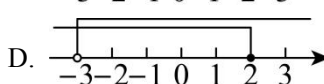
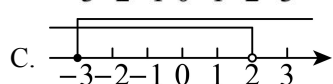
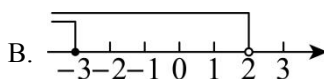
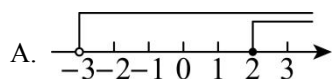


2024 学年第二学期七年级数学期末复习卷 1

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 不等式组 $\begin{cases} 3x-2 < 2x \\ 2(x+1) \geq x-1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



【答案】 C

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式组, 在数轴上表示不等式组的解集, 先求出每个不等式的解集, 再根据 “同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不到 (无解)” 求出不等式组的解集, 再在数轴上表示出不等式组的解集即可得到答案.

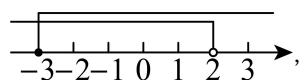
【详解】 解: $\begin{cases} 3x-2 < 2x \textcircled{1} \\ 2(x+1) \geq x-1 \textcircled{2} \end{cases}$

解不等式①得: $x < 2$,

解不等式②得: $x \geq -3$,

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $-3 \leq x < 2$,

数轴表示如下所示:



故选: C.

2. 根据下列已知条件, 能画出唯一的 ABC 的是 ()

A. $\angle C = 90^\circ$, $AB = 6$

B. $AB = 4$, $BC = 3$, $\angle A = 30^\circ$

C. $AB = 3$, $BC = 4$, $CA = 8$

D. $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $AB = 4$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定, 三角形的三边关系, 根据全等三角形的判定定理及三角形的三边关系逐项判断即可求解, 掌握以上知识点是解题的关键.

【详解】 解: A、已知一角和一边, 不能判定三角形全等, 故该选项不能画出唯一 ABC , 不合题意;

B、已知两边及一边的对角相等, 不能判定三角形全等, 故该选项不能画出唯一 ABC , 不合题意;

C、因为 $AB + BC = 7 < 8 = CA$, 所以三条线段不能构成三角形, 故该选项不能画出唯一 ABC , 不合题

意；

D、已知两角及夹边相等，由 ASA 能判定三角形全等，故该选项能画出唯一 $\triangle ABC$ ，符合题意；

故选：D.

3. 下列命题的逆命题是假命题的是 ()

A. 全等三角形的对应角相等

B. 如果 $ab > 0$ ，那么 a, b 都是正数

C. 等腰三角形的两底角相等

D. 直角三角形的两个锐角互余

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了判断一个命题的逆命题真假，全等三角形的判定定理，等腰三角形的判定定理，直角三角形的性质，乘法计算，把原命题的结论和条件互换写出原命题的逆命题，再判断真假即可.

【详解】解：A、原命题的逆命题为：三个角对应相等的两个三角形是全等三角形，这是一个假命题，符合题意；

B、原命题的逆命题为：如果 a, b 都是正数，那么 $ab > 0$ ，这是一个真命题，不符合题意；

C、原命题的逆命题为：两底角相等的两个三角形是等腰三角形，这是一个真命题，不符合题意；

D、原命题的逆命题为：有两个角互余的三角形是直角三角形，这是一个真命题，不符合题意；

故选：A.

4. 用反证法证明“一个三角形中至多有一个内角为钝角”时，应假设这个三角形中 ()

A. 没有一个内角为钝角

B. 三个内角都是锐角

C. 至少有一个内角为钝

D. 至少有两个内角为钝角

【答案】D

【解析】

【分析】此题主要考查了反证法的第一步，根据题意得出命题结论的反例是解决问题的关键. 根据反证法就是从结论的反面出发进行假设，直接假设出一个三角形中至少有两个钝角即可.

【详解】解：根据反证法就是从结论的反面出发进行假设，

$\therefore$ 证明“一个三角形中至多有一个内角为钝角”，应假设：一个三角形中至少有两个内角为钝角.

故选：D.

5. 一个圆柱的侧面展开图正好是一个正方形，这个圆柱的底面直径与高的比是 ()

A. $1:\pi$

B. $\pi:1$

C. $1:2\pi$

D. $2\pi:1$

【答案】A

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆柱的侧面展开图，根据题意可得该圆柱的高等于其底面圆周长，据此根据圆周长计算公式即可得到答案.

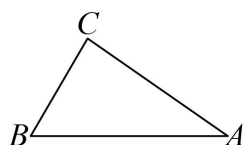
【详解】 解： $\because$ 圆柱的侧面展开图正好是一个正方形，

$\therefore$ 该圆柱的高等于其底面圆周长，

$\therefore$ 这个圆柱的底面直径与高的比是 $1:\pi$ ，

故选： A.

