

2024-2025 学年上海市宝山区同洲中学七年级（下）

期末数学试卷

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如果 $a < b$ ，那么下列不等式中一定正确的是（ ）

A. $a - 2b < -b$

B. $a + 2 > b + 2$

C. $-a - 2 < -b - 2$

D. $2a > 2b$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查不等式的性质，熟练掌握其性质是解题的关键。利用不等式的性质逐项判断即可。

【详解】解：如果 $a < b$ ，

两边同时减去 $2b$ ，得 $a - 2b < -b$ ，则 A 符合题意，

两边同时加上 2，得 $a + 2 < b + 2$ ，则 B 不符合题意，

两边同时乘以 -1 再同时减去 2，得 $-a - 2 > -b - 2$ ，则 C 不符合题意，

两边同时乘以 2，得 $2a < 2b$ ，则 D 不符合题意，

故选：A.

2. 下列说法：

① 同位角相等，两直线平行；

② 两直线相交形成的四个角中有两对角相等，则这两条直线互相垂直；

③ 过一点有且只有一条直线与已知直线平行；

④ 三角形的一个外角等于两个内角的和；

⑤ 已知同一平面内 $\angle AOB = 70^\circ$ ， $\angle BOC = 30^\circ$ ，则 $\angle AOC = 100^\circ$ 。

正确的个数为（ ）

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查三角形的外角性质，平行线的判定，平行公理，垂线，角的计算，关键是掌握三角形的

外角性质，平行公理，垂直的定义，平行线的判定方法；由三角形的外角性质，平行公理，垂直的定义，平行线的判定方法，即可判断.

【详解】解：①同位角相等，两直线平行，正确，故①符合题意；

②两直线相交形成的四个角中，两对对顶角相等，但这两条直线不一定互相垂直，故②不符合题意；

③过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行，故③不符合题意；

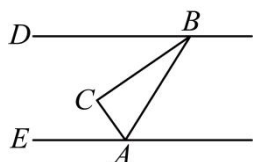
④三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和，故④不符合题意；

⑤若射线 OC 在 $\angle AOB$ 外部，则 $\angle AOC = 70^\circ + 30^\circ = 100^\circ$ ，若射线 OC 在 $\angle AOB$ 内部，则 $\angle AOC = 70^\circ - 30^\circ = 40^\circ$ ，所以 $\angle AOC = 100^\circ$ 或 40° ，故⑤不符合题意.

$\therefore$ 正确的个数为 1 个.

故选：A.

3. 如图，在 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ，若 $BD \parallel AE$ ， $\angle CAE = 55^\circ$ ，则 $\angle DBC$ 的度数是（ ）



A. 25°

B. 35°

C. 45°

D. 55°

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了平行线的性质，三角形的内角和定理，掌握平行线的性质，三角形的内角和定理是解题的关键.

先由三角形内角和定理得到 $\angle CAB + \angle ABC = 90^\circ$ ，由平行得到 $\angle DBA + \angle BAE = 180^\circ$ ，而 $\angle CAE = 55^\circ$ ，再整体代入即可求解.

【详解】解： $\because \angle C = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle CAB + \angle ABC = 180^\circ - \angle C = 90^\circ,$$

$$\because BD \parallel AE,$$

$$\therefore \angle DBA + \angle BAE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC + \angle ABC + \angle CAB + \angle CAE = 180^\circ,$$

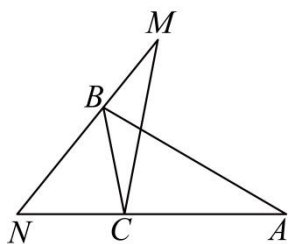
$$\because \angle CAE = 55^\circ$$

$$\therefore \angle DBC + 90^\circ + 55^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle DBC = 35^\circ,$$

故选：B.

4. 如图， N, C, A 三点在同一直线上，点 B 在 MN 上，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A : \angle ABC : \angle ACB = 3 : 5 : 10$ ，且 $\triangle MNC \cong \triangle ABC$ ，则 $\angle BCM : \angle BCN$ 等于 ()



- A. 1:2 B. 1:3 C. 2:3 D. 1:4

【答案】D

【解析】

【分析】利用三角形的内角和等于 180° 以及三个角的比，求出三个角的度数，再进一步根据各角之间的关系求出 $\angle BCM$ 、 $\angle BCN$ 的度数即可求出结果.

本题考查了三角形的内角定理以及全等三角形的性质；利用三角形的三个角的比，求得三个角的大小是解题的关键.

【详解】解： $\because \triangle ABC$ 中， $\angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$ ，
且 $\angle A : \angle ABC : \angle ACB = 3 : 5 : 10$ ，

$$\therefore \angle A = 180^\circ \times \frac{3}{18} = 30^\circ,$$

$$\angle ABC = 180^\circ \times \frac{5}{18} = 50^\circ,$$

$$\angle ACB = 180^\circ \times \frac{10}{18} = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle BCN = 180^\circ - \angle ACB = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ,$$

$$\because \triangle MNC \cong \triangle ABC,$$

$$\therefore \angle MCN = \angle ACB = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle BCM = \angle MCN - \angle BCN = 100^\circ - 80^\circ = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle BCM : \angle BCN = 20^\circ : 80^\circ = 1 : 4.$$

故选：D

5. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中， $AB = A'B'$ ， $\angle B = \angle B'$ ，如果补充条件后，仍不一定能保证 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ ，则补充的这个条件是 ()

- A. $AC = A'C'$ B. $\angle A = \angle A'$ C. $BC = B'C'$ D. $\angle C = \angle C'$

【答案】A

【解析】

【分析】全等三角形的判定可用两边夹一角，两角夹一边，三边相等等进行判定，做题时要按判定全等的方法逐个验证.

