

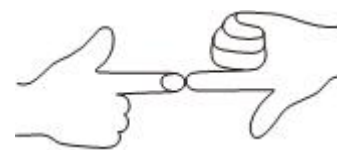
2024-2025 学年上海市华东师大二附中前滩学校七年级（下）月考数学 试卷（5 月份）

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若三角形两边长分别为 5cm 和 9cm ，则第三边长可能为()

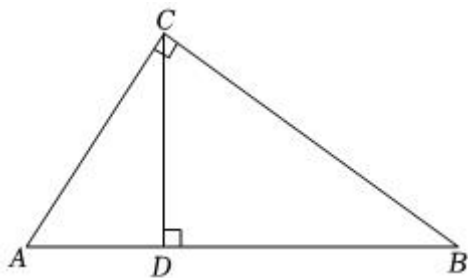
- A. 4cm B. 9cm C. 14cm D. 20cm

2. 数学课上老师用双手形象的表示了“三线八角”图形，如图所示(两大拇指代表被截直线，食指代表截线)，则这个表示的是()



- A. 同位角 B. 内错角 C. 对顶角 D. 同旁内角

3. 如图，在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 是斜边 AB 上的高，那么表示点 A 到直线 BC 的距离是()



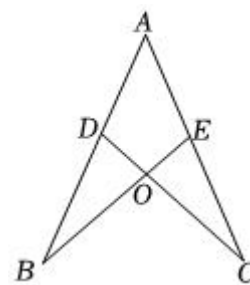
- A. 线段 AC 的长度 B. 线段 CD 的长度 C. 线段 CB 的长度 D. 线段 AB 的长度

4. 下列命题是真命题的是()

- A. 同旁内角互补
B. 面积相等的两个三角形是全等三角形
C. 三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和
D. 如果一个角的两边和另一个角的两边分别平行，那么这两个角相等

5. 如图，若 $AB = AC$ ，则添加下列一个条件后，仍无法判定 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ 的是()

- A. $\angle B = \angle C$
B. $AE = AD$
C. $BE = CD$



D. $\angle AEB = \angle ADC$

6. 满足下列条件的 $\triangle ABC$ 中，不可能是直角三角形的是()

A. $\angle A = 3\angle C$, $\angle B = 2\angle C$

B. $2\angle A = 2\angle B = \angle C$

C. $\angle A - \angle B = \angle C$

D. $\angle A = \angle B = 2\angle C$

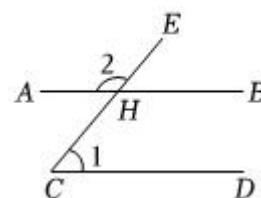
二、填空题：本题共 12 小题，每小题 2 分，共 24 分。

7. 写出任意一条本学期学过的公理：_____.

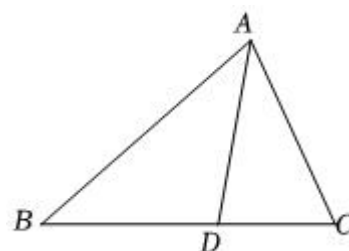
8. 若等腰三角形的两边长分别为 2 和 5，则这个等腰三角形的周长为_____.

9. 等腰三角形的一个角是 70° ，则它的底角是_____.

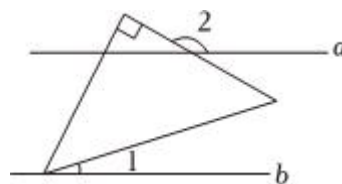
10. 如图，直线 AB 、 CD 被直线 CE 所截，如果 $AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ，那么 $\angle 2 =$ _____ $^\circ$.



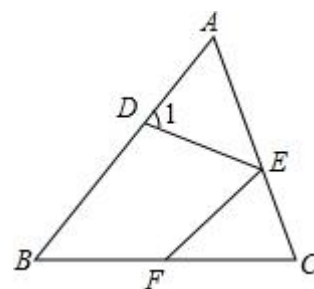
11. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，如果 $\angle B = 35^\circ$ ， $\angle ADC = 82^\circ$ ，那么 $\angle BAC =$ _____.



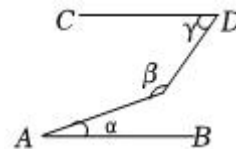
12. 将等腰直角三角板按如图所示的方式摆放，若 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 15^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ _____.



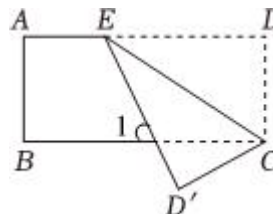
13. 如图，与 $\angle 1$ 构成内错角的角是_____.



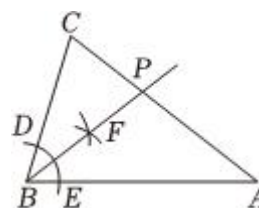
14.如图, 已知直线 $AB \parallel CD$, 则 $\angle\alpha$ 、 $\angle\beta$ 、 $\angle\gamma$ 之间的关系是_____.



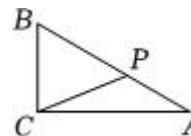
15.如图, 长方形 $ABCD$ 的四个内角都是 90° , 点 E 在 AD 上, 将 $\triangle CDE$ 沿 CE 翻折得到 $\triangle CD'E$, 点 D 与点 D' 对应, 如果 $\angle ECB$ 比 $\angle D'CB$ 大 18° , 那么 $\angle 1 =$ _____.