6. 如图，已知：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=60^\circ$ ， $\angle C=80^\circ$ ，在直线 BA 上找一点 D ，使 $\triangle ACD$ 或 $\triangle BCD$ 为等腰三角形，则符合条件的点 D 的个数有（ ）



A. 7 个

B. 6 个

C. 5 个

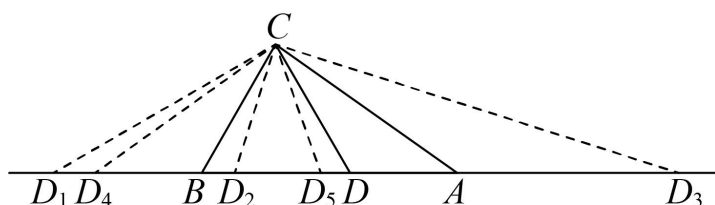
D. 4 个

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查了等腰三角形的定义，等边三角形的判定，如解析图中，当 $BC=BD$ 时，可证明此时 $\triangle BCD$ 是等边三角形，当 $BC=BD_1$ 时， $\triangle BCD_1$ 是等腰三角形；再讨论讨论 $\triangle ACD$ 为等腰三角形时，符合题意的点 D 个数即可得到答案.

【详解】 解： 如图：当 $BC=BD$ 时， $\triangle BCD$ 是等腰三角形；



$\because \angle CBA=60^\circ$ ，

$\therefore \triangle BCD$ 是等边三角形，

$\therefore BC=BD=CD$ ；

当 $BC=BD_1$ 时， $\triangle BCD_1$ 是等腰三角形；

当 $AC=AD_2=AD_3$ ， $CA=CD_4$ ，当 $CD_5=D_5A$ 时， $\triangle ACD_2, \triangle ACD_3, \triangle ACD_4, \triangle ACD_5$ 都是等腰三角形；

综上，符合条件的点 D 的个数有 6 个.

故选： B.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 用不等式表示: y 的 2 倍减去 $\frac{1}{3}$ 的差是一个非负数_____.

【答案】 $2y - \frac{1}{3} \geq 0$

【解析】

【分析】 此题主要考查了由实际问题抽象出一元一次不等式. 根据“ y 的 2 倍”即 $2y$, 再减去 $\frac{1}{3}$, 结合差是非负数, 即大于等于零, 得出答案.

【详解】 解: 由题意可得: $2y - \frac{1}{3} \geq 0$.

故答案为: $2y - \frac{1}{3} \geq 0$.

8. 要说明命题“若 $a^2 \geq 4$, 则 $a > 2$ ”是假命题, 请举出一个反例: $a =$ _____.

【答案】 -4 (答案不唯一)

【解析】

【分析】 本题考查命题的判断, 以及不等式的性质, 理解命题的定义, 能够根据命题适当的举出反例是解题关键.

本题要使得 $a^2 \geq 4$ 成立, 则 $a < -2$ 或 $a > 2$, 因此举反例可列举 $a < -2$ 的数字即可.

【详解】 解: 当 $a = -4$ 时, $a^2 = 16 > 4$, 但不满足 $a > 2$,

故答案为: -4 (答案不唯一).

9. ABC 中, $\angle A + \angle B = 2\angle C$, 则 $\angle C =$ _____.

【答案】 60° ## 60 度

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形内角和定理, 根据三角形内角和为 180 度结合已知条件得到 $2\angle C + \angle C = 180^\circ$, 解之即可得到答案.

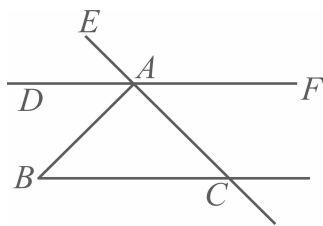
【详解】 解: $\because ABC$ 中, $\angle A + \angle B = 2\angle C$, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$,

$\therefore 2\angle C + \angle C = 180^\circ$,

$\therefore \angle C = 60^\circ$,

故答案为: 60° .

10. 如图, $BA \perp CE$ 于 A 点, 过 A 点作 $DF \parallel BC$, 若 $\angle EAF = 135^\circ$, 则 $\angle B =$ _____.