【详解】A、若添加 $AC=A'C'$ ，不能进行全等的判定，故本选项正确；

B、若添加 $\angle A=\angle A'$ ，可利用 ASA 进行全等的判定，故本选项错误；

C、若添加 $BC=B'C'$ ，可利用 SAS 进行全等的判定，故本选项错误；

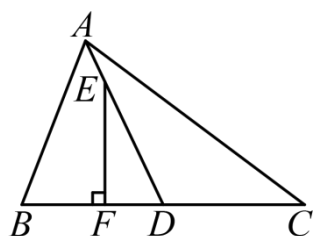
D、若添加 $\angle C=\angle C'$ ，可利用 AAS 进行全等的判定，故本选项错误；

故选：A.

【点睛】此题考查全等三角形的判定，解题关键在于熟练掌握全等三角形的判定，要认真确定各对应关系.

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是 BC 的中点，连接 AD ，点 E 在 AD 上，且 $AE = \frac{1}{3}DE$ ， $EF \perp BD$ 于点

F . 若 $BC=15$ ， $EF=6$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()



A. 50

B. 55

C. 60

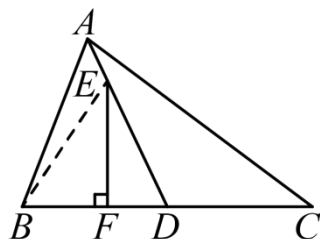
D. 65

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查三角形的面积及三角形的中线和高的，掌握三角形面积计算公式、“同高的两个三角形，其面积比等于底边长之比”是解题的关键. 连接 BE ，利用三角形面积公式求出 $\triangle BDE$ 的面积，再根据“同高的两个三角形，其面积比等于底边长之比”求出 $\triangle ABC$ 的面积即可.

【详解】解：如图，连接 BE .



$\because$ 点 D 是 BC 的中点， $BC=15$ ，

$$\therefore BD = \frac{1}{2}BC = \frac{15}{2},$$

$$\therefore EF = 6,$$

$$\therefore S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} BD \cdot EF = \frac{1}{2} \times \frac{15}{2} \times 6 = \frac{45}{2},$$

$$\therefore AE = \frac{1}{3} DE,$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{3} S_{\triangle BDE} = \frac{1}{3} \times \frac{45}{2} = \frac{15}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle BDE} = \frac{15}{2} + \frac{45}{2} = 30,$$

$\therefore$ 点 D 是 BC 的中点,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ABD} = 2 \times 30 = 60.$$

故选: C.

二、填空题: 本题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分.

7. 不等式 $3(x+2) \geq 4+2x$ 的解集为_____.

【答案】 $x \geq -2$

【解析】

【分析】 根据解一元一次不等式基本步骤: 去括号、移项、合并同类项、系数化为1可得.

本题主要考查解一元一次不等式的基本能力, 严格遵循解不等式的基本步骤是关键, 尤其需要注意不等式两边都乘以或除以同一个负数不等号方向要改变.

【详解】 解: $\because 3(x+2) \geq 4+2x,$

$$\therefore 3x+6 \geq 4+2x,$$

$$3x - 2x \geq 4 - 6,$$

$$x \geq -2,$$

故答案为: $x \geq -2$.

8. 一个三角形三个内角的度数之比为 $1:3:4$, 则该三角形应为_____三角形. (按角分)

【答案】 直角

【解析】

【分析】 根据三角形的内角和是 180° , 求得三个内角的度数即可判断.

此题考查了三角形的内角和定理以及三角形的分类. 三角形按角分类有锐角三角形、直角三角形、钝角三角形. 三个角都是锐角的三角形叫锐角三角形; 有一个角是钝角的三角形叫钝角三角形; 有一个角是直角的三角形叫直角三角形.

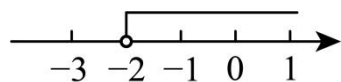
【详解】 解: 根据三角形的内角和定理, 得

三角形的三个内角分别是 $180^\circ \times \frac{1}{8} = 22.5^\circ$, $180^\circ \times \frac{3}{8} = 67.5^\circ$, $180^\circ \times \frac{4}{8} = 90^\circ$.

故该三角形是直角三角形.

故答案为: 直角.

9. 已知关于 x 的不等式 $mx < 2$ 的解集在数轴上的表示如图所示, 则 m 的值是_____.



【答案】 -1

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次不等式、由数轴得出不等式的解集, 解题的关键是得不等式的解集后和数轴上的解结合得出关于 m 的方程.

由不等式和数轴可以得出该不等式的解集, 由此可知此时得到的两个式子是一样的, 进而可以得到关于 m 的方程, 解此方程即可得出结论.

【详解】 解: 由数轴可得该不等式的解集为 $x > -2$,

$$\therefore \text{解不等式 } mx < 2 \text{ 得 } x > \frac{2}{m},$$

$$\therefore \frac{2}{m} = -2,$$

$$\text{解得: } m = -1,$$

故答案为: -1.

10. 已知 ABC 是等腰三角形, 若 $AB = 6\text{cm}$, $AC = 3\text{cm}$, 那么 ABC 的周长是_____ cm .

【答案】 15

【解析】

【分析】 本题主要考查了等腰三角形的定义, 构成三角形的条件, 分 AB 为腰和 AB 为底两种情况, 确定对应情形下三角形三边的长, 再根据构成三角形的条件求解即可.