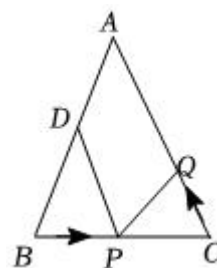
16.如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$.以点 B 为圆心, 以适当长为半径作弧, 分别交 BC , BA 于点 D , E , 分别以点 D , E 为圆心, 以适当长为半径作弧, 两弧交于点 F , 作射线 BF 交 AC 于点 P .若 $BP = BC$, 则 $\angle A$ 的度数为_____.



17.如图, 在三角形 ABC 中, $\angle BCA = 90^\circ$, $BC = 3$, $AC = 4$, $AB = 5$.点 P 是线段 AB 上的一动点, 则线段 CP 的最小值是_____.



18.如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 12$ 厘米, $BC = 9$ 厘米, 点 D 为 AB 的中点, 如果点 P 在线段 BC 上以 y 厘米/秒的速度由 B 点向 C 点运动, 同时, 点 Q 在线段 CA 上由 C 点向 A 点运动. 若点 Q 的运动速度为 3 厘米/秒, 则当 $\triangle BPD$ 与 $\triangle CQP$ 全等时, y 的值为_____.



三、解答题: 本题共 8 小题, 共 58 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

19.(本小题 9 分)

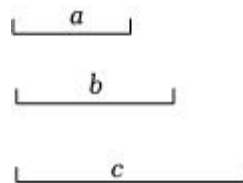
根据下列要求画图, 并回答问题:

(1)画图: (不要求写作法, 保留作图痕迹, 并要写结论)

①作 $\triangle ABC$, 使 $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$;

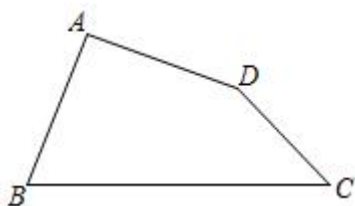
②分别画出边 AB 、 BC 上的高 CH 、 AG ;

(2)在(1)的图形中, 如果 $CH = 4$, 那么 $AG = \underline{\hspace{2cm}}$. (用含 a 、 c 的代数式表示)



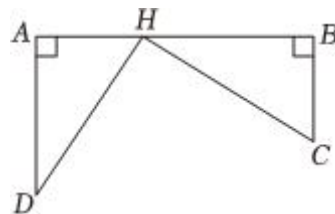
20.(本小题 8 分)

如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD$. 在 BC 上求作一点 P 使 $\triangle ABP \cong \triangle ADP$. (要求: 用尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹)



21.(本小题 6 分)

公路上 A 、 B 两车站相距 5 千米, C 、 D 为公路同侧的两所学校, $DA \perp AB$, $CB \perp AB$, 垂足分别为点 A 、 B (如图所示), $DA = 3$ 千米. 现要在公路 AB 上建一报亭 H ($AH < BH$), 使得 C 、 D 两所学校到 H 的距离相等, 且 $\angle DHC = 90^\circ$. 证明: $\triangle ADH \cong \triangle BHC$, 写出答句: 报亭 H 应建在距离 B 站多远处? 学校 C 到公路的距离是多少千米?

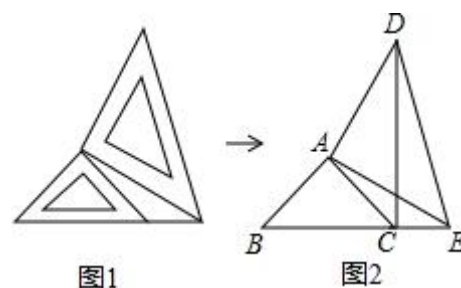


22.(本小题 6 分)

两个大小不同的等腰直角三角形三角板如图 1 所示放置, 图 2 是由它抽象出的几何图形, $AB = AC$, $AE = AD$, $\angle BAC = \angle EAD = 90^\circ$, B 、 C 、 E 在同一条直线上, 连结 DC .

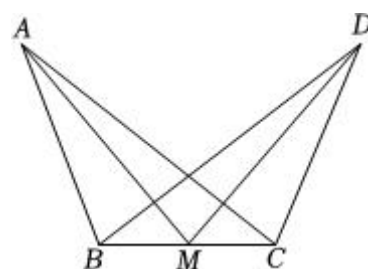
(1)请在图 2 中找出与 $\triangle ABE$ 全等的三角形, 并给予证明 (说明: 结论中不得含有未标识的字母);

(2)证明: $DC \perp BE$.