【答案】45度

【解析】

【分析】本题考查平行线的性质和垂线的定义．解题的关键是熟练掌握平行线的性质：两直线平行，内错角相等．先根据补角的定义求出 $\angle CAF$ 的度数，再由平行线的性质求出 $\angle ACB$ 的度数，再由直角三角形的性质即可得出结论．

【详解】解： $\because \angle EAF = 135^\circ$ ，

$$\therefore \angle CAF = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ.$$

$$\because DF \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle CAF = 45^\circ.$$

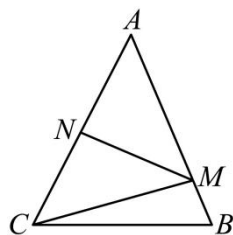
$$\because BA \perp CE,$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 90^\circ - \angle ACB = 45^\circ.$$

故答案为：45°．

11. 如图， MN 是 $\triangle ABC$ 中 AC 边的垂直平分线，已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle BCM$ 的周长分别为 22cm 和 14cm，则 CN 的长为_____ cm．



【答案】4

【解析】

【分析】本题考查求线段长，涉及中垂线的性质、三角形周长等知识，根据中垂线性质的性质得到 $MA = MC$ ， $AN = NC$ ，结合三角形周长列式求解即可得到答案，根据周长得到线段之间的关系是解决问题的关键．

【详解】解： $\because MN$ 是 $\triangle ABC$ 中 AC 边的垂直平分线，

$$\therefore MA = MC, AN = NC,$$

$\because \triangle ABC$ 与 $\triangle BCM$ 的周长分别为 22cm 和 14cm，

$$\therefore C_{\triangle ABC} = AC + BC + AB = 22\text{cm}; \quad C_{\triangle BCM} = CM + BC + BM = MA + BM + BC = BC + AB = 14\text{cm},$$

$$\therefore AC = 22 - 14 = 8\text{cm},$$

$$\therefore CN = \frac{1}{2}AC = 4\text{cm},$$

故答案为：4.

12. 某学生用一张半径为 5dm 的扇形薄纸板制作一个圆锥形生日帽. 如果做成的圆锥形生日帽的底面半径为 3dm, 则该扇形薄纸板的面积为_____ (π 取 3.14).

【答案】 47.1dm^2

【解析】

【分析】 本题考查了扇形面积的计算, 掌握圆锥的性质和扇形的面积公式是求解的关键.

根据圆锥底面半径, 可以求出圆锥底面周长, 底面圆周长即是扇形的弧长, 根据扇形面积公式 $S = \frac{1}{2}lr$ 可求出扇形面积.

【详解】 解: 帽子底面圆周长为: $2 \times 3\pi = 6\pi$,

$$\text{则扇形弧长为 } 6\pi, \quad \text{扇形面积} = \frac{1}{2}lr = \frac{1}{2} \times 6\pi \times 5 = 15\pi \approx 47.1(\text{dm}^2)$$

故答案为: 47.1dm^2

13. 如果圆柱的侧面展开图是相邻两边长分别为 8π , 20 的长方形, 那么这个圆柱的体积等于_____ (结果保留 π).

【答案】 800 或 320π

【解析】

【分析】 本题考查了展开图折叠成几何体, 本题关键是熟练掌握圆柱的体积公式, 注意分类思想的运用, 属于中档题.

分两种情况: ① 底面周长为 20, 高为 8π ; ② 底面周长为 8π , 高为 20, 根据底面周长得到底面半径, 再根据圆柱的体积公式计算即可求解.

【详解】 解: ① 底面周长为 20, 高为 8π ,

$$\pi \times \left(\frac{20}{2\pi}\right)^2 \times 8\pi = \pi \times \frac{100}{\pi^2} \times 8\pi = 800;$$

② 底面周长为 8π , 高为 20,

$$\pi \times \left(\frac{8\pi}{2\pi}\right)^2 \times 20 = \pi \times 16 \times 20 = 320\pi,$$

即这个圆柱的体积可以是 800 或 320π .

故答案为: 800 或 320π .

14. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} -x+2>1 \\ x-2m\geq 1 \end{cases}$ 有两个整数解, 那么 m 的取值范围是_____.

【答案】 $-\frac{3}{2} < m \leq -1$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次不等式组, 一元一次不等式组的整数解, 解不等式组, 根据不等式组有 2 个整数解得出关于 m 的不等式组, 进而可求得 m 的取值范围.