【详解】 解: 当 AB 为腰时, 则该三角形的三边长分别为 $6\text{cm}, 6\text{cm}, 3\text{cm}$,

$$\therefore 6 + 3 > 6,$$

$\therefore$ 此时能构成三角形,

$$\therefore \text{该三角形的周长为 } 3 + 6 + 6 = 15\text{cm};$$

当 AB 为底时, 则该三角形的三边长分别为 $6\text{cm}, 3\text{cm}, 3\text{cm}$,

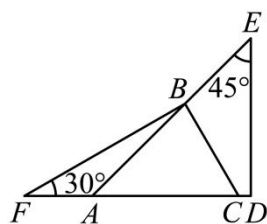
$$\therefore 3 + 3 = 6,$$

$\therefore$ 此时不能构成三角形,

综上所述， ABC 的周长是 15cm ，

故答案为：15.

11. 将一副三角板按照如图方式摆放，则 $\angle FBA$ 的度数为_____.



【答案】 15° ## 15 度

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形外角的性质，三角形内角和定理，熟知三角形一个外角的度数等于与其不相邻的两个内角的度数之和是解题的关键. 根据题意先得到 $\angle EAD = 45^\circ$ ，再根据三角形的外角性质进行计算即可.

【详解】 解：由题意可知 $\angle EAD = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ ，

$\therefore$ 根据三角形外角性质， $\angle FBA = \angle EAD - \angle F = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$ ，

所以 $\angle FBA$ 的度数为 15° .

故答案为： 15° .

12. 已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle A = 40^\circ$ ， $\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于点 D ，那么 $\angle ADB =$ _____.

【答案】 105° ## 105 度

【解析】

【分析】 根据等腰三角形的性质得两底角的度数，结合角平分线的性质和三角形内角和定理即可求解.

本题考查了三角形内角和定理及等腰三角形的性质、角平分线的定义；综合运用各种知识是解答本题的关键.

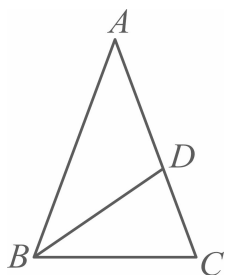
【详解】 解： $\because AB = AC$ ， $\angle A = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle C = (180^\circ - 40^\circ) \div 2 = 70^\circ$ ，

又 $\because BD$ 为 $\angle ABC$ 的平分线，

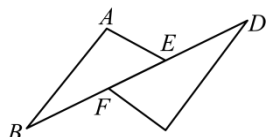
$\therefore \angle ABD = \angle CBD = 35^\circ$ ，

$\therefore \angle ADB = 180^\circ - (40^\circ + 35^\circ) = 105^\circ$.



故答案为： 105° ．

13. 如图，若 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ， $BE = 5$ ， $DE = 3$ ，则 EF 的长是_____．



【答案】2

【解析】

【分析】本题主要考查了全等三角形的性质，熟记全等三角形的对应边相等是解题的关键，先根据全等三角形的性质求出 DF ，再计算即可．

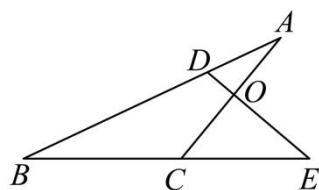
【详解】解： $\because \triangle ABE \cong \triangle CDF$ ， $BE = 5$ ，

$$\therefore DF = BE = 5,$$

$$\therefore EF = DF - DE = 5 - 3 = 2,$$

故答案为：2．

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 25^\circ$ ，延长 BC 至 E ，过点 E 作 AC 的垂线 ED ，垂足为 O ，且 $\angle E = 40^\circ$ ，则 $\angle A =$ _____．



【答案】 25° ## 25 度

【解析】

【分析】由三角形外角的性质得到 $\angle AOE = \angle E + \angle A + \angle B$ ，即可求出 $\angle A$ 的度数．

本题考查角的计算，关键是掌握三角形的外角的性质．

【详解】解： $\because ED \perp AC$ ，

$$\therefore \angle AOE = 90^\circ,$$

$$\because \angle AOE = \angle E + \angle OCE, \quad \angle OCE = \angle A + \angle B,$$

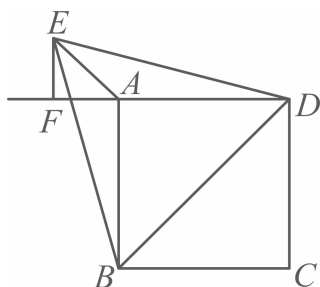
$$\therefore \angle AOE = \angle E + \angle A + \angle B,$$

$$\because \angle B = 25^\circ, \quad \angle E = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle AOE - \angle E - \angle B = 90^\circ - 25^\circ - 40^\circ = 25^\circ.$$

故答案为： 25° .

15. 如图，已知 $\triangle EBD$ 是以正方形 $ABCD$ 的对角线 BD 为一边的等边三角形， $EF \perp DA$ ，垂足为点 F ，那么 $\angle AEF$ 的度数是_____.



【答案】 45° ##45 度

【解析】

【分析】根据正方形性质得 $AB = AD$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ，根据等边三角形性质得 $BE = DE$ ，由此可依据“SSS”判定 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADE$ 全等得 $\angle BAE = \angle DAE$ ，进而得 $\angle BAE = 135^\circ$ ，则 $\angle EAF = 45^\circ$ ，然后根据 $EF \perp DA$ 即可得出 $\angle AEF$ 的度数.

此题主要考查了正方形的性质，等边三角形的性质，理解正方形的性质，等边三角形的性质，熟练掌握全等三角形的判定和性质是解决问题的关键.

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore AB = AD, \quad \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF = \angle BAD = 90^\circ,$$

$\because \triangle EBD$ 是等边三角形，

$$\therefore BE = DE,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADE$ 中，

$$\begin{cases} AB = AD \\ BE = DE, \\ AE = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADE \text{ (SSS)},$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DAE,$$

$$\because \angle BAE + \angle DAE + \angle BAD = 360^\circ,$$

$$\therefore 2\angle BAE + 90^\circ = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle EAF = \angle BAE - \angle BAF = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ,$$

$$\because EF \perp DA,$$

$$\therefore \angle AEF = 90^\circ - \angle EAF = 45^\circ.$$

故答案为: 45° .