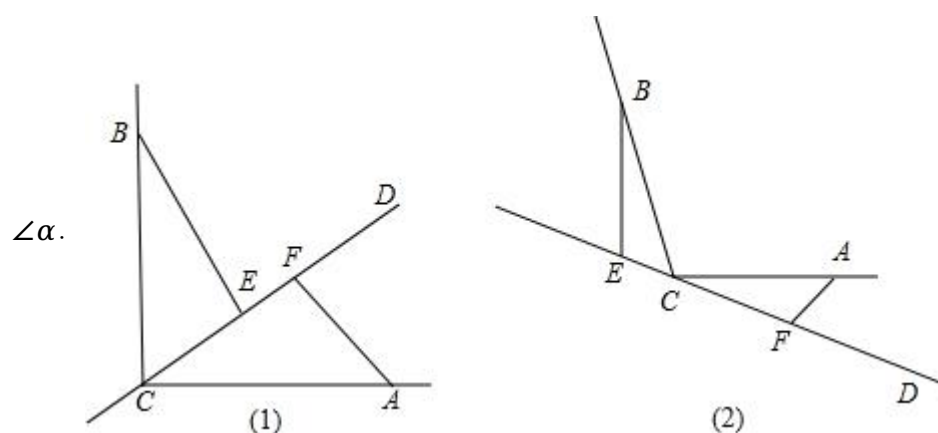
23.(本小题 8 分)

如图, 已知: $AB = DC$, $BM = CM$, $AC = DB$. 求证: $AM = DM$.



24.(本小题 8 分)

CD 是经过 $\angle BCA$ 顶点 C 的一条直线, $CA = CB$, E 、 F 分别是直线 CD 上两点, 且 $\angle BEC = \angle CFA =$



(1)如图(1), 若直线 CD 经过 $\angle BCA$ 的内部, 且 E 、 F 在射线 CD 上, 当 $\angle BCA = \angle \alpha = 90^\circ$ 时, 线段 BE 与 CF 有怎样的大小关系? 并说明理由.

(2)如图(2), 若直线 CD 经过 $\angle BCA$ 的外部, 当 $\angle BCA = \angle \alpha > 90^\circ$ 时, 则 EF 、 BE 、 AF 三条线段之间有怎样的数量关系? 并说明理由.

25.(本小题 8 分)

(1)如图 1, 在正方形 $ABCD$ 中, M 是 BC 边(不含端点 B 、 C)上任意一点, P 是 BC 延长线上一点, N 是 $\angle DCP$ 的平分线上一点. 若 $\angle AMN = 90^\circ$, 求证: $AM = MN$.

下面给出一种证明的思路, 你可以按这一思路证明, 也可以选择另外的方法证明.

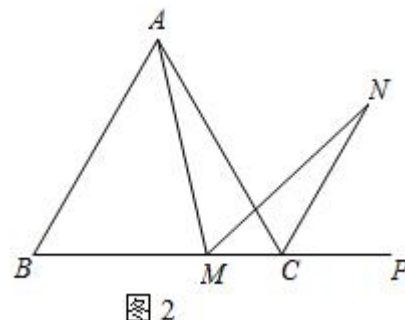
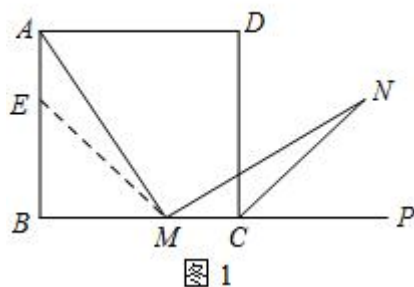
证明：在边 AB 上截取 $AE = MC$ ，连 ME 。

正方形 $ABCD$ 中， $\angle B = \angle BCD = 90^\circ$ ， $AB = BC$ 。

$$\therefore \angle NMC = 180^\circ - \angle AMN - \angle AMB = 180^\circ - \angle B - \angle AMB = \angle MAB = \angle MAE.$$

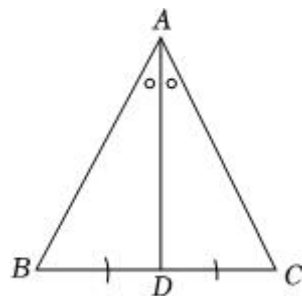
(下面请你完成余下的证明过程)

(2)若将(1)中的“正方形 $ABCD$ ”改为“正三角形 ABC ”(如图 2)， N 是 $\angle ACP$ 的平分线上一点，则当 $\angle AMN = 60^\circ$ 时，结论 $AM = MN$ 是否还成立？请说明理由。



26.(本小题 5 分)

如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 上， $BD = CD$ ，且 $\angle BAD = \angle CAD$ ，求证： $AB = AC$ 。



答案和解析

1. 【答案】B

【解析】解：设三角形的第三边长为 $a\text{ cm}$,

$$\therefore 9 - 5 < a < 9 + 5,$$

解得： $4 < a < 14$,

故选：B.

根据三角形三边关系，两边之和大于第三边，两边之差小于第三边即可求解.

此题考查三角形的三边关系：任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边，掌握三角形三边关系是解题的关键.

2. 【答案】B

【解析】解：如图所示，两大拇指代表被截直线，食指代表截线，则这个表示的是内错角.

故选：B.

两条直线被第三条直线所截形成的角中，若两个角都在两直线之间，并且在第三条直线(截线)的两旁，则这样一对角叫做内错角，由此即可判断.

本题考查内错角，关键是掌握内错角的定义.

3. 【答案】A

【解析】解： $\because$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$,

$$\therefore AC \perp BC,$$

$\therefore$ 线段 AC 的长度即为点 A 到直线 BC 的距离,

故选：A.

根据点到直线的距离的定义判断即可.

本题考查了点到直线的距离的定义，熟记点到直线的距离的定义是解题的关键.

