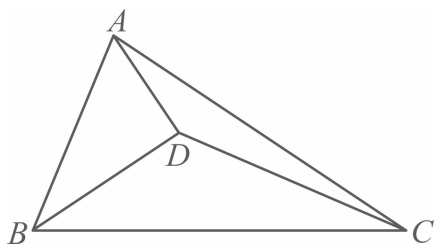
【详解】解:  $\because AB = AC$ ,  $AD$  为  $BC$  边上的中线,

$$\therefore \angle B = \angle C, BD = CD,$$

在  $\triangle ABD$  和  $\triangle ACD$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle B = \angle C$ ,  $BD = CD$ ,

$$\begin{aligned}
&\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD, \\
&\therefore \angle ADB = \angle ADC, \angle CAD = \angle BAD, \\
&\because \angle ADB + \angle ADC = 180^\circ, \angle BAD = 40^\circ, \\
&\therefore \angle ADC = 90^\circ, \angle CAD = \angle BAD = 40^\circ, \\
&\therefore AE = AD, \\
&\therefore \angle ADE = \angle AED = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ, \\
&\therefore \angle CDE = \angle ADC - \angle ADE = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ.
\end{aligned}$$

23. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $\angle ABC = 2\angle ACB$ ,  $BD$  平分  $\angle ABC$ ,  $AD \perp BD$ ,



- (1) 若  $\triangle BDC$  的面积是 5, 求  $\triangle ABC$  的面积;
- (2) 求证:  $AC = 2BD$ .

**【答案】** (1) 10

(2) 证明见解析

**【解析】**

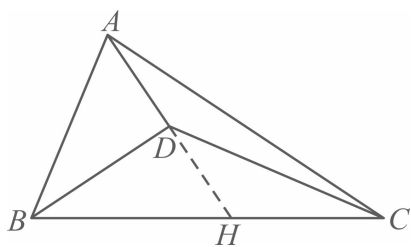
**【分析】** (1) 延长  $AD$  交  $BC$  于点  $H$ , 可证  $\triangle ABD \cong \triangle HBD$  (ASA), 可得  $AD = HD$ , 进而由中线性质的可得  $S_{\triangle BAD} = S_{\triangle BHD}$ ,  $S_{\triangle CAD} = S_{\triangle CHD}$ , 即得  $S_{\triangle BAD} + S_{\triangle CAD} = S_{\triangle BHD} + S_{\triangle CHD} = S_{\triangle BDC} = 5$ , 即可求解;

(2) 过点  $B$  作  $BF \perp AC$  于  $F$ , 过点  $C$  作  $CE \perp BD$  的延长线于  $E$ , 可证  $\triangle BCF \cong \triangle CBE$  (AAS), 可得  $BF = CE$ , 又由 (1) 得  $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle BDC}$ , 即可得  $\frac{1}{2}AC \cdot BF = 2 \times \frac{1}{2}BD \cdot CE$ , 即可求证;

本题考查了全等三角形的判定和性质, 三角形中线的性质, 角平分线的定义, 正确作出辅助线是解题的关键.

**【小问 1 详解】**

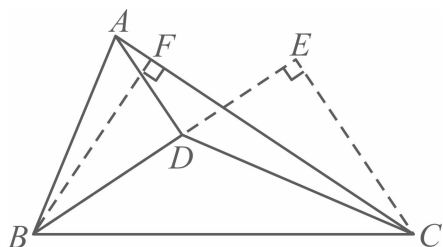
解: 延长  $AD$  交  $BC$  于点  $H$ ,



$$\begin{aligned}
 &\because BD \text{ 平分 } \angle ABC, \\
 &\therefore \angle ABD = \angle HBD, \\
 &\because AD \perp BD, \\
 &\therefore \angle ADB = \angle HDB = 90^\circ, \\
 &\because BD = BD, \\
 &\therefore \triangle ABD \cong \triangle HBD (\text{ASA}), \\
 &\therefore AD = HD, \\
 &\therefore S_{\triangle BAD} = S_{\triangle BHD}, \quad S_{\triangle CAD} = S_{\triangle CHD}, \\
 &\therefore S_{\triangle BAD} + S_{\triangle CAD} = S_{\triangle BHD} + S_{\triangle CHD} = S_{\triangle BDC} = 5, \\
 &\therefore S_{\triangle ABC} = 5 + 5 = 10;
 \end{aligned}$$