16. 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 5\text{cm}$, AD 是 $\triangle ABC$ 中线, 若 $\triangle ABD$ 周长与 $\triangle ADC$ 的周长相差 2cm , 则 $BA = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$.

【答案】3 或 7

【解析】

【分析】本题考查了三角形的中线的定义. 熟记概念并分情况讨论是解题的关键.

由中线可得 $BD = CD$, 则 $\triangle ABD$ 周长为 $AB + BD + AD$; $\triangle ADC$ 的周长为 $AC + CD + AD$; 由题意知, 分① $AB + BD + AD - (AC + CD + AD) = 2$; ② $AC + CD + AD - (AB + BD + AD) = 2$; 两种情况求解即可.

【详解】解: $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 中线,

$$\therefore BD = CD,$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ 周长为 } AB + BD + AD; \triangle ADC \text{ 的周长为 } AC + CD + AD;$$

$\triangle ABD$ 周长与 $\triangle ADC$ 的周长相差 2cm , 分两种情况求解;

$$\text{①当 } AB + BD + AD - (AC + CD + AD) = 2 \text{ 时, 解得, } AB = 7;$$

$$\text{②当 } AC + CD + AD - (AB + BD + AD) = 2 \text{ 时, 解得, } AB = 3;$$

综上所述, $BA = 3$ 或 7 ;

故答案为: 3 或 7.

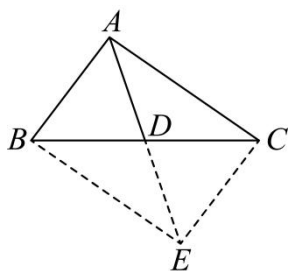
17. 若三角形的两边长分别为 5 和 7, 则第三边上的中线长 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $1 < x < 6$

【解析】

【分析】本题考查全等三角形的判定与性质, 三角形的三边关系, 解一元一次不等式, 熟练掌握有关三角形的中线问题, 通常要倍长中线构造全等三角形是解题的关键. 倍长中线构造全等三角形, 再根据在三角形中任意两边之和大于第三边, 任意两边之差小于第三边, 即可求解.

【详解】解: 如图所示, $AB = 5$, $AC = 7$,



延长 AD 至 E ，使 $AD = DE$ ，

在 $\triangle BDE$ 与 $\triangle CDA$ 中，

$$\begin{cases} DE = DA \\ \angle BDE = \angle CDA, \\ BD = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDE \cong \triangle CDA$ ，

$\therefore BE = AC = 7$ ，

$\therefore AE = 2AD = 2x$ ，

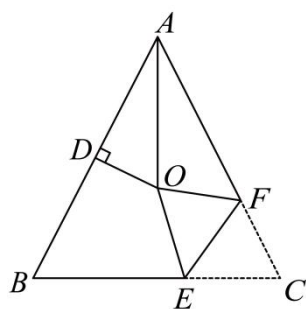
在 $\triangle ABE$ 中， $BE - AB < AE < AB + BE$ ，

即 $7 - 5 < 2x < 7 + 5$ ，

$\therefore 1 < x < 6$ ，

故答案为： $1 < x < 6$ 。

18. 如图在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 50^\circ$ ，点 D 为 AB 的中点，且 $OD \perp AB$ ， $\angle BAC$ 的平分线与 AB 的垂直平分线交于点 O ，将 $\angle C$ 沿 EF （ E 在 BC 上， F 在 AC 上）折叠，点 C 与点 O 恰好重合，则 $\angle OEC$ 的度数是_____。



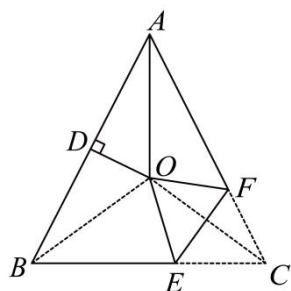
【答案】 100° ## 100度

【解析】

【分析】 连接 OB 、 OC ，根据角平分线的定义求出 $\angle BAO$ ，根据等腰三角形两底角相等求出 $\angle ABC$ ，再根据线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等可得 $OA = OB$ ，根据等边对等角可得 $\angle ABO = \angle BAO$ ，再求出 $\angle OBC$ ，然后根据等腰三角形的性质得出 AO 垂直平分 BC ，根据垂直平分线

的性质得出 $OB = OC$ ，再根据等边对等角求出 $\angle OCB = \angle OBC$ ，根据翻折的性质可得 $OE = CE$ ，然后根据等边对等角求出 $\angle COE$ ，再利用三角形的内角和定理列式计算即可。

【详解】解：如图，连接 OB 、 OC ，



$\because \angle BAC = 50^\circ$ ， AO 为 $\angle BAC$ 的平分线，

$$\therefore \angle BAO = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ,$$

又 $\because AB = AC$ ，

$$\therefore \angle ABC = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle BAC) = \frac{1}{2} (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ,$$

$\because DO$ 是 AB 的垂直平分线，

$$\therefore OA = OB,$$

$$\therefore \angle ABO = \angle BAO = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle OBC = \angle ABC - \angle ABO = 65^\circ - 25^\circ = 40^\circ,$$

$\because AO$ 为 $\angle BAC$ 的平分线， $AB = AC$ ，

$\therefore$ 直线 AO 为底边上的中线和高线所在的直线，

即 AO 垂直平分 BC ，

$$\therefore OB = OC,$$

$$\therefore \angle OCB = \angle OBC = 40^\circ,$$

$\because$ 将 $\angle C$ 沿 EF (E 在 BC 上， F 在 AC 上) 折叠，点 C 与点 O 恰好重合，

$$\therefore OE = CE,$$

$$\therefore \angle COE = \angle OCB = 40^\circ,$$

$$\text{在 } \triangle OCE \text{ 中, } \angle OEC = 180^\circ - \angle COE - \angle OCB = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ.$$

故答案为： 100° 。

【点睛】本题考查了线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等的性质，等腰三角形三线合一的性质，等边对等角的性质，以及翻折变换的性质，作辅助线，构造出等腰三角形是解题的关键。

三、解答题：本题共 8 小题，共 58 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

19. 解下列不等式 (组):

(1) $9x-1 < 4x+9$ (解集在数轴上表示出来).