4. 【答案】C

【解析】解：A、两直线平行，同旁内角互补，故原说法错误，是假命题，不符合题意；

B、面积相等的两个三角形不一定是全等三角形，故原说法错误，是假命题，不符合题意；

C、三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和，故原说法正确，是真命题，符合题意；

D、如果一个角的两边和另一个角的两边分别平行，那么这两个角相等或互补，故原说法错误，是假命题，不符合题意；

故选：C.

根据平行线的性质、三角形全等的判定、三角形外角的定义及性质逐项分析即可得解.

本题考查了平行线的性质、三角形全等的判定、三角形外角的定义及性质、判断命题的真假，难度不大.

5. 【答案】C

【解析】解：根据全等三角形的判定定理，

A、根据ASA($\angle A = \angle A, \angle C = \angle B, AB = AC$)能推出 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，故本选项正确，不符合题意；

B、根据SAS($\angle A = \angle A, AB = AC, AE = AD$)能推出 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，故本选项正确，不符合题意；

C、两边和一角对应相等的两三角形不一定全等，无法判定 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，故本选项错误，符合题意；

D、根据AAS($\angle A = \angle A, AB = AC, \angle AEB = \angle ADC$)能推出 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，故本选项正确，不符合题意，

故选：C.

根据ASA即可判断A；根据SAS即可判断B；根据SSA两三角形不一定全等即可判断C；根据AAS即可判断D.

本题考查全等三角形的判定，关键掌握判定两个三角形全等的一般方法有：SAS，AAS，ASA，SSS，HL.

6. 【答案】D

【解析】解：A. $\because \angle A = 3\angle C, \angle B = 2\angle C, \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$,

$$\therefore 3\angle C + 2\angle C + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ \div 6 = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 3\angle C = 3 \times 30^\circ = 90^\circ, \text{ 选项 A 不符合题意;}$$

$$B. \because 2\angle A = 2\angle B = \angle C, \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore \frac{1}{2}\angle C + \frac{1}{2}\angle C + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ \div 2 = 90^\circ, \text{ 选项 B 不符合题意;}$$

$$C. \because \angle A - \angle B = \angle C,$$

$$\therefore \angle A = \angle B + \angle C,$$

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle A = 180^\circ,$$

$\therefore \angle A = 180^\circ \div 2 = 90^\circ$, 选项 C 不符合题意;

D. $\because \angle A = \angle B = 2\angle C$, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$,

$\therefore \angle A + \angle A + \frac{1}{2}\angle A = 180^\circ$,

$\therefore \angle A = 180^\circ \div \frac{5}{2} = 72^\circ$, 选项 D 符合题意.

故选: D.

根据各选项中三个内角度数间的关系, 结合三角形内角和是 180° , 可求出最大内角的度数, 取最大内角的度数不为 90° 的选项即可.

本题考查了三角形内角和定理, 牢记“三角形内角和是 180° ”是解题的关键.

7. 【答案】两点之间线段最短(答案不唯一)

【解析】解: 写出任意一条本学期学过的公理: 两点之间线段最短(答案不唯一).

故答案为: 两点之间线段最短(答案不唯一).

公理是经过长期实践验证, 不需要证明的基本事实, 由此即可得到答案.

本题考查公理, 关键是掌握公理的概念.

8. 【答案】12

【解析】解: ①5 是腰长时, 三边分别为 5、5、2,

周长 $= 5 + 5 + 2 = 12$,

②5 是底边时, 三边分别为 2、2、5, 因为 $2 + 2 < 5$,

不能组成三角形,

故答案为: 12.

分 5 是腰长和底边两种情况, 利用三角形的三边关系判断, 然后根据三角形的周长的定义列式计算即可得解.

本题考查了等腰三角形的性质, 正确记忆三角形的三边关系分情况讨论是解题关键.

9. 【答案】 55° 或 70°

【解析】解: $\because$ 等腰三角形的一个内角为 70° ,

若这个角为顶角, 则底角为: $(180^\circ - 70^\circ) \div 2 = 55^\circ$;

若这个角为底角, 则另一个底角也为 70° ,

故它的底角为 55° 或 70° .

故答案为: 55° 或 70° .

由等腰三角形的一个内角为 70° ，可分别从 70° 的角为底角与 70° 的角为顶角去分析求解，即可求得答案.
此题考查了等腰三角形的性质. 此题比较简单，注意等边对等角的性质的应用，注意分类讨论思想的应用.

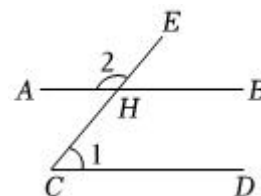
10. 【答案】 130

【解析】解： $\because AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ，
 $\therefore \angle BHC = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ ，
 $\therefore \angle 2 = \angle BHC = 130^\circ$.

故答案为： 130.

据两直线平行，同旁内角互补，可求得 $\angle 2$ 的对顶角的度数，即可求得 $\angle 2$ 的度数.

此题主要考查平行线的性质：两直线平行，同旁内角互补.



11. 【答案】 94°

【解析】解： $\because \angle ADC$ 是 $\triangle ABD$ 的外角， $\angle B = 35^\circ$ ， $\angle ADC = 82^\circ$ ，
 $\therefore \angle BAD = \angle ADC - \angle B = 82^\circ - 35^\circ = 47^\circ$ ，
 又 $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，
 $\therefore \angle BAC = 2\angle BAD = 2 \times 47^\circ = 94^\circ$.