【小问 2 详解】

证明：过点  $B$  作  $BF \perp AC$  于  $F$ ，过点  $C$  作  $CE \perp BD$  的延长线于  $E$ ，则  $\angle BFC = \angle CEB = 90^\circ$ ，



$$\begin{aligned}
 &\because \angle ABC = 2\angle ACB, \quad BD \text{ 平分 } \angle ABC, \\
 &\therefore \angle BCF = \angle CBE, \\
 &\text{又 } \because BC = CB, \\
 &\therefore \triangle BCF \cong \triangle CBE (\text{AAS}), \\
 &\therefore BF = CE, \\
 &\because S_{\triangle BDC} = 5, \quad S_{\triangle ABC} = 10, \\
 &\therefore S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle BDC},
 \end{aligned}$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} AC \cdot BF = 2 \times \frac{1}{2} BD \cdot CE,$$

$$\therefore AC = 2BD.$$

24. (1) 如图1,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = BC$ , 直线  $l$  过点  $C$ , 点  $A, B$  在直线  $l$  同侧,  $BD \perp l$ ,  $AE \perp l$ , 垂足分别为  $D, E$ , 求证:  $\triangle AEC \cong \triangle CDB$ .

(2) 将图1中  $\triangle AEC$  绕着点  $C$  旋转  $180^\circ$  得到图2, 请写出线段  $ED, EA$  和  $BD$  的关系, 并证明;

(3) 如图3, 过  $\triangle ABG$  边  $AB, AG$  分别向外作正方形  $ABDE$  和正方形  $AGFC$ ,  $AH$  是  $EC$  边上的高, 延长  $HA$  交  $BG$  于点  $I$ . 证明:  $I$  是  $BG$  的中点.

(4) 如图4, 直角梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $AB \perp BC$ ,  $AD = 2$ ,  $BC = 3$ , 将腰  $DC$  绕  $D$  点逆时针旋转  $90^\circ$  至  $DE$ ,  $\triangle AED$  的面积为\_\_\_\_\_.

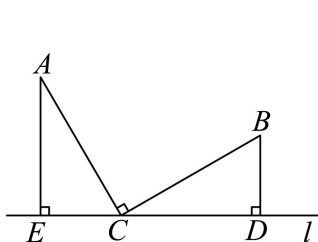


图1

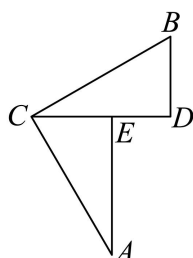


图2

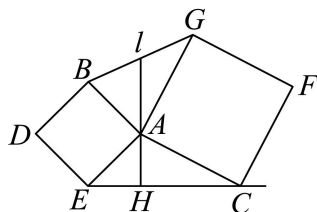


图3

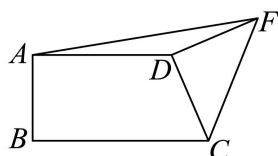


图4

**【答案】** (1) 证明见解析; (2)  $EA = BD + ED$ , 证明见解析; (3) 证明见解析; (4) 1

**【解析】**

**【分析】** (1) 利用余角性质可得  $\angle CAE = \angle BCD$ , 进而由 AAS 即可证明  $\triangle AEC \cong \triangle CDB$ ;

(2) 由  $\triangle AEC \cong \triangle CDB$  可得  $EA = DC$ ,  $CE = BD$ , 进而根据  $DC = CE + ED$  即可求证;