(2)
$$\begin{cases} \frac{3x}{2} + 1 > \frac{x-1}{4} \\ x-1 \leq 5+3x \end{cases}.$$

【答案】(1) $x < 2$; 数轴见解析

(2) $x > -1$

【解析】

【分析】(1) 先解不等式, 然后把解集表示在数轴上即可;

(2) 先求出两边不等式的解集, 再根据“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则得出不等式组的解集即可.

本题考查的是解一元一次不等式组, 掌握解一元一次不等式组的方法和步骤是解题的关键.

【小问 1 详解】

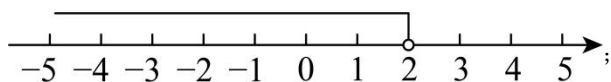
$$9x-1 < 4x+9,$$

$$\text{移项得, } 9x-4x < 9+1,$$

$$\text{合并同类项得, } 5x < 10,$$

$$\text{系数化为1得, } x < 2,$$

把解集表示在数轴上, 如图所示:



【小问 2 详解】

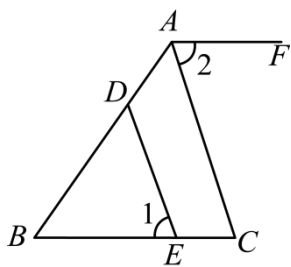
$$\begin{cases} \frac{3x}{2} + 1 > \frac{x-1}{4} \text{ ①} \\ x-1 \leq 5+3x \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{解不等式 ① 得, } x > -1,$$

$$\text{解不等式 ② 得, } x \geq -3,$$

$\therefore$ 不等式组的解集为 $x > -1$.

20. 如图, 点 D 、 E 分别在 AB 、 BC 上, $DE \parallel AC$, $\angle 1 = 75^\circ$, $\angle 2 = 75^\circ$, 试说明: $AF \parallel BC$.



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查平行线的性质与判定；根据平行线的性质得出 $\angle C = \angle 1$ ，得出 $\angle C = \angle 2$ ，根据平行线的判定得出 $AF \parallel BC$ 即可得证.

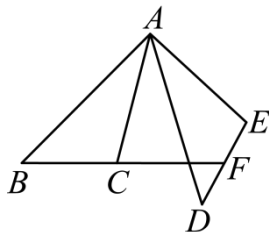
【详解】证明： $\because DE \parallel AC$ ， $\angle 1 = 75^\circ$ ， $\angle 2 = 75^\circ$ ，

$\therefore \angle C = \angle 1$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，

$\therefore \angle C = \angle 2$ ，

$\therefore AF \parallel BC$.

21. 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中，延长 BC 交 DE 于 F ， $BC = DE$ ， $AC = AE$ ，
 $\angle ACF + \angle AED = 180^\circ$. 求证： $AB = AD$.



【答案】证明见详解

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质. 解题的关键在于对知识的熟练掌握与灵活运用.

由 $\angle ACF + \angle AED = 180^\circ$ ， $\angle ACF + \angle ACB = 180^\circ$ ， 可得 $\angle AED = \angle ACB$ ， 证明 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ (SAS)， 进而结论得证.

【详解】证明： $\because \angle ACF + \angle AED = 180^\circ$ ， $\angle ACF + \angle ACB = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle AED = \angle ACB$ ，

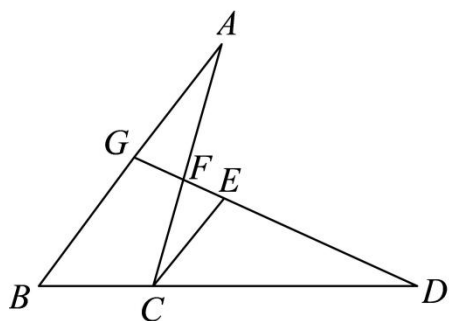
又 $\because BC = DE$ ， $AC = AE$ ，

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE$ (SAS)，

$\therefore AB = AD$.

22. 如图， $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 延长线上一点， $CD = AB$ ， 过点 C 作 $CE \parallel AB$ 且 $CE = BC$ ， 连接 DE 并

延长，分别交 AC ， AB 点 F ， G 。



(1) 试说明: $\triangle ABC \cong \triangle DCE$;

(2) 若 $\angle B = 50^\circ$ ， $\angle D = 25^\circ$ ，求 $\angle AFG$ 的度数.

【答案】 (1) 见解析 (2) $\angle AFG = 80^\circ$.

【解析】

【分析】 (1) 根据 $CE \parallel AB$ ，可得 $\angle B = \angle DCE$ ，再利用 SAS 证得 $\triangle ABC \cong \triangle DCE$ ；

(2) 根据三角形外角的性质可得 $\angle AGD = 50^\circ + 25^\circ = 75^\circ$ ，再由 $\triangle ABC \cong \triangle DCE$ ，可得 $\angle A = \angle D = 25^\circ$ ，再利用三角形内角和定理即可求解.