故答案为： 94° .

由 $\angle ADC$ 是 $\triangle ABD$ 的外角，利用三角形的外角性质，可求出 $\angle BAD$ 的度数，再结合角平分线的定义，即可求出 $\angle BAC$ 的度数.

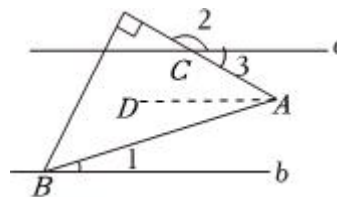
本题考查了三角形的外角性质以及角平分线的定义，牢记“三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和”是解题的关键.

12. 【答案】 150°

【解析】解：过 A 作 $AD \parallel a$ ，
 $\because a \parallel b$ ，
 $\therefore AD \parallel b$ ，
 $\therefore \angle BAD = \angle 1 = 15^\circ$ ， $\angle 3 = \angle CAD$ ，
 $\therefore \angle CAD = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$ ，
 $\therefore \angle 3 = 30^\circ$ ，
 $\therefore \angle 2 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

故答案为： 150° .

过 A 作 $AD \parallel a$ ，得到 $AD \parallel b$ ，推出 $\angle BAD = \angle 1 = 15^\circ$ ， $\angle 3 = \angle CAD$ ，求出 $\angle CAD = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$ ，



得到 $\angle 3 = 30^\circ$ ，由邻补角的性质得到 $\angle 2 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ 。

本题考查平行线的性质，关键是由平行线的性质推出 $\angle BAD = \angle 1 = 15^\circ$ ， $\angle 3 = \angle CAD$ 。

13. 【答案】 $\angle DEF$ 或 $\angle DEC$

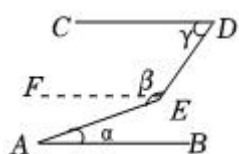
【解析】解： $\angle 1$ 与 $\angle DEF$ 可以看成直线 AB 与直线 EF 被直线 DE 所截的内错角，
 $\angle 1$ 与 $\angle DEC$ 可以看成直线 AB 与直线 AC 被直线 DE 所截的内错角，
故答案为 $\angle DEF$ 或 $\angle DEC$ 。

根据内错角的定义即可判断，注意有两解。

本题考查内错角、同位角、同旁内角等知识，解题的关键是理解内错角的定义，属于基础题。

14. 【答案】 $\beta + \gamma - \alpha = 180^\circ$

【解析】解：过 E 向左作射线 $EF \parallel AB$ ，



则 $\angle FEA = \angle EAB = \alpha$ ，

$$\therefore \angle FED = \beta - \alpha$$

由条件可知 $FE \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle D + \angle FED = 180^\circ，$$

$$\therefore \beta + \gamma - \alpha = 180^\circ。$$

故答案为： $\beta + \gamma - \alpha = 180^\circ$ 。

过 E 向左作射线 $EF \parallel AB$ ，把 $\angle \beta$ 分成 $\angle FEA$ 和 $\angle FED$ ，然后根据平行线的性质即可得到解答。

本题考查平行线的应用，添加辅助线，熟练掌握平行线的判定和性质是解题关键。

15. 【答案】 72°

【解析】解：设 $\angle D'CB = x^\circ$ ，则 $\angle ECB = (x + 18)^\circ$ ，

$$\therefore \angle ECD' = (2x + 18)^\circ，$$

由题意可得： $\angle ECD = \angle ECD' = (2x + 18)^\circ$ ， $\angle DEC = \angle D'EC$ ，

$\because \angle ECD + \angle ECB = 90^\circ$ ，如果 $\angle ECB$ 比 $\angle D'CB$ 大 18° ，

$$\therefore 2x + 18 + x + 18 = 90，$$

$$\therefore x = 18，$$

$$\therefore \angle ECB = 36^\circ，$$

$$\therefore AD \parallel BC，$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle DEC = \angle ECB = 36^\circ, \angle 1 &= \angle DED', \\ \therefore \angle DEC = \angle D'EC &= 36^\circ, \\ \therefore \angle 1 = \angle DED' &= \angle DEC + \angle D'EC = 72^\circ.\end{aligned}$$

故答案为: 72° .

设 $\angle D'CB = x^\circ$, 则 $\angle ECB = (x + 18)^\circ$, $\angle ECD' = (2x + 18)^\circ$, 由折叠的性质可得 $\angle ECD = \angle ECD' = (2x + 18)^\circ$, $\angle DEC = \angle D'EC$, 求出 $\angle ECB = 36^\circ$, 由平行线的性质可得 $\angle DEC = \angle ECB = 36^\circ$, $\angle 1 = \angle DED'$, 计算即可得解.

本题考查了折叠的性质、平行线的性质, 正确进行计算是解题关键.

16. 【答案】 36°

【解析】解: $\because BP$ 是 $\angle CBA$ 的角平分线,

$$\therefore \angle CBP = \angle ABP = \frac{1}{2}\angle CBA,$$

$$\text{设 } \angle CBP = \angle ABP = \frac{1}{2}\angle CBA = r,$$

$$\therefore \angle ABC = 2r,$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle C = \angle CBA = 2r,$$

$$\because BP = BC,$$

$$\therefore \angle C = \angle BPC = 2r,$$

$$\because \angle A + \angle ABP = \angle BPC,$$

$$\therefore \angle A + r = 2r,$$

$$\text{则 } \angle A = r,$$

$$\because \angle A + \angle ABC + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore r + 2r + 2r = 180^\circ,$$

$$\text{解得 } r = 36^\circ,$$

故答案为: 36° .