【详解】 解: 解不等式组 $\begin{cases} -x+2>1 \\ x-2m\geq 1 \end{cases}$ 得: $1+2m \leq x < 1$,

$\therefore$ 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} -x+2>1 \\ x-2m\geq 1 \end{cases}$ 有两个整数解,

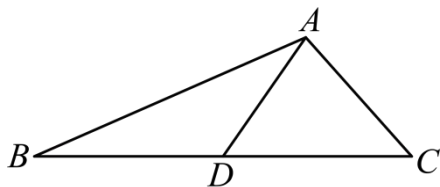
$\therefore$ 这两个整数解为 $-1, 0$,

$\therefore -2 < 1+2m \leq -1$,

解得: $-\frac{3}{2} < m \leq -1$,

故答案为: $-\frac{3}{2} < m \leq -1$.

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, $AC = 3$, $AD = 5$, 则 AB 的取值范围是_____.



【答案】 $7 < AB < 13$

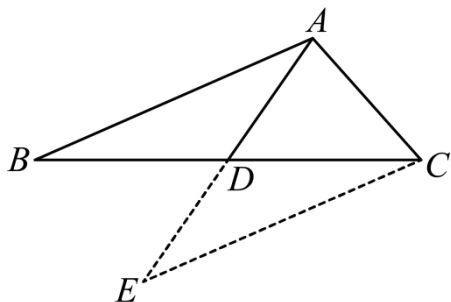
【解析】

【分析】 此题考查了三角形的三边关系以及全等三角形的判定与性质. 注意准确作出辅助线是解此题的关键.

延长 AD 至 E , 使 $DE = AD$, 连接 CE , 易证得 $\triangle ABD \cong \triangle ECD (SAS)$, 可求得 AE 的长, 证得 $EC = AB$,

然后由三角形三边关系, 求得答案.

【详解】解：如图，延长 AD 至 E ，使 $DE = AD = 5$ ，连接 CE ，



$\because AD$ 为 BC 边上的中线，

$$\therefore BD = CD,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ECD$ 中，

$$\begin{cases} AD = DE \\ \angle ADB = \angle EDC, \\ BD = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ECD (\text{SAS}),$$

$$\therefore AB = EC,$$

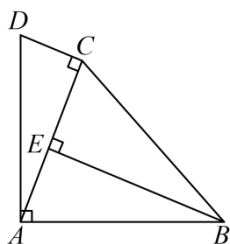
$$AC = 3, \quad AE = AD + DE = 10,$$

$$\therefore 7 < AB < 13,$$

$$\therefore AB \text{ 的取值范围是: } 7 < AB < 13.$$

故答案为： $7 < AB < 13$.

16. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB = AD$ ， $AB \perp AD$ ， $AC \perp DC$. 过点 B 作 $BE \perp CA$ ，垂足为点 E . 若 $CD = 2$ ， $CE = 4$ ，则四边形 $ABCD$ 的面积是_____.



【答案】 24

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的判定与性质，熟练掌握一线三等角全等模型是解题的关键. 根据垂直可得 $\angle ACD = \angle BEA = \angle DAB = 90^\circ$ ，从而可得 $\angle D + \angle DAC = 90^\circ$ ， $\angle DAC + \angle EAB = 90^\circ$ ，进而可得 $\angle D = \angle EAB$ ，然后利用 AAS 证明 $\triangle ADC \cong \triangle BAE$ ，从而可得 $AC = BE$ ， $DC = AE = 2$ ，进而可得 $BE = AC = 6$ ，最后根据四边形 $ABCD$ 的面积 $= \triangle ADC$ 的面积 $+ \triangle ABC$ 的面积，进行计算即可解答.

【详解】解：∵ $AB \perp AD, AC \perp DC, BE \perp CA$,

$$\therefore \angle ACD = \angle BEA = \angle DAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle D + \angle DAC = 90^\circ, \angle DAC + \angle EAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle D = \angle EAB,$$

$$\because AD = AB,$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BAE (\text{AAS}),$$

$$\therefore AC = BE, DC = AE = 2,$$

$$\because CE = 4$$

$$\therefore BE = AC = AE + CE = 2 + 4 = 6,$$

∴ 四边形 $ABCD$ 的面积 = $\triangle ADC$ 的面积 + $\triangle ABC$ 的面积

$$= \frac{1}{2} DC \cdot AC + \frac{1}{2} AC \cdot BE$$

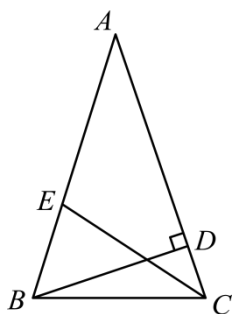
$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 6 + \frac{1}{2} \times 6 \times 6$$

$$= 6 + 18$$

$$= 24$$

故答案为：24.

17. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $BD \perp AC$ 于点 D , E 在 AB 上, $CB = CE$, $CD = 5$, 则 $BE =$ _____.