(3) 分别过点  $B, G$  向  $HI$  作垂线, 垂足分别为  $M, N$ , 同理 (1) 可证  $\triangle BMA \cong \triangle AHE$ ,  $\triangle ANG \cong \triangle CHA$ , 可得  $BM = AH$ ,  $GN = AH$ , 即得  $BM = GN$ , 进而证明  $\triangle BMI \cong \triangle GNI$  (AAS) 即可求证;

(4) 过点  $C$  作  $CP \perp AD$  交  $AD$  延长线于点  $P$ , 过点  $E$  作  $EQ \perp AD$  交  $AD$  延长线于点  $Q$ , 由旋转可得  $\angle CDE = 90^\circ$ ,  $CD = DE$ , 同理 (1) 可证  $\triangle CDP \cong \triangle DEQ$ , 即得  $DP = EQ$ , 再证明四边形  $ABCP$  是矩形, 可得  $AP = BC = 3$ , 即得  $DP = EQ = 1$ , 最后根据三角形的面积公式计算即可求解.

**【详解】** (1) 证明:  $\because \angle ACB = 90^\circ$ , 直线  $l$  过点  $C$ ,

$$\therefore \angle ACE + \angle BCD = 90^\circ,$$

$\because BD \perp l, AE \perp l$ , 垂足分别为  $D, E$ ,

$$\therefore \angle AEC = \angle CDB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE + \angle CAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle BCD,$$

又  $\because AC = CB$ ,

$$\therefore \triangle AEC \cong \triangle CDB (\text{AAS});$$

(2) 解:  $EA = BD + ED$ .

证明: 由 (1) 知  $\triangle AEC \cong \triangle CDB$ ,

$$\therefore EA = DC, CE = BD,$$

$$\therefore DC = CE + ED,$$

$$\therefore DC = BD + ED,$$

$$\therefore EA = BD + ED;$$

(3) 证明: 如图3, 分别过点  $B, G$  向  $HI$  作垂线, 垂足分别为  $M, N$ , 则  $\angle BMI = \angle GNI = 90^\circ$ ,

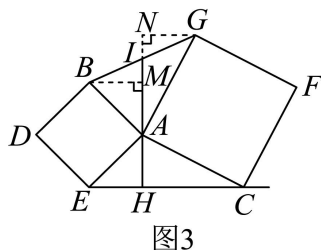


图3

同理 (1) 可证,  $\triangle BMA \cong \triangle AHE$ ,  $\triangle ANG \cong \triangle CHA$ ,

$$\therefore BM = AH, GN = AH,$$

$$\therefore BM = GN,$$

在  $\triangle BMI$  和  $\triangle GNI$  中,

$$\begin{cases} \angle BIM = \angle GIN \\ \angle BMI = \angle GNI, \\ BM = GN \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BMI \cong \triangle GNI (\text{AAS}),$$

$$\therefore BI = GI,$$

$\therefore I$  是  $BG$  的中点;

(4) 解: 如图4, 过点  $C$  作  $CP \perp AD$  交  $AD$  延长线于点  $P$ , 过点  $E$  作  $EQ \perp AD$  交  $AD$  延长线于点  $Q$ ,



同理 (1) 可证  $\triangle CDP \cong \triangle DEQ$ ,

$$\therefore DP = EQ,$$

$$\therefore AB \perp AD,$$

$$\therefore AB \parallel CP,$$

$$\therefore BC \perp CP,$$

$$\therefore \angle BAP = \angle B = \angle BCP = 90^\circ,$$

$\therefore$  四边形  $ABCP$  是矩形,

$$\therefore AP = BC = 3,$$

$$\therefore AD = 2,$$

$$\therefore DP = AP - AD = 3 - 2 = 1,$$

$$\therefore EQ = 1,$$

$$\therefore S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} AD \cdot EQ = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1,$$

故答案为: 1.

【点睛】本题考查了余角性质，全等三角形的判定和性质，正方形的性质，旋转的性质，矩形的判定和性质，正确作出辅助线是解题的关键.