【小问 1 详解】

证明: $\because CE \parallel AB$,

$\therefore \angle B = \angle DCE$,

$\because CD = AB, CE = BC$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCE$;

【小问 2 详解】

解: $\because \angle B = 50^\circ$ ， $\angle D = 25^\circ$,

$\therefore \angle AGD = 50^\circ + 25^\circ = 75^\circ$,

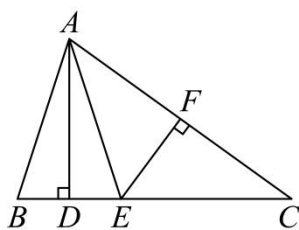
$\because \triangle ABC \cong \triangle DCE$,

$\therefore \angle A = \angle D = 25^\circ$,

$\therefore \angle AFG = 180^\circ - \angle AGF - \angle A = 80^\circ$.

【点睛】 本题主要考查了全等三角形的判定和性质，平行线的性质，三角形外角的性质，熟练掌握全等三角形的判定定理，平行线的性质，三角形外角的性质是解题的关键.

23. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ ， EF 垂直平分 AC ，交 AC 于点 F ，交 BC 于点 E ，且 $BD = DE$ ，连接 AE .



(1) 求证: $AB = EC$;

(2) 若 ABC 的周长为 20cm , $AC = 9\text{cm}$, 求 DC 的长.

【答案】(1) 见解析 (2) 5.5cm

【解析】

【分析】本题考查线段的垂直平分线的性质, 掌握线段的垂直平分线上的点到线段的两个端点的距离相等是解题的关键.

(1) 根据线段垂直平分线的性质得到 $AE = EC$, $AB = AE$, 等量代换证明结论;

(2) 根据三角形的周长公式得到 $AB + BC + AC = 20\text{cm}$, 根据 $AB = EC$, $BD = DE$ 进行计算, 得到答案.

【小问 1 详解】

证明: $\because EF$ 垂直平分 AC ,

$$\therefore AE = EC,$$

$$\because AD \perp BC, BD = DE,$$

$$\therefore AD \text{ 垂直平分 } BE,$$

$$\therefore AB = AE,$$

$$\therefore AB = EC;$$

【小问 2 详解】

解: $\because ABC$ 的周长为 20cm ,

$$\therefore AB + BC + AC = 20\text{cm},$$

$$\because AC = 9\text{cm},$$

$$\therefore AB + BC = 20 - 9 = 11(\text{cm}),$$

由 (1) 得 $AB = EC$,

$$\therefore BD = DE,$$

$$\therefore DC = DE + EC$$

$$= \frac{1}{2}BE + \frac{1}{2}EC + \frac{1}{2}EC$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2}BC + \frac{1}{2}AB \\
&= \frac{1}{2}(AB + BC) \\
&= \frac{1}{2} \times 11 \\
&= 5.5(\text{cm}).
\end{aligned}$$

24. 某工厂现有甲种原料 3600kg, 乙种原料 2410kg, 计划利用这两种原料生产 A, B 两种产品共 500 件, 产品每月均能全部售出. 已知生产一件 A 产品需要甲原料 9kg 和乙原料 3kg; 生产一件 B 种产品需甲种原料 4kg 和乙种原料 8kg.

- (1) 设生产 x 件 A 种产品, 写出 x 应满足的不等式组.
- (2) 问一共有几种符合要求的生产方案? 并列举出来.
- (3) 若有两种销售定价方案, 第一种定价方案可使 A 产品每件获得利润 1.15 万元, B 产品每件获得利润 1.25 万元; 第二种定价方案可使 A 和 B 产品每件都获得利润 1.2 万元; 在上述生产方案中哪种定价方案盈利最多? (请用数据说明)

【答案】 (1) $\begin{cases} 9x + 4(500 - x) \leq 3600 \\ 3x + 8(500 - x) \leq 2410 \end{cases}$; (2) 符合的生产方案为①生产 A 产品 318 件, B 产品 182 件; ②

生产 A 产品 319 件, B 产品 181 件; ③生产 A 产品 320 件, B 产品 180 件; (3) 第二种定价方案的利润比较多.

【解析】

【分析】 (1) 关系式为: A 种产品需要甲种原料数量 + B 种产品需要甲种原料数量 ≤ 3600 ; A 种产品需要乙种原料数量 + B 种产品需要乙种原料数量 ≤ 2410 , 把相关数值代入即可;

(2) 解(1)得到的不等式, 得到关于 x 的范围, 根据整数解可得相应方案;

(3) 分别求出两种情形下的利润即可判断;

【详解】 解: (1) 由题意 $\begin{cases} 9x + 4(500 - x) \leq 3600 \\ 3x + 8(500 - x) \leq 2410 \end{cases}$.

(2) 解第一个不等式得: $x \leq 320$,

解第二个不等式得: $x \geq 318$,

$\therefore 318 \leq x \leq 320$,

$\because x$ 为正整数,
 $\therefore x=318、319、320,$
 $500-318=182,$
 $500-319=181,$
 $500-320=180,$

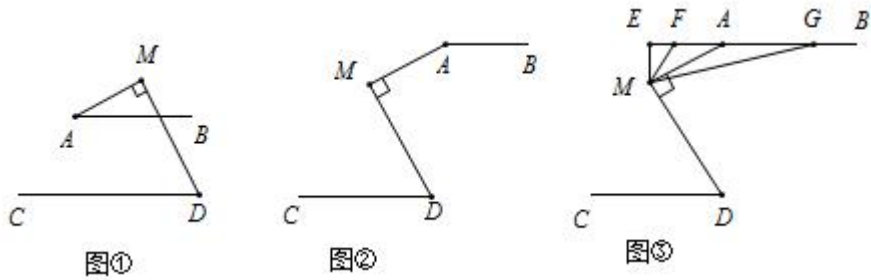
- $\therefore$ 符合的生产方案为①生产 A 产品 318 件, B 产品 182 件;
 ②生产 A 产品 319 件, B 产品 181 件;
 ③生产 A 产品 320 件, B 产品 180 件;

(3) 第一种定价方案下: ①的利润为 $318 \times 1.15 + 182 \times 1.25 = 593.2$ (万元),
 ②的利润为: $319 \times 1.15 + 181 \times 1.25 = 593.1$ (万元)
 ③的利润为 $320 \times 1.15 + 180 \times 1.25 = 593$ (万元)

第二种定价方案下: ①②③的利润均为 $500 \times 1.2 = 600$ (万元),
 综上所述, 第二种定价方案的利润比较多.