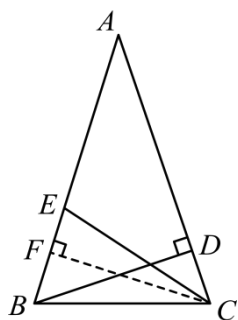
【答案】10

【解析】

【分析】本题考查全等三角形的判定及性质，等腰三角形的性质，过点 C 作 $CF \perp AB$ ，交 AB 于点 F ，可证得 $\triangle BDC \cong \triangle CFB$ (AAS)，得 $BF = CD = 5$ ，由 $CB = CE$ ，得 $BF = EF = 5$ ，掌握等腰三角形的性质

是解决问题的关键.

【详解】解：过点 C 作 $CF \perp AB$ ，交 AB 于点 F ，



$\because BD \perp AC, CF \perp AB,$

$\therefore \angle BDC = \angle CFB = 90^\circ,$

$\because AB = AC,$

$\therefore \angle ABC = \angle ACB,$

又 $\because BC = CB,$

$\therefore \triangle BDC \cong \triangle CFB (\text{AAS}),$

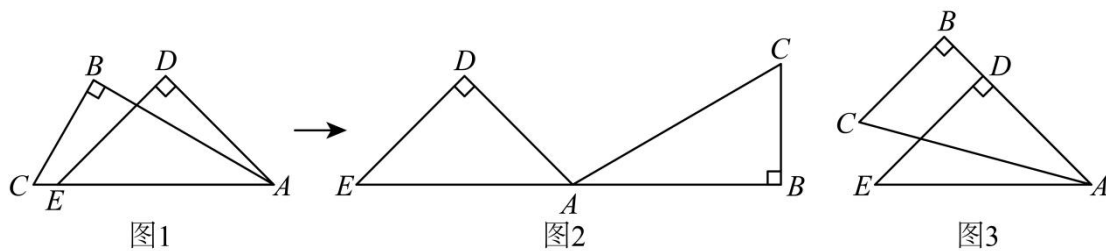
$\therefore BF = CD = 5,$

$\because CB = CE,$

$\therefore BF = EF = 5,$ 则 $BE = BF + EF = 10,$

故答案为：10.

18. 一副直角三角尺叠放如图 1 所示，现将 45° 的三角尺 ADE 固定不动，将含 30° 的三角尺 ABC 绕顶点 A 顺时针转动至图 2 位置的过程中，使两块三角尺至少有一组边互相平行. 如图 3：当 $\angle CAE = 15^\circ$ 时， $BC \parallel DE$. 则 $\angle CAE$ 其余符合条件的度数为_____.



【答案】 60° 或 105° 或 135°

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质，；熟练掌握平行的性质是解题的关键；

分 $AE \parallel BC$ ， $DE \parallel AB$ ， $DE \parallel AC$ 三种情况，分别利用平行线的性质求解即可.

【详解】解：如图 3，当 $AE \parallel BC$ 时， $\angle CAE = \angle C = 60^\circ$ ；

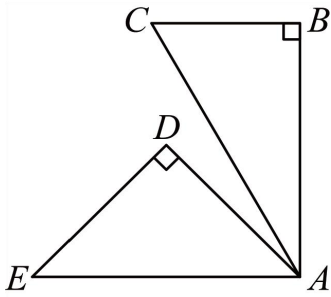


图3

如图 4, 当 $DE \parallel AB$ (或 $AD \parallel BC$) 时, $\angle BAD = \angle D = 90^\circ$,

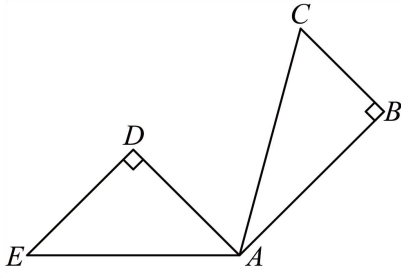


图4

$$\therefore \angle DAC = \angle BAD - \angle BAC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle DAE + \angle DAC = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ;$$

如图 5, 当 $DE \parallel AC$ 时, $\angle CAD = \angle D = 90^\circ$,

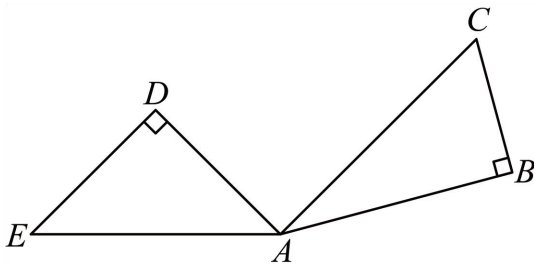


图5

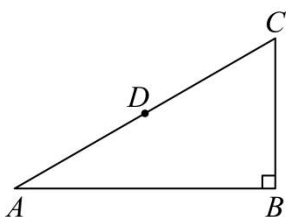
$$\therefore \angle CAE = \angle DAE + \angle DAC = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ.$$

综上所述, 其他可能符合条件的度数为 60° 或 105° 或 135° .