先求出 $\angle CBP = \angle ABP = \frac{1}{2}\angle CBA = r$, 进而求出 $\angle A = r$, 再根据三角形内角和 $\angle A + \angle ABC + \angle C = 180^\circ$, 代入数值, 求出结论.

本题考查的是角平分线的作法, 掌握三角形内角和定理, 三角形的外角性质是解题的关键.

17. 【答案】 2.4

【解析】解：当 CP 垂直 AB 时有最小值，

因为： $\angle BCA = 90^\circ$ ， $BC = 3$ ， $AC = 4$ ， $AB = 5$ ，

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AC = \frac{1}{2}AB \cdot CP,$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5CP,$$

解得 $CP = 2.4$ ，

$\therefore$ 线段 CP 的最小值是 2.4 。

故答案为： 2.4 。

根据垂线段最短判断出当 CP 垂直 AB 时有最小值，然后根据三角形的面积公式列出方程求解即可。

本题考查了三角形的面积，垂线段最短的性质，判断出 CP 最短时的情况是解题的关键。

18. 【答案】 2.25 或 3

【解析】解： $\because \triangle ABC$ 中， $AB = AC = 12$ 厘米，点 D 为 AB 的中点，

$\therefore BD = 6$ 厘米，

若 $\triangle BPD \cong \triangle CPQ$ ，则需 $BD = CQ = 6$ 厘米， $BP = CP = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 9 = 4.5$ (厘米)，

$\because$ 点 Q 的运动速度为 3 厘米/秒，

$\therefore$ 点 Q 的运动时间为： $6 \div 3 = 2(s)$ ，

$\therefore v = 4.5 \div 2 = 2.25$ (厘米/秒)；

若 $\triangle BPD \cong \triangle CQP$ ，则需 $CP = BD = 6$ 厘米， $BP = CQ$ ，

$$\therefore \begin{cases} 9 - vt = 6 \\ vt = 3t \end{cases},$$

解得： $v = 3$ ；

$\therefore v$ 的值为： 2.25 或 3 ，

故答案为： 2.25 或 3 。

分两种情况讨论：①若 $\triangle BPD \cong \triangle CPQ$ ，根据全等三角形的性质，则 $BD = CQ = 6$ 厘米， $BP = CP = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 9 = 4.5$ (厘米)，根据速度、路程、时间的关系即可求得；②若 $\triangle BPD \cong \triangle CQP$ ，则 $CP = BD =$

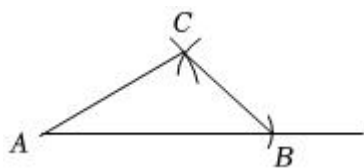
6 厘米， $BP = CQ$ ，得出 $\begin{cases} 9 - vt = 6 \\ vt = 3t \end{cases}$ ，解得： $v = 3$ 。

此题考查了全等三角形的判定和线段垂直平分线的性质，掌握三角形全等的判定是解题关键。

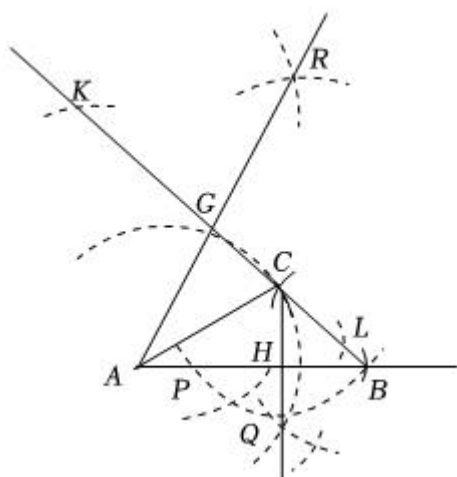
19. 【答案】 ①见解析； ②见解析；

$$\frac{4c}{a}.$$

【解析】(1)①先作射线，再在射线上截取 $AB = c$ ，再以 B 为圆心， a 为半径画弧，以 A 为圆心， b 为半径画弧，两弧交于点 C ，连接 AC 、 BC ，则 $\triangle ABC$ 即为所求；



②如图：以 C 为圆心， CB 为半径画弧交 AB 于 P ，分别以 P 、 B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}PB$ 为半径画弧交于点 Q ，作射线 CQ 交 AB 于 H ，高为 CH ，同理可得高 AG ；



$$(2) \because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot CH = \frac{1}{2}BC \cdot AG, \quad CH = 4, \quad AB = c, \quad BC = a,$$

$$\therefore AG = \frac{4c}{a},$$

故答案为： $\frac{4c}{a}$ 。

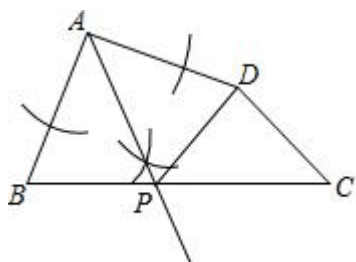
(1)①先作射线，再在射线上截取 $AB = c$ ，再以 B 为圆心， a 为半径画弧，以 A 为圆心， b 为半径画弧，两弧交于点 C ，连接 AC 、 BC ，则 $\triangle ABC$ 即为所求；

②以 C 为圆心， CB 为半径画弧交 AB 于 P ，分别以 P 、 B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}PB$ 为半径画弧交于点 Q ，作射线 CQ 交 AB 于 H ，高为 CH ，同理可得高 AG ；

(2)由等面积法计算即可得解。

本题考查了尺规作图—作三角形、作垂线，三角形面积公式，熟练掌握以上知识点并灵活运用是解此题的关键。

20. 【答案】解：如图所示，点 P 即为所求.