【点睛】 本题考查理解题意能力, 生产不同产品所用的原料不同, 关键是在原料范围内求得生产的产品, 从而求解. 找出题目中的不等量关系列出不等式组是解答本题的关键.

25. 已知 $AB \parallel CD$, 点 M 为平面内的一点, $\angle AMD = 90^\circ$.



(1) 当点 M 在如图①的位置时, 求 $\angle MAB$ 与 $\angle D$ 的数量关系.

解: _____. (根据如图填射线 MN 的画法)

因为 $AB \parallel CD$,

所以 _____ $\parallel$ _____ $\parallel$ _____ (_____).

所以 $\angle D = \angle NMD$ (两直线平行, 内错角相等);

(请继续完成接下去的说理过程)

(2) 当点 M 在如图②的位置时, $\angle MAB$ 与 $\angle D$ 的数量关系是_____ (直接写出答案);

(3) 在 (2) 的条件下, 如图③, 过点 M 作 $ME \perp AB$, 垂足为点 E , $\angle EMA$ 与 $\angle EMD$ 的平分线分别交射线 EB 于点 F 、 G , 回答下列问题 (直接写出答案): 图中与 $\angle MAB$ 相等的角是_____, $\angle FMG =$ 度.

【答案】(1) 过点 M 作 $MN \parallel AB$; MN ; AB ; CD ; 如果一条直线和两条平行线中的一条平行, 那么它和另一条也平行; 见解析

(2) $\angle MAB - \angle D = 90^\circ$

(3) $\angle EMD$, 45

【解析】

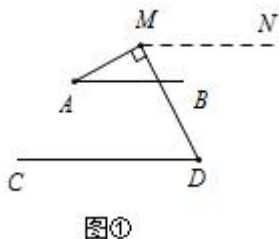
【分析】(1) 过点 M 作 $MN \parallel AB$, 先根据平行线的判定与性质可得 $\angle MAB + \angle NMA = 180^\circ$, $\angle D = \angle DMN$, 再根据角的和差、等量代换即可得出结论;

(2) 过点 M 作 $MN \parallel AB$, 先根据平行线的判定与性质可得 $\angle MAB + \angle AMN = 180^\circ$, $\angle D = \angle NMD$, 再根据 $\angle AMD = 90^\circ$ 、角的和差即可得出结论;

(3) 过点 M 作 $MN \parallel AB$, 先根据平行线的判定与性质可得 $\angle EMN = 90^\circ$, $\angle D = \angle NMD$, 从而可得 $\angle EMD = 90^\circ + \angle D$, 再结合 (2) 的结论可得 $\angle MAB = \angle EMD$, 然后根据角平分线的定义可得 $\angle FME = \frac{1}{2} \angle EMA$, $\angle EMG = \frac{1}{2} \angle EMD$, 最后根据 $\angle FMG = \angle EMG - \angle EMF$ 即可得出答案

【小问 1 详解】

解: 如图①, 过点 M 作 $MN \parallel AB$,



$\because AB \parallel CD$,

$\therefore MN \parallel AB \parallel CD$ (如果一条直线和两条平行线中的一条平行, 那么它和另一条也平行).

$\therefore \angle D = \angle DMN$.

$\because MN \parallel AB$,

$$\therefore \angle MAB + \angle NMA = 180^\circ.$$

$$\therefore \angle MAB + \angle AMD + \angle DMN = 180^\circ.$$

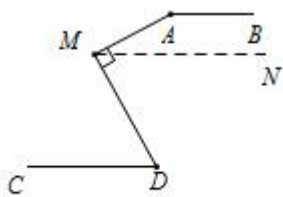
$$\because \angle AMD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MAB + \angle DMN = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle MAB + \angle D = 90^\circ.$$

【小问 2 详解】

解：如图②，过点 M 作 $MN \parallel AB$ ，



图②

$$\therefore \angle MAB + \angle AMN = 180^\circ.$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore MN \parallel AB \parallel CD.$$

$$\therefore \angle D = \angle NMD.$$

$$\because \angle AMD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AMN = 90^\circ - \angle NMD = 90^\circ - \angle D.$$

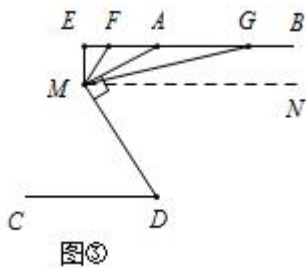
$$\therefore \angle MAB + 90^\circ - \angle D = 180^\circ.$$

$$\therefore \angle MAB - \angle D = 90^\circ.$$

故答案为： $\angle MAB - \angle D = 90^\circ$.