故答案为: 60° 或 105° 或 135° .

三、解答题 (本大题共 6 题, 19 题 6 分, 20、21 题 8 分, 22 题 12 分, 23 题 10 分, 24 题 14 分, 满分 58 分)

19. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, D 是 AC 边上的一点.



(1) 在边 AB 上作点 E , 使 $\angle DEB = 2\angle A$. (保留作图痕迹, 不写作法)

(2) 过点 D 作 BC 的平行线. (保留作图痕迹, 不写作法)

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

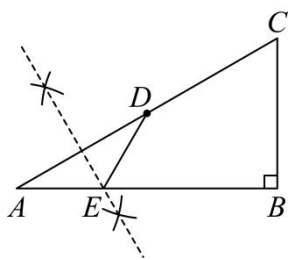
【分析】 本题考查尺规作图

(1) 作线段 AD 的垂直平分线交 AB 于点 E , 连接 DE 即可;

(2) 作 $\angle ADE = \angle C$ 即可.

【小问 1 详解】

解: 如图所示, 点 E 为所求,



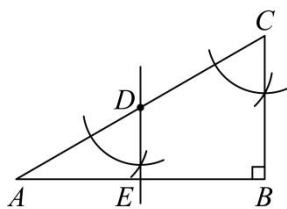
由作图得 $AE = DE$,

$$\therefore \angle A = \angle ADE,$$

$$\therefore \angle DEB = \angle A + \angle ADE = 2\angle A;$$

【小问 2 详解】

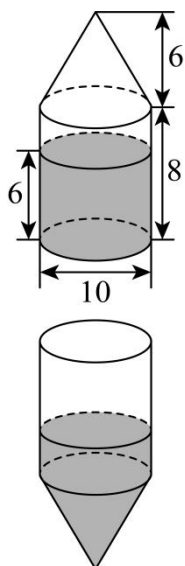
解: 如图所示,



$$\therefore \angle ADE = \angle C$$

$$\therefore DE \parallel BC$$

20. 如图, 一个密闭玻璃容器是由一个圆柱和一个圆锥组成的, 里面装有一些水 (单位: dm , π 取 3.14).



- (1) 容器中水的体积是多少？（玻璃的厚度不计）
- (2) 如果把这个容器倒过来（如图），从圆锥顶点到水面的高度是多少？

【答案】(1) 471dm^3

(2) 10dm

【解析】

【分析】 本题考查圆锥和圆柱的体积，掌握其体积公式是解题的关键.

- (1) 根据圆柱的体积公式计算即可；
- (2) 先计算圆锥的体积并与水的体积比较大小，若水的体积 $\leq$ 圆锥的体积，则根据圆锥的体积公式计算圆锥顶点到水面的高度即可；若水的体积 $>$ 圆锥的体积，则要计算出圆锥的底面到水面的高度，再加上圆锥的高即为从圆锥顶点到水面的高度.

【小问 1 详解】

$$\left(\frac{10}{2}\right)^2 \pi \times 6 = 471(\text{dm}^3),$$

$\therefore$ 容器中水的体积是 471dm^3 .

【小问 2 详解】

$$\text{圆锥的体积为 } \frac{1}{3} \times \left(\frac{10}{2}\right)^2 \pi \times 6 = 157(\text{dm}^3),$$

$$157 < 471,$$

$$6 + (471 - 157) \div \left[\left(\frac{10}{2}\right)^2 \pi \right] = 10(\text{dm}),$$

∴从圆锥顶点到水面的高度是10dm.

21. 端午节是中国四大传统节日之一（与春节、清明节、中秋节并列），距今已有 2000 多年历史，于 2009 年被列入联合国教科文组织人类非物质文化遗产名录，有赛龙舟、吃粽子等风俗活动. 某商店购进蛋黄肉粽跟碱水粽共 100 盒，已知蛋黄肉粽每盒利润为 10 元，碱水粽每盒利润为 20 元. 如果购进的粽子销售完毕，所得总利润不低于 1600 元，那么最多能购进蛋黄肉粽多少盒？

【答案】40 盒

【解析】

【分析】本题考查了一元一次不等式的应用，设购进 x 盒蛋黄肉粽，则购进 $(100-x)$ 盒碱水粽，利用总利润 = 每盒蛋黄肉粽的销售利润 $\times$ 购进蛋黄肉粽的数量 + 每盒碱水粽的销售利润 $\times$ 购进碱水粽的数量，结合总利润不低于 1600 元，可列出关于 x 的一元一次不等式，解之取其中的最大值，即可得出结论，根据各数量之间的关系，正确列出一元一次不等式是解题的关键.