【解析】作 $\angle BAD$ 的平分线得 $\angle BAP = \angle DAP$ ，结合 $AB = AD$ 、 $AP = AP$ 可得 $\triangle ABP \cong \triangle ADP$.
 本题主要考查依据题意尺规作图—作一个角的平分线，解题的关键是掌握全等三角形的判定方法、角平分线的尺规作图.

21. 【答案】报亭 H 应建在距离 B 站 3 千米处，学校 C 到公路的距离是 2 千米.

【解析】解： $\because DA \perp AB$ ， $CB \perp AB$ ，
 $\therefore \angle DAH = \angle HBC = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle D + \angle AHD = 90^\circ$ ，
 $\because \angle DHC = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle CHB + \angle AHD = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle CHB = \angle D$ ，
 $\therefore DH = CH$ ，

在 $\triangle ADH$ 和 $\triangle BHC$ 中，

$$\begin{cases} \angle D = \angle CHB \\ \angle DAH = \angle HBC, \\ DH = HC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADH \cong \triangle BHC (AAS)$ ，

$\therefore BH = AD = 3$ 千米， $BC = AH$ ，

$\therefore AH = AB - BH = 2$ 千米，

$\therefore BC = AH = 2$ 千米，

$\therefore$ 报亭 H 应建在距离 B 站 3 千米处，学校 C 到公路的距离是 2 千米.

由垂线的定义可得 $\angle DAH = \angle HBC = 90^\circ$ ，再证明 $\triangle ADH \cong \triangle HCB (AAS)$ ，得出 $BH = AD = 3$ 千米， $BC = AH$ ，即可得解.

本题考查了全等三角形的判定与性质，解答本题的关键是熟练掌握全等三角形的判定定理.

22. 【答案】解：(1)图 2 中 $\triangle ACD \cong \triangle ABE$.

证明： $\because \triangle ABC$ 与 $\triangle AED$ 均为等腰直角三角形，

$$\therefore AB = AC, AE = AD, \angle BAC = \angle EAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle CAE = \angle EAD + \angle CAE,$$

$$\text{即 } \angle BAE = \angle CAD.$$

$\therefore$ 在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle ACD$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAE = \angle CAD, \\ AE = AD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD (SAS);$$

(2) 证明: 由 (1) $\triangle ABE \cong \triangle ACD$, 可得 $\angle ACD = \angle ABE = 45^\circ$,

$$\text{又 } \angle ACB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle ACB + \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore DC \perp BE.$$

【解析】 (1) 根据等腰直角三角形的性质, 利用 SAS 判定 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$;

(2) 根据全等三角形的对应角相等, 可得 $\angle ACD = \angle ABE = 45^\circ$, 根据 $\angle ACB = 45^\circ$, 可得到 $\angle BCD = \angle ACB + \angle ACD = 90^\circ$, 进而得出 $DC \perp BE$.

此题主要考查了等腰三角形的性质及全等三角形的判定方法的理解及运用, 解题时注意: 等腰直角三角形是一种特殊的三角形, 具有所有三角形的性质, 还具备等腰三角形和直角三角形的所有性质.

23. **【答案】** 见解析

【解析】 证明: 在 $\triangle DCB$ 和 $\triangle ABC$ 中,

$$\begin{cases} DC = AB \\ CM = BM, \\ DB = AC \end{cases}$$

$$\triangle DCB \cong \triangle ABC (SSS),$$

$$\therefore \angle ABC = \angle DCB,$$

在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle DCM$ 中,

$$\begin{cases} AB = DC \\ \angle ABM = \angle DCM, \\ BM = CM \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABM \cong \triangle DCM (SAS),$$

$$\therefore AM = DM.$$

本题考查了全等三角形的判定与性质, 先证明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB (SSS)$, 得出 $\angle ABC = \angle DCB$, 再证

明 $\triangle ABM \cong \triangle DCM$ (SAS)即可得证.

本题考查了全等三角形的判定与性质, 解答本题的关键是熟练掌握全等三角形的判定定理.