【小问 3 详解】

解：如图③，过点 M 作 $MN \parallel AB$ ，



$$\therefore \angle EMN + \angle E = 180^\circ,$$

$$\because ME \perp AB,$$

$$\therefore \angle E = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle EMN = 90^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore MN \parallel AB \parallel CD.$$

$$\therefore \angle D = \angle NMD.$$

$$\therefore \angle EMD = \angle EMN + \angle NMD = 90^\circ + \angle D,$$

$$\text{由 (2) 已得: } \angle MAB - \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MAB = 90^\circ + \angle D = \angle EMD;$$

$$\because MF \text{ 平分 } \angle EMA,$$

$$\therefore \angle FME = \angle FMA = \frac{1}{2} \angle EMA.$$

$$\because MG \text{ 平分 } \angle EMD,$$

$$\therefore \angle EMG = \angle DMG = \frac{1}{2} \angle EMD.$$

$$\therefore \angle FMG = \angle EMG - \angle EMF$$

$$= \frac{1}{2} \angle EMD - \frac{1}{2} \angle EMA$$

$$= \frac{1}{2} (\angle EMD - \angle EMA)$$

$$= \frac{1}{2} \angle AMD$$

$$= \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ,$$

故答案为: $\angle EMD$, 45.

【点睛】 本题考查了平行线的判定与性质, 角平分线的定义等知识点, 通过作辅助线, 构造平行线是解题

关键.

26. 已知 $\triangle ABC$, 分别以 AB 、 AC 为边作 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$, 且 $AD = AB$, $AC = AE$, $\angle DAB = \angle CAE$, 连接 DC 与 BE , G 、 F 分别是 DC 与 BE 的中点.

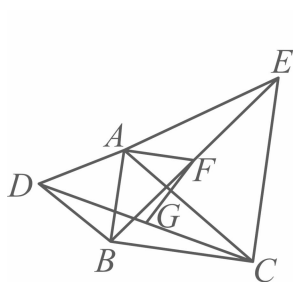


图1

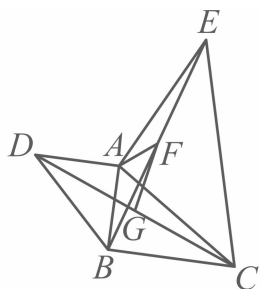


图2

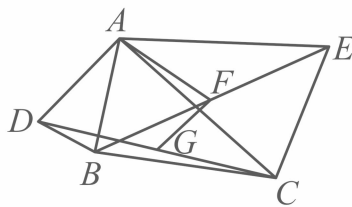


图3

- (1) 如图1, 若 $\angle DAB = 60^\circ$, 则 $\angle AFG =$ _____;
- (2) 如图2, 若 $\angle DAB = 90^\circ$, 则 $\angle AFG =$ _____;
- (3) 如图3, 若 $\angle DAB = \alpha$, 试探究 $\angle AFG$ 与 α 的数量关系, 并给予证明.

【答案】(1) 60° ;

(2) 45° ;

(3) $\angle AFG = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha)$, 证明见解析.

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质, 三角形内角和定理, 等腰三角形的性质, 掌握知识点的应用是解题的关键.

(1) 连接 AG , 证明 $\triangle ADC \cong \triangle ABE$, 可得 $DC = BE$, $\angle ADC = \angle ABE$, $AD = AB$, 根据 G 、 F 分别是 DC 与 BE 的中点, 可得 $DG = BF$, 即可证明 $\triangle ADG \cong \triangle ABF$ (SAS), 可得 $AG = AF$, $\angle DAG = \angle BAF$, 即可求得 $\angle DAB = \angle GAF$, 即可解题.

(2) 根据 (1) 中结论即可求得 $\angle AFG$ 的值, 即可解题;

(3) 根据 (1) 中结论即可求得 $\angle AFG$ 的值, 即可解题.

【小问1详解】

解: 连接 AG ,

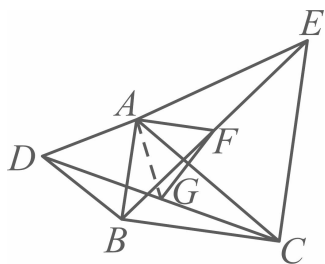


图1

$$\therefore \angle DAB = \angle CAE,$$

$$\therefore \angle DAB + \angle BAC = \angle CAE + \angle BAC,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle BAE,$$

在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle ABE$ 中,

$$\begin{cases} AD = AB \\ \angle DAC = \angle BAE, \\ AC = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle ABE (\text{SAS}),$$

$$\therefore DC = BE, \quad \angle ADC = \angle ABE,$$

$\therefore G$ 、 F 分别是 DC 与 BE 的中点,

$$\therefore DG = \frac{1}{2}DC, \quad BF = \frac{1}{2}BE,$$

$$\therefore DG = BF,$$

在 $\triangle ADG$ 和 $\triangle ABF$ 中,

$$\begin{cases} AD = AB \\ \angle ADC = \angle ABE, \\ DG = BF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADG \cong \triangle ABF (\text{SAS}),$$

$$\therefore AG = AF, \quad \angle DAG = \angle BAF,$$

$$\therefore \angle AGF = \angle AFG, \quad \angle DAG - \angle BAG = \angle BAF - \angle BAG,$$

$$\therefore \angle DAB = \angle GAF,$$

$$\therefore \angle DAB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle GAF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle GAF + \angle AFG + \angle AGF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AFG = 60^\circ,$$

故答案为: 60° ;

【小问 2 详解】

解: 同 (1) 可证 $\angle DAB = \angle GAF$, $AG = AF$,

$$\therefore \angle DAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GAF = 90^\circ,$$

$$\therefore AG = AF,$$

$$\therefore \angle AFG = \frac{1}{2}(180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ,$$

故答案为： 45° ；

【小问 3 详解】

解： 同（1） 可证 $\angle DAB = \angle GAF$ ， $AG = AF$ ，

$$\therefore \angle DAB = \alpha,$$

$$\therefore \angle GAF = \alpha,$$

$$\therefore AG = AF,$$

$$\therefore \angle AFG = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha).$$