【详解】解：设购进 x 盒蛋黄肉粽，则购进 $(100-x)$ 盒碱水粽，

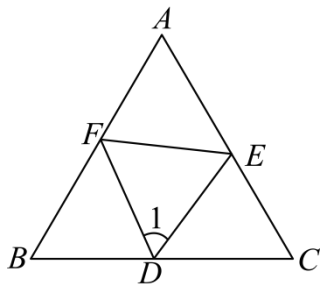
根据题意得： $10x + 20(100-x) \geq 1600$,

解得： $x \leq 40$,

∴ x 的最大值为 40，

答：最多能购进蛋黄肉粽 40 盒.

22. 如图，已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形，点 D 、 E 、 F 分别在 BC 、 AC 、 AB 上，且 $DF = EF$ ， $\angle 1 = 60^\circ$ ，证明： $BD = CE$.



【答案】见解析

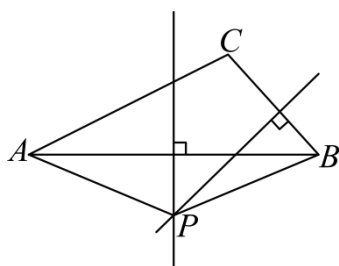
【解析】

【分析】本题主要考查了等边三角形的判定与性质，全等三角形的判定与性质和三角形内角和定理，先证明 $\triangle DEF$ 是等边三角形，推出 $DF = DE$ ，由等边三角形的性质得到 $\angle B = \angle C = 60^\circ$ ，结合 $\angle 1 = 60^\circ$ ，利用三角形内角和定理证明 $\angle BFD = \angle CDE$ ，从而证明 $\triangle BDF \cong \triangle CED$ (AAS)，即可得出结论.

【详解】证明： $\because DF = EF$ ， $\angle 1 = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle DEF$ 是等边三角形,
 $\therefore DF = DE$,
 $\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,
 $\therefore \angle B = \angle C = 60^\circ$, $\angle 1 = 60^\circ$,
 $\therefore \angle BFD + \angle BDF + \angle B = \angle BDF + \angle CDE + \angle 1 = 180^\circ$,
 $\therefore \angle BFD = \angle CDE$,
 $\therefore \triangle BDF \cong \triangle CED$ (AAS),
 $\therefore BD = CE$.

23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 110^\circ$, 边 AB 、 CB 的垂直平分线相交于点 P , 连接 AP 、 BP , 求 $\angle APB$ 的度数.

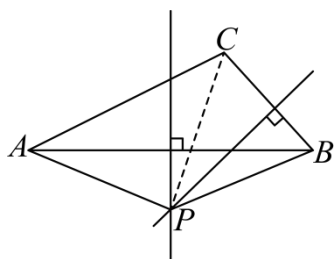


【答案】 140°

【解析】

【分析】 本题考查了线段垂直平分线的性质, 根据垂直平分线的性质得到 $AP = CP = BP$, 再由 $\angle C = 110^\circ$ 可得 $\angle PCA + \angle PCB = 110^\circ$, 最后利用四边形内角和即可求解.

【详解】 解: 如图, 连接 CP ,



$\therefore$ 边 AB 、 BC 的垂直平分线交于点 P ,
 $\therefore AP = BP$, $BP = CP$
 $\therefore AP = CP = BP$
 $\therefore \angle PAC = \angle PCA$, $\angle PBC = \angle PCB$
 $\therefore \angle ACB = 110^\circ$

$$\therefore \angle PCA + \angle PCB = 110^\circ$$

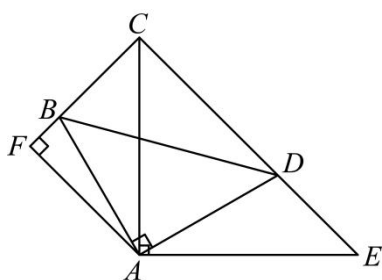
$$\therefore \angle PAC + \angle PBC = 110^\circ$$

$$\therefore \angle APB = 360^\circ - \angle ACB - \angle PAC - \angle PBC$$

$$= 360^\circ - 110^\circ - 110^\circ$$

$$= 140^\circ$$

24. 如图, $\triangle BAD$ 和 $\triangle CAE$ 是等腰直角三角形, $\angle BAD = \angle CAE = 90^\circ$, $AF \perp CB$, 垂足为 F .