24. 【答案】解: (1) $BE = CF$, 理由:

$$\because \angle BCE + \angle ACF = 90^\circ, \angle FCA + \angle FAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle FCA, \text{ (同角的余角相等)}$$

$$\because \angle BEC = \angle CFA, CA = CB,$$

$$\therefore Rt \triangle BCE \cong Rt \triangle CAF (AAS),$$

$$\therefore BE = CF;$$

(2) $EF = AF + BE$, 理由:

$$\because \angle BCE + \angle ACF = 180^\circ - \angle \alpha, \angle CAF + \angle ACF = 180^\circ - \angle \alpha,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle CAF, \text{ (同角的补角相等)}$$

$$\because \angle BEC = \angle CFA, CA = CB,$$

$$\therefore \triangle BCE \cong \triangle CAF (AAS),$$

$$\therefore CE = AF, BE = CF,$$

$$\therefore EF = CE + CF = AF + BE.$$

【解析】(1)根据“AAS”可以证明 $Rt \triangle BCE \cong Rt \triangle CAF$, 则 $BE = CF$;

(2)同理证明 $Rt \triangle BCE \cong Rt \triangle CAF$, 则 $CE = AF, BE = CF$, 可得 $EF = CE + CF = AF + BE$.

此题考查了两直角三角形全等的判定方法, 是从特殊到一般, 所用方法一样, 依据有所不同.

25. 【答案】(1)证明: 在边 AB 上截取 $AE = MC$, 连 ME .

正方形 $ABCD$ 中, $\angle B = \angle BCD = 90^\circ, AB = BC$.

$$\therefore \angle NMC = 180^\circ - \angle AMN - \angle AMB = 180^\circ - \angle B - \angle AMB = \angle MAB = \angle MAE.$$

$$\because AE = MC,$$

$$\therefore BE = BM,$$

$$\therefore \angle BEM = \angle EMB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AEM = 135^\circ,$$

$$\because CN \text{ 平分 } \angle DCP,$$

$$\therefore \angle PCN = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AEM = \angle MCN = 135^\circ$$

由三角形外角的性质可知, $\angle AMP = \angle ABM + \angle EAM$, 即 $\angle AMN + \angle CMN = \angle ABM +$

$\angle EAM$,

$\because \angle AMN = \angle ABM = 90^\circ, \therefore \angle CMN = \angle EAM$,

在 $\triangle AEM$ 和 $\triangle MCN$ 中:

$$\because \begin{cases} \angle AEM = \angle MCN \\ AE = MC \\ \angle EAM = \angle CMN \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEM \cong \triangle MCN$,

$\therefore AM = MN$;

(2)结论: 仍然成立.

证明: 在边 AB 上截取 $AE = MC$, 连接 ME ,

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore AB = BC, \angle B = \angle ACB = 60^\circ$,

$\therefore \angle ACP = 120^\circ$,

$\because AE = MC$,

$\therefore BE = BM$,

$\therefore \angle BEM = \angle EMB = 60^\circ$,

$\therefore \angle AEM = 120^\circ$,

$\because CN$ 平分 $\angle ACP$,

$\therefore \angle PCN = 60^\circ$,

$\therefore \angle AEM = \angle MCN = 120^\circ$,

$\because \angle CMN = 180^\circ - \angle AMN - \angle AMB = 180^\circ - \angle B - \angle AMB = \angle BAM$,

$\therefore \triangle AEM \cong \triangle MCN$,

$\therefore AM = MN$.

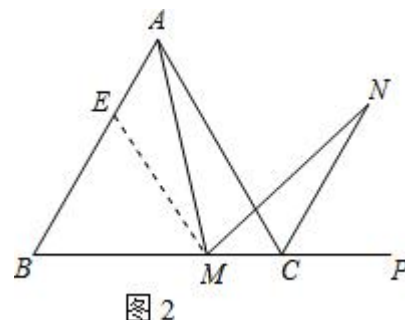


图 2

【解析】(1)由题中条件可得 $\angle AEM = \angle MCN = 135^\circ$, 再由两角夹一边即可判定三角形全等;

(2)还是利用两角夹一边证明其全等, 证明方法同(1).

本题主要考查了全等三角形的判定及性质问题, 熟练掌握其性质并能够运用所学知识证明三角形全等问题.

26. **【答案】**证明见解答.

【解析】证明：如图，作 $DP \perp AB$ 于点 P ， $DQ \perp AC$ 于点 Q ，则 $\angle BPD = \angle CQD = 90^\circ$ ，

$$\because \angle BAD = \angle CAD,$$

$$\therefore DP = DQ,$$

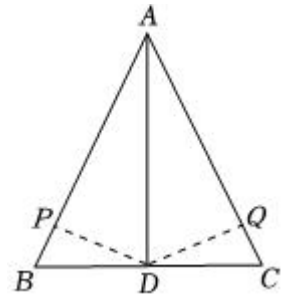
在 $Rt \triangle PBD$ 和 $Rt \triangle QCD$ 中，

$$\begin{cases} BD = CD \\ DP = DQ \end{cases}$$

$$\therefore Rt \triangle PBD \cong Rt \triangle QCD (HL),$$

$$\therefore \angle B = \angle C,$$

$$\therefore AB = AC.$$



作 $DP \perp AB$ 于点 P ， $DQ \perp AC$ 于点 Q ，则 $\angle BPD = \angle CQD = 90^\circ$ ，由 $\angle BAD = \angle CAD$ ，根据角平分线的性质得 $DP = DQ$ ，而 $BD = CD$ ，即可根据“HL”证明 $Rt \triangle PBD \cong Rt \triangle QCD$ ，得 $\angle B = \angle C$ ，则 $AB = AC$ 。

此题重点考查角平分线的性质、全等三角形的判定与性质等知识，正确地添加辅助线是解题的关键。