(1) 求证: $\angle ABF = \angle ADC$;

(2) 判断 AF 和 CE 的位置关系, 并说明理由;

(3) 求证: $CD = 2BF + DE$.

【答案】(1) 见解析 (2) $AF \parallel CE$, 见解析

(3) 见解析

【解析】

【分析】本题考查全等三角形的判定与性质、等角的余角相等、等腰三角形的性质、直角三角形的性质、线段的和差等知识, 熟练掌握全等三角形的判定与性质, 添加辅助线构造全等三角形求解线段问题是解答的关键.

(1) 先根据等角的余角相等证得 $\angle BAC = \angle DAE$, 再根据全等三角形的判定证明即可得出 $\angle ABC = \angle ADE$, 根据邻补角的定义, 即可得证;

(2) 根据等腰直角三角形的性质和全等三角形的性质求得 $\angle BCA = \angle E = 45^\circ$, 再根据直角三角形的两锐角互余求得 $\angle CAF = 45^\circ$ 即可得出 $\angle FAE = 135^\circ$, 进而证明 $AF \parallel CE$, 即可得出结论;

(3) 延长 BF 到 G , 使得 $FG = FB$, 根据全等三角形的判定与性质证明 $\triangle AFB \cong \triangle AFG$ (SAS), $\triangle CGA \cong \triangle CDA$ (AAS) 得到 $CG = CD$ 即可证得结论.

【小问 1 详解】

证明: $\because \angle BAD = \angle CAE = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BAC + \angle CAD = 90^\circ, \quad \angle CAD + \angle DAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE,$$

在 $\triangle BAC$ 和 $\triangle DAE$ 中,

$$\therefore \begin{cases} AB = AD \\ \angle BAC = \angle DAE, \\ AC = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAC \cong \triangle DAE (\text{SAS});$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ADE,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle ADC;$$

【小问 2 详解】

解: $AF \parallel CE$, 理由如下,

$$\therefore \angle CAE = 90^\circ, \quad AC = AE,$$

$$\therefore \angle E = 45^\circ,$$

由 (1) 知 $\triangle BAC \cong \triangle DAE$,

$$\therefore \angle BCA = \angle E = 45^\circ,$$

$$\therefore AF \perp BC,$$

$$\therefore \angle CFA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle FAE = \angle FAC + \angle CAE = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ;$$

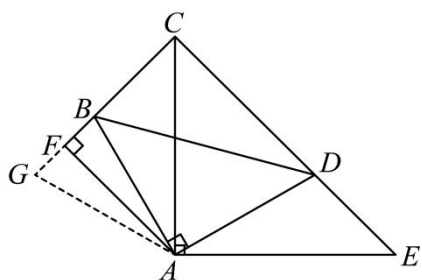
$$\text{又} \therefore \angle E = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle FAE + \angle E = 180^\circ,$$

$$\therefore AF \parallel CE,$$

【小问 3 详解】

证明: 延长 BF 到 G , 使得 $FG = FB$,



$$\therefore AF \perp BG,$$

$$\therefore \angle AFG = \angle AFB = 90^\circ,$$

在 $\triangle AFB$ 和 $\triangle AFG$ 中,

$$\therefore \begin{cases} BF = GF \\ \angle AFB = \angle AFG, \\ AF = AF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AFB \cong \triangle AFG (\text{SAS}),$$

$$\therefore AB = AG, \quad \angle ABF = \angle G,$$

$$\because \triangle BAC \cong \triangle DAE,$$

$$\therefore AB = AD, \quad \angle CBA = \angle EDA, \quad CB = ED,$$

$$\therefore AG = AD, \quad \angle ABF = \angle CDA,$$

$$\therefore \angle CGA = \angle CDA,$$

$$\because \angle GCA = \angle DCA = 45^\circ,$$

$\therefore$ 在 $\triangle CGA$ 和 $\triangle CDA$ 中,

$$\begin{cases} \angle GCA = \angle DCA \\ \angle CGA = \angle CDA, \\ AG = AD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CGA \cong \triangle CDA (\text{AAS}),$$

$$\therefore CG = CD,$$

$$\because CG = CB + BF + FG = CB + 2BF = DE + 2BF,$$

$$\therefore CD = 2BF + DE